

## بررسی انتشار ترک در مواد الاستیک خطی با در نظر گرفتن ضریب تصحیح مسیر ترک

مهران مرادی<sup>۱\*</sup> مهدی پورمحمود<sup>۲</sup>

\*نویسنده مسئول: moradi@cc.iut.ac.ir

### چکیده

مدل کردن انتشار ترک به روش اجزا محدود تحت شرایط مختلف بارگذاری از اهمیت فوق‌العاده‌ای در مکانیک شکست برخوردار است. در این مقاله، با استفاده از علم مکانیک شکست الاستیک خطی، فرآیند رشد ترک بر اساس معیار حداکثر تنش اصلی که توسط ضرایب شدت تنش بیان می‌شود، تحلیل می‌گردد. همچنین، روشی برای تصحیح جهت انتشار ترک در آنالیز اجزا محدود بیان شده تا بتوان در تحلیل‌های مختلف یک مسئله با در نظر گرفتن پیشروی‌های متفاوت ترک، در نهایت مسیر ترک واحدی به دست آورد. در هر مرحله از پیشروی ترک، جهت تحلیل ناحیه‌ی تنش منفرد نوک ترک از المان‌های منفرد در روش اجزا محدود استفاده می‌شود. نتایج چنین تحلیلی برای چندین مدل با هندسه‌های مختلف آورده شده است.

**واژه‌های کلیدی:** اجزا محدود، معیار رشد ترک، مسیر انتشار ترک، زاویه تصحیح مسیر ترک

۱ - استادیار دانشگاه صنعتی اصفهان

۲ - دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه صنعتی اصفهان

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] \quad (2)$$

که  $K_I$  و  $K_{II}$  ضرایب شدت تنش مربوط به مود اول و دوم تغییر مکان سطح ترک می‌باشند.

معیار حداکثر تنش اصلی توسط اردوگان در سال ۱۹۶۳ برای مواد الاستیک پیشنهاد شده است [۴]. طبق این معیار انتشار ترک در جهت عمود بر حداکثر تنش اصلی در نوک ترک می‌باشد. با توجه به روابط (۱) و (۲) مربوط به مؤلفه‌های تنش نوک ترک در مختصات محلی  $r$  و  $\theta$ ، اگر تنش برشی ( $\tau_{r\theta}$ ) صفر باشد، تنش مماسی ( $\sigma_\theta$ ) تنش اصلی می‌شود و در نتیجه:

$$K_I \sin \theta_m + K_{II} (3 \cos \theta_m - 1) = 0 \quad (3)$$

که در آن  $\theta_m$  زاویه تنش اصلی حداکثر و یا زاویه رشد ترک می‌باشد که به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\tan \frac{\theta_m}{2} \Big|_{1,2} = \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} + \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \quad (4)$$

همانطور که از رابطه بالا مشاهده می‌شود، تنش برشی در مقادیر دو زاویه متفاوت، صفر می‌شود، بنابراین برای به دست آوردن زاویه حداکثر تنش اصلی، باید هر دو زاویه به دست آمده را در رابطه مربوط به  $\sigma_\theta$  قرار داد و هر کدام از این زوایا که موجب شود تنش کششی بزرگتری به دست آید، همان مقدار زاویه رشد ترک خواهد بود. همچنین می‌توان از رابطه زیر بصورت مستقیم زاویه رشد ترک را به دست آورد [۵]:

$$\theta_m = 2 \arctan \left( \frac{1}{4} \left( \frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{\left( \frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right) \quad (5)$$

بنابراین تنش اصلی به شکل زیر به دست می‌آید؛

$$\sigma(\theta = \theta_m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos^2 \frac{\theta_m}{2} \left( K_I \cos \frac{\theta_m}{2} - 3 K_{II} \sin \frac{\theta_m}{2} \right) \quad (6)$$

به دلیل اینکه ترکیبی از مودها حضور دارند ضریب شدت تنش معادل ( $K_{eq}$ ) به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$K_{eq} = K_I \cos^3 \frac{\theta_m}{2} - 3 K_{II} \cos^2 \frac{\theta_m}{2} \sin \frac{\theta_m}{2} \quad (7)$$

## ۱- مقدمه

ردیابی مسیر انتشار ترک و عمر سیکلی و زمانی ترک نقش بسیار مهمی در تخمین عمر و مرغوبیت قطعات ایفا می‌کند. به کارگیری بسیاری از قطعات حساس از جمله قطعات صنایع هوایی یا هسته‌ای به توانایی طراح در تخمین عمر مفید آن قطعات بستگی دارد. از طرفی تقریباً تمامی قطعات دارای عیوب داخلی یا سطحی شامل انواع ترکها و حفره‌ها هستند. توانایی طراح در تشخیص نوع عیب بحرانی در قطعه و اندازه قابل قبول آنها کلید دستیابی به یک کارکرد مطمئن در طول عمر قطعات می‌گردد.

باید توجه داشت که دقت ردیابی وابسته به مقدار افزایش جزیی طول ترک در هر مرحله از پیشروی است [۱]، با کوچک گرفتن مقدار پیشروی، در مدل‌سازی و المان‌بندی مشکل نسبت ابعادی پیش خواهد آمد و با بزرگ گرفتن مقدار پیشروی دقت ردیابی کاهش می‌یابد. در این مقاله با در نظر گرفتن فاکتوری به نام "زاویه تصحیح" از تحلیل‌های مختلف یک مسئله با مقدار پیشروی‌های متفاوت، می‌توان مسیر ترک واحدی به دست آورد.

## ۲- گسترش ترک

هنگامی که تنش‌ها و کرنش‌های نوک ترک به مقدار بحرانی برسند، گسترش ترک اتفاق خواهد افتاد. جهت گسترش ترک را با استفاده از سه معیار حداکثر تنش اصلی، معیار حداقل چگالی انرژی کرنشی و معیار حداکثر نرخ آزاد سازی انرژی کرنشی می‌توان به دست آورد [۲] که در میان آنها معیار تنش اصلی حداکثر دارای عمومیت بیشتری است. در این مقاله از معیار حداکثر تنش اصلی استفاده شده است.

### ۱-۲- معیار حداکثر تنش اصلی

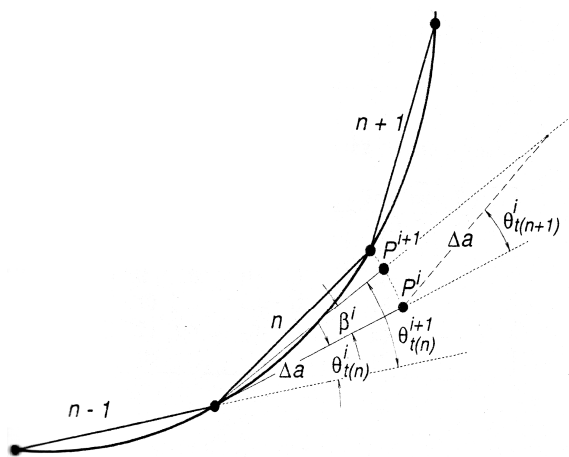
در دستگاه مختصات قطبی ( $r$  و  $\theta$ ) دو مؤلفه تنش مماسی ( $\sigma_\theta$ ) و تنش برشی ( $\tau_{r\theta}$ ) در نوک ترک به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳]:

$$\sigma_\theta = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[ K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - 3 K_{II} \sin \theta \right] \quad (1)$$

مختلف ترک، مسیر ترک نهایی واحدی به دست آید. در این روش پیشنهادی، برای تعیین جهت پیشروی  $n$  ام ترک از زاویه تصحیح  $\beta$ ، همانگونه که در شکل (۱) نشان داده شده است، استفاده می شود. با استفاده از روابط هندسی، زاویه تصحیح با رابطه زیر داده می شود:

$$\beta = \theta_{I(n+1)} / 2 \quad (11)$$

که در آن  $\theta_{I(n+1)}$  جهت افزایش طول ترک گام بعدی و محاسبه شده با معیار تنش اصلی حداکثر، است. این روش تصحیح تا هنگامی که زاویه تصحیحی کوچکتر از زاویه تصحیح قبلی به دست آید، اعمال می شود. برای تعیین جهت پیشروی گام  $n$  ام ترک، فرآیند یک مرحله ی تکرار را می توان مانند زیر خلاصه نمود:



شکل (۱) جهت افزایش طول ترک

$n$ : افزایش طول ترک جاری

$\Delta a$ : اندازه پیشروی ترک

$i$ : تعداد تکرارها

$\theta_I$ : جهت گسترش ترک

$\beta$ : زاویه تصحیح

$p$ : محل قرارگیری نوک ترک

• **مرحله ۱، فقط برای اولین تکرار، جهت مماس بر مسیر**

ترک  $\theta_{I(n)}^i$ ، با استفاده از معیار حداکثر تنش اصلی،

رابطه (۴)، محاسبه می شود؛

شکست زمانی روی می دهد که ضریب شدت تنش معادل به مقداری بحرانی  $K_{IC}$  برسد [۶]، یعنی:

$$K_{eq} = K_{IC} \quad (8)$$

می توان با انتخاب یک ورق دارای ترک با ابعاد مشخص و کشیدن آن در دستگاه کشش تا لحظه شکست، تنش گسیختگی یعنی  $\sigma_c$  را از مقدار بار لازم محاسبه کرد. بدیهی است که در این صورت ضریب شدت تنش بحرانی از رابطه زیر به دست می آید:

$$K_{IC} = \sigma_c \sqrt{\pi a} \quad (9)$$

باید توجه داشت که کاربرد این رابطه تنها برای ورق های نامحدود است. اگر ابعاد محدود باشد، ابتدا با تعیین ضریب شکل  $f(a/w)$  و پس از آن با استفاده از رابطه زیر می توان مقدار این خاصیت ماده را تعیین کرد:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right) \quad (10)$$

مقدار  $K_{IC}$  (ضریب شدت تنش کرنش صفحه ای) را زمانی می توان به کار برد که تغییر مکان در راستای ضخامت را محدود کرده باشیم یا به عبارت دیگر حالت کرنش صفحه ای برقرار باشد. این امر زمانی رخ می دهد که ضخامت به اندازه ای زیاد باشد که بتوان از کرنش های این راستا در برابر دیگر ابعاد صرف نظر کرد. ثابت  $K_{IC}$  چقرمگی شکست مواد نامیده می شود. طبق معیار حداکثر تنش اصلی، زاویه رشد ترک در حالت بارگذاری مطابق با مود دوم خالص، برابر با  $53/7 \pm$  درجه است [۷].

## ۲-۲- تصحیح جهت انتشار ترک

تنش اصلی ماکزیمم به عنوان یک معیار می تواند مسیر گسترش ترک را به صورت پیوسته مدل کند. آنچه ذکر شد در حالت حدی که پیشروی طول ترک به صفر میل می کند نیز صادق است؛ به عبارت دیگر با پیشروی های متفاوت مسیر گسترش ترک واحدی به دست نمی آید، بنابراین جهت انتشار ترک باید تصحیح شود تا مسیر واقعی انتشار ترک به دست آید.

علی آبادی [۸] روشی را برای تصحیح زاویه ترک مطرح نمود که از تحلیل های متفاوت یک مسئله با پیشروی های

به دست آورده شود. برای اعمال زاویه تصحیح و در نتیجه تصحیح زاویه انتشار ترک، باید بعد از تعیین زاویه انتشار ترک در مرحله اول، هندسه ترک قدیمی پاک شده و ترک جدید ایجاد شود، سپس مش بندی شده و مسیر انتشار را برای ترک جدید محاسبه، و از زاویه به دست آمده طبق آنچه ارایه شد، به تصحیح زاویه انتشار ترک قبلی پرداخته شود.

### ۳- نتایج

#### ۳-۱- بررسی ترک مرکزی مایل

در این بخش ابتدا اولین زاویه رشد ترک بدون تصحیح و با تصحیح در مدل به دست می آید و با نتایج تجربی مقایسه می شود، سپس انتشار ترک با در نظر گرفتن ضریب تصحیح مسیر انتشار ترک تحت بارگذاری فشاری و کششی به دست می آید.

#### ۳-۱-۱- زاویه رشد ترک مرکزی مایل

نمونه بررسی شده یک صفحه پلاکسی گلاس به ابعاد  $9 \times 18 \times 0.1875$  اینچ با ترک مرکزی مایل است که با محور عمودی زاویه  $\alpha$  می سازد و از دو طرف تحت بارگذاری کششی قرار گرفته است. مشخصات مدل [۹] در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول (۱) مشخصات مدل تحت کشش

زاویای ترک ( $\alpha$ )	۳۰، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۷۰ و ۸۰ درجه
طول ترک	۲ اینچ
تنش تسلیم	۵/۳ ksi
شدت تنش بحرانی	$1/5 \text{ ksi}\sqrt{\text{in}}$

رابطه مربوط به حداقل ضخامت لازم برای اینکه شرایط کرنش صفحه ای در نوک ترک برقرار باشد [۱۰]:

$$B > \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 \quad (12)$$

که در آن  $B$  حداقل ضخامت،  $K_{Ic}$  سفتی شکست در حالت کرنش صفحه ای و  $\sigma_y$  تنش تسلیم است. از آنجایی که ضخامت صفحه کمتر از حداقل ضخامت لازم است، مدل تحت شرایط تنش صفحه ای تحلیل می شود. حل مسئله فوق در زوایای مختلف ترک بدون در نظر گرفتن ضریب تصحیح و با

- **مرحله ۲**، در امتداد جهت محاسبه شده در مرحله قبلی، ترک به اندازه  $\Delta a$  تا  $p^i$  گسترش می یابد، سپس فاکتورهای شدت تنش جدید محاسبه می شود؛
- **مرحله ۳**، با استفاده از فاکتورهای شدت تنش جدید و معیار حداکثر تنش اصلی، رابطه (۴)، جهت افزایش طول ترک بعدی  $\theta_{t(n+1)}^i$  محاسبه می شود؛
- **مرحله ۴**، زاویه تصحیح  $\beta = \theta_{t(n+1)}^i / 2$ ، از افزایش طول ترک در مرحله دوم اندازه گیری می شود؛
- **مرحله ۵**، تصحیح جهت گسترش ترک به دست آمده در مرحله دوم با جایگزین کردن زاویه جدید آن که با رابطه  $\theta_{t(n)}^{i+1} = \theta_{t(n)}^i + \beta^i$  داده می شود، بنابراین اکنون نوک ترک در  $p^{i+1}$  قرار دارد.
- **مرحله ۶**، با تکرار کردن از مرحله دوم، مراحل بالا برتریب تکرار می شوند تا هنگامی که  $|\beta^{i+1}| < |\beta^i|$  شود. وقتی که اندازه افزایش طول ترک  $\Delta a$  به صفر میل کند، زاویه  $\theta_{t(n+1)}$  و به دنبال آن زاویه تصحیح نیز به صفر میل می کند، این بدان معنی است که در حالت حدی جهت گسترش ترک به سمت جهت مماس بر مسیر پیوسته ترک میل می کند.

#### ۳-۲- روش تعیین مسیر ترک

برای تعیین مسیر انتشار ترک، در هر مرحله پس از آنالیز ترک موجود و به دست آوردن زاویه انتشار ترک، طول ترک تحت زاویه به دست آمده، مقدار مشخصی افزایش داده می شود. در نتیجه ترک جدیدی با هندسه و طول متفاوت به دست می آید. این مراحل به همین صورت تکرار و برای ردگیری مسیر انتشار ترک ادامه می یابد.

در نرم افزارهای اجزا محدود نیز به همین روش می توان مسیر انتشار ترک را دنبال نمود. برای این منظور باید پس از ایجاد هندسه ترک، المان بندی، اعمال قیود و بارگذاری های لازم، مسئله ایجاد شده حل شود و زاویه انتشار ترک با استفاده از یکی از تئوری های مربوطه به دست آید تا اینکه مختصات نقطه بعدی تعیین شود. سپس لازم است هندسه ترک قدیمی پاک شده و ترک جدید ایجاد شود و کلیه مراحل بالا از نو تکرار گردد. مراحلی که ذکر شد برای حالتی است که مسیر انتشار ترک بدون تصحیح

می‌شود. با توجه به رابطه مربوط به حداقل ضخامت لازم برای اینکه شرایط کرنش صفحه‌ای در نوک ترک برقرار باشد، مدل تحت شرایط کرنش صفحه‌ای تحلیل می‌شود.

زاویه پیشروی ترک در ۴ مرحله با پیشروی ۰/۳ اینچ در هر مرحله با استفاده از تئوری حداکثر تنش اصلی با در نظر گرفتن ضریب تصحیح مسیر به دست آورده شد. این نتایج به همراه زوایای تصحیح نشده‌ای که با استفاده از تئوری حداکثر تنش اصلی به دست آمده‌اند و نتایجی که پارتون در مرجع [۱۳] ارائه داده، در جدول (۳) آورده شده است. همانطور که از نتایج جدول ۳ مشخص است، هر چه ترک بیشتر پیشرفت کند، درصد اختلاف زاویه تصحیح شده با زاویه بدون تصحیح بیشتر می‌شود؛ علت این امر این است که بعد از چند مرحله پیشروی ترک، نوک ترک در حالت تصحیح مسیر انتشار با حالت بدون تصحیح بیشتر از هم فاصله می‌گیرند و در نتیجه زوایای انتشار آنها نیز متمایزتر خواهد شد.

تنش‌های فشاری که به شکل عمود بر یک ترک اعمال می‌شوند همواره آن ترک را خواهند بست، بنابراین نقش مهمی را در فرایند شکست بازی نمی‌کنند. ولی در ترک‌های زاویه‌دار، اعمال تنش‌های فشاری، یک میدان تنش ترکیبی را ایجاد خواهد نمود و لذا می‌تواند محدوده‌های کششی را در نزدیکی نوک ترک با زاویه‌ای نسبت به صفحه ترک تولید نماید؛ به شکلی که شکست بتواند به روشی مشابه با حالت بارگذاری کششی اتفاق بیفتد. روشن است که باید توجه شود که اگرچه تنش اعمال شده دارای ماهیت فشاری است، شکست واقعی با تنش‌هایی کششی در نزدیکی نوک ترک شروع می‌شود [۱۰].

در نظر گرفتن ضریب تصحیح مسیر با دو پیشروی متفاوت ۰/۳ و ۰/۴ اینچ به دست آورده شد و با نتایج تجربی [۱۱] که متوسط نتایج بر روی ۸ نمونه یکسان است، به همراه نتایج حاصل از دو روش تئوری حداکثر تنش اصلی و حداقل چگالی انرژی کرنشی در جدول (۲) آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود تطابق خوبی بین نتایج به دست آمده با نتایج تجربی وجود دارد. علت اختلاف بین نتایج با دو پیشروی متفاوت این است که بعد از گسترش ترک با دو پیشروی مختلف، برای اینکه ترک روی مسیر خود قرار بگیرد زاویه گسترش ترک باید متفاوت باشد.

با توجه به اینکه در مقاله حاضر از تئوری حداکثر تنش اصلی برای تعیین زاویه رشد ترک استفاده شده است، علت اختلاف بین نتایج حاصل از این تئوری و نتایج بدون تصحیح این است که، در این تئوری و تئوری حداقل چگالی انرژی کرنشی برای تعیین ضرایب شدت تنش، مسئله با فرض بی‌نهایت بودن ابعاد حل می‌شود، ولی در مقاله حاضر برای یافتن ضریب شدت تنش، ابتدا ماتریس تغییر مکان گره‌ای حل گردیده، سپس با استفاده از روابط پاریس [۱۱] که تغییر مکان نقاط اطراف ترک را به ضریب شدت تنش مربوط می‌کند، مقادیر  $K_I$  و  $K_{II}$  محاسبه می‌شوند.

### ۳-۱-۲- بررسی انتشار ترک مرکزی مایل تحت تنش فشاری

مدل مورد نظر یک ورق مستطیلی به ابعاد  $40 \times 4 \times 36$  است که دارای یک ترک به طول ۳ اینچ می‌باشد. جنس مدل از فولاد ماریچینگ ۳۰۰ که دارای چقرمگی شکست  $85 \text{ ksi} \sqrt{\text{in}}$  و تنش تسلیم  $242 \text{ ksi}$  می‌باشد [۱۲]، انتخاب

جدول (۲) نتایج اولین زاویه رشد ترک مرکزی مایل در زوایای مختلف ترک

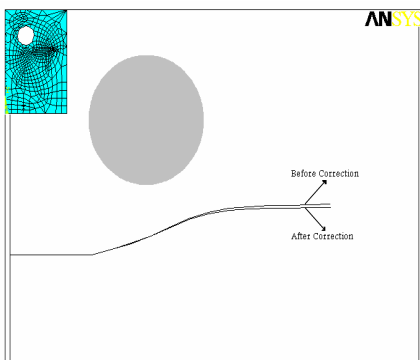
زاویه ترک ( $\alpha$ )	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰
متوسط نتایج تجربی بر روی ۸ نمونه یکسان	-۶۲/۴	-۵۵/۶	-۵۱/۱	-۴۳/۱	-۳۰/۷	-۱۷/۳
نتایج تئوری تنش اصلی حداکثر	-۶۰/۲	-۵۵/۷	-۵۰/۲	-۴۳/۲	-۳۳/۲	-۱۹/۳
نتایج تئوری حداقل چگالی انرژی کرنشی	-۶۳/۵	-۵۶/۷	-۴۹/۵	-۴۱/۵	-۳۱/۸	-۱۸/۵
نتایج (بدون تصحیح)	-۶۰/۰	-۵۵/۲	-۵۰/۰	-۴۲/۶	-۳۲/۱	-۱۷/۸
نتایج تصحیح شده	با پیشروی ۰/۳ اینچ	-۶۲/۷	-۵۵/۴	-۵۱/۰	-۴۳/۵	-۳۰/۴
	با پیشروی ۰/۴ اینچ	-۶۳/۰	-۵۵/۸	-۵۱/۵	-۴۳/۴	-۳۱/۱

جدول (۳) مقایسه زوایای به دست آمده برای ترک مرکزی با زاویه ۴۰ درجه نسبت به قائم تحت تنش فشاری

مراحل پیشروی	زاویه ت صحیح نشده ( $\theta$ )	زاویه تصحیح شده ( $\theta^*$ )	نتایج پارتون ( $\theta^P$ )	$\frac{\theta - \theta^P}{\theta^P} \times 100$	$\frac{\theta - \theta^*}{\theta^*} \times 100$
۱	۱۱۵/۸	۱۱۳/۲	۱۱۲	۳/۴	۲/۵
۲	۱۱۰/۲	۱۰۷/۰	۱۰۵	۴/۹	۳/۰
۳	۱۰۴/۸	۱۰۱/۶	۱۰۰	۴/۸	۳/۱
۴	۱۰۳/۰	۹۹/۱	۹۸	۵/۱	۳/۹

### ۳-۲- انتشار ترک لبه‌ای در صفحه سوراخ‌دار

مسیر رشد یک ترک لبه‌ای در صفحه سوراخ‌دار که توسط رشید [۱۴] و همچنین جداگانه توسط بوچارد [۱۵] تحلیل شده است، در دو حالت که ترک نزدیک به سوراخ و همچنین دور از سوراخ قرار دارد، به دست آمده و مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. جنس نمونه از فولاد ماربچینگ ۳۰۰ با ابعاد  $15 \times 10 \times 1$  است که دارای یک ترک در لبه‌ی سمت چپ به طول ۲ اینچ است. همچنین صفحه دارای یک سوراخ دایره‌ای به شعاع ۱/۴ اینچ است که مرکز آن در مختصات (۳/۳ و ۱۱/۲۵) در صفحه قرار دارد. در حالتی که ترک نزدیک به سوراخ است، ترک به فاصله ۸/۳ اینچ از پایین صفحه و در حالتی که دور از سوراخ قرار دارد به فاصله ۵ اینچ از پایین صفحه قرار دارد. با توجه به ضخامت مدل و رابطه‌ی حداقل ضخامت لازم برای اعمال شرایط کرنش صفحه‌ای، مسئله تحت شرایط کرنش صفحه‌ای تحلیل می‌شود. در شکل (۳) و (۴) مسیر انتشار ترک به ترتیب برای حالتی که ترک نزدیک به سوراخ و دور از سوراخ قرار دارد، با پیشروی ۰/۵ اینچ در ۱۲ مرحله آورده شده است. در این اشکال، تاثیر ضریب تصحیح بر مسیر انتشار ترک در مراحل انتهایی پیشروی بیشتر نمایان شده است.

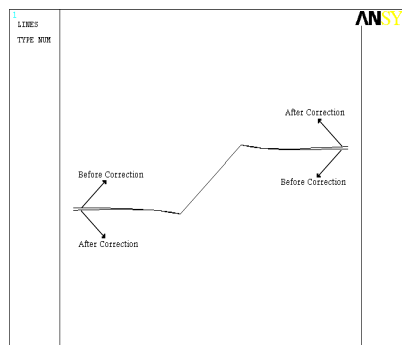


شکل (۳) انتشار ترک نزدیک به سوراخ در صفحه سوراخ‌دار

### ۳-۱-۳- بررسی انتشار ترک مرکزی مایل

مدل مورد بررسی یک صفحه مستطیلی به ابعاد  $14 \times 20 \times 1$  از جنس فولاد ماربچینگ ۳۰۰ انتخاب می‌شود، که دارای یک ترک مرکزی به طول ۲ اینچ و زاویه ۴۵ درجه می‌باشد. مشخصات مربوط به جنس نمونه همانند مدل قبل می‌باشد. با توجه به ضخامت مدل، مسئله باید تحت شرایط کرنش صفحه‌ای تحلیل شود.

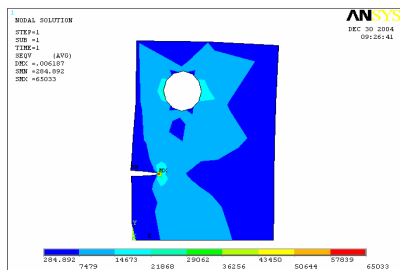
در شکل (۲) مسیر انتشار ترک با در نظر گرفتن ضریب تصحیح و بدون در نظر گرفتن ضریب تصحیح، با پیشروی ۰/۵ اینچ در ۱۰ مرحله نشان داده شده است. در این شکل می‌توان تاثیر ضریب تصحیح را بر مسیر انتشار ترک مشاهده کرد. با توجه به آنچه در بخش قبلی ارایه شد، تاثیر ضریب تصحیح بر مسیر انتشار ترک در پیشروی‌های کاملاً نمایان شده و از مسیر ترک بدون در نظر گرفتن ضریب تصحیح جدا شده است. در بارگذاری‌های کششی، همیشه ترک در جهت غالب شدن مود اول انتشار می‌یابد، به عبارت دیگر ترک در جهتی انتشار می‌یابد که بارگذاری بر وجوه آن عمود باشد.



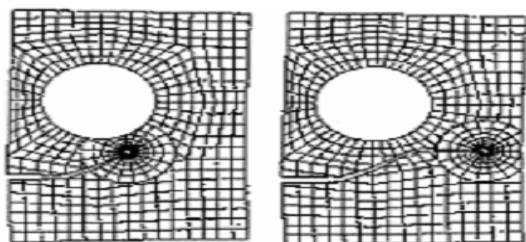
شکل (۲) انتشار ترک مرکزی مایل تحت تنش کششی

در شکل (۴) ترک به علت دور بودن از سوراخ و در نتیجه تاثیر پذیری کمتر ترک از سوراخ، نسبت به حالت اول کمتر به سمت سوراخ متمایل می‌شود و تقریباً با مود اول پیشروی می‌کند. میدان تنش در این حالت نیز در شکل (۶) آورده شده است و همانطور که مشاهده می‌شود، میدان تنش اطراف نوک ترک به علت دور بودن از سوراخ، تاثیر پذیری نداشته و ترک تقریباً با مود اول انتشار می‌یابد.

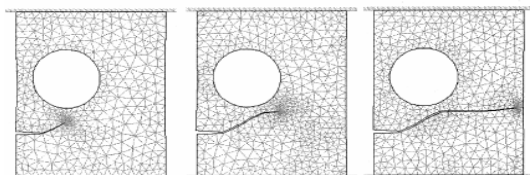
تحلیل‌های رشید [۱۴] و بوچارد [۱۵]، برای به دست آوردن مسیر انتشار ترک در حالی که ترک نزدیک به سوراخ قرار دارد، را می‌توان در شکل (۷) مشاهده کرد.



شکل (۶) میدان تنش فون میز اطراف نوک ترک



M. Rashid

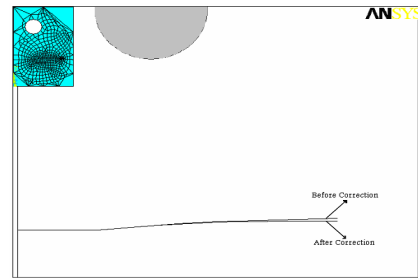


P.O. Bouchard and al.

شکل (۷) انتشار ترک در صفحه سوراخ‌دار [۱۴-۱۵]

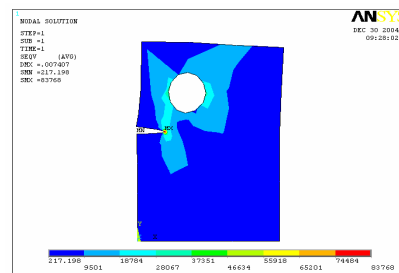
### ۳-۳- بررسی انتشار ترک در مدل صلیبی شکل

مدل مورد بررسی یک صفحه صلیبی شکل با بازوهای مربعی به طول ۸ اینچ است. این مدل دارای یک ترک به طول ۲ اینچ در گوشه داخلی با زاویه ۴۵ درجه طبق شکل (۸) است. مدل تحت چهار نوع بارگذاری متفاوت قرار می‌گیرد،

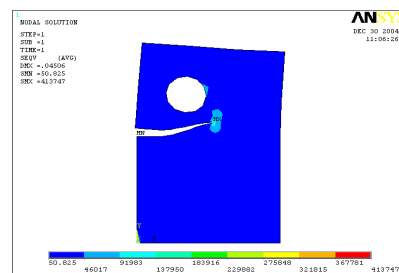


شکل (۴) انتشار ترک دور از سوراخ در صفحه سوراخ‌دار

همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود در حالتی که ترک نزدیک به سوراخ باشد به علت تاثیر پذیری از سوراخ به جای اینکه با مود اول پیشروی کند به سمت سوراخ کشیده می‌شود، ولی بعد از سوراخ به علت اینکه تاثیر سوراخ بر ترک کاسته می‌شود ترک با مود اول پیشروی می‌کند. در شکل (۵) با توجه به میدان تنش اطراف نوک ترک، تاثیر سوراخ بر پیشروی ترک بخوبی مشاهده می‌شود. در شکل (۵-الف) می‌توان تاثیر سوراخ را بر میدان تنش اطراف نوک ترک مشاهده کرد که موجب می‌شود میدان تنش اطراف نوک ترک نا متقارن شده و ترک به سمت بالا، که دارای مقدار تنش بیشتری است، متمایل شود. بعد از شش مرحله پیشروی و دور شدن نوک ترک از سوراخ، تاثیر پذیری آن از سوراخ کمتر شده و همانگونه که در شکل (۵-ب) ملاحظه می‌شود میدان تنش در این حالت تقریباً متقارن می‌شود و ترک با مود اول انتشار می‌یابد.

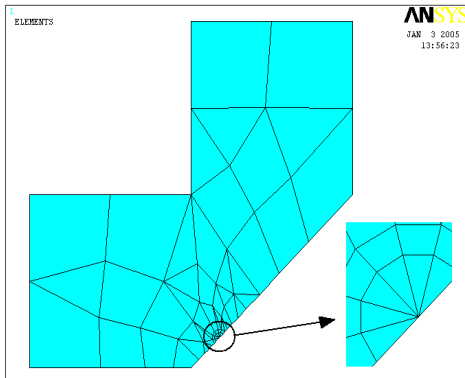


(الف)

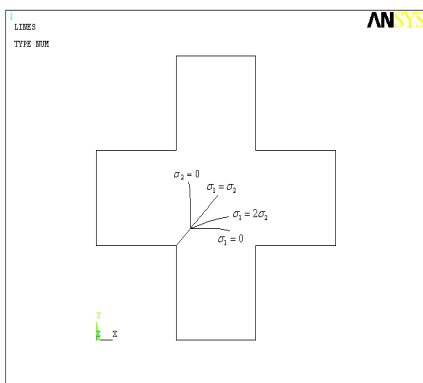


(ب)

شکل (۵) میدان تنش فون میز اطراف نوک ترک نزدیک به سوراخ (الف) قبل از پیشروی (ب) در مرحله ششم پیشروی

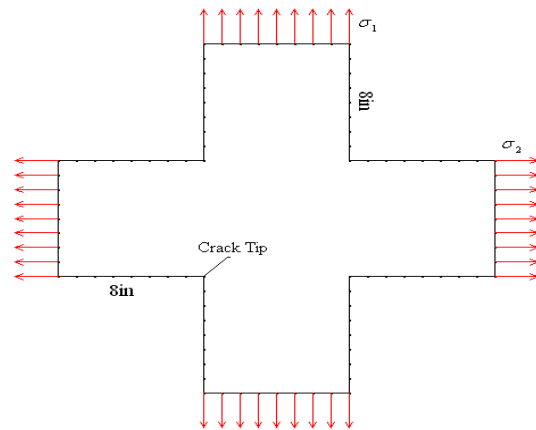


شکل (۹) استفاده از تقارن در مدل صلبی شکل



شکل (۱۰) انتشار ترک در مدل صلبی شکل

این بارگذاری‌ها در جدول (۴) آورده شده‌اند. مدل مورد بررسی از جنس فولاد ماریچینگ ۳۰۰ انتخاب شده است که دارای ضخامت ۱ اینچ است. با توجه به ضخامت و جنس مدل، مسئله باید تحت شرایط کرنش صفحه‌ای تحلیل شود. در مرحله چهارم بارگذاری به علت متقارن بودن بارگذاری و شکل مدل، از شرایط تقارن استفاده شده و نیمی از مدل تحلیل می‌شود (شکل ۹) را ببینید. همانطور که در شکل مشخص است، برآیند دو بارگذاری بر سطح ترک عمود بوده و فقط مود اول بارگذاری وجود دارد و مقدار  $K_{II}$  صفر خواهد شد، بنابراین ترک در همان جهت اولیه یعنی با زاویه ۴۵ درجه انتشار می‌یابد.



شکل (۸) صفحه صلبی ترکدار

جدول (۴) بارگذاری اعمال شده بر مدل صلبی شکل

$\sigma_1 = 0$	مرحله اول بارگذاری
$\sigma_2 = 0$	مرحله دوم بارگذاری
$\sigma_1 = 2\sigma_2$	مرحله سوم بارگذاری
$\sigma_1 = \sigma_2$	مرحله چهارم بارگذاری

با توجه به شکل (۱۰) در مرحله اول بارگذاری، ترک در جهت مود اول انتشار یافته است، به عبارت دیگر ترک در جهتی انتشار یافته که بارگذاری بر وجوه آن عمود باشد. در مرحله دوم بارگذاری نیز مانند مرحله قبلی، ترک در جهتی پیشروی کرده است که بارگذاری بر وجوه آن عمود باشد. در مرحله سوم بارگذاری ترک در جهتی بین دو حالت قبلی انتشار می‌یابد و به علت اینکه  $\sigma_1$  بزرگتر از  $\sigma_2$  است، مسیر انتشار به مسیر مرحله اول بارگذاری نزدیکتر است. در مرحله چهارم بارگذاری، همانطوری که قبلاً نیز اشاره شد، به دلیل اینکه فقط مود اول بارگذاری حاکم است، ترک با زاویه ۴۵ درجه انتشار می‌یابد. مسیرهایی که در این مسئله برای انتشار ترک به دست آمد، با نتایج علی‌آبادی و همکارانش [۱۶] که مسئله را با روش المان مرزی مورد تحلیل قرار داده است، کاملاً مطابق است.

مسیر انتشار ترک با پیشروی ۰/۴ اینچ در ۱۰ مرحله تحت بارگذاری‌های جدول (۴) بررسی شده است که این مسیرها را می‌توان در شکل (۱۰) مشاهده کرد.



trajectory prediction under random stresses, *International Journal of fracture*, Vol. ۴۵, ۱۹۹۰, pp. ۱۹-۳۴.

- [۸] Aliabadi M. H., Young A., Wen P.H., Crack growth analysis for multi – layered airframe structures by boundary element method, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. ۷۱, ۲۰۰۴, pp. ۶۱۹-۶۳۱.

[۹] عباسی، ع، تحلیل مسائل ترک در محدوده الاستیک خطی به روش اجزا محدود با کمک نرم افزار ANSYS، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۸۰.

- [۱۰] Reddy J. N., *An introduction to the finite element method*, Second Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, ۱۹۹۳.

- [۱۱] Gdoutos E. E., *problems of mixed mode crack propagation*, Martinus Nijhoff, Netherlands, ۱۹۸۴.

- [۱۲] Gomez L. H. H., Meza I. S., Calderon, G. U., Balankin, A. S., Susarrey, O., Evaluation of crack initiation angle under mixed mode loading at diverse strain rates, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. ۴۲, ۲۰۰۴, pp. ۵۳-۶۱.

- [۱۳] Parton, V. Z., Morozov, E. M., *Elastic – plastic fracture mechanics*, Mir Publishers, ۱۹۷۸.

- [۱۴] Rashid M. M., The arbitrary local mesh replacement method: An alternative to remeshing for crack propagation analysis, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, Vol. ۱۵۴, ۱۹۹۸, pp. ۱۳۳-۱۵۰.

- [۱۵] Bouchard P. O., Bay F., Chastel Y., Tovina I., Crack propagation modeling using an advanced remeshing technique, *Comput. Methods Appl. Mech. Engg.* Vol. ۱۸۹, ۲۰۰۰, pp. ۷۳۲-۷۴۲.

- [۱۶] Portela A., Aliabadi M. H., Rooke, D. P., Dual boundary element incremental analysis of crack propagation, *Computers and structures*, Vol. ۴۶. No. ۲, ۱۹۹۳, pp. ۲۳۷-۲۴۷.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از علم مکانیک شکست الاستیک خطی، فرایند رشد ترک بر اساس معیار حداکثر تنش اصلی که توسط ضرایب شدت تنش بیان می شود، تحلیل شد. همچنین روشی برای تصحیح جهت انتشار ترک در آنالیز اجزا محدود بیان شده تا بتوان در تحلیل های مختلف یک مسئله با در نظر گرفتن پیشروی های متفاوت ترک، در نهایت مسیر ترک واحدی به دست آورد. بدون استفاده از ضریب تصحیح ترک، با در نظر گرفتن نمو های جزئی به طول های متفاوت، به مسیر رشد یکتایی برای ترک نمی توان رسید، در حالی که زاویه ی تصحیح وابسته به مقدار نمو جزئی ترک بوده و با اعمال ضریب تصحیح، جهت نمو جزئی مماس بر مسیر رشد پیوسته ی ترک خواهد بود. در این مقاله، چند مثال با استفاده از ضریب تصحیح و بدون اعمال ضریب تصحیح حل شده و صحت نتایج به دست آمده با مقایسه با نتایج تجربی و تحلیلی نشان داده شده است.

#### مراجع

- [۱] Aliabadi M. H., Boundary element method, Queen mary, UK, ۲۰۰۲.
- [۲] Tracy D. M., Finite elements for determination of crack tip elastic stress intensity factors, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. ۳, ۱۹۷۱, pp. ۲۵۵-۲۶۵.
- [۳] Fehrl B. D., Truman K. Z., An evaluation of fracture mechanics quarter – point displacement techniques used for computing stress intensity factors, *Engineering Structures*, Vol. ۲۱, ۱۹۹۹, pp. ۴۰۶-۴۱۵.
- [۴] Mahajan R. V., Ravi-Chandar K., An experimental investigation of mixed – mode fracture, *International Journal of fracture*, Vol. ۴۱, ۱۹۸۹, pp. ۲۳۵-۲۵۲.
- [۵] Rethore J., Gravouil A., Combescure A., A stable numerical scheme for the finite element simulation of dynamic crack propagation with remeshing, *Comput. Methods Appl. Mech. Engg.*, Vol. ۱۹۳, ۲۰۰۴, pp. ۴۴۹۳-۴۵۱۰.
- [۶] Kaufman J. G., Moore R. L., Schilling P. E., Fracture toughness of structural aluminum alloys, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. ۲, ۱۹۷۰, pp. ۱۹۷-۲۱۰.
- [۷] Grigoriu M., Saif M. T. A., Borgi S., Ingraffea A. R., mixed mode fracture initiation and