تابستان ۱۳۹۰/ سال چهارم / شماره اول

فصلنامه علمی پژوهشی

مهندسی مکانیک جامدات

www.jsme.ir

فصلنامه علمی پژوهشی
مهندسی مکانیک جامدات

تحلیل رفتار ارتعاشات غیر خطی نانولوله‌های کربنی چندلایه در محیط حرارتی با استفاده از مدل غیرموضعی تیر تیموشنکو

ابوالحسن نظری‌نژاد گیاشی[1،*]، رضا انصاری[2]، حبیب رمضان‌نژاد آزاربنی[3]

[*]نویسنده مسئول:nazarinezhad@iauroudbar.ac.ir

چکیده

در این مقاله بر اساس تئوری غیرموضعی تیر تیموشنکو، مدلی غیر خطی از رفتار ارتعاشاتی نانولوله‌های‌کربنی چند لایه روی بستر الاستیک در محیط حرارتی ارائه می‌شود. با به‌کارگیری تئوری تیر تیموشنکو و تئوری الاستیسیته غیرموضعی ارینگن، اثرات اینرسی و تغییر شکل برشی و نیز اثرات مقیاس کوچک در تحلیل حاضر لحاظ می‌شوند. به منظور مدل کردن نیروی برهم‌کنش بین لایه‌ها، اثر متقابل وندروالسی تمام لایه‌ها بر همدیگر در نظر گرفته شده‌است. از روش هارمونیک بالانس برای حل دستگاه معادلات غیرخطی حاکم بر رفتار سیستم و استخراج تابع فرکانسی تحت شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده استفاده می‌شود. این روش نسبت به روش هارمونیک بالانس جزیی که در مطالعات قبلی مورد استفاده قرار گرفته‌است، ساده‌تر و دارای دقت قابل قبولی می‌باشد. تأثیر پارامترهای هندسی نانولوله مانند تعداد لایه‌ها، نسبت طول به قطر خارجی و شرایط محیطی مانند اثرات ضریب بستر الاستیک، دما و همچنین تأثیر پارامتر غیرموضعی بر فرکانس غیرخطی نانولوله‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. تحلیل ارتعاشات غیرخطی ارائه شده دارای روابط کلی بوده، به‌طوری‌که این روابط قابل استفاده برای نانولوله کربنی با هر تعداد لایه هستند. نتایج بدست آمده برای نانو لوله‌های تک‌لایه، دولایه و سه‌لایه نشان می‌دهند که افزایش در پارامترهایی همچون تعداد لایه‌ها، مقدار ضریب بستر الاستیک، نسبت طول به قطر خارجی و دما باعث کاهش سطوح پاسخ فرکانس غیرخطی شده و فرکانس غیرخطی به سمت فرکانس خطی میل می‌کند. همچنین مقایسه نتایج حاصل از تئوریهای تیر تیموشنکو و تیر اویلر- برنولی نشان می‌دهد که تفاوت پاسخ فرکانسی این دو تئوری در طولهای کوتاه نانولوله بوده و نتایج این دو تئوری در طولهای بلند به سمت یکدیگر همگرا می‌شوند.

واژه‌های کلیدی

نانولوله‌کربنی چندلایه، تئوری غیرموضعی تیموشنکو، روش هارمونیک بالانس، محیط حرارتی.

۱- مربی، دانشگاه آزاداسلامی واحد رودبار.

۲- استادیار، دانشگاه گیلان.

۳- دانشجوی دکتری، دانشگاه گیلان.

۱- مقدمه

کشف نانولوله‌های کربنی در سال ۱۹۹۰ به گسترش علم نانوتکنولوژی و ارائه مقالات و افزایش دانش فنی و مهندسی این شاخه از علم منجر شده‌است[۱]. خواص منحصر به‌فرد نانولوله‌های کربنی باعث شده‌است تا این‌گونه نانوسازه‌ها به‌طور گسترده‌ای در نانوالکترونیک، نانوابزارها و نانوکامپوزیتها کاربرد داشته‌باشند [۲-۵]. از ویژگی‌های منحصر به‌فرد نانولوله‌های کربنی، خواص مکانیکی چشمگیر آنها است [۶-۸] به‌طور مثال سفتی نانولوله‌های کربنی صد برابر سفتی فولاد بوده در حالیکه وزنشان یک ششم وزن فولاد است.

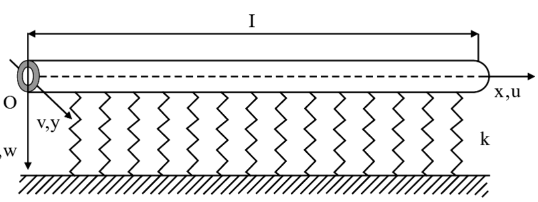
بر اساس مکانیک محیط‌های پیوسته، شماری از محققان برای مدل کردن رفتارهای مکانیکی نانوسازه‌ها از تئوریهای تیر [۹-۱۸] و پوسته [۱۹-۲۰] استفاده کرده‌اند. در تئوریهای کلاسیک تیر و پوسته از اثرات اندازه در مقیاسهای کوچک صرف‌نظر می‌شود. اما، در تئوری غیرموضعی ارائه شده توسط ارینگن [۲۱-۲۲]، بر خلاف مکانیک پیوسته کلاسیک، تانسور تنش در یک نقطه مرجع تنها به تانسور کرنش در آن نقطه وابسته نیست، بلکه تابعی از تانسور کرنش در تمامی نقاط ماده است. این امر سبب در نظر گرفتن طول مشخصه داخلی و لحاظ کردن طبیعت غیرپیوسته نانوسازه می‌شود. با بیان این نظریه، تحلیل‌های مختلفی شامل تحلیل‌های ارتعاشاتی و کمانشی روی نانوسازه‌ها در محدوده رفتار خطی انجام شده‌است [۱۲،۱۵،۱۹-۲۰].

مروری بر مقالات ارائه شده در دبیره نشان می‌دهد که اکثراً رفتار مکانیکی نانولوله‌های کربنی تک‌لایه و دولایه مورد توجه محققان بوده است. همچنین معادلات ارائه شده کلی نبوده و قابلیت کاربرد برای تحلیل نانولوله‌های چندلایه را دارا نیستند. علاوه بر این، در مورد نانولوله‌های چندلایه که نیروهای وندروالسی بر روی رفتار مکانیکی آنها مؤثرند، در مدلهای به‌کار گرفته‌شده موجود نیروی وندروالسی فقط بین لایه‌های مجاور در نظر گرفته‌شده‌است و از اثر نیروهای وندروالسی لایه‌های غیرمجاور صرفنظر می‌شود.

انصاری و همکاران مدل موضعی (کلاسیک) تیر اویلر- برنولی برای تحلیل رفتار ارتعاشات غیرخطی نانولوله‌های کربنی در محیط حرارتی به‌کار گرفته شده است. [۲۳] همچنین، روش حل ارائه شده در مقاله مذکور، روش هارمونیک بالانس جزیی است. مدل تیر تیموشنکو با توجه به در نظر گرفتن اثرات اینرسی و تغییرشکل برشی مدلی کامل‌تر نسبت به مدل تیر اویلر- برنولی به شمار می‌رود. همچنین، همانگونه که پیشتر اشاره شد، تئوریهای کلاسیک قادر به درنظرگرفتن اثرات اندازه کوچک نیستند. از این‌رو، هدف اصلی از ارائه این مقاله، بسط سیستماتیک مدل غیرموضعی تیر تیموشنکو برای مطالعه ارتعاشات غیر خطی نانولوله‌های کربنی چندلایه روی بستر الاستیک در محیط حرارتی است. از طرفی روش به‌کار گرفته شده برای استخراج فرکانس غیرخطی، روش هارمونیک بالانس است که بسیار ساده‌تر و دارای دقت کافی نسبت به روش هارمونیک بالانس جزیی بوده و برای اولین بار برای محاسبه فرکانس غیر خطی نانولوله‌های کربنی مورد استفاده قرار می‌گیرد. با به‌کارگیری روش هارمونیک بالانس، دستگاه معادلات مورد نیاز برای محاسبه فرکانس غیرخطی به‌صورت تابعی از دامنه برای نانولوله‌کربنی با هر تعداد لایه به‌صورت کلی استخراج می‌شود. در این مقاله، اثرات پارامتر غیرموضعی، ضریب بستر الاستیک، دما، نسبت طول به قطر خارجی و تعداد لایه‌ها بر پاسخ فرکانسی مورد بررسی قرار می‌گیرد. همچنین نتایج حاصل از دو تئوری تیر اویلر- برنولی و تیموشنکو نیز با هم مقایسه می‌شوند. لازم به ذکر است که بر پایه مدل توسعه یافته در این تحقیق، اثر وندروالسی متقابل تمام لایه‌ها روی یکدیگر لحاظ می‌شود.

۲- معادلات حاکم

شکل (۱) یک نانولوله‌کربنی با طول L، مدول یانگ E، چگالی ρ و سطح مقطع A را روی بستر الاستیک نشان می‌دهد.



شکل (۱) شماتیک یک نانولوله کربنی چند لایه روی بستر الاستیک [۱۰].

با توجه به تئوری غیرموضعی تیر تیموشنکو، معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار غیر خطی سیستم به‌صورت زیر بیان می‌شود[۱۱]:

$$\rho I(1-(e_0a)^2\nabla^2)\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}-EI\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+kGA(\frac{\partial w}{\partial x}+\psi)=0$$

$$\rho A\left(1-(e_0a)^2\nabla^2)\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}-kGA\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)-\frac{EA}{2l}\left(\int_0^l\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2dx+N_t\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)=P(x,t) \quad (1)$$

در رابطه (۱) $P(x,t)$ می‌تواند اثر فشار ناشی از عکس‌العمل نیروهای وندروالسی و یا عکس‌العمل بین لوله و بستر الاستیک با توجه به مدل وینکلر باشد. عکس‌العمل وندروالسی به صورت زیر تعریف می‌شود

$$p_i(x,t)=\sum_{j=1,j\neq i}^{n}c_{ij}(1-(e_0a)^2\nabla^2)(w_i-w_j) \quad (2)$$

c_{ij} ضریب وندروالسی بوده و از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$c_{ij}=\left[\frac{1001\pi\varepsilon\sigma^{12}}{3a^4}E_{ij}^{13}-\frac{1120\pi\varepsilon\sigma^{6}}{9a^4}E_{ij}^{7}\right]R_j \quad (3)$$

در این رابطه $a=1.42A$ طول پیوند کربن-کربن σ عمق پتانسیل، ε پارامتری که با فاصله تعادل بدست می‌آید، R_j شعاع jامین لایه و E_{ij}^m با مقدار عددی طبیعی برای m به‌صورت انتگرال زیر بیان‌می‌شود

$$E_{ij}^m=(R_j+R_i)^{-m}\int_0^{\pi/2}\left[1-\frac{4R_jR_i}{(R_j+R_i)^2}\cos^2\theta\right]^{\frac{m}{2}}d\theta \quad (4)$$

و هرگاه $p(x,t)$ عکس‌العمل بین لوله و بستر الاستیک در راستای عرضی باشد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p(x,t)=-k(1-(e_0a)^2\nabla^2)_w \quad (5)$$

علامت منفی در رابطه (۵) به خاطر فشاری است که از طرف بسترالاستیک در خلاف جهت جابه‌جایی نانولوله وارد شده که k ضریب بستر الاستیک است. همچنین نیروی ناشی از دما نیز به‌صورت $N_t=\frac{EA}{1-2\upsilon}a_xT$ تعریف شده که در آن a_x ضریب نفوذ دمایی در راستای x، T دما و υ ضریب پواسون می‌باشد. دستگاه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیرخطی حاکم بر رفتار نانولوله به‌صورت تابعی از زمان و جابه‌جایی به‌دست می‌آید:

$$\rho I_1\mu\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-EI_1\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}+k_1GA_1(\frac{\partial w_1}{\partial x}+\psi)=0$$

$$\rho A_1\mu\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}-k_1GA_1(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}+\frac{\partial w_1}{\partial x})=\frac{EA_1}{2l}(\int_0^l(\frac{\partial w_1}{\partial x})^2dx+N_t^1)\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}+\mu\sum_{j=1,j\neq 1}^{n}c_{1j}(w_j-w_1)$$

$$\vdots$$

$$\rho I_i\mu\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-EI_1\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}+k_1GA_1(\frac{\partial w_1}{\partial x}+\psi)=0$$

$$\rho A_i\mu\frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2}-k_iGA_i(\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}+\frac{\partial w_1}{\partial x})=\frac{EA_1}{2l}(\int_0^l(\frac{\partial w_1}{\partial x})^2dx+N_t^1)\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2})+\mu\sum_{j=1,j\neq 1}^{n}c_{1j}(w_j-w_i)$$

$$\vdots$$

$$\rho I_n\mu\frac{\partial^2\psi_1}{\partial t^2}-EI_n\frac{\partial^2\psi_n}{\partial x^2}+k_nGA_n(\frac{\partial w_n}{\partial x}+\psi_n)=0$$

$$\rho A_n\mu\frac{\partial^2 w_n}{\partial t^2}-k_nGA_n(\frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2}+\frac{\partial w_n}{\partial x})+k\mu w_n=\frac{EA_n}{2l}(\int_0^l(\frac{\partial w_n}{\partial x})^2dx+N_t^n)\frac{\partial w_n}{\partial x^2})+\mu\sum_{j=1\,j\neq n}^{n}c_{nj}(w_j-w_n) \quad (6)$$

که

$$\mu=(1-(e_0a)^2\nabla^2)$$

برای شرط مرزی ساده می‌توان توابع جابه‌جایی و شیب را می‌توان به‌صورت زیر در نظر گرفت:

$$\psi_i(x,t)=\frac{\psi_i(t)\cos m\pi x}{l} \text{ و } W_i(x,t)=\frac{W_i(x)\sin m\pi x}{l}$$

این توابع سازگار با شرط مرزی می‌باشد. با اعمال این توابع، دسته معادلات حاکم (۶) به‌صورت دسته معادلات مستقل از x و وابسته به زمان استخراج می‌شوند:

$$\frac{d^2\psi_1}{dt^2}+(\frac{\pi^2E}{\beta l^2}+\frac{k_1GA_1}{\beta I_1})\psi_1+\frac{\pi k_1GA_1}{\beta I_1 l}w_1=0$$

$$\frac{d^2\psi_1}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2k_1G}{\beta l^2}+\frac{\pi^2N_t^1}{\beta A_1l^2}+\sum_{j=1,j\neq 1}^{n}\frac{c_{1j}}{\beta A_1}\right)w_1+\frac{\pi k_1G}{\beta l}\psi_1+\frac{\pi^4E}{4\beta l^4}w_1^3-\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\frac{c_{ij}}{\eta A_i}w_j=0$$

$$\vdots$$

$$\frac{d^2\psi_i}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 E}{\beta l^2}+\frac{k_1 GA_i}{\beta I_i}\right)\psi_i+\frac{\pi k_i GA_i}{\beta I_i l}w_i=0$$

$$\frac{d^2 W_i}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 k_i G}{\beta l^2}+\frac{\pi^2 N_t^i}{\beta A_1 l^2}+\sum_{j=1,\, j\neq 1}^{n}\frac{c_{ij}}{\beta A_i}\right)W_i+$$

$$\frac{\pi k_i G}{\beta l}\psi_i+\frac{\pi^4 E}{4\beta l^4}W_i^3-\sum_{j=1,\, j\neq 1}^{n}\frac{c_{ij}}{\beta A_i}W_j=0$$

.
.
.

$$\frac{d^2\psi_n}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 E}{\beta l^2}+\frac{k_n GA_1}{\beta I_n}\right)\psi_n+\frac{\pi k_n GA_n}{\beta I_n l}w_n=0$$

.
.
.

$$\frac{d^2 W_n}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 k_n G}{\beta l^2}+\frac{\pi^2 N_t^n}{\beta A_n l^2}\right.$$

$$\left.+\sum_{j=1,\, j\neq n}^{n}\frac{c_{nj}}{\beta A_n}+\frac{K}{\beta A_n}\right)W_n$$

$$+\frac{\pi k_n G}{\beta l}\psi_n+\frac{\pi^4 E}{4\beta l^4}W_n^3-\sum_{j=1,\, j\neq n}^{n}\frac{c_{nj}}{\beta A_n}W_j=0$$

(۷)

که

$$\beta=\left(1+\left(e_0 a\frac{\pi}{l}\right)^2\right)$$

۳- روش حل هارمونیک بالانس

دستگاه معادلات (۷) را که برای یک نانولوله N لایه به‌دست‌آمده است می‌توان به‌صورت فشرده شده به‌صورت زیر بیان کرد.

$$\frac{d^2\psi_i}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 E}{\eta l^2}+\frac{k_i GA_i}{\eta I_i}\right)\psi_i+\frac{\pi K_i GA_i}{\eta I_i l}W_i=0$$

$$\frac{d^2 W_i}{dt^2}+\left(\frac{\pi^2 K_i G}{\eta l^2}+\frac{\pi^2 N_t^i}{\eta A_i l^2}+\frac{k}{\eta A_n}+\sum_{j=1,\, j\neq 1}^{n}\frac{c_{1j}}{\beta A_1}\right)W_i$$

$$+\frac{\pi K_i G}{\eta l}\psi_i+\frac{\pi^4 E}{4\eta l^4}W_i^3-\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n}\frac{c_{ij}}{\eta A_i}W_j=0 \qquad (۸)$$

با بکارگیری پارامترهای بی بعد به صورت زیر:

$$\omega_i=\sqrt{\frac{\pi^2 E}{\eta l^2}}\quad,\quad \omega_s^i=\sqrt{\frac{K_i GA_i}{\eta I_i}}\quad,\quad \omega_r^i=\sqrt{\frac{\pi K_i G}{\eta l}}$$

$$\omega_T^i=\sqrt{\frac{\pi^2 N_t^i}{\eta A_i l^2}}\quad,\quad \omega_k=\sqrt{\frac{k}{\eta A_n}}\quad,\quad \omega_c^{ij}=\sqrt{\frac{c_{ij}}{\eta A_i}}$$

$$\tau=\omega t \qquad,\qquad \alpha=\frac{\pi^2}{4l^2}$$

معادله (۸) به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\omega^2\overline{\psi}_i+((\omega_i^2)+(\omega_s^i)^2)\psi_i+\frac{\pi}{l}(\omega_s^i)^2 W_i=0$$

$$\omega^2\overline{W}_i+\left(\frac{\pi}{l}(\omega_r^i)^2+(\omega_T^i)^2+(\omega_k^2)\delta_{in}+\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})^2\right)W_i$$

$$+(\omega_r^i)^2\psi_i+\alpha\,\omega_l^2 W_i^3-\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})^2 W_j=0 \qquad (۹)$$

همانطور که قبلاً اشاره شد یکی از اهداف این مقاله بکارگیری روش هارمونیک بالانس برای حل دستگاه معادلات غیرخطی حاکم بر رفتار نانولوله‌های چندلایه می‌باشد. در این روش فرض می‌شود که با توجه به ماهیت هارمونیک بودن رفتار نانولوله‌های چندلایه، حل دستگاه معادلات (۹) از سری فوریه زیر پیروی کند:

$$\begin{aligned}\psi_i(\tau)&=\Lambda_i\cos\tau+\Lambda_{i+n}\cos 3\tau\\ W_i(\tau)&=\Gamma_i\cos\tau+\Gamma_{i+n}\cos 3\tau\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

با قرار دادن حل فرضی بیان شده در رابطه (۱۰) در دستگاه معادلات (۹) و بسط هر یک از جملات سری فوریه و برابر قرار دادن ضرایب جملات مشابه هارمونیک، ضرایب $\cos\tau$ و $\cos 3\tau$، که اساس روش هارمونیک بالانس است، معادلات جبری زیر قابل استخراج است

$$-\omega^2\Lambda_i+((\omega_l^2)+(\omega_s^i)^2)\Lambda_i+\frac{\pi}{l}(\omega_s^i)^2\Gamma_i=0$$

$$-\omega^2\Gamma_i+\left(\frac{\pi}{l}(\omega_r^i)^2+(\omega_T^i)^2+(\omega_k^2)\delta_{in}\right.$$

$$\left.+\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})^2\right)\Gamma_i+(\omega_r^i)^2\Lambda_i$$

$$+\alpha\omega_l^2\left(\frac{3}{4}\Gamma_i^2\Gamma_{i+n}+\frac{3}{2}\Gamma_{i+n}^2\Gamma_i+\frac{3}{4}\Gamma_i^3\right)$$

$$-\sum_{j=1,\, j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})^2\Gamma_{j+n}=0 \qquad (۱۱)$$

$$-9\omega^2\Lambda_{i+n} + ((\omega_l^2)+(\omega_s^i)^2)\Lambda_{i+n} + \frac{\pi}{l}(\omega_s^i)^2\Gamma_{i+n} = 0$$

$$-9\omega^2\Gamma_{i+n} + \left(\frac{\pi}{l}(\omega_r^i)^2 + (\omega_k^2)\delta_{in} \sum_{j=1,j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})^2\right)\Gamma_{i+n} + (\omega_r^i)^2\Lambda_{i+n}$$

$$+\alpha\,\omega_l^2\left(\frac{3}{2}\Gamma_i^2\Gamma_{i+n}+\frac{1}{4}\Gamma_i^3+\frac{3}{4}\Gamma_{i+n}^3\right)$$

$$\sum_{j=1,j\neq i}^{n}(\omega_c^{ij})\;\Gamma_{j+n} = 0 \qquad (12)$$

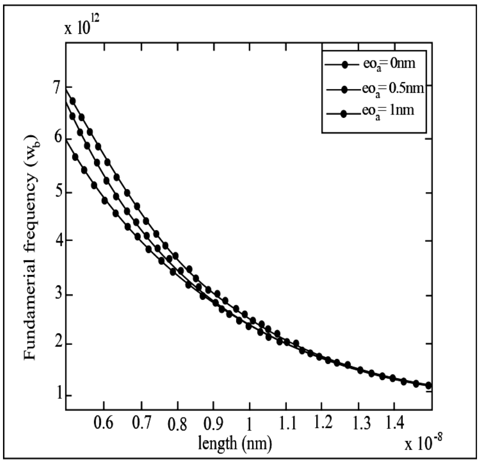
معادلات غیرخطی ارایه شده در روابط (۱۱) و(۱۲) را می‌توان به‌ازای مقداری مشخص از Γ_1 برای $\omega, \Lambda_i, \Lambda_{i+n}, i=1,2,...,n$ و $\Gamma_i, \Gamma_{i+n}, i=2,3,...,n$ حل کرد.

٤- پاسخ فرکانس غیر خطی برای نانولوله

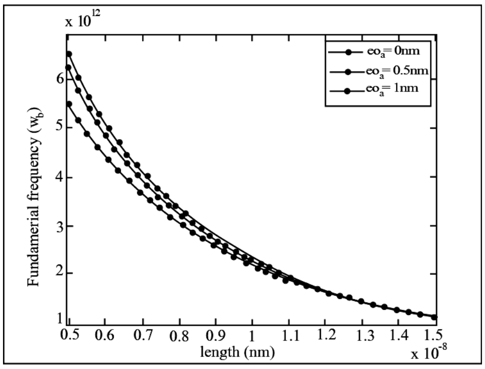
نانولوله‌کربنی مورد مطالعه دارای مدول الاستیسیته $E=1/1\,TPa$، ضریب برشی $k_i = 0/6$، ، چگالی $\rho = 1300\,kg/m^3$، طول $l=45\,nm$، قطر خارجی $d_\circ = 3\,nm$، قطر داخلی $d_i = 3\,nm$، ضخامت $t=0/34\,nm$، ضریب نفوذ $\alpha_x = 1/6\times10^{-6}K^{-1}$، ضریب پواسون $\nu = 0/3$، دما $T=50^\circ C$ و ضریب بستر الاستیک برابر $k=10^7\,N/m^2$ است.

شکلهای (۲) تا (۴) مقایسه بین مدل موضعی و غیرموضعی تیر تیموشنکو را به ترتیب برای نانوله کربنی تک‌لایه، دولایه و سه‌لایه نشان می‌دهد.

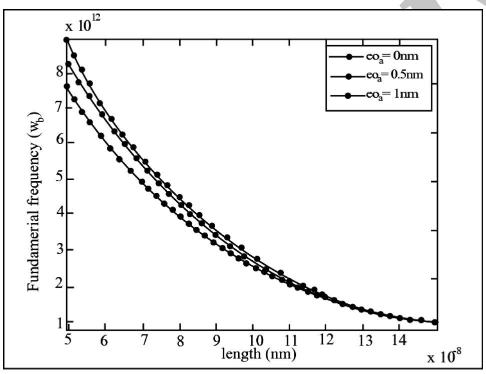
در این نمودارها فرکانس پایه بر حسب طول نانولوله کربنی نشان داده شده است. مطابق این نمودارها برای طول‌های نسبتاً بلند، دو مدل موضعی و غیرموضعی تیر تیموشنکو دارای فرکانسهای برابر بوده و تأثیر پارامتر غیرموضعی در طولهای کوتاه مشاهده می‌شود. همچنین با افزایش مقدار پارامتر غیرموضعی، مقدار فرکانس پایه سطوح پایین‌تری را به خود اختصاص می‌دهد.



شکل (۲) تأثیر پارامتر غیر موضعی بر فرکانس پایه نانولوله تک لایه.



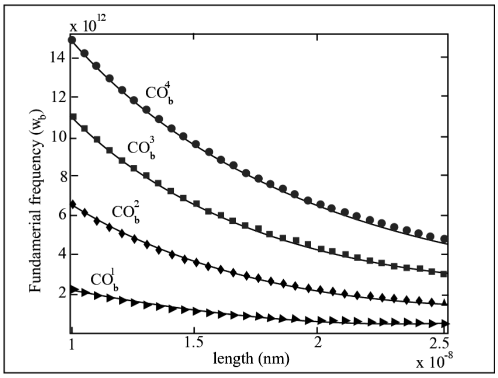
شکل(۳) تأثیر پارامتر غیر موضعی بر فرکانس پایه نانولوله دو لایه .



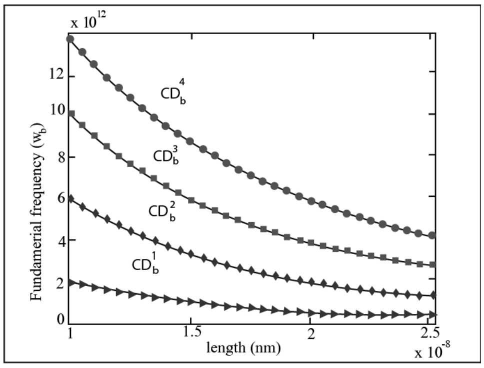
شکل(۴) تأثیر پارامتر غیر موضعی بر فرکانس پایه نانولوله سه لایه.

رفتار چهار فرکانس پایه اول نانولوله‌های کربنی تک‌لایه، دولایه، سه‌لایه بر حسب طول نانولوله به ترتیب در شکل‌های (۵) تا (۷) نشان داده شده است.

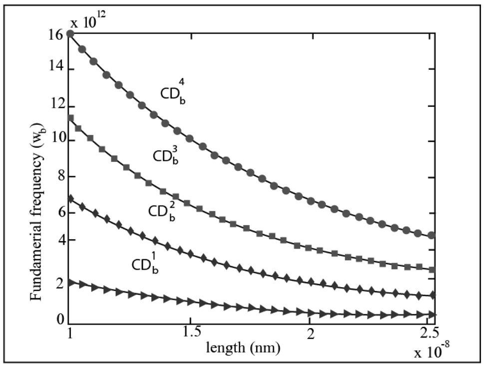
اختلاف بین این مقادیر در طول‌های کوتاه زیاد بوده و با افزایش طول اختلاف بین سطوح فرکانسهای پایه اول تا چهارم کاهش می‌یابد. در این نمودارها $e_\circ a = 0/5\,nm$ است.



شکل(۵) تأثیر افزایش مود بر فرکانس پایه نانولوله تک لایه .



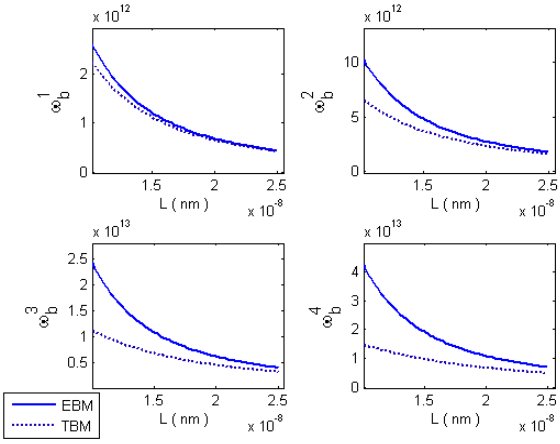
شکل(۶) تأثیر افزایش مود بر فرکانس پایه نانولوله دو لایه .



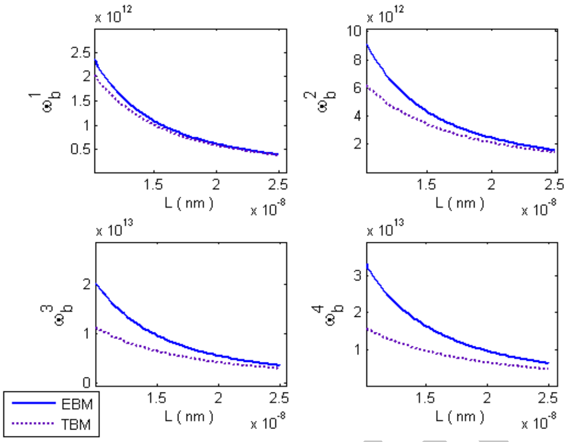
شکل(۷) تأثیر افزایش مود بر فرکانس پایه نانولوله سه لایه .

نمودارهای (۸) تا (۱۰) مقایسه رفتار چهار فرکانس پایه را بین دو مدل تیر اویلر- برنولی و تیموشنکو برای نانولوله‌های کربنی تک‌لایه، دولایه و سه‌لایه نشان می‌دهد.

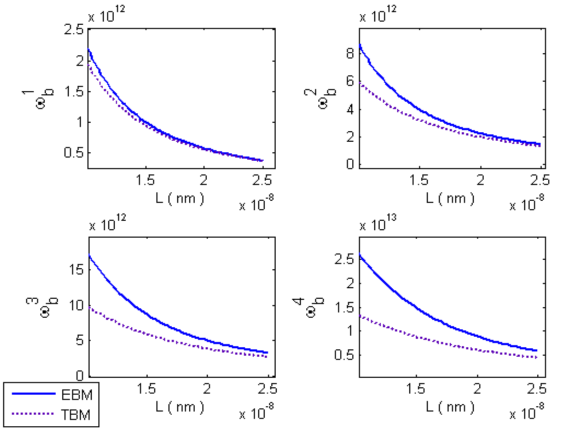
برای نانولوله‌های کربنی بلند دو مدل رفتاری یکسان داشته در حالیکه در طولهای کوتاه به‌خاطر عدم در نظر گرفتن اثرات تغییرشکل برشی و اینرسی در مدل تیر اویلر- برنولی، این مدل نسبت به مدل تیر تیموشنکو تخمین بالاتری را برای فرکانسهای پایه ارایه می‌کند.



شکل(۸) مقایسه بین مدل تیر اویلر- برنولی و تیموشنکو در تخمین چهار فرکانس پایه برای نانولوله کربنی تک‌لایه.

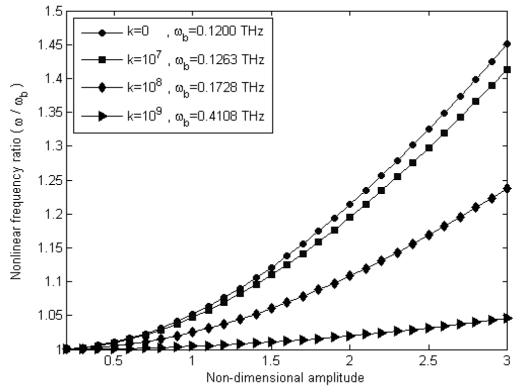


شکل(۹) مقایسه بین مدل تیر اویلر-برنولی و تیموشنکو در تخمین چهار فرکانس پایه برای نانولوله کربنی دولایه.

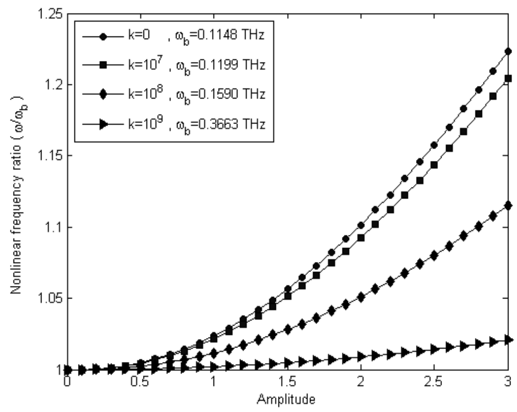


شکل(۱۰) مقایسه بین مدل تیر اویلر- برنولی و تیموشنکو در تخمین چهار فرکانس پایه برای نانولوله کربنی سه‌لایه.

تأثیر ضریب سفتی بستر الاستیک بر فرکانس غیرخطی نانولوله دولایه و سه لایه به ترتیب در شکل‌های (۱۱) و (۱۲) نشان داده شده‌است. با توجه به این نمودارها با افزایش مقدار ضریب بستر الاستیک نرخ نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی با افزایش دامنه کاهش می‌یابد و بستر با ضریب الاستیک بیشتر رفتار غیر خطی سیستم را به سمت رفتار خطی میل می‌دهد.

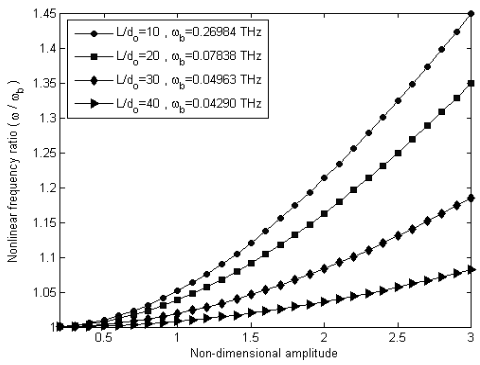


شکل (۱۱) تأثیر ضریب بستر الاستیک بر پاسخ فرکانس غیر خطی برای نانولوله کربنی دولایه.

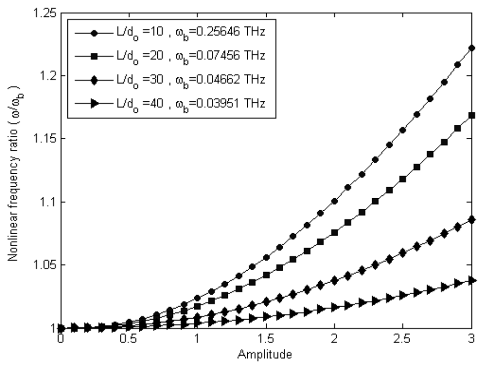


شکل (۱۲) تأثیر ضریب بستر الاستیک بر پاسخ فرکانس غیر خطی برای نانولوله کربنی سه‌لایه.

همچنین شکل‌های (۱۳) و (۱۴) نیز تأثیر نسبت طول به قطر خارجی را بر نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی برای نانولوله دولایه و سه‌لایه نشان می‌دهد. در این نمودارها نیز با افزایش نسبت طول به قطر خارجی، فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی نزدیک می‌شود. بدین معنا که برای نسبت طول به قطر خارجی بزرگ می‌توان از اثر غیرخطی صرف‌نظر کرد.

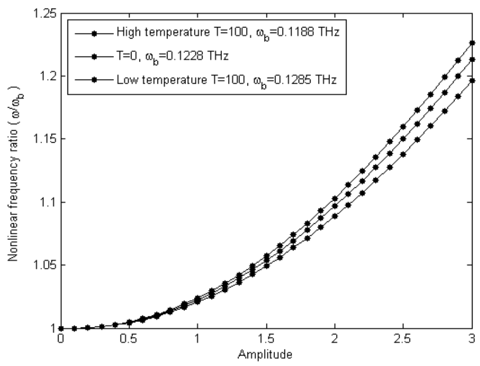


شکل(۱۳) تأثیر نسبت طول به قطر خارجی بر پاسخ فرکانس غیر خطی برای نانولوله کربنی دولایه .



شکل(۱۴) تأثیر نسبت طول به قطر خارجی بر پاسخ فرکانس غیر خطی برای نانولوله کربنی سه‌لایه

اثر دمای پایین و بالا نیز روی نانولوله کربنی سه‌لایه در شکل (۱۵) نشان داده شده است. در حالت دما بالا که ضریب نفوذ $\alpha_x = -۱/۱\times۱۰^{-۶} K^{-۱}$ است، نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی سطح بالاتری را نسبت به دمای صفر و دمای پایین با ضریب نفوذ $\alpha_x = ۱/۶\times۱۰^{-۶} K^{-۱}$ به خود اختصاص می‌دهد.



شکل(۱۵) تأثیر دما بالا ($\alpha_x = -۱/۱\times۱۰^{-۶} K^{-۱}$)و دما پایین ($\alpha_x = -۱/۱\times۱۰^{-۶} K^{-۱}$) روی فرکانس غیرخطی برای نانولوله کربنی سه‌لایه

۵- نتیجه گیری

در این مقاله بر اساس تئوری غیرموضعی تیر تیموشنکو، معادلات دیفرانسیل جزیی غیرخطی حاکم بر رفتار دینامیکی نانولوله‌های کربنی چندلایه به صورت کلی استخراج شدند و با به‌کارگیری روش هارمونیک بالانس و تابع شکل متناسب با شرایط مرزی تکیه‌گاه ساده، معادلات دیفرانسیل معمولی تابع زمان به‌دست آمدند. برخلاف مطالعات گذشته، در این مقاله به منظور مدل کردن نیروی برهم‌کنش بین لایه‌ها، اثر متقابل وندروالسی تمام لایه‌ها بر همدیگر در نظر گرفته شد. با توجه به در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی در تئوری تیر تیموشنکو، در این تئوری مدلی کامل‌تر از رفتار نانولوله نسبت به مدل تیر اویلر- برنولی ارائه می‌شود. مقایسه این دو تئوری نشان می‌دهد که در طولهای کوتاه اثرات تغییر شکل برشی واینرسی کاملاً محسوس بوده و مدل تیر تیموشنکو تخمین پایین‌تری را نسبت به مدل تیر اویلر- برنولی ارایه می‌دهد. ولی با افزایش طول نانولوله، پاسخ فرکانسی این دو مدل به یکدیگر همگرا می‌شوند. همچنین اثر پارامترهای هندسی نانولوله‌کربنی مانند نسبت طول به قطر خارجی، تعداد لایه،هچنین اثرات محیطی حاکم مانند ضریب بستر الاستیک، دما و اثر پارامتر غیرموضعی بر پاسخ فرکانسی نانولوله‌های تک‌لایه، دولایه و سه‌لایه مورد بررسی قرار گرفتند. با توجه به نتایج حاصل، با افزایش تعداد لایه‌ها، نسبت طول به قطر خارجی، ضریب بستر الاستیک و دما پاسخ فرکانسی سطوح پایین‌تری را به خود اختصاص می‌دهد. به عبارت دیگر، نسبت فرکانس غیرخطی به فرکانس خطی نزدیک شده و رفتار غیرخطی نانولوله‌کربنی به رفتار خطی میل می‌کند. با افزایش پارامتر غیرموضعی نیز فرکانس پایه به‌ازای طول‌های کوتاه سطوح پایین‌تری را به خود اختصاص داده ولی با افزایش طول تأثیر این پارامتر قابل صرف‌نظرکردن است.

فهرست علائم

طول	$L\,(m)$
ضخامت	$t\,(m)$
چگالی	$\rho(kg/m^3)$
سطح مقطع	$A(m^2)$
شعاع jامین لایه	$R_j\,(m)$
مدول یانگ	$E(N/m^2)$
ضریب پواسون	υ
ضریب بستر الاستیک	$K(N/m^2)$
ضریب وندروالسی	$c_{ij}\,(N/m^2)$
دما	$T(^\circ C)$
ضریب نفوذ دمایی در راستای x	$\alpha_x(K^{-1})$
نیرو ناشی از دما	$N_t\,(N)$
فرکانس	$\omega(rad/s)$
مدول برشی	$G(N/m^2)$
ضریب برشی	k_i

مراجع

[1] Iijima S., Helical microtubes of graphitic carbon, *Nature*, 354, 1991, pp. 56-58.

[2] Baughman R.H. , Carbon nanotubes actuators, *Science*, 284, 1991, pp. 1340–4.

[3] Tsukagoshi K., Yoneya N., Uryu S., Aoyagi Y., Kanda A., Ootuka Y., Carbon nanotube devices for electronics, *Physica B*, 323(1–4), 2002, pp. 107–14.

[4] Baughman R.H., Zakhidov A.A., de Heer W.A., Carbon nanotubes – the route toward applications, *Science*, 297, 2002, pp. 787–92.

[5] Choi W.B., Bae E., Kang D., Chae S., Cheong B., Ko J., Aligned carbon nanotubes for nanoelectronics, *Nanotechnology*, 15, 2004, pp. 512–6.

[6] Iijima S., Brabec C., Maiti A., Bernholc J., Structural flexibility of carbon nanotube, *J. Chem. Phys.*, 104, 1996, pp. 2089-92.

[7] Yakobson B.I., Campbell M.P., Brabec C.J., Bernholc J., High strain rate fracture and C-chain unraveling in carbon nanotubes, *Comput. Mater. Sci.*, 8, 1997, pp. 341–8.

[8] Hernandez E., Goze C., Bernier P., Rubio A., Elastic properties of C and BxCyNz composite nanotubes, *Phys. Rev. Lett*., 80, 1998, pp. 4502–5.

[9] Yoon J., Ru C.Q., Mioduchowski A., *Timoshenko-beam effects on transverse wave propagation in carbon nanotubes*, Compos Part B, 35, 2004, pp. 87–93.

[10] Fu Y.M., Hong J.W.,Wang X.Q., Analysis of nonlinear vibration for embedded carbon nanotubes, *Journal Sound and Vibration*, 296, 2006, pp. 746-56.

[11] Wang C.M., Tan V.B.C., Zhang Y.Y., Timoshenko beam model for vibration analysis of multi-walled carbon nanotubes, *Journal Sound and Vibration*, 294, 2006, pp.1060–72.

[12] Wang Q., Varadan V.K., Quek S.T., Small scale effect on elastic buckling of carbon nanotubes with nonlocal continuum models, *Phys. Lett. A*, 357,2006, pp. 130-5.

[13] Hsu J.C., Chang R.P., Chang W.J., Resonance frequency of chiral single-walled carbon nanotubes using Timoshenko beam theory, *Phys. Lett. A.*, 372, 2008, pp. 2757-9.

[14] Zhang Y.Q., Liu X., Zhao J.H., Influence of temperature change on column buckling of multiwalled carbon nanotubes, *Phys. Lett. A.*, 372, 2008, pp. 1676-81.

[15] Aydogdu M., *A general nonlocal beam theory its application to nano beam bending, buckling and vibration*, *Physica E.*, 41, 2009, pp. 1651–5.

[16] Zhang Y.Y., Wang C.M., Tan V.B.C, Assessment of Timoshenko Beam Models for Vibrational Behavior of Single-Walled Carbon Nanotubes using Molecular Dynamics, *Adv. Appl. Math. Mech.*, 1, 2009, pp. 89-106.

[17] Lee H.L., Chang W.J., A closed-form solution for critical buckling temperature of a single-walled carbon nanotube, *Physica E*, 41, 2009, pp. 1492–4.

[18] Ansari R., Hemmatnezhad M., Ramezannezhad H., Application of HPM to the nonlinear vibrations of multiwalled carbon nanotubes, *Numer. Meth. Part. Diff. Eq.*, 26, 2010, pp. 490–500.

[19] Hu Y.G., Liew K.M., Wang Q., He X.Q., Yakobson, B.I., Nonlocal shell model for elastic wave propagation in single- and double-walled carbon nanotubes, *J. Mech. Phys. Solids*, 56, 2008, pp. 3475-85.

[20] Arash B., Ansari R., Evaluation of nonlocal parameter in the vibrations of single-walled carbon nanotubes with initial strain, *Physica E*, 42, 2010, pp.2058-64.

[21] Eringen A.C., On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, J. Appl. Phys., 54, 1983, pp. 4703–10.

[22] Eringen A.C., Nonlocal Continuum Field Theories, Springer New York, 2002.

[۲۳] انصاری ر.، رمضان نژاد ح.، تحلیل ارتعاشات غیرخطی نانولوله‌های کربنی چندلایه روی بستر الاستیک در محیط حرارتی، *فصلنامه علمی پژوهشی مهندسی مکانیک جامدات دانشگاه آزاد خمینی شهر*، شماره چهارم، زمستان ۱۳۸۷.