



تأثیر هندسه شیار مورب U شکل بر نسبت مودها در مود ترکیبی I و II

احسان براتی^{۱*}

* نویسنده مسئول : e_barati@mut-es.ac.ir

واژه‌های کلیدی	چکیده
<p>شیار مورب U شکل، مود ترکیبی، نسبت مودها، المان محدود.</p>	<p>در شیارهای مورب، امکان وقوع مود ترکیبی I و II بیشتر می‌شود. همچنین نسبت مود II به مود I در حالت کلی نسبت به شیار مستقیم افزایش می‌یابد. در این تحقیق، تأثیر هندسه شیار یعنی عمق شیار، زاویه شیار، شعاع انتهای شیار، و موقعیت شیار نسبت به تکیه گاهها، بر نسبت مود II به مود I در شیارهای U شکل مورب مورد تحلیل قرار گرفته است. بارگذاری به صورت خمش سه نقطه‌ای و تحت شرایط کرنش صفحه‌ای انجام شده است. برای به دست آوردن نسبت مودها، از روش المان محدود توسط نرم‌افزار ANSYS استفاده شده است. نتایج عددی المان محدود نشان داده است که با افزایش شعاع انتهای شیار، نسبت مودها افزایش می‌یابد. همچنین مشخص شده است که با افزایش فاصله لبه شیار تا تکیه گاه و نیز افزایش زاویه شیار، نسبت مودها کاهش می‌یابد. در این تحقیق مشاهده شده است که افزایش یا کاهش عمق شیار تأثیر پیچیده‌تری بر نسبت مودها دارد، به طوری که نسبت مودها با تغییر عمق شیار در حالت کلی دارای یک مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است.</p>

۱- استادیار، مجتمع دانشگاهی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، شاهین شهر، اصفهان، ایران.

۱- مقدمه

امروزه استفاده از نمونه های دارای شیار در صنعت پیشرفت زیادی داشته است و کارهای تحقیقاتی متنوعی نیز بر روی ارزیابی این گونه قطعات انجام شده است. شیارهای U و V مستقیم (در راستای عرض قطعه) در سالهای اخیر تحت شرایط بارگذاری مختلف از جمله مود I خالص، مود II خالص، مود ترکیبی I و II، و مود III مورد بررسی قرار گرفته اند. به عنوان مثال گومز^۲ و همکارانش [۱] از معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی^۳ برای تعیین بار بحرانی شکست در شیارهای U شکل تحت مود ترکیبی استفاده کردند. آنها [۲] همچنین کار مشابهی را برای شیارهای V شکل انحناءدار تحت مود ترکیبی انجام دادند. آیت اللهی^۴ و ترابی^۵ [۳] یک معیار دیگر برای پیش بینی بار بحرانی شکست در شیارها تحت مود ترکیبی ارائه نمودند. لازارین^۶ و فیلیپی^۷ [۴] یک رابطه ساده برای محاسبه ضریب شدت تنش^۸ برای مود ترکیبی در شیارهای U و V شکل ارائه نمودند. زاپالورتو^۹ و همکارانش [۵] در سال ۲۰۱۱ یک سری رابطه ساده و عملی برای محاسبه K_I و K_{II} و K_{III} ارائه نمودند. تقی زاده و همکارانش [۶] نیز نمونه های با شیار U شکل فولادی با فاز مارتزیت را تحت مود ترکیبی بررسی کردند. ترابی و همکارانش [۷] تحلیل شکست در شیارهای U شکل برای نمونه های گرافیتی را تحت مود ترکیبی انجام دادند.

در قطعات صنعتی لزوماً شیار به صورت مستقیم نمی باشد. بنابراین شیارهای مورب نیز از اهمیت خاص خود برخوردارند. برخی پیچ ها دارای شیار مورب هستند. همچنین برخی شیارها که به عنوان راهنما در فرآیند مونتاژ در نظر

گرفته می شوند به صورت مورب می باشند. در شیارهای مورب حتی در اثر کشش خالص نیز، شیار تحت بارگذاری در مود ترکیبی I و II قرار می گیرد. بنابراین روابط مربوطه باید در مود ترکیبی مورد استفاده قرار گیرند.

از جمله کارهای تحقیقاتی انجام شده بر روی شیارهای مورب می توان به مقاله برتو^{۱۰} و همکارانش [۸] اشاره کرد که از مفهوم مود I معادل برای محاسبه پارامترهای مختلف شکست نظیر ضریب شدت تنش، و انتگرال J تحت مود ترکیبی استفاده کردند. شیارهای مورب، عمده کار تحقیقاتی آنها بوده است. گومز و همکارانش [۹] با ارائه یک سری نتایج تجربی، صحت روابط ارائه شده خود را برای محاسبه بار بحرانی شکست در شیارهای U و V شکل تحت مود ترکیبی I و II اثبات نمودند. آنها از معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی و مدل ناحیه چسبناک^{۱۱} برای پیش بینی های خود استفاده کردند. در کار تحقیقاتی آنها، شیارهای مستقیم و مورب مورد تحلیل قرار گرفته است. برتو و آیت اللهی [۱۰] شکست در مود ترکیبی را با استفاده از نمونه دیسک برزیلی مورد بررسی قرار دادند. آنها با چرخاندن این دیسک، نسبت های مختلفی از مود I و II را ایجاد نمودند. بگینی^{۱۲} و همکارانش [۱۱] با استفاده از یک رابطه ساده و عملی، ضریب شدت تنش را در یک ترک مورب به دست آوردند. نیو^{۱۳} و همکارانش [۱۲] ضریب شدت تنش و انتگرال J را در شیارهای V شکل مورب با بارگذاری در مود ترکیبی محاسبه نمودند.

یکی از مسائل مهم در شیارهای مورب، وابستگی نسبت مودها به هندسه شیار است. در این مقاله، این مسئله مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد. با استفاده از المان محدود توسط نرم افزار ANSYS نمونه های مختلفی مورد بارگذاری

- 2- F. J. Gómez
- 3- Averaged Strain-Energy Density (ASED)
- 4- M.R. Ayatollahi
- 5- A.R. Torabi
- 6- P. Lazzarin
- 7- S. Filippi
- 8- Stress Intensity Factor (SIF)
- 9- M. Zappalorto

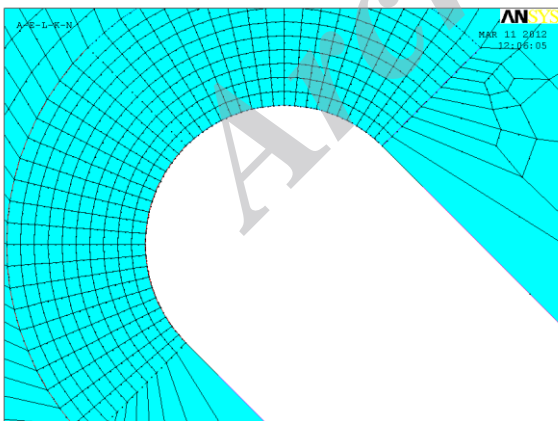
- 10- F. Berto
- 11- Cohesive Zone Model
- 12- M. Beghini
- 13- L.S. Niu

برقرار می‌باشد. با توجه به اینکه مقدار نیروی وارده نیز تأثیری بر نسبت مودها ندارد (چون ضرایب شدت تنش مود II و مود I به یکدیگر تقسیم می‌شوند) نیروی وارده به کلیه نمونه‌ها نیز ثابت و برابر ۱ نیوتون در نظر گرفته شد.

در نواحی اطراف شیار، از مش‌بندی بسیار ریز استفاده گردید. این کار با توجه به امکانات نرم افزار، با عملیات Mapped در جعبه ابزار mesh tool صورت گرفت. نمونه‌ای از مش‌بندی اطراف شیار در شکل (۲) نشان داده شده است. المان‌های مورد استفاده از نوع Quadratic بوده و PLANE82 انتخاب شده است.

مش‌بندی اطراف شیار باید به گونه‌ای باشد که در راستای نیمساز شیار، گره وجود داشته باشد. این مسئله در کلیه مش‌بندی نمونه‌های مدل شده رعایت گردیده است. پس از آنالیز حساسیت مش‌بندی، از المانهایی با طول و عرض حدود ۰/۰۸ میلیمتر در نوک شیار استفاده شد.

شرایط مرزی نمونه به صورت یک تکیه‌گاه لولا و یک تکیه‌گاه مفصل در نظر گرفته شد تا مسئله معین استاتیکی باشد. نیروی F به صورت نقطه‌ای در وسط نمونه وارد می‌شود.



شکل (۲) مش‌بندی اطراف شیار U شکل با زاویه ۴۵ درجه

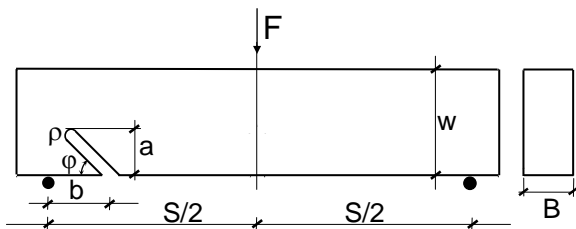
پس از مدل‌سازی نمونه‌ها در نرم‌افزار ANSYS، تنش‌های σ_x ، σ_y و τ_{xy} در گره‌های واقع در نیمساز شیار استخراج شدند. از این تنش‌ها به طریقی که بخش بعد توضیح داده خواهد شد،

به صورت خمش سه نقطه‌ای قرار می‌گیرد و توزیع تنش بر روی خط نیمساز شیار توسط نرم افزار استخراج می‌شود. آنگاه با استفاده از روابط موجود، مقدار ضریب شدت تنش در مودهای I و II محاسبه شده و نسبت آنها به دست می‌آید. در نهایت تأثیر هندسه شیار بر نسبت مودها مورد تحلیل قرار می‌گیرد.

لازم به ذکر است که در محدود کارهای انجام شده قبلی در زمینه شیارهای مورب، نسبت مودها (K_{II}/K_I) و وابستگی آنها به هندسه نمونه مورد تحلیل قرار نگرفته است.

۲- مدل‌سازی نمونه در نرم افزار ANSYS

نمونه مورد بررسی در شکل (۱) نشان داده شده است. در این شکل، S فاصله بین دو تکیه‌گاه در بازگذاری خمش سه نقطه‌ای، a عمق شیار، ρ شعاع انتهای شیار، ϕ زاویه شیار (در شیارهای مستقیم این زاویه مساوی ۹۰ درجه است)، w عرض نمونه، B ضخامت نمونه، و b فاصله ریشه شیار تا تکیه‌گاه می‌باشد.



شکل (۱) نمونه دارای شیار U شکل مورب تحت مود ترکیبی

هندسه نشان داده شده در شکل (۱) در نرم‌افزار ANSYS مدل شد. برای مدل‌سازی ابتدا کل نمونه (به شکل مستطیل) ترسیم گردید و سپس شیار با انجام عملیات cut در درون نمونه بیرون آورده شد. از آنجایی که ماده همگن بوده و خصوصیات مکانیکی نظیر مدول الاستیسیته و ضریب پواسون در مقدار تنش‌ها بی‌تأثیر هستند، مقادیر ۷۰ GPa و ۰/۳ برای آنها در نظر گرفته شد. طول، عرض، و ضخامت قطعه در تمام مدل‌سازی‌ها ثابت و به ترتیب برابر ۱۰۰، ۲۰، و ۱۰ میلیمتر اختیار شد. بنابراین فرض کرنش صفحه‌ای در این نمونه‌ها

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\varphi) + \tau_{xy} \sin(2\varphi) \\ \sigma_{rr} &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos(2\varphi) - \tau_{xy} \sin(2\varphi) \quad (3) \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin(2\varphi) - \tau_{xy} \cos(2\varphi) \end{aligned}$$

مقادیر K_I و K_{II} محاسبه شده در فاصله r نسبت به یکدیگر دارای اندکی اختلاف می‌باشند، برای رفع این اختلاف که از ماهیت حل عددی مسائل نشأت می‌گیرد، از میانگین این مقادیر استفاده شد. بنابراین روابط برای ضرایب شدت تنش در مودهای I و II به صورت معادلات (۴) و (۵) بازنویسی می‌شوند [۴]:

$$\bar{K}_I = \frac{1}{\eta\rho} \int_{0.5\rho}^{0.5\rho+\eta\rho} (K_{\rho,I}^V) dr \quad (4)$$

$$\bar{K}_{II} = \frac{1}{\eta\rho} \int_{0.5\rho}^{0.5\rho+\eta\rho} (K_{\rho,II}^V) dr \quad (5)$$

که در این مقاله $\eta = 0.2$ اختیار شده است. با به دست آمدن ضرایب شدت تنش، نسبت مودها به صورت K_{II}/K_I تعریف شد و تأثیر هندسه شیار بر این پارامتر بی‌بعد مورد تحلیل قرار گرفت.

۴- تأثیر زاویه شیار بر نسبت مودها

برای بررسی تأثیر زاویه شیار بر نسبت مودها، پارامترهای دیگر یعنی شعاع انتهای شیار، عمق شیار، و فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه (پارامتر b در شکل (۱)) ثابت و به ترتیب برابر 0.5 ، 10 و 10 میلی‌متر در نظر گرفته شد. نمونه‌های مختلفی با زوایای شیار مساوی 15 ، 30 ، 45 ، 60 ، 75 و 90 درجه مدلسازی و مورد بررسی قرار گرفت. لازم به ذکر است که در نمونه‌ای که زاویه شیار 90 درجه است، شیار به صورت مستقیم قرار دارد. این زاویه به منظور مقایسه شیار مورب با شیار مستقیم مورد تحلیل قرار گرفته است. ابعاد و نتایج نسبت مودها در جدول (۱) آورده شده است. در این جدول همچنین از پارامتری به نام Me که نشان دهنده مشارکت مودهای I و II به صورت رابطه (۶) می‌باشد استفاده شده

ضرایب شدت تنش در مودهای I و II (یعنی K_I و K_{II}) محاسبه می‌شوند.

۳- روابط ضرایب شدت تنش در مود ترکیبی

با داشتن توزیع تنش بر روی گره‌های واقع شده بر روی نیمساز شیار، ضرایب شدت تنش در مودهای I و II از روابط زیر محاسبه می‌شوند [۴]:

$$K_I = \sqrt{2\pi} r^{1-\lambda_1} \frac{(\sigma_{\theta})_{\theta=0}}{1 + \tilde{\omega}_1 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\mu_1 - \lambda_1}} \quad (1)$$

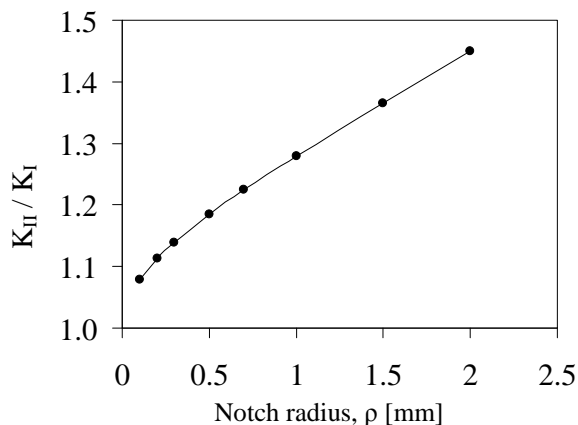
$$K_{II} = \sqrt{2\pi} r^{1-\lambda_2} \frac{(\tau_{r\theta})_{\theta=0}}{1 + \tilde{\omega}_2 \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\mu_2 - \lambda_2}} \quad (2)$$

که در معادلات فوق σ_{θ} و $\tau_{r\theta}$ میزان تنش قائم و برشی نسبت به سیستم مختصاتی است که مرکز آن در فاصله 0.5ρ از لبه شیار قرار گرفته و راستای r در آن در راستای نیمساز شیار است. بنابراین در زاویه $\theta=0$ (در سیستم مختصات قطبی)، نقاط مربوطه بر روی نیمساز شیار قرار می‌گیرند. پارامتر r در روابط فوق، مختصات گره مورد نظر در سیستم مختصات قطبی می‌باشد.

سایر پارامترها، ضرایبی هستند که به نوع شیار (U شکل و V شکل) مرتبط هستند و برای شیار U شکل این مقادیر مساوی $\lambda_1=0.5$ ، $\lambda_2=0.5$ ، $\mu_1=0.5$ ، $\mu_2=-0.5$ ، $\omega_1=1$ ، $\omega_2=-1$ و r_0 نیز مساوی 0.5ρ است [۴].

چون نمونه در سیستم مختصات کارتزین تعریف شده است، تنش‌ها در گره‌ها نیز در همین مختصات استخراج خواهد شد. بنابراین با استفاده از روابط انتقال تنش‌ها توسط روابط (۳)، مقادیر تنش‌های مورد نیاز در سیستم مختصات قطبی به دست می‌آیند.

وجود آورنده آن تنش برشی است) در مقایسه با مود I کاهش می‌یابد.



شکل (۳) نمودار تغییرات نسبت مودها بر حسب شعاع انتهایی شیار

۶- تأثیر فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه بر نسبت مودها

به منظور بررسی تأثیر فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه نیز پارامترهای عمق شیار، شعاع انتهایی شیار و زاویه شیار، ثابت و برابر ۱۰، و ۱ میلی‌متر، و ۶۰ درجه اختیار گردید. پارامتر فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه (b) در نمونه‌های مختلف از ۵ تا ۵۰ میلی‌متر متغیر فرض شد. در این بخش مجموعاً ۱۰ نمونه مورد تحلیل قرار گرفت. ابعاد این نمونه‌ها به همراه نتایج به دست آمده از حل عددی توسط المان محدود در جدول (۲) و نیز شکل (۴) آورده شده است.

نتایج حاصل شده از این بررسی نیز نشان می‌دهد که با افزایش فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه، نسبت مودها کاهش می‌یابد. این مسئله با نتایج قبلی درباره شیار U شکل مستقیم همخوانی دارد [۶]. چون با افزایش فاصله لبه شیار از تکیه‌گاه، میزان گشتاور خمشی ایجاد شده در لبه شیار افزایش می‌یابد اما میزان نیروی برشی ایجاد شده تغییری نمی‌کند. بنابراین با افزایش این فاصله، مقدار ضریب شدت تنش در مود I بارگذاری (K_I) افزایش یافته اما مقدار ضریب شدت تنش در مود II بارگذاری (K_{II}) ثابت باقی می‌ماند. بنابراین نسبت مودها کاهش می‌یابد. لازم به ذکر است که اگر شیار به صورت مستقیم ($\varphi=90$) و دقیقاً در وسط نمونه (در زیر

است. واضح است که در مود خالص I، مقدار پارامتر Me مساوی ۱، و در مود خالص II، مقدار این پارامتر مساوی صفر خواهد شد.

$$Me = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right) \quad (۶)$$

جدول (۱) نتایج نسبت مودها برای نمونه‌های با زاویه شیار متفاوت در مقادیر ثابت $\varphi=0.5$ ، $a=10$ و $b=10$ میلی‌متر

φ [deg.]	K_{II} / K_I	Me
15	1.2916	0.419
30	1.0984	0.470
45	1.0044	0.499
60	0.8951	0.535
75	0.6788	0.620
90	0.4621	0.724

همانطور که از جدول فوق مشخص است، با افزایش زاویه شیار، نسبت مود II به مود I کاهش می‌یابد. این بدین معناست که با مورب شدن شیار، بارگذاری در مود II نسبت به مود I افزایش خواهد یافت.

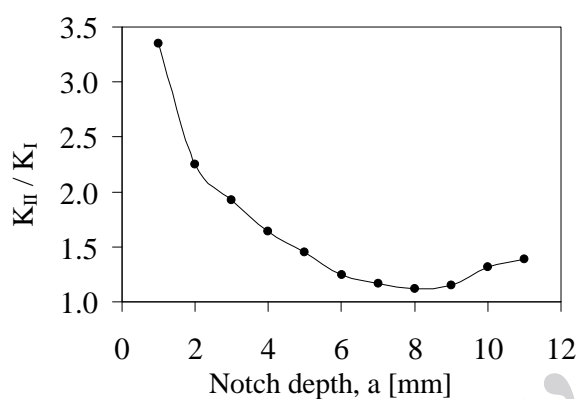
۵- تأثیر شعاع انتهایی شیار بر نسبت مودها

برای بررسی تأثیر شعاع انتهایی شیار بر نسبت مودها، سایر پارامترها یعنی زاویه شیار، عمق شیار، و فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه، ثابت و به ترتیب برابر ۴۵ درجه، ۸ و ۱۵ میلی‌متر در نظر گرفته شد. تعداد ۸ نمونه با شعاع انتهایی شیار متفاوت مورد بررسی قرار گرفت که در آنها این پارامتر از ۰/۱ تا ۲ میلی‌متر متغیر بود. نتایج به دست آمده در شکل (۳) نشان داده شده است. از شکل (۳) مشخص است که با افزایش شعاع انتهایی شیار، نسبت مود II به مود I افزایش می‌یابد.

دلیل آن این است که با افزایش شعاع انتهایی شیار، تمرکز تنش کاهش یافته و تنشهای برشی توزیع یکنواخت تری به خود می‌گیرند و به همین دلیل نسبت مود II (که عامل به

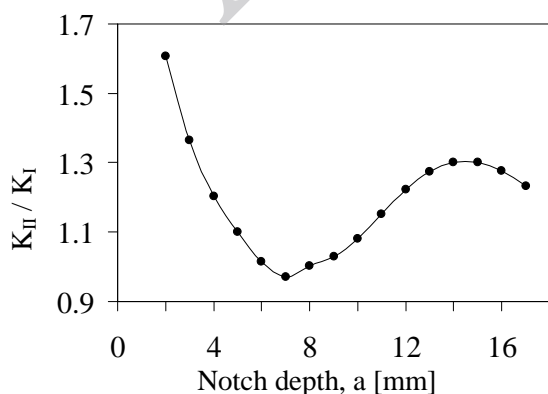
شعاع انتهایی شیار و فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه، ثابت و به ترتیب برابر ۰/۳ و ۱۰ میلی‌متر انتخاب شد. نمودار تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای زوایای شیار مساوی ۱۵، ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۵، و ۹۰ درجه به ترتیب در شکل‌های (۵) تا (۱۰) آورده شده است.

همانطور که در شکل (۵) ملاحظه می‌شود، در زاویه شیار مساوی ۱۵ درجه (که کمترین زاویه شیار بررسی شده در این مقاله است)، نمودار تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار دارای یک مقدار مینیمم نسبی است که در عمق شیار مساوی ۸ میلی‌متر اتفاق افتاده است.



شکل (۵) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 15^\circ$

وقتی زاویه شیار افزایش یافته و به ۳۰ درجه می‌رسد (شکل ۶) ملاحظه می‌شود که مینیمم نسبی موجود در نسبت مودها بر حسب عمق شیار، در عمق شیار مساوی ۷ میلی‌متر اتفاق افتاده است. این در حالی است که یک ماکزیمم نسبی هم در عمق شیار مساوی ۱۵ میلی‌متر مشاهده می‌گردد.

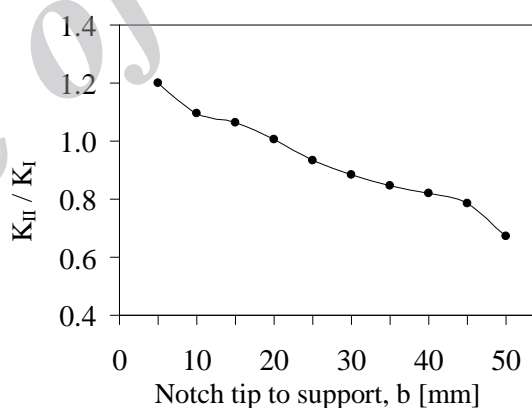


شکل (۶) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 30^\circ$

محل اعمال بار) باشد، بارگذاری در مود I خالص انجام گرفته است.

جدول (۲) نتایج نسبت مودها برای نمونه‌های با مقادیر مختلف فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه با مقادیر ثابت $\varphi = 1$ ، $a = 10$ میلی‌متر و $\varphi = 60^\circ$

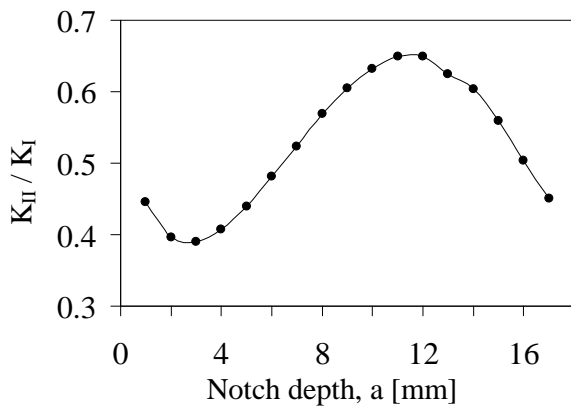
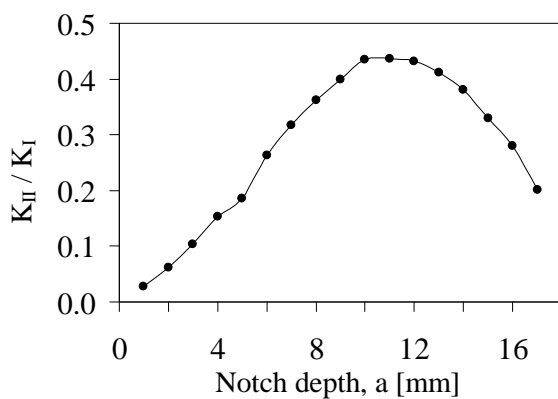
b [mm]	K_{II} / K_I	Me
5	1.2012	0.442
10	1.0957	0.471
15	1.0643	0.480
20	1.0045	0.499
25	0.9345	0.522
30	0.8832	0.539
35	0.8469	0.553
40	0.8204	0.563
45	0.7843	0.577
50	0.6724	0.623



شکل (۴) تغییرات نسبت مودها بر حسب فاصله لبه شیار تا تکیه‌گاه

۷- تأثیر عمق شیار بر نسبت مودها

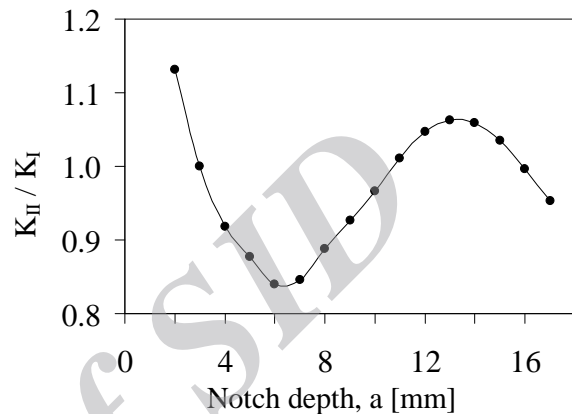
در انتها به منظور بررسی تأثیر عمق شیار U شکل مورب بر نسبت مود II به مود I، مدل‌های مختلفی مورد بررسی قرار گرفت. برخلاف سه پارامتر دیگر، عمق شیار تأثیر پیچیده‌تری بر نسبت مودها دارد. به همین دلیل، به منظور بررسی بیشتر و ارائه یک مدل صحیح، نمونه‌های زیادی مورد تحلیل قرار گرفت. نتایج نشان داد که تأثیر عمق شیار بر نسبت مودها به لحاظ کیفی کاملاً به زاویه شیار نیز بستگی دارد. در این مدل‌ها

شکل (۹) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 75^\circ$ شکل (۱۰) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 90^\circ$

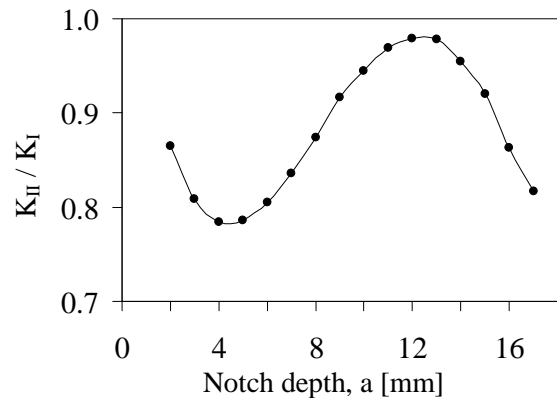
در شکل (۱۰) نیز ملاحظه می‌شود که مقدار مینیمم نسبی کاملاً حذف شده و فقط یک ماکزیمم نسبی در عمق شیار مساوی ۱۰ میلیمتر اتفاق افتاده است.

با توجه به نمودارهای شکل (۵) تا (۱۰) ملاحظه می‌شود که تغییرات نسبت مود II به مود I بارگذاری بر حسب عمق شیار به ازای مقادیر مختلف زاویه شیار در حالت کلی دارای یک مینیمم نسبی و یک ماکزیمم نسبی است. مقدار مینیمم نسبت مودها همیشه در عمق شیار کمتری نسبت به مقدار ماکزیمم آن اتفاق می‌افتد. بعلاوه ملاحظه می‌شود که هرچه زاویه شیار بیشتر می‌شود، حالت کلی نمودار از مینیمم نسبی به سمت ماکزیمم نسبی جابجا می‌شود. همچنین با استفاده از نمودارهای فوق ملاحظه می‌گردد که با افزایش زاویه شیار، مقادیر ماکزیمم و مینیمم نسبی نسبت مودها بر حسب عمق شیار کاهش می‌یابند. به طوری که مقدار مینیمم نسبی از

با افزایش زاویه شیار به ۴۵ درجه همانطور که در شکل (۷) ملاحظه می‌شود، مینیمم نسبی موجود در نسبت مودها به عمق شیار مساوی ۶ میلیمتر تغییر یافته است. همچنین در شکل (۷) مشاهده می‌شود که مقدار ماکزیمم نسبی نیز به سمت عمق شیار کوچکتر حرکت کرده و به عمق ۱۳ میلیمتر رسیده است.

شکل (۷) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 45^\circ$

در شکل (۸) نیز همان روند قبلی تکرار شده است. مقدار مینیمم نسبی به عمق شیار ۴ میلیمتر و ماکزیمم نسبی به عمق شیار ۱۲ میلیمتر جابجا شده است.

شکل (۸) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار برای $\varphi = 60^\circ$

در شکل (۹) نیز ملاحظه می‌شود که با افزایش زاویه شیار به ۷۵ درجه، مقدار مینیمم نسبی موجود در نسبت مودها به عمق شیار مساوی ۳ میلیمتر و مقدار ماکزیمم نسبی به عمق شیار مساوی ۱۱ میلیمتر جابجا شده است.

نتایج ارائه شده در مراجع برای شیار با $\varphi = 90^\circ$ از دقت بالایی برخوردار است.

جدول (۳) مقایسه نسبت مودهای به دست آمده در این مقاله برای شیار ۹۰ درجه با نتایج موجود در مقالات

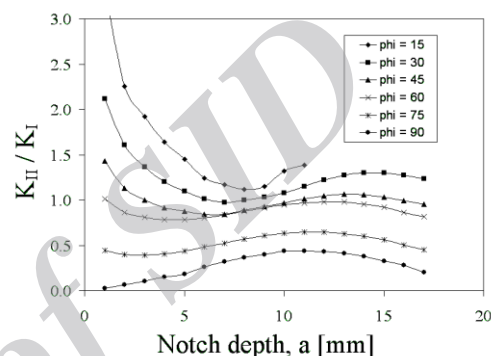
b [mm]	a [mm]	ρ [mm]	K_{II} / K_I [this paper]	K_{II} / K_I [6]
5	15	0.2	0.1168	0.1164
5	15	0.5	0.3781	0.3785
5	15	1.0	0.4665	0.4661
5	15	2.0	0.6062	0.6063
10	5	0.2	0.2680	0.2679
10	5	0.5	0.3538	0.3529
10	5	1.0	0.4188	0.4178
10	5	2.0	0.4968	0.4970

۹- نتیجه گیری

در این مقاله، تغییرات نسبت مود II به مود I در شیارهای U شکل مورب تحت بارگذاری در مود ترکیبی مورد بررسی قرار گرفت. بررسی ها نشان داد که با افزایش زاویه شیار و یا با افزایش فاصله لبه شیار تا تکیه گاه، نسبت مود II به مود I کاهش می یابد. همچنین مشاهده شد که با افزایش شعاع انتهایی شیار نسبت مودها افزایش می یابد.

افزایش عمق شیار و تأثیر آن بر نسبت مودها پیچیده تر از حالت های قبل است. تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار به زاویه شیار نیز بستگی دارد و به لحاظ کیفی در حالت کلی دارای یک ماکزیمم نسبی و یک مینیمم نسبی است. با افزایش زاویه شیار تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار از سمت مینیمم نسبی به سمت ماکزیمم نسبی جابجا می شود. به طوری که در زاویه شیار مساوی ۱۵ درجه، نمودار تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار فقط دارای یک مینیمم نسبی، و در زاویه شیار مساوی ۹۰ درجه (شیار مستقیم) نمودار تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار فقط دارای یک ماکزیمم نسبی است. اما در زوایای بین ۱۵ و ۹۰ درجه این نمودار دارای هر دو مینیمم و ماکزیمم نسبی می باشد.

۱/۱۲ در زاویه شیار مساوی ۱۵ درجه، به $0/39$ در زاویه شیار مساوی ۷۵ درجه کاهش یافته است. همچنین مقدار ماکزیمم نسبی نسبت مودها بر حسب عمق شیار از $1/3$ در زاویه شیار مساوی ۳۰ درجه، به مقدار $0/44$ در زاویه شیار مساوی ۹۰ درجه کاهش یافته است. برای مقایسه بهتر روند تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار، نمودارهای شکل (۵) تا شکل (۱۰) در یک نمودار مطابق آنچه در شکل (۱۱) نشان داده شده است مجدداً تکرار شده اند.



شکل (۱۱) تغییرات نسبت مودها بر حسب عمق شیار در زوایای مختلف

۸- صحنه گذاری نتایج

با توجه به اینکه نتایج نسبت مودها برای شیار U شکل مورب در هیچ مقاله ای مشاهده نشده است، برای حالت خاصی که شیار دارای زاویه ۹۰ درجه باشد (شیار در راستای عرض نمونه) نتایج به دست آمده با المان محدود با نتایج ارائه شده توسط تقی زاده و همکارانش [۶] مقایسه شده است. برای این کار، ابعاد قطعه برابر آنچه در کار آنها انجام شده است در نظر گرفته شد. به عبارت دیگر، طول، عرض، و ضخامت قطعه به ترتیب برابر با ۱۲۰، ۲۰، و ۱۰ میلی متر اختیار شد. خصوصیات مکانیکی ماده نیز برای ماده فولاد مارتنزیت یعنی مدول الاستیسیته ۲۰۰ GPa و ضریب پواسون مساوی $0/3$ در نظر گرفته شد. برخی از نتایج به دست آمده با نتایج ارائه شده در مرجع [۶] در جدول ۳ مقایسه شده است. همانطور که ملاحظه می شود، نتایج به دست آمده برای نسبت مودها با

- [5] Zappalorto M., Berto F., Lazzarin P., Practical expressions for the notch stress concentration factors of round bars under torsion, *International Journal of Fatigue*, Vol. 33, 2011, pp. 382-395.
- [6] Taghizadeh K., Berto F., Barati E., Local strain energy density applied to martensitic steel plates weakened by U-notches under mixed mode loading, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, Vol. 59, 2012, pp. 21-28.
- [7] Torabi A.R., Fakoor M., Pirhadi E., Fracture analysis of U-notched disc-type graphite specimens under mixed mode loading, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 51, 2014, pp. 1287-1298.
- [8] Berto F., Lazzarin P., Gómez F.J., Elices M., Fracture assessment of U-notches under mixed mode loading: two procedures based on the 'equivalent local mode I' concept, *International Journal of Fracture*, Vol. 148, 2007, pp. 415-433.
- [9] Gomez F.J., Elices M., Berto F., Lazzarin P., Fracture of U-notched specimens under mixed mode: Experimental results and numerical predictions, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 76, 2009, pp. 236-249.
- [10] Berto F., Ayatollahi M.R., Fracture assessment of Brazilian disc specimens weakened by blunt V-notches under mixed mode loading by means of local energy, *Materials and Design*, Vol. 32, 2011, pp. 2858-2869.
- [11] Begini M., Benedetti M., Fontanari V., Monelli B.D., Stress intensity factors of inclined kinked edge cracks: A simplified approach, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 81, 2012, pp. 120-129.
- [12] Niu L.S., Shi H.J., Robin C., Pluvinage G., Elastic and elastic-plastic fields on circular rings containing a V-notch under inclined loads, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 68, 2001, pp. 949-962.

در پایان باید به این نکته اشاره نمود که دانستن نسبت مودها در یک بارگذاری خاص، در تحلیل مکانیک شکست آن قطعه بسیار تأثیرگذار است. چون برخی معیارهای شکست برای نسبت مودهای خاصی ارائه شده‌اند. به عنوان مثال، معیار چگالی انرژی کرنشی معادل که برای مود ترکیبی توسط برتو و همکارانش [۸] ارائه شده است، برای ماکزیمم نسبت مود مساوی ۱ جواب قابل قبول می‌دهد و نتایج نشان داده است که برای نسبت مودهای بزرگتر از یک، معیار مذکور دارای خطای قابل ملاحظه می‌شود. بنابراین نتیجه می‌شود که قبل از بکار بردن یک معیار مناسب برای پیش‌بینی بار بحرانی شکست، باید از نسبت مودها در بارگذاری در مود ترکیبی اطلاع داشت. این مقاله کمک می‌کند تا مخاطب از روند تغییرات نسبت مودها بر حسب پارامترهای تأثیرگذار بر آن اطلاع داشته باشد و همینطور به صورت حدودی، از مقدار آن آگاهی یابد. اما برای به دست آوردن مقدار دقیق نسبت مودها در یک قطعه مشخص، چنانچه مشخصات ابعادی آن در نمودارهای این مقاله نیامده باشد، باید تحلیل المان محدود انجام دهد.

مراجع

- [1] Gómez F.J., Elices M., Berto F., Lazzarin P., Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plates under mixed mode loading, *International Journal of Fracture*, Vol. 145, 2007, pp. 29-45.
- [2] Gómez F.J., Elices M., Berto F., Lazzarin P., Fracture of V-notched specimens under mixed mode (I + II) loading in brittle materials, *International Journal of Fracture*, Vol. 159, 2009, pp. 121-135.
- [3] Ayatollahi M.R., Torabi A.R., A criterion for brittle fracture in U-notched components under mixed mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 76, 2009, pp. 1883-1896.
- [4] Lazzarin P., Filippi S., A generalized stress intensity factor to be applied to rounded V-shaped notches, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 43, 2006, pp. 2461-2478.