



## بررسی تغییرات انتگرال J و چقرمگی شکست Blunt V-notch تحت مود I بارگذاری

فاطمه نوری ازغد<sup>۱</sup>، حسن خادمی زاده<sup>۲\*</sup>، احسان براتی<sup>۳</sup>

\* نویسنده مسئول : hkhademizadeh@iaukhsh.ac.ir

### واژه‌های کلیدی

انتگرال J، چقرمگی شکست، شیار V شکل، مود I بارگذاری.

### چکیده

امروزه مکانیک شکست در شیارهای U و V شکل مورد توجه محققان قرار گرفته است. محاسبه مقدار بحرانی انتگرال J در سازه های مهندسی برای بررسی شروع رشد ترک از اهمیت بسزایی برخوردار است. این کمیت در شیارها بر خلاف ترک ها، به نوع ماده و ابعاد هندسی وابسته است. بنابراین برای تعیین  $J_{cr}$  باید برای هر ماده مشخص، در هر عمق و شعاع شیار خاص، آزمایش تجربی انجام شود. در این مقاله برای یافتن معادل‌های جهت محاسبه  $J_{cr}$  در شیار V شکل انحنادار تحت مود I بارگذاری، رابطه‌ای بین انتگرال J و پارامتر شکست دیگری به نام متوسط چگالی انرژی کرنشی استخراج شده است. با استفاده از این رابطه می‌توان با مرتبط نمودن  $J_{cr}$  در شیار V شکل انحنادار به JIC در ترک (در همان ماده) و آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و تعیین JIC، مقدار  $J_{cr}$  آن ماده را در هر عمق و شعاع شیار دلخواهی محاسبه نمود. در نهایت تأثیر زاویه شیار، نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار و ضریب پواسون بر مقادیر بی‌بعد انتگرال J و  $J_{cr}$  بررسی گردیده است. نتایج نشان داده است که افزایش زاویه شیار و ضریب پواسون، باعث کاهش مقدار چقرمگی شکست ولی افزایش نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار، باعث افزایش چقرمگی شکست می‌گردد.

۱- کارشناس ارشد، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

۲- استادیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر

۳- استادیار، مجتمع مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

## ۱- مقدمه

امروزه مکانیک شکست و مطالعه بر روی شیارهای  $U$  و  $V$  شکل مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است. یکی از دلایل اهمیت مکانیک شکست در شیار وجود قطعات شیاردار در نمونه‌های صنعتی می‌باشد که می‌بایست تحلیل مناسبی برای شکست آنها انجام شود. رزوه پیچهایی که به صورت نورد تهیه می‌شوند نمونه مناسبی از کاربرد شیار در کارهای مهندسی می‌باشد. ایجاد شیار در شافتها برای کاربردهای مختلف از قبیل نصب ارینگ، خار، و... را می‌توان از دیگر موارد استفاده از شیار در طراحی‌های مهندسی نام برد. در بعضی قطعات صنعتی نظیر غلتک نورد گرم از شیارهایی جهت خنک کاری و نیز روغنکاری استفاده می‌شود. در این گونه قطعات نیز باید مکانیک شکست در شیار را مورد توجه قرار داد. شیارهایی که در روتور توربین برای نصب پرها ایجاد می‌شود نیز نمونه دیگری از کاربرد شیار در کارهای مهندسی است.

در بحث مکانیک شکست، دو روش برای محاسبه پارامتر شکست وجود دارد. روش اول مکانیک شکست الاستیک خطی<sup>۱</sup> نامیده می‌شود که در موادی که بتوان از منطقه پلاستیک ایجاد شده در اطراف ترک یا شیار صرف نظر کرد، کاربرد دارد. روش دوم، مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک<sup>۲</sup> است که اغلب برای رفتار غیرخطی مواد به کار برده می‌شود. در روش مکانیک شکست الاستیک - پلاستیک معیارهای مختلفی برای شکست در شیارها ارائه شده است.

یکی از معیارهای شکست، معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی می‌باشد. این معیار توسط لازارین و زامباردی [۱] برای مواد ترد و نیمه ترد ارائه شده است. به دلیل خطای کم

این معیار در پیش‌بینی بار بحرانی شکست، یکی از معیارهای پرکاربرد در مکانیک شکست در شیار می‌باشد. مزیت دیگر این معیار این است که مقدار بحرانی آن در ترک و شیار یکسان می‌باشد. بر طبق این معیار ناحیه‌ای در اطراف شیار به عنوان حجم کنترل در نظر گرفته می‌شود. سپس مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی درون این منطقه محاسبه می‌گردد. چنانچه متوسط چگالی انرژی کرنشی جذب شده درون این ناحیه به مقدار بحرانی خود برسد، شکست اتفاق می‌افتد. این مقدار بحرانی فقط به خصوصیات مکانیکی ماده بستگی دارد. یوزیباش و همکارانش [۲] در سال ۲۰۰۴ پارامتر شعاع کنترل  $R_C$  را معرفی کردند و به کمک معیار چگالی انرژی کرنشی موضعی و مقدار متوسط آن درون حجم کنترل، شکست نمونه را پیش‌بینی نمودند. کار آنها توسط لازارین و برتو [۳] در سال ۲۰۰۵ و بر روی شیارهای  $V$  شکل انحنادار توسعه یافت. گومز و همکارانش [۴] در سال ۲۰۰۷ معیار انرژی کرنشی را در شیارهای  $V$  شکل انحنادار برای بارگذاری در مود ترکیبی ( $I$  و  $II$ ) معرفی نموده و با استفاده از آن توانستند شکست نمونه را پیش‌بینی کنند.

یکی دیگر از این معیارهای شکست،  $J_{cr} = J$  می‌باشد که برای پیش‌بینی شکست در نمونه توسعه یافته است. همچنین یکی از پارامترهای مهم در مکانیک شکست، انتگرال  $J$  می‌باشد که توسط رایس ارائه شده است. او مفهوم نرخ آزادسازی انرژی را برای مواد غیرخطی کلیت بخشید و این پارامتر را با استفاده از یک انتگرال خطی مستقل از مسیر محاسبه نمود که در طول یک کانتور دلخواه در اطراف ترک یا شیار محاسبه می‌گردد. چنانچه این پارامتر به مقدار بحرانی خود ( $J_{cr}$  یا  $J_{IC}$ ) برسد، شکست اتفاق می‌افتد. اگر نمونه‌ای دارای ترک تیز باشد، مقدار بحرانی انتگرال  $J$  با  $J_{IC}$  نمایش داده خواهد شد. اما اگر نمونه دارای شیار باشد، باید از  $J_{cr}$

1- Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM)

2- Elastic - Plastic Fracture Mechanics (EPFM)

روابطی برای محاسبه مقدار بحرانی انتگرال  $J$  (چقرمگی شکست) در شیارهای  $U$  شکل تحت مود  $I$  بارگذاری ارائه نمودند. در نهایت در سال ۲۰۱۱ برتو و براتی [۱۲] با استفاده از چگالی انرژی کرنشی، شکست در شیارهای  $U$  شکل تحت خمش سه نقطه‌ای را بررسی نمودند.

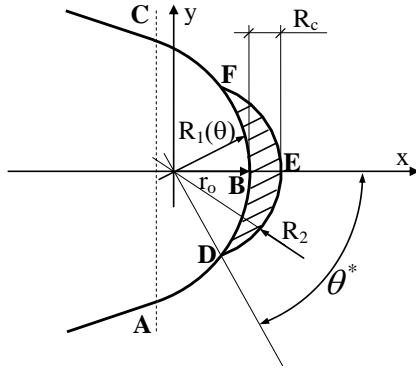
با توجه به اینکه انتگرال  $J$  یک پارامتر شکست می‌باشد، می‌توان از آن برای پیش‌بینی بار بحرانی شکست استفاده نمود. مقدار بحرانی انتگرال  $J$  ( $J_{cr}$ ) در شیارها - برخلاف مقدار بحرانی انتگرال  $J$  در ترک ( $J_{IC}$ ) که فقط به جنس ماده بستگی دارد - علاوه بر جنس ماده، به عمق و شعاع شیار نیز وابسته است. بنابراین برای تعیین  $J_{cr}$  باید برای هر ماده مشخص، در هر عمق و شعاع شیار خاص، آزمایش تجربی انجام شود. با توجه به زمان و هزینه‌بر بودن آزمایش برای هر ابعاد شیار و هر ماده مشخص، از این معیار در پیش‌بینی بار بحرانی شکست کمتر استفاده شده است. در این مقاله برای یافتن معادله‌ای برای محاسبه  $J_{cr}$  در شیار  $V$  شکل انحنا دار، رابطه بین انتگرال  $J$  و پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی استخراج شده است. با استفاده از این رابطه می‌توان مقدار  $J_{cr}$  در شیار  $V$  شکل انحنا دار را به مقدار  $J_{IC}$  در ترک (در همان ماده) مرتبط نمود. بنابراین می‌توان با آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و تعیین  $J_{IC}$  مقدار  $J_{cr}$  آن ماده را در هر عمق و شعاع شیار دلخواهی محاسبه نمود. لذا نیاز به آزمایش تجربی برای هر عمق و شعاع شیار دلخواه مرتفع می‌شود.

با استفاده از رابطه به دست آمده، تأثیر زاویه شیار، نسبت شعاع حجم کنترل به شعاع شیار و ضریب پوآسون بر مقدار انتگرال  $J$  و چقرمگی شکست بررسی می‌گردد.

استفاده نمود که معمولاً بزرگتر از  $J_{IC}$  است. تاکنون بررسی‌های مختلفی بر روی مقدار انتگرال  $J$  و روابط مربوط به آن در شیارها انجام شده است. از جمله این کارها می‌توان به کار چن و لو [۵] در سال ۲۰۰۴ اشاره نمود که مستقل از مسیر بودن مقدار انتگرال  $J$  در شیارها را بررسی نمودند. لیویری [۶] در سال ۲۰۰۳ یک مسیر انتگرال‌گیری مستقل از مسیر جدید برای محاسبه مقدار انتگرال  $J$  در شیارهای  $U$  و  $V$  شکل ارائه داد. البته با تعریف شعاع کنترل توسط یوزیباش و همکارانش در سال ۲۰۰۴، دیگر مسیر ارائه شده توسط لیویری مورد استفاده قرار نگرفت. اما بررسی‌های مختلف نشان داد که این مسیر با مسیرهای دیگر ارائه شده در سالهای بعد دارای اختلاف اندکی است. ماتوینکو و موروزوف [۷] در سال ۲۰۰۴ انتگرال  $J$  و رابطه آن با انرژی را برای قطعات دارای شیار و ترک به دست آوردند. در این مقاله بر مبنای تمرکز تنش در نزدیکی نوک ترک یا شیار، تحلیل صورت گرفته و تأثیر توان سختی کرنشی بر روی انتگرال  $J$  بحث شده است. همچنین ونگ و همکارانش [۸] در سال ۲۰۰۵ پارامتری به نام  $SI$  معرفی کردند که می‌تواند معیاری برای شکست در حالت الاستیک - پلاستیک باشد. سپس رابطه بین این پارامتر جدید و انتگرال  $J$  را نیز به دست آوردند. ژو و جویس [۹] نیز در سال ۲۰۰۷ تغییرات انتگرال  $J$  بر حسب رشد ترک را در نمونه‌ای ترک‌دار تحت خمش برای یک نمونه فولاد آلیاژی به دست آوردند.

رابطه بین پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی و انتگرال  $J$  اولین بار توسط برتو و لازارین [۱۰] در سال ۲۰۰۷ برای شیارهای  $V$  شکل نوک تیز و انحنا دار به دست آمده است. در سال ۲۰۱۱ براتی و برتو [۱۱] با استفاده از معیار متوسط چگالی انرژی کرنشی و نیز یک روش عددی،





شکل (۳) حجم کنترل در اطراف شیار [۱۴]

اما برای انتگرال  $J$ ، با توجه به شکل (۳) می توان هر مسیری بین نقاط  $D$  و  $F$  را نیز به عنوان مسیر انتگرال گیری در نظر گرفت، مشروط به اینکه این مسیر خارج از ناحیه پلاستیک ایجاد شده در اطراف شیار باشد.

اگر بتوان از منطقه پلاستیک اطراف شیار صرف نظر کرد، شرط فوق برداشته می شود و می توان هر مسیر دلخواهی را بین نقاط  $D$  و  $F$  به عنوان مسیر انتگرال گیری در نظر گرفت. بنابراین با فرض اینکه رفتار ماده الاستیک خطی است، از منطقه پلاستیک اطراف شیار صرف نظر شده و مرز شیار به عنوان مسیر انتگرال گیری بین نقاط  $D$  و  $F$  انتخاب شده است. حسن این کار این است مؤلفه های بردار ترکشن ( $T$ ) صفر می شوند. بنابراین ترم دوم انتگرال  $J$  صفر شده و فقط ترم اول باقی می ماند و نهایتاً انتگرال  $J$  به صورت زیر خواهد بود [۱۰]:

$$J = \int_{\Gamma} W dy = 2 \int_0^{\theta^*} W d(R_1(\theta) \sin \theta) \quad (6)$$

$$J = 2 \int_0^{\theta^*} W \left( \frac{dR_1(\theta)}{d\theta} \sin \theta + R_1(\theta) \cos \theta \right) d\theta$$

که در نهایت رابطه انتگرال  $J$  توسط برتو و لازارین در شیارهای  $V$  شکل انحنادار به صورت زیر ارائه شده است [۱۰]:

مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی از تقسیم مقدار انرژی کرنشی به اندازه حجم کنترل به دست می آید. بنابراین:

$$\bar{W} = \frac{E_1}{\Omega} = \frac{I_1 r_0^{2(1-\lambda)}}{2E\Omega(1+\tilde{\omega})^2} \sigma_{\max}^2 \quad (4)$$

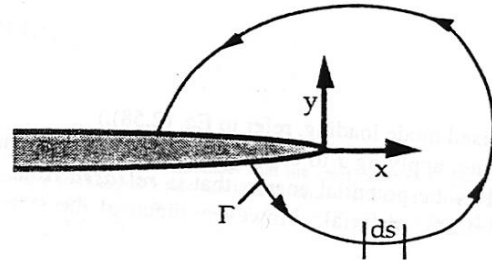
در نتیجه با توجه به رابطه تحلیلی به دست آمده (رابطه ۴) با نوشتن یک کد کامپیوتری، به راحتی می توان مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی را محاسبه کرد و از آن برای پیش بینی بار بحرانی شکست استفاده نمود.

### ۳- انتگرال $J$

در این بخش روابط مربوط به انتگرال  $J$  در نمونه های دارای شیار  $V$  شکل انحنادار به صورت تحلیلی بیان می شود. رابطه کلی مربوط به انتگرال  $J$  به صورت آنچه در معادله (۵) آورده شده می باشد [۱۳].

$$J = \int_{\Gamma} \left( W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (5)$$

یک مسیر دلخواه پادساعتگرد  $\Gamma$  در محدوده اطراف ترک مطابق آنچه در شکل (۲) نشان داده شده است، در نظر گرفته می شود.

شکل (۲) کانور  $\Gamma$  برای محاسبه انتگرال  $J$  [۶]

که در آن  $W$  چگالی انرژی کرنشی  $^1$ ،  $T_i$  مؤلفه های بردار تنش  $^2$ ، و  $u_i$  مؤلفه های بردار جابجایی می باشد.

1- strain energy density  
2- Traction Vector

$$\begin{aligned}
 J = & \frac{(1-\nu^2)\sigma_{\max}^2 r_0^{2(1-\lambda)}}{16E(1+\tilde{\omega})^2[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)]^2} \int_0^{\theta^*} \left\{ \frac{\rho \left[ -\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)} \right]}{q} \right\}^{2(\lambda-1)} \\
 & \times \left\{ -4(-1+\lambda)\chi_b \cos\left(\frac{\theta(q+q\lambda-2)}{q}\right) + 8\cos(\theta-\theta\lambda) \right. \\
 & + 4(\lambda-1)\cos\left(\theta + \frac{2\theta}{q} - \theta\lambda\right) + \frac{1}{q-1} \left[ q \left( \frac{-\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}{q-1} \right)^{\mu-\lambda} \right. \\
 & \left. \left. \times \left( \chi_c \cos\left(\frac{\theta(q-2+q\mu)}{q}\right) + 2\chi_d \cos(\theta(1-\mu)) + \chi_d(\mu-1)\cos\left(\theta + \frac{2\theta}{q} - \theta\mu\right) \right) \right]^2 \right\} \\
 & \times \left[ \frac{\rho \cos(\theta) \left[ -\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)} \right]}{q} + \frac{\rho \sin(\theta) \left[ \sin(\theta) - \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}} \right]}{q} \right] d\theta
 \end{aligned} \tag{۷}$$

که با در نظر گرفتن انتگرال  $I_2$  رابطه زیر نتیجه می شود:

$$J = \frac{(1-\nu^2)\sigma_{\max}^2 r_0^{2(1-\lambda)} I_2}{16E(1+\tilde{\omega})^2[1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)]^2} \tag{۸}$$

که در آن:

$$\begin{aligned}
 I_2 = & \int_0^{\theta^*} \left\{ \frac{\rho \left[ -\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)} \right]}{q} \right\}^{2(\lambda-1)} \left\{ -4(-1+\lambda)\chi_b \cos\left(\frac{\theta(q+q\lambda-2)}{q}\right) \right. \\
 & + 8\cos(\theta-\theta\lambda) + 4(\lambda-1)\cos\left(\theta + \frac{2\theta}{q} - \theta\lambda\right) + \frac{1}{q-1} \left[ q \left( \frac{-\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}}{q-1} \right)^{\mu-\lambda} \right. \\
 & \left. \left. \times \left( \chi_c \cos\left(\frac{\theta(q-2+q\mu)}{q}\right) + 2\chi_d \cos(\theta(1-\mu)) + \chi_d(\mu-1)\cos\left(\theta + \frac{2\theta}{q} - \theta\mu\right) \right) \right]^2 \right\} \\
 & \times \left[ \frac{\rho \cos(\theta) \left[ -\cos(\theta) + \sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)} \right]}{q} + \frac{\rho \sin(\theta) \left[ \sin(\theta) - \frac{\sin(\theta)\cos(\theta)}{\sqrt{-1+q^2+\cos^2(\theta)}} \right]}{q} \right] d\theta
 \end{aligned} \tag{۹}$$

#### ۴- رابطه بین J و $\bar{W}$ در شیار V شکل

رابطه (۸) به دست آورد. با تقسیم این دو رابطه بر هم و حذف پارامترهای مشترک می توان رابطه بین این دو پارامتر به صورت زیر بدست می آید.

$$f = \frac{J}{\bar{W}} = \left( \frac{I_2 \Omega (1-\nu^2)}{8I_1 [1+\lambda+\chi_b(1-\lambda)]^2} \right)_{plane\ strain} \tag{۱۰}$$

بعد تابع f (نسبت مقدار J به مقدار متوسط چگالی انرژی کرنشی) طول می باشد. برای تعریف یک تابع بدون بعد می توان مقدار تابع f را به یک پارامتر دارای واحد طول نظیر

با استفاده از روابط تحلیلی استخراج شده برای پارامتر شکست متوسط چگالی انرژی کرنشی در شیار V شکل تحت مود I بارگذاری، می توان رابطه بین این پارامتر شکست را با پارامتر شکست انتگرال J به دست آورد.

همانطور که در بخش های قبل ذکر شد، می توان متوسط چگالی انرژی کرنشی را از رابطه (۴) و مقدار انتگرال J را از

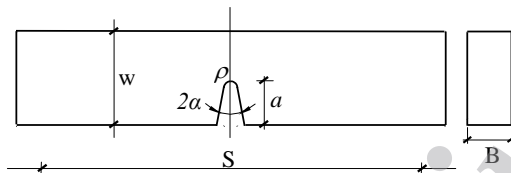
شعاع انتهای شیار  $\rho$  و یا شعاع کنترل ( $R_C$ ) تقسیم نمود. بنابراین نیاز برای انجام آزمایشهای متعدد برای ابعاد مختلف شیار بر طرف شده است.

با توجه به رابطه (۱۶) واضح است که تابع بدون بعد  $(\frac{J_{cr}}{J_{IC}})$  وابسته به نسبت ( $R_C/\rho$ )، زاویه  $2\alpha$  و پارامتر  $\nu$  می باشد (تابع  $h$  وابسته به نسبت ( $R_C/\rho$ )،  $2\alpha$  و  $\nu$  است).

#### ۵- تأثیر پارامترهای موثر بر انتگرال $J$ و چقرمگی شکست

##### ۵-۱- تأثیر ضریب پوآسون بر انتگرال $J$ و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییرات ضریب پوآسون بر مقدار بی بعد انتگرال  $J$  و تابع بی بعد  $J_{cr}$  مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد. در شکل (۴) نمونه مورد نظر نشان داده شده است.



شکل (۴) هندسه نمونه با شیار V شکل [۱۴]

در بررسی کلیه پارامترهای موثر، ابعاد هندسی قطعه به صورت  $B = 30mm$  و  $w = 60mm$ ،  $S = 240mm$  در نظر گرفته شده است. پارامترهای  $R_C = 0.1mm$ ،  $\rho = 1mm$ ،  $K_t = 4.609$  و  $F = 100N$ ،  $E = 70000Pa$ ،  $2\alpha = 60^\circ$  می باشد. برای بی بعد نمودن پارامترهای انتگرال  $J$  و نیز  $J_{cr}$ ، مقادیر حاصل به بیشترین مقدار به دست آمده برای این دو پارامتر تقسیم شده است. نمودار تغییرات انتگرال  $J$  بی بعد و نیز  $J_{cr}$  بی بعد بر حسب ضریب پوآسون به صورت شکل (۵) می باشد.

شعاع انتهای شیار  $\rho$  و یا شعاع کنترل ( $R_C$ ) تقسیم نمود. بنابراین تابع  $h$  به صورت زیر تعریف می گردد:

$$h = \frac{f}{R_C} \quad (11)$$

$$h = \frac{J}{\overline{W}R_C} = \left( \frac{I_2 \Omega (1-\nu^2)}{8I_1 [1 + \lambda + \chi_b (1-\lambda)]^2 R_C} \right)_{plane \ strain}$$

با توجه به رابطه (۱۱) واضح است که تابع بدون بعد  $h$  وابسته به نسبت ( $R_C/\rho$ )،  $2\alpha$  و  $\nu$  می باشد.

محاسبه این رابطه، تعیین رابطه ای برای محاسبه مقدار بحرانی انتگرال  $J$  ( $J_{cr}$ ) می باشد. چون همانطور که در مقدمه این فصل ذکر شد مقدار  $J_{cr}$  به خصوصیات ماده و ابعاد شیار بستگی دارد.

در بار بحرانی می توان نوشت:

$$J_{cr} = h W_{cr} R_C = \frac{h R_C \sigma_{ut}^2}{2E} \quad (12)$$

می توان برای بی بعد نمودن رابطه فوق به صورت زیر عمل کرد.

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}} = \frac{h R_C \sigma_{ut}^2}{2E J_{IC}} \quad (13)$$

با جایگذاری مقدار  $R_C$  برای حالت کرنش صفحه ای در رابطه (۱۳)، رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}} = \frac{h(1+\nu)(5-8\nu)K_{IC}^2}{8\pi E J_{IC}} \quad (14)$$

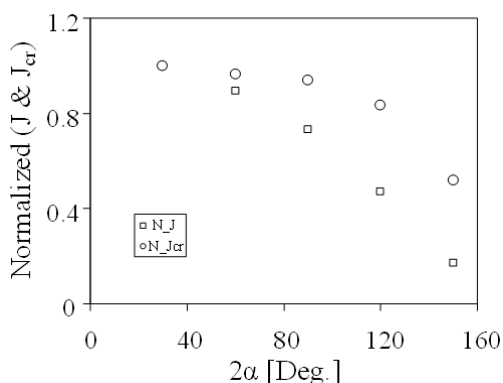
برای مواد ترد رابطه زیر را می توان نوشت [۱۳]:

$$J_{IC} = \frac{K_{IC}^2 (1-\nu^2)}{E} \quad (15)$$

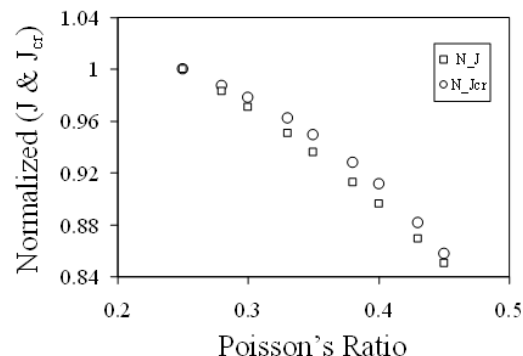
بنابراین در نهایت با جایگذاری رابطه (۱۵) در (۱۴) می توان نسبت  $J_{cr}$  به  $J_{IC}$  را برای مواد همگن دارای شیار V شکل به صورت آنچه در رابطه (۱۶) آمده است به دست آورد.

$$\frac{J_{cr}}{J_{IC}} = \frac{h(5-8\nu)}{8\pi(1-\nu)} \quad (16)$$

اکنون می توان با انجام یک آزمایش بر روی یک ماده دارای ترک و یافتن مقدار  $J_{IC}$ ، با استفاده از رابطه (۱۶) مقدار  $J_{cr}$  آن ماده را برای مقدار دلخواه از عمق، زاویه و



شکل ۶: نمودار تغییرات تابع بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب زاویه شیار

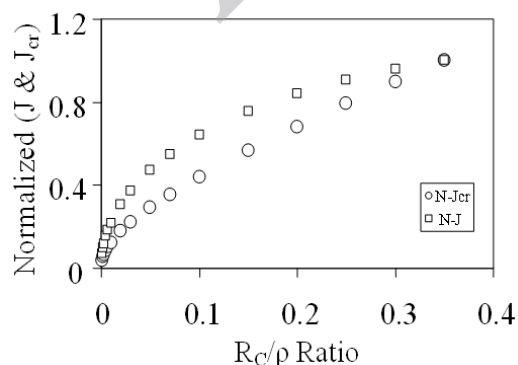


شکل ۵: نمودار تغییرات تابع بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب ضریب پواسون

### ۳-۵- تأثیر نسبت $(R_c/\rho)$ بر انتگرال J و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییرات نسبت  $(R_c/\rho)$  بر مقدار بی بعد انتگرال J و تابع بی بعد  $J_{cr}$  مورد تحلیل قرار می گیرد. پارامترهای  $\rho = 1mm$ ،  $a = 15mm$ ،  $\nu = 0.3$ ،  $2\alpha = 90^\circ$ ،  $E = 70000Pa$ ،  $F = 100N$  و  $K_f = 4.609$  می باشد. نمودار تغییرات انتگرال J بی بعد و نیز  $J_{cr}$  بی بعد بر حسب نسبت شعاع کنترل به شعاع شیار به صورت شکل (۷) می باشد.

در شکل (۷) نشان داده شده که با افزایش نسبت  $(R_c/\rho)$ ، مقدار تابع بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست افزایش می یابد. ولی روند افزایش نمودار انتگرال J بیشتر است. بنابراین افزایش نسبت  $(R_c/\rho)$ ، تأثیر منفی بر روی پارامتر شکست داشته و در نتیجه بار بحرانی شکست کاهش می یابد.



شکل ۷: نمودار تغییرات تابع بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست بر حسب نسبت  $(R_c/\rho)$

همانطور که در شکل (۵) قابل مشاهده است، با افزایش ضریب پواسون، مقدار بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کم می شود. اما نمودار انتگرال J با شیب تندتری کاهش می یابد. بنابراین افزایش ضریب پواسون تأثیر مثبت بر روی بار بحرانی شکست داشته و در نتیجه بار بحرانی شکست افزایش می یابد.

### ۲-۵- تأثیر زاویه شیار بر انتگرال J و چقرمگی شکست

در این بخش تأثیر تغییر زاویه شیار  $(2\alpha)$  بر مقدار بی بعد انتگرال J و تابع بی بعد  $J_{cr}$  مورد بررسی قرار می گیرد. ابعاد هندسی قطعه به صورت  $S = 240mm$ ،  $w = 60mm$  و  $B = 30mm$  در نظر گرفته شده و پارامترهای  $\rho = 1mm$ ،  $F = 100N$ ،  $E = 70000Pa$ ،  $\nu = 0.3$ ،  $R_c = 0.1mm$  و  $a = 15mm$  می باشد. نمودار تغییرات انتگرال J بی بعد و نیز  $J_{cr}$  بی بعد بر حسب زاویه شیار به صورت شکل (۶) است. با توجه به شکل (۶)، با افزایش زاویه شیار، مقدار بی بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کاهش می یابد. اما شیب نمودار انتگرال J بیشتر بوده و با شدت بیشتری کم می شود. بنابراین افزایش زاویه شیار تأثیر مثبت بر روی پارامتر شکست داشته و باعث افزایش بار بحرانی شکست می گردد.



## ۶- نتیجه گیری

نقطه

$\bar{W}$	متوسط چگالی انرژی کرنشی ( $N\text{ mm/mm}^3$ )
$W_{cr}$	مقدار بحرانی چگالی انرژی کرنشی (N $\text{mm/mm}^3$ )
$w$	ضخامت نمونه (mm)
$2\alpha$	زاویه شیار
$v$	ضریب پواسون
$\Omega$	حجم کنترل ( $\text{mm}^2$ )
$\rho$	شعاع کنترل (mm)
$\sigma_{max}$	تنش ماکزیمم (MPa)
$\sigma_{ut}$	تنش نهایی (MPa)

## مراجع

- [1] Lazzarin P., Zambardi R., A finite volume energy based approach to predict the static and fatigue behavior of components with sharp V-shaped notches, *International Journal of Fracture*, Vol. 112, 2001, pp. 275-298.
- [2] Yosibash Z., Bussiba A.R., Gilad I., Failure criteria for brittle elastic materials, *International Journal of Fracture*, Vol. 125, 2004, pp. 307-333.
- [3] Lazzarin P., Berto F., Some expressions for the strain energy in a finite volume surrounding the root of blunt V-notches, *International Journal of Fracture*, Vol. 135, 2005, pp. 161-185.
- [4] Gómez F.J., Elices, M., Berto F., Lazzarin P., Local strain energy to assess the static failure of U-notches in plated under mixed mode loading, *International Journal of Fracture*, Vol. 145, 2007, pp. 29-45.
- [5] Chen Y.H., Lu T.J., On the path dependence of the J-integral in notch problems, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, 2004, pp. 607-618.
- [6] Livieri P., A new path independent integral applied to notched components under mode I loadings, *International Journal of Fracture*, Vol. 123, 2003, pp. 107-125.
- [7] Matvienko Y.G., Morozov E.M., Calculation of the energy J-integral for bodies with notches and cracks, *International Journal of Fracture*, Vol. 125, 2004, pp. 249-261.

در این مقاله رابطه‌ای میان انتگرال J و متوسط چگالی انرژی کرنشی برای شیار V شکل انحنادار ارائه شد که به کمک آن رابطه‌ای تحلیلی جهت محاسبه مقدار بی‌بعد چقرمگی شکست ( $J_{cr}$ ) به دست آمد. با توجه به اینکه مقدار بحرانی انتگرال J در شیارها، وابسته به پارامترهای زاویه شیار، ضریب پواسون و نسبت ( $R_C/\rho$ ) می‌باشد، تأثیر پارامترهای مذکور بر روی مقدار بی‌بعد انتگرال J و  $J_{cr}$  بررسی گردید. مشخص شد که با افزایش ضریب پواسون و زاویه شیار، مقدار بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست کم می‌شود. اما نمودار انتگرال J با شیب تندتری کاهش می‌یابد. بنابراین بار بحرانی شکست افزایش می‌یابد. اما با افزایش نسبت ( $R_C/\rho$ )، مقدار تابع بی‌بعد انتگرال J و چقرمگی شکست افزایش می‌یابد. ولی روند افزایش نمودار انتگرال J بیشتر است. بنابراین افزایش نسبت ( $R_C/\rho$ )، باعث کاهش بار بحرانی شکست می‌شود.

## فهرست علائم

a	عمق شیار (mm)
B	عرض نمونه (mm)
E	مدول یانگ (GPa)
$F_{cr}$	بار بحرانی شکست (N)
J	انتگرال J ( $N\text{ mm/mm}^2$ )
$J_{cr}$	مقدار بحرانی انتگرال J در شیار ( $N\text{ mm/mm}^2$ )
$J_{IC}$	مقدار بحرانی انتگرال J در ترک ( $N\text{ mm/mm}^2$ )
$K_{IC}$	چقرمگی شکست ( $\text{MPa m}^{0.5}$ )
$R_C$	شعاع حجم کنترل (mm)
$r_0$	فاصله از انتهای شیار تا مبدا مختصات (mm)
SED	چگالی انرژی کرنشی
W	چگالی انرژی کرنشی در یک ( $N\text{ mm/mm}^3$ )

- [8] Wang F., Lee H.P., Lu C., Relations between structural intensity and J-integral, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 72, 2005, pp. 1197-1202.
- [9] Zhu X.K., Joyce J.A., J-resistance curve testing of HY80 steel using SEB specimens and normalization method, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, 2007, pp. 2263-2281.
- [10] Berto F., Lazzarin P., Relationships between J-integral and the strain energy evaluated in a finite volume surrounding the tip of sharp and blunt V-notches, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 44, 2007, pp. 4621-4645.
- [11] Barati E., Berto F., A comparison between rapid expression for evaluation of the critical J-integral in plates with U-notches under mode I loading, *Journal of strain Analysis*, Vol. 46, 2011, pp. 852-865.
- [12] Berto F., Barati E., Fracture assessment of U-notches under three point bending by means of local energy density, *Material and design*, Vol. 32, 2011, pp. 822-830.
- [13] Rice J.R., A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, *Journal of Application Mechanic*, Vol. 35, 1968, pp. 379-386.

[۱۴] نوری ازغد، ف.، ارائه روابط تحلیلی و عددی محاسبه

چقرمگی شکست ( $J_{cr}$ ) در شیارهای V شکل انحناءدار

تحت مود I بارگذاری، پایان نامه کارشناسی ارشد،

دانشگاه آزاد اسلامی واحد خمینی شهر، ۱۳۹۲.

Archive