



## مدل سازی ترک و محاسبه مد اول ضریب شدت تنش به کمک نرم افزار انسیس

سید محمد حسین میرگیلانی<sup>۱\*</sup>

\* نویسنده مسئول: Mir.gilani@gmail.com

### واژه‌های کلیدی

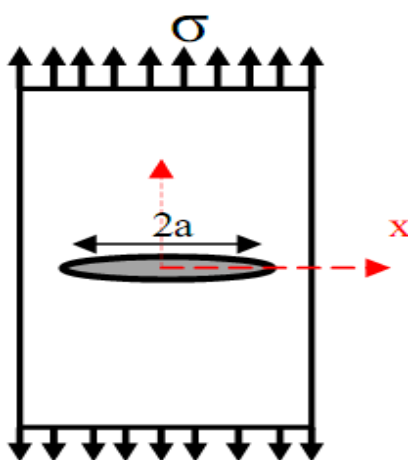
مکانیک شکست، ضریب شدت تنش،  
مدل سازی رشد ترک، نرم افزار انسیس

### چکیده

نظر به این که مطالعه در خصوص مکانیک شکست و عوامل تاثیرگذار بر پیش بینی طول عمر مفید قطعات گوناگون صنعتی در فرآیند طراحی و ساخت، به لحاظ اهمیت در جایگاهی خاص قرار دارد، ضریب شدت تنش می تواند به عنوان یک پارامتر طراحی، مثلا برای تعیین ماهیت فرآیند شکست (نرم یا ترد) به کار رود، یا می توان برای تعیین عمر بافی مانده یک عضو تحت بارگذاری دینامیکی مورد استفاده قرار گیرد. عبارت ضریب شدت تنش نباید با ضریب تمرکز تنش که یک عبارت برای توصیف نسبت بین تنش واقعی و متوسط در یک ناپیوستگی هندسی است متشبه شود. در این مقاله به مدلسازی و بررسی پارگی ورق فولادی ترک دار در حین عملیات کشش و محاسبه ضرایب شدت تنش به کمک نرم افزار المان محدود آنسیس و مقایسه درصد خطا می پردازیم. در پایان به مقایسه ی ضرایب شدت تنش به دست آمده از توابع وسترگارد و نرم افزار انسیس می پردازیم.

الاستیکی در واحد طول ترک ( $G = \frac{dU}{dA}$ ) بسیار حیاتی است، از طرف دیگر محاسبات انرژی در این زمینه بسیار مشکل می باشد از این رو مهندسان کمتر از دیدگاه انرژی استفاده می کنند و مسائل شکست را از دیدگاه توابع تنش تحلیل می کنند. معادلات تابع تنش وسترگارد برای ترک نوع I در یک ورق بی نهایت تحت کشش به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (1)$$



شکل (۱) نمایش یک ترک ساده در ورق بی نهایت

برای کرنش صفحه ای تنش در راستای محور Z وجود ندارد. بنابراین  $K_I$  بر حسب تنش  $\sigma_0$  در طول شکاف  $a$  به صورت زیر بدست می آید [۴]:

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (\text{MPa} \sqrt{\text{m}}) \quad (2)$$

رابطه ۲ به وضوح نشان می دهد که تنش ها همواره با معکوس ریشه دوم فاصله از نوک شکاف متناسب اند [۲].

اولین جابجایی و شروع نوک ترک<sup>۱</sup> فرمول های گوناگونی برای این حالت ارائه شده است. فرمول از کتاب مبانی اولیه شکست استخراج شده است [۵].

## ۱- مقدمه

یکی از شاخه های علم مقاومت مصالح با کاربرد زیاد و تحلیل علمی نسبتاً مشکل، مکانیک شکست اجسام می باشد. گفته شده که حدود هفتاد درصد شکست سازه های مکانیکی ناشی از گسترش ترک در اجزاء سازه تحت بارهای استاتیکی یا دینامیکی است [۱]. در این میان توجه بسیاری از دانشمندان و محققان به بررسی و تحلیل علت شکست اجسام و رشد ترک های ناشی از ساخت و یا جابه جایی در اجزای مکانیکی معطوف شده است. برای این کار وضعیت شدت تنش در نوک ترک بایستی مورد بررسی قرار گرفته ولی به جرأت می توان گفت که عمری برابر عمر تاریخ دارد. طبعاً انسان پس از شناخت مواد، برای استفاده از آن به صورت ابزارهای گوناگون، می بایست مقاومت آن را نیز می دانست [۲]. در این میان در چند دهه اخیر توجه زیاد دانشمندان و محققان به بررسی و تحلیل مواد در شرایط کاری مختلف اخیر با استفاده از علم مکانیک شکست معطوف شده است. با توجه به این که حدود هفتاد تا هشتاد درصد شکست سازه های مکانیکی ناشی از گسترش ترک در آنها می باشد، اهمیت به کارگیری علم مکانیک شکست در پاسخ به علت خرابی سازه ها آشکار می گردد.

## ۲- تئوری شکست

اولین نظریه در مورد اختلاف بین استحکام شکست کریستال ها و استحکام پیوستگی تئوری توسط گریفیث مطرح شد. این تئوری در ابتدا فقط برای مواد ترد مثل شیشه کاربرد داشت. بعد ها توسط اصل ایروین- اروان که برای اکثر مواد مهندسی پایه گذاری شده بود کامل شد. تئوری گریفیث بر پایه ی انرژی الاستیک و کار نیروهای خارجی استوار است. اصل ایروین- اروان علاوه بر انرژی الاستیک به اتلاف پلاستیک که همراه با رشد ترک است بر قرار است [۳]. در تمامی روش هایی که بر اساس انرژی استوار اند بدست آوردن سرعت آزاد شدن انرژی کرنشی

<sup>1</sup> - Crack-tip-opening displacement

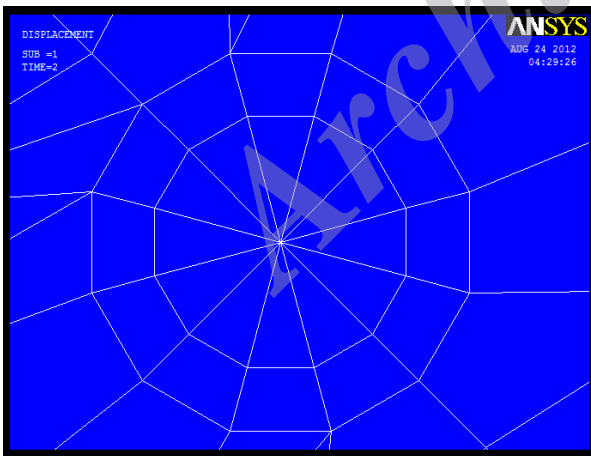
اعمال تنش فشاری رشد ترک متوقف می شد این در حالی است که در ترک های مرکب هر دو تنش فشاری و کششی می تواند باعث رشد ترک شوند. اگر چه تنش های فشاری باعث تشکیل میدان تنش می شوند ولی باید توجه داشت که عامل اصلی رشد نوک ترک تنش کششی است [۶].

با توجه به محاسبات انجام گرفته، مقدار  $K_I$  در ترک شکل (۲) این طور بدست می آید [۴].

$$K_I = \sigma_0 \sqrt{\pi a} \sin^2 \beta \quad (۳)$$

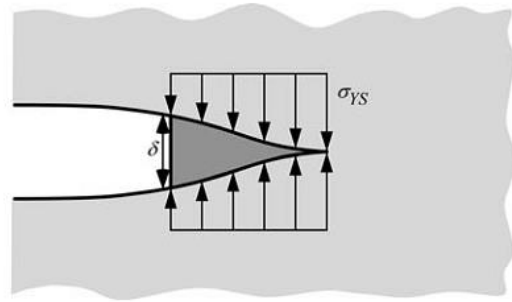
صحت رابطه (۳) را به کمک مدل سازی ترک شکل ۲ در نرم افزار انسیس و بررسی کردیم. باید دقت شود که در نرم افزار انسیس رشد ترک فقط در جهت مثبت محور طول ها امکان پذیر است و در غیر این صورت نرم افزار قادر به پاسخ گویی نیست؛ از این رو یک محور مختصات جدید در محل رشد ترک طوری که رشد ترک در جهت مثبت محور طول ها باشد تعریف کرده و  $K_I$  را محاسبه می کنیم [۷ و ۸].

الگوی مش زنی در نوک ترک، در شکل ۳ نمایش داده شده است؛ این الگو علاوه بر دقیق نمایش دادن تغییر شکل ترک برای درست بدست آوردن  $K_I$  حیاتی است.



شکل (۴) الگوی مش زنی در نوک ترک

در تحلیل مکانیک شکست یک ورق می توان از المانی های plane 42 و plane 82 استفاده کرده، تفاوت میان این دو المان در این است، plane 42 از خطوط مستقیم استفاده شده ولی در plane 82 از خطوط منحنی کمک



شکل (۲) تخمین شروع جابجایی نوک ورق از حد تسلیم ورق

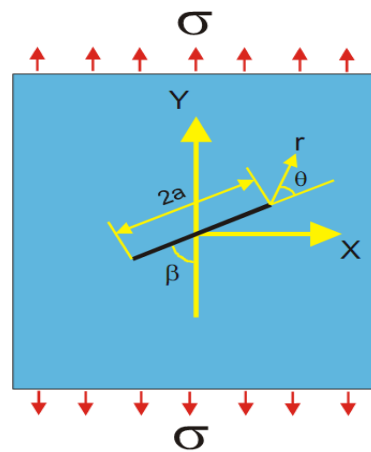
$$\delta = \frac{\lambda \sigma_{YS} a}{\pi E} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_{YS}} \right)^2 + \frac{1}{1\sqrt{2}} \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_{YS}} \right)^4 + \dots \right]$$

$$= \frac{K_I^2}{\sigma_{YS} E} \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\pi \sigma}{\sigma_{YS}} \right)^2 + \dots \right]$$

$$\delta = \frac{K_I^2}{\sigma_{YS} E}$$

### ۳- مسایل مربوط به حالت مرکب

همان طور که می دانید بسیاری از موارد عملی از نوع مرکب هستند که در آنها یا بارهای اعمال شده مرکب است یا ترک می تواند نسبت به بار اعمال شده دارای زاویه ای باشد، قسمت عمده مکانیک شکست به تحلیل حالت ساده (نوع I) اختصاص داده شده است [۳].



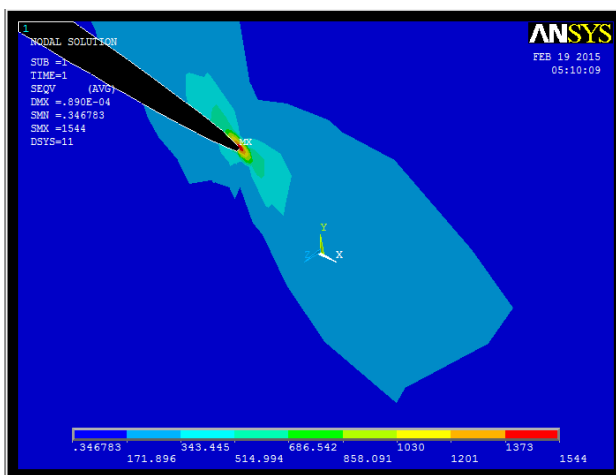
شکل (۳) نمایش یک ترک در حالت مرکب دو بعدی

در ترک های مرکب رشد ترک مانند ترک های مرکزی که بیشتر در طول گسترش می یابند نیست. به این ترتیب بدست آوردن جهت  $\theta$  اهمیت می یابد. ضمن اینکه در ترک های مرکزی با افزایش تنش کششی ترک رشد و با

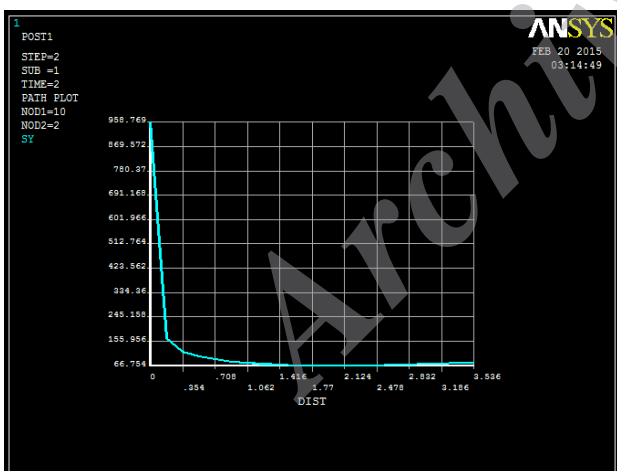
عدد  $K_I$  ۲۷/۳۸ برای بدست می آید؛ که مشخصات ورق و زاویه  $\beta$  در جدول شماره ۱ آمده است [۲ و ۸].

جدول (۱) مشخصات ورق مورد تحلیل

ابعاد ورق	۲۵ × ۵
زاویه $\beta$	۴۵ درجه
طول ترک مورد بررسی (a)	۲/۵
تنش کششی اعمال شده	100Mpa
المان مورد استفاده در تحلیل	plane 82



شکل (۷) کانتور توزیع تنش فون میزس در ورق بعد از پارگی



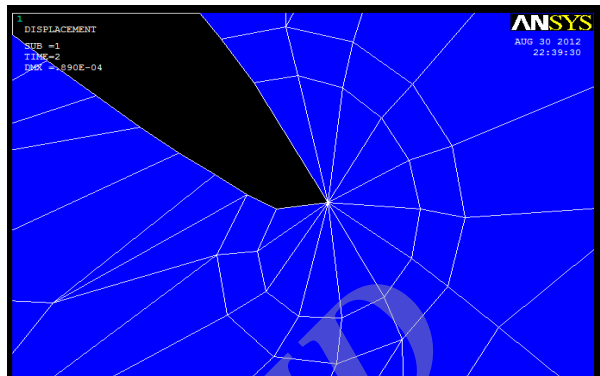
شکل (۸). نمودار تنش نرمال  $\sigma_y$  در مختصات تعریف شده در نوک ترک و در امتداد ترک.

با توجه به مشخصات داده شده در جدول شماره ۱ و معادله شماره ۳، مقدار  $K_I$  برابر است با؛

$$K_I = 100 \times \sqrt{2/14 \times 2/5} \sin^2 45$$

$$K_I = 100 \times \sqrt{2/14 \times 2/5} \sin^2 45$$

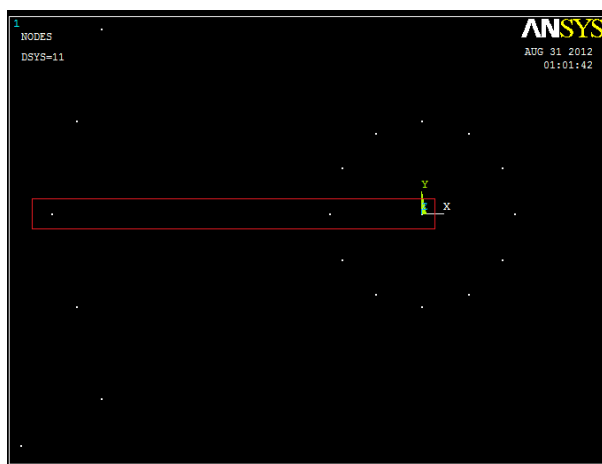
گرفته شده است [۹]. همواره رشد ترک در سه مرحله بررسی می شود. که مرحله اول از اهمیت ویژه ای برخوردار است. در شکل (۴) مدل اول تغییر حالت نوک ترک با نمایش داده شده است.



شکل (۵) مدل اول تغییر شکل ترک

برای بدست آوردن  $K_I$  به کمک نرم انسیس حتما باید نود های نزدیک به نوک ترک را که بر یک استقامت اند انتخاب کنیم، واضح است که هرچه دقت مش زدن در اطراف نوک ترک بالاتر باشد، جواب های بدست آمده مطمئن تراند [۱۰].

در نرم افزار انسیس تنها یک نقطه متمرکز با الگوی مش شکل (۳) می توان ایجاد کرد؛ از طرفی ترک متقارن است بنابراین اعمال قید متقارن بودن ورق؛ با انتخاب سه نود بخصوص که در شکل (۵) نمایش داده شده اند مقدار  $K_I$  به کمک نرم افزار بدست می آید.



شکل (۶) نود هایی که در کادر قرمز قرار گرفته اند را برای محاسبه انتخاب می کنیم

- [4] Bao Y., Wierzbicki T., On fracture locus in the equivalent strain and stress triaxiality space, *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 46, No. 1, 2004, pp.81–98.
- [5] Burdekin F.M., Stone D.E.W., The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding Materials, *Journal of Strain Analysis*, vol. 1, No. 2, 1966, pp. 145–153.
- [6] Norman E. Dowling, Mechanical Behavior of Materials (4th Edition).
- [7] Daryl L. Logan, A first course in Finite Element Method, fourth edition.
- [8] Allan F. Bower, Applied Mechanics of Solids.
- [9] اجزای محدود انسیس، حمید رضا جاهد مطلق، محمد رضا نوبان، محمد امین اشراقی.
- [10] ANSYS Help System, Analysis Guide & Theory Manual, Version 12.1.

$$K_I = 140/089$$

خطای بین حالت تجربی و نرم افزاری:

$$\frac{140/089 - 127/38}{140/089} \times 100 = 9/020$$

#### ۴- نتیجه گیری:

در این مقاله با بهره گیری از مدل سازی نرم افزاری مکانیک شکست، الگوی مناسبی جهت مطالعه فرآیند ترک خوردگی و بررسی کمی و کیفی رشد ترک در مدل ارایه گردید. بررسی ارتباط ما بین پارامتر ضریب شدت تنش به عنوان شاخص اصلی مکانیک شکست و طول ترک که نشان دهنده میزان رشد ترک در هر مرحله می باشد. گویای مکانیزم رشد ترک است.

مقایسه بین اعداد بدست آمده به کمک رابطه تجربی و نرم افزار خطایی در حدود ۹ درصد را گزارش می کند که این درصد تأکیدی بر محاسبه ضرایب شدت تنش به کمک نرم افزار آنسیس در ورقها و بخصوص قالب های مورد استفاده در قالب های سنبه و ماتریس است، که اساس کارشان کشش ورق است.

صرفه جویی قابل توجه در هزینه و وقت برای صناعی که از ورق و sheet metal استفاده می کنند مثل نورد و...

از آنجایی که مد اول ضریب شدت تنش از اهمیت بیشتری برخوردار است لذا محاسبه همه ی مد ها در ورق های ضروری نیست. لذا بدست محاسبه ضریب فوق لازم و ضروری است.

#### مراجع:

- [1] T.L. Anderson, Ph.D. Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, Third Edition.
- [2] Biao Wang, Mechanics of Advanced Functional Materials.
- [3] مکید، اس، ای، ۱۳۷۸، مکانیک شکست، فرهی، غ، چاپ سوم، انتشارات دانشگاه بوعلی سینا.

Archive of SID