

بررسی تأثیر نسبت نیروی محوری به نیروی جانبی بر کماتش پوسته استوانه‌ای جدار نازک اورتوتروپیک

مسبب اسماعیل دخت^۱، رضا اکبری آلاشتی^{۲*}، محمدحسن قاسمی^۳، مرتضی دردل^۴

* نویسنده مسئول: raalashti@nit.ac.ir

چکیده

واژه‌های کلیدی

المان محدود، اورتوتروپیک، پوسته‌های
استوانه‌ای، کماتش، نسبت نیروی محوری به
فشار جانبی

تحلیل کماتشی پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک به دلیل فرآیند ساخت آن‌ها دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشند. برای افزایش استحکام کماتشی معمولاً از تقویت کننده‌های طولی و عرضی استفاده می‌شود. در این مقاله با در نظر گرفتن یک پوسته استوانه‌ای جدار نازک تقویت شده با تقویت کننده‌های طولی و عرضی داخلی، تحت ترکیب نیروهای محوری و فشار جانبی، به بررسی تأثیر نسبت نیروی محوری به نیروی جانبی بر مقدار نیروی کماتش برای نسبت‌های مختلف ابعادی اعم از نسبت ضخامت به شعاع و نسبت طول به شعاع پوسته استوانه‌ای پرداختیم. نتایج تحلیلی بر مبنای معادلات پایداری خطی کلاسیک دائل برای پوسته‌های استوانه‌ای غیر همسانگرد، با نتایج برآمده از تحلیل المان محدود به وسیله نرم‌افزار ANSYS مقایسه شد. نتایج نشان می‌دهد روش تحلیلی دائل در محدوده‌ای از نسبت‌های ابعادی کارایی دارد. همچنین در اکثر نسبت‌های ابعادی، با افزایش نسبت نیروی محوری به نیروی محیطی، نیروی کماتش محوری افزایش و نیروی کماتش محیطی کاهش می‌یابد.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۳- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۴- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

۱- مقدمه

پوسته‌های استوانه‌ای به دلیل خواص بویانسی و وزن پایین خود، به‌عنوان المان‌های سازه‌ای در سازه‌های فراساحلی، زیردریایی‌ها و سفینه‌های فضایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این پوسته‌ها در معرض ترکیب تنش‌های فشاری و نیروی فشاری خارجی هستند. ساخت این نوع از پوسته‌ها به وسیله جوشکاری حالت‌های مختلف تنش‌های باقیمانده را به علت عملیات مکانیکی و حرارتی تولید می‌کند. به‌علاوه پوسته‌های ساخته‌شده، به‌صورت اجتناب‌ناپذیر، دارای نقص هندسی در شکل، به‌عنوان مثال، فقدان شکل دایره‌ای در برش‌های عرضی و فقدان راستی و صافی در جهت محوری، می‌باشند. هر دو مورد تنش‌های پسماند و عیوب هندسی، موجب کاهش استحکام کمانشی پوسته‌ها خواهد شد. پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک بزرگ، معمولاً به‌صورت عمودی یعنی ترکیب رینگ و استرینگر^۱ تقویت می‌شوند. فاکتور اصلی مؤثر بر طراحی استوانه‌های تقویت‌شده به روش عمودی، شکست یا رفتار کمانشی آن‌ها است [۱]. اولین بار اوایلر در سال ۱۷۴۴ مبحث کمانش ستون‌ها را مطرح کرد. اولین حل استوانه تحت بار محوری به‌وسیله لرنز در سال ۱۹۱۱ ارائه‌شده است. اکنون در بسط معادلات پایداری پوسته‌های استوانه‌ای، تأکید اصلی بر معادلات نسبتاً ساده‌ای است که به‌وسیله دانل (۱۹۲۵) پیشنهادشده است. اگرچه ساده‌سازی معادلات تا حدی دامنه کاربرد آن‌ها را محدود می‌کند ولی معادلات دانل اساس اغلب آنالیزهای موجود در کتب و مقالات را بیش از هر مجموعه دیگری از معادلات پوسته‌های استوانه‌ای تشکیل می‌دهد [۲]. از عوامل تأثیرگذار بر تحلیل کمانشی به‌طور کلی می‌توان به پارامتر شرایط مرزی، نیروهای طراحی و عوامل هندسی اشاره کرد [۳]. رابرت اسلیز و مین

یونچانگدر قالب یک کار آزمایشگاهی، روش دقیقی برای پیش‌بینی نیروی کمانش پوسته استوانه‌ای جدار نازک ارائه کردند. آن‌ها با مقایسه نتایج حل المان محدود و نتایج تجربی دریافتند که مدل المان محدود دارای تکیه‌گاه صلب ساده‌شده باوجود در نظر گرفتن عیوب هندسی اولیه در سازه، نتایج مطلوبی را نخواهد داد و برای یافتن بهترین نتیجه باید تکیه‌گاه‌ها به‌صورت دقیقی مدل شوند [۴]. لوییکی و همکارانش با در نظر گرفتن کمانش یک سیلوی استوانه‌ای فولادی به تحلیل المان محدود استاتیکی و دینامیکی آن پرداختند و نتایج را در دو حالت مقایسه نمودند. آن‌ها اختلاف موجود در دو روش را مورد بحث قرار داده و نتایج حاصل از یک روش دینامیکی را ارائه کردند [۵]. راسینام و پرابویا در نظر گرفتن تورفتگی به‌عنوان یک عیب هندسی ایجادشده در مسیر ساخت پوسته استوانه‌ای جدار نازک، برای نسبت‌های مختلف ابعادی L/a و h/a به بررسی تأثیر این عامل در تحلیل کمانشی پرداختند و نتایج حاصل از حل المان محدود برای پوسته استوانه‌ای با تکیه‌گاه ساده در دو لبه را ارائه نمودند [۶]. سوفی‌یف و کوروگلو در مقاله‌ای به تحلیل کمانشی یک پوسته مخروطی جدار نازک در دو حالت همگن و غیر همگن اورتوتروپیک پرداختند. آن‌ها ابتدا معادلات حاکم را بر مبنای تئوری تغییر شکل‌های بزرگ ون کارمن-دانل به دست آوردند. سپس معادلات تعدیل‌شده پایداری و سازگاری دانلی با احتساب تغییر شکل‌های بزرگ برای پوسته جدار نازک مخروطی کم‌عمق اورتوتروپیک غیرهمگن را محاسبه و به‌صورت تحلیلی حل کردند. همچنین نتایج حاصله را با نتایج مراجع دیگر مقایسه نمودند [۷]. لیسایانگ و همکارانش با در نظر گرفتن تغییر ضخامت غیرمتمقارن در یک پوسته استوانه‌ای جدار نازک تحت فشار جانبی خارجی یکنواخت، یک روش تحلیلی برای تحلیل کمانشی آن ارائه دادند و به این نتیجه رسیدند

^۱ Ring and Stringer

کمانش پرداخته خواهد شد. برای حل تحلیلی از معادلات حاکم بر پایداری خطی پوسته‌های غیر همسانگرد دائل استفاده گردید که یکی از معادلات اساسی در تحلیل کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای می‌باشد. نتایج برآمده از حل المان محدود، با نتایج حاصل از حل تحلیلی مقایسه خواهد شد.

۲- معادلات حاکم

معادلات غیرخطی تعادل با در نظر گرفتن برآیند نیروها و گشتاورهای المان پوسته استوانه‌ای با تغییر شکل ناچیز، به دست می‌آیند. عبارتهای درجه دومی در این معادلات ظاهر خواهند شد که نشان‌دهنده رابطه غیرخطی بین نیروهای برشی عرضی کوچک و چرخش‌ها می‌باشند. این عبارت-های غیرخطی به‌طور قابل‌اغماضی کوچک هستند. با در نظر گرفتن رابطه بین نیروی برشی و گشتاورها در المان پوسته‌ای موردنظر و همچنین با صرف نظر کردن از مقدار h/a نسبت به واحد برای پوسته‌های استوانه‌ای به‌اندازه کافی نازک، برآیند نیروهای اعمال‌شده به المان پوسته‌ای با تغییر شکل ناچیز، به ترتیب در جهات x ، θ و z به‌صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} aN_{x,x} + N_{x\theta,\theta} &= 0 \\ aN_{x\theta,x} + N_{\theta,\theta} &= 0 \\ a^2M_{x,xx} + 2aM_{x\theta,x\theta} + M_{\theta,\theta\theta} - aN_{\theta} \\ &\quad - a^2N_x\beta_{x,x} \\ &\quad - aN_{x\theta}(\alpha\beta_{\theta,x} + \beta_{x,\theta}) \\ &\quad - aN_{\theta}\beta_{\theta,\theta} = -pa^2 \end{aligned} \quad (1)$$

مثالهایی از سازه‌هایی با دیواره پوسته‌ای که رفتاری همانند سازه‌های غیر همسانگرد دارند عبارت‌اند از ورق‌های استوانه‌ای تقویت‌شده به‌وسیله رینگ‌های حلقوی نزدیک به هم یا استرینگرهای طولی، پوسته‌های تقویت‌شده با الیاف و سازه‌های پوسته‌ای کنگره‌ای. بین نیروهای کششی و تغییرات انحنا و بین گشتاورهای خمشی و کرنش محوری در سازه‌های پوسته‌ای که دو طرف دیواره آن نسبت به صفحه میانی پوسته

که می‌توان از این روش برای تحلیل کمانشی پوسته‌های جدار نازک استوانه‌ای با ضخامت متغیر کلی نیز استفاده نمود [۸]. رادنی پینا در مورد کمانش و شکست ناشی از آن برای استوانه‌هایی که یک طرف آن آزاد و در طرف دیگر آن دارای تکیه‌گاه ساده متغیر از لحاظ نگه‌دارندگی در جهت محور عمودی استوانه می‌باشند؛ مطالعه نمودند [۹]. سه اونگاوک کیم در مقاله‌ای به بسط معادلات طراحی کاربردی و نمودارهای تخمین استحکام کمانشی پوسته‌های استوانه‌ای و مخازن تحت اثر بارهای فشاری محوری پرداختند [۱۰].

هدف از این تحقیق بررسی رفتار کمانشی پوسته استوانه‌ای جدار نازک تقویت‌شده عمودی (تقویت با رینگ و استرینگر) تحت نیروی فشار جانبی و نیروی محوری یکنواخت برای نسبت‌های مختلف ابعادی از استوانه و نسبت‌های مختلف از نیروهای اعمالی است. نسبت‌های ابعادی (هندسی) که در این مقاله به آن پرداخته شده است؛ نسبت ضخامت به شعاع h/a و نسبت طول به شعاع L/a پوسته است. این دو نسبت هندسی به‌عنوان دو نسبت مهم و تأثیرگذار در مباحث مربوط به تحلیل کمانشی ارائه می‌شوند. همان‌طور که قبلاً اشاره شد پوسته‌های استوانه‌ای معمولاً تحت ترکیب نیروهای خارجی قرار می‌گیرند، که هرکدام تأثیر به‌خصوصی در مقدار نیروی کمانش (به‌عنوان یکی از مهم‌ترین فاکتورهای طراحی این نوع پوسته‌ها) دارند. استفاده از تقویت‌کننده عمودی داخلی (یا خارجی) باعث ایجاد خصوصیت اورتوتروپی در پوسته استوانه‌ای خواهد شد و همین امر به استفاده از معادلات حاکم بر کمانش در این حوزه خواهد انجامید. شرایط مرزی ساده در دو سر انتهای پوسته مدنظر قرار گرفته است و با در نظر گرفتن نسبت‌های مختلف از نیروهای اعمالی، به سهم هر یک از نیروها و یا به عبارتی تأثیر هرکدام در مقدار نیروی

مطلوب روابط جابجایی کل در راستای x و θ به صورت زیر است که در آن پارامترهای با اندیس 0 مین جابجایی در حالت تعادل اولیه و پارامترهای با اندیس 1 مین جابجایی در حالت ثانویه یا حالت اندکی تغییر شکل یافته است.

$$\begin{aligned} u &= u_0 + u_1 \\ v &= v_0 + v_1 \\ w &= w_0 + w_1 \end{aligned} \quad (5)$$

با جایگذاری روابط (۲) تا (۵) در معادله (۱) و همچنین خطی سازی و حذف عبارات‌های نشان‌دهنده چرخش‌های پیش از کمانش، معادلات پایداری برای پوسته‌های استوانه‌ای غیر همسانگرد به صورت زیر به دست می‌آیند. این معادلات مشابه معادلات به دست آمده در مراجع [۱۱] و [۱۲] است:

$$\begin{aligned} C_{11}a^2u_{1,xx} + C_{33}u_{1,\theta\theta} + (C_{12} + C_{33})av_{1,x\theta} \\ + C_{12}aw_{1,x} - C_{14}a^2w_{1,xxx} \\ = 0 \\ (C_{12} + C_{33})au_{1,x\theta} + C_{33}a^2v_{1,xx} \\ + C_{22}(v_{1,\theta\theta} + w_{1,\theta}) \\ - \frac{C_{25}}{a}w_{1,\theta\theta\theta} = 0 \\ C_{44}w_{1,xxxx} + \frac{2}{a^2}(C_{45} + C_{66})w_{1,xx\theta\theta} \\ + \frac{1}{a^4}C_{55}w_{1,\theta\theta\theta\theta} \\ + \frac{1}{a}[C_{12}u_{1,x} \\ + \frac{1}{a}C_{22}(v_{1,\theta} + w_1)] \\ - [C_{14}u_{1,xxx} \\ + \frac{1}{a^3}C_{25}(v_{1,\theta\theta\theta} \\ + 2w_{1,\theta\theta})] \\ - [N_{x0}w_{1,xx} + \frac{2}{a}N_{x\theta0}w_{1,x\theta} \\ + \frac{1}{a^2}N_{\theta0}w_{1,\theta\theta}] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

۳- روش حل

شرایط مرزی حاکم بر مسئله شرایط مرزی ساده است. بنابراین u_1 ، v_1 و w_1 بایستی برحسب θ متناوب باشند و در $x = 0, L$ شرایط زیر حاکم باشند:

متقارن نباشند، کوپلینگ وجود دارد. با در نظر گرفتن این کوپلینگ معادلات بنیادین سازه‌های غیر همسانگرد به شکل عمومی معادله (۲) بیان می‌شوند:

$$\begin{aligned} N_x &= C_{11}\varepsilon_x + C_{12}\varepsilon_\theta + C_{14}\kappa_x + C_{15}\kappa_\theta \\ N_\theta &= C_{12}\varepsilon_x + C_{22}\varepsilon_\theta + C_{24}\kappa_x + C_{25}\kappa_\theta \\ N_{x\theta} &= C_{33}\gamma_{x\theta} + C_{36}\kappa_{x\theta} \\ M_x &= C_{14}\varepsilon_x + C_{24}\varepsilon_\theta + C_{44}\kappa_x + C_{45}\kappa_\theta \\ M_\theta &= C_{15}\varepsilon_x + C_{25}\varepsilon_\theta + C_{45}\kappa_x + C_{55}\kappa_\theta \\ M_{x\theta} &= C_{36}\gamma_{x\theta} + C_{66}\kappa_{x\theta} \end{aligned} \quad (2)$$

مقادیر پارامترهای سختی معادله (۲) را می‌توان به روش تجربی یا برحسب ثابت‌های الاستیک E و ν مواد پوسته و تقویت‌کننده‌ها به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} C_{11} &= C + \frac{EA_s}{d_s} \quad C_{22} = C + \frac{EA_r}{d_r} \\ C_{12} &= \nu C \quad C_{14} = e_s \frac{EA_s}{d_s} \quad C_{15} = 0 \\ C_{36} &= 0 \quad C_{24} = 0 \quad C_{33} = \frac{1-\nu}{2}C \\ C_{25} &= e_r \frac{EA_r}{d_r} \quad C_{44} = D + \frac{EI_s}{d_s} \quad C_{12} = \nu D \\ C_{55} &= D + \frac{EI_r}{d_r} \quad C = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \\ C_{66} &= (1-\nu)D + \frac{1}{2}\left(\frac{GJ_s}{d_s} + \frac{GJ_r}{d_r}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

از تأثیر ممان‌های اینرسی حول محور z ، اعوجاج و محصولات اینرسی چشم‌پوشی شده است. پارامترهای C_{14} و C_{25} برای تقویت‌کننده‌های خارجی مثبت و برای تقویت‌کننده‌های داخلی منفی در نظر گرفته می‌شوند. همچنین روابط سینماتیک صفحه میانی المان پوسته مبتنی بر معادلات دائل برابر است با:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= u_{,x} + \frac{1}{2}\beta_x^2 \quad \beta_x = -w_{,x} \quad \kappa_x = \beta_{x,x} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{v_{,\theta} + w}{a} + \frac{1}{2}\beta_\theta^2 \quad \beta_\theta = \frac{-w_{,\theta}}{a} \\ \kappa_x &= \frac{\beta_{\theta,\theta}}{a} \quad \kappa_{x\theta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\beta_{x,\theta}}{a} + \beta_{\theta,x}\right) \\ \gamma_{x\theta} &= \frac{u_{,\theta}}{a} + v_{,x} + \beta_x\beta_\theta \end{aligned} \quad (4)$$

اصولاً برای دستیابی به معادله پایداری، بسط معادلات در حالت ثانویه پوسته مدنظر قرار می‌گیرد. برای رسیدن به این

$$a_{22} = -C_{22}n^2 - \frac{C_{33}\pi^2 a^2 m^2}{L^2} \quad (12)$$

$$a_{33} = -C_{22} - \frac{2C_{25}n^2}{a} - \frac{C_{55}n^4}{a^2} - \frac{C_{44}\pi^4 a^2 m^4}{L^4} - \frac{2C_{45}\pi^2 m^2 n^2}{L^2} - \frac{2C_{66}\pi^2 m^2 n^2}{L^2} + p_e a \left(n^2 + S \frac{\pi^2 m^2 a^2}{L^2} \right)$$

معادلات همگن (۱۱) فقط به ازای مقادیر مجزای p_e دارای جواب غیر صفر است. برای جواب غیر صفر بایستی دترمینان ضرایب A ، B و C برابر صفر باشد که از آن می-توان به رابطه نیروی کمانش عرضی $p_{e_{cr}}$ دست یافت. که در معادله به آن اشاره شده است.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

همان‌طور که قبلاً به آن اشاره شد معادلات (۱۱) به وسیله رابطه (۱۰) به صورت تک پارامتری برحسب p_e به دست خواهد آمد و با استفاده از رابطه (۱۳) نیروی کمانش عرضی $p_{e_{cr}}$ محاسبه خواهد شد. اکنون می‌توان به وسیله رابطه (۱۰) مقدار نیروی کمانش محوری P_{cr} را برای هر S مشخص به دست آورد.

۴- نتیجه گیری و بحث

علاوه بر سادگی نسبی معادلات ارائه شده توسط دائل این معادلات مرجع ایده آلی برای بررسی مقدماتی پایداری پوسته‌ها است. به همین دلیل با اینکه علاقه به حل به کمک کامپیوتر افزایش یافته است، جایگاه این معادلات همچنان محفوظ است. با نگاهی به پژوهش‌های انجام شده در مبحث کمانش پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک می‌توان دریافت که تأثیر نیروهای جانبی و محوری وارد شده بر سازه در مقدار

$$w_1 = w_{1,xx} = v_1 = u_{1,x} = 0 \quad (7)$$

حل معادله (۶) با شرایط حاکم در معادله (۷) به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{aligned} u_1 &= A \cos \bar{m}x \sin n\theta \\ v_1 &= B \sin \bar{m}x \cos n\theta \\ w_1 &= C \sin \bar{m}x \sin n\theta \end{aligned} \quad (8)$$

که $\bar{m} = \frac{m\pi}{L}$ و $m, n = 1, 2, 3, \dots$ می‌باشند. حل ارائه شده در معادله (۸) بیانگر مد کمانش با m نیم موج در طول استوانه و با $2n$ نیم موج حول محیط استوانه است [۱۳]. سازه مورد نظر در این مقاله تحت ترکیب نیروی محوری (P) و جانبی (p_e) قرار دارد بنابراین خواهیم داشت:

$$N_{x0} = \frac{-P}{2\pi a} \quad N_{\theta 0} = -p_e a \quad (9)$$

همچنین با رابطه زیر می‌توان معادله پایداری را به یک معادله تک پارامتری تبدیل نمود که در آن S یک پارامتر بدون بعد است:

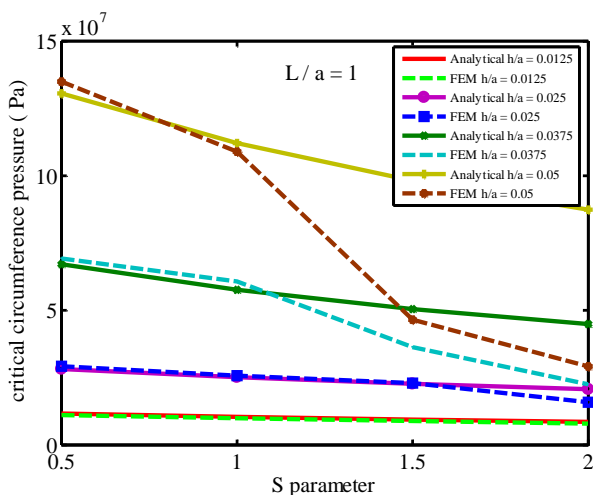
$$\frac{P}{2\pi a} = S p_e a \quad (10)$$

با جایگذاری معادله (۸) تا (۱۰) در معادله (۶) و مرتب‌سازی آن، با دستگاه معادلات همگنی شامل ضرایب A ، B و C به همراه پارامترهای سختی و عبارت‌های شامل m و n و توان‌های آن مواجه می‌شویم.

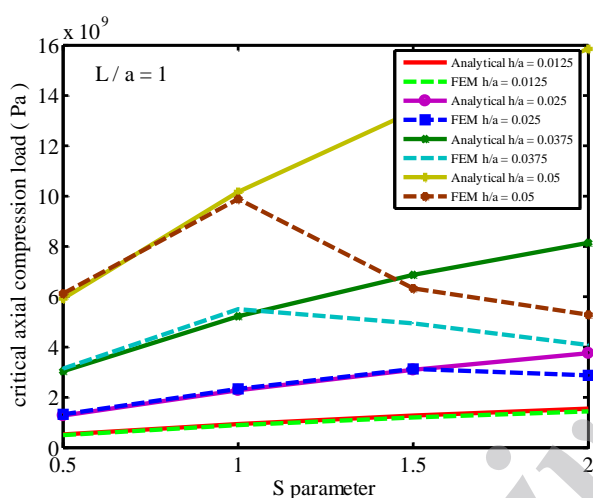
$$\begin{aligned} a_{11}A + a_{12}B + a_{13}C &= 0 \\ a_{12}A + a_{22}B + a_{23}C &= 0 \\ a_{13}A + a_{23}B + a_{33}C &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

که ضرایب موجود در معادله به صورت زیر است.

$$\begin{aligned} a_{11} &= -\frac{C_{11}\pi^2 a^2 m^2}{L^2} - C_{33}n^2 \\ a_{12} &= -\frac{C_{12}\pi a m n}{L} - \frac{C_{33}\pi a m n}{L} \\ a_{13} &= \frac{C_{12}\pi a m}{L} + \frac{C_{14}\pi^3 a^2 m^3}{L^3} \\ a_{23} &= C_{22}n + \frac{C_{25}n^3}{a} \end{aligned}$$



شکل (۱) نمودار نیروی کماتش جانبی بر حسب S برای $L/a = 1$



شکل (۲) نمودار نیروی کماتش محوری بر حسب S برای $L/a = 1$

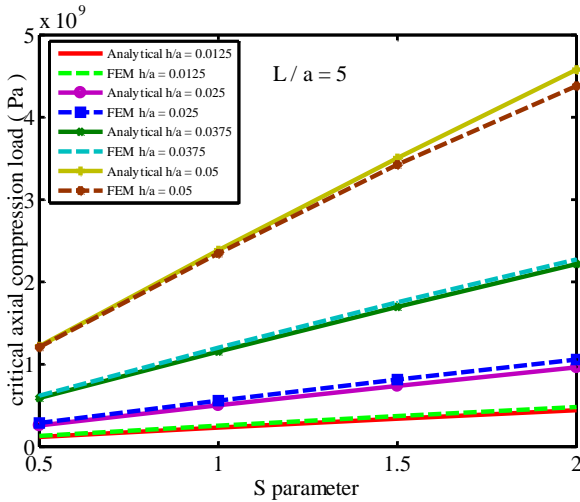
نتایج حاصله از حل المان محدود و تحلیلی که در شکل (۱) و شکل (۲) نشان داده شده است، دارای رفتار واحد نمی باشد. با افزایش ضخامت فاصله بین نتایج تحلیلی و المان محدود در S های بالاتر بیشتر خواهد شد. توضیح بیشتر راجع به این نمودار در ادامه خواهد آمد.

همان طور که از نمودارهای ارائه شده بر می آید، در تمام حالت های در نظر گرفته شده به جز در $L/a = 1$ ، با افزایش پارامتر S نیروی کماتش جانبی کاهش و نیروی کماتش محوری افزایش می یابد. آشفتگی و عدم همخوانی نتایج در نمودارهای مربوط به $L/a = 1$ به تعریف پوسته-های جدار نازک استوانه ای بر می گردد؛ چرا که این نسبت در مقایسه با دیگر ابعاد پوسته استوانه ای (برای مثال شعاع

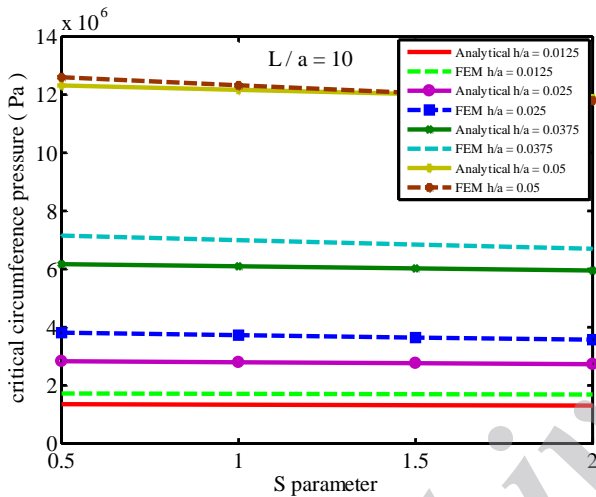
نیروی کماتش، دارای اختلاف است. هدف از ارائه این مقاله بررسی کمی و کیفی این تأثیرات در مقوله کماتش پوسته های جدار نازک استوانه ای به وسیله روش تحلیلی ارائه شده توسط دائل و مقایسه نتایج آن با نتایج حاصل از حل المان محدود به کمک نرم افزار ANSYS بوده است. تأثیر نسبت های ابعادی جزء جداناپذیر تحلیل کماتشی است. با توجه به تعریف بنیادین پوسته جدار نازک مبنی بر نسبت ضخامت به شعاع پوسته کمتر از $1/20$ ، در این مقاله برای پوسته استوانه ای با شعاعی برابر با $3/8$ متر، نسبت های (h/a) 0.0125 تا 0.05 مدنظر قرار داده شد. نسبت طول به شعاع استوانه (L/a) ، 1 ، 5 ، 10 و 20 نیز به عنوان یکی دیگر از پارامترهای هندسی تأثیرگذار در تحلیل کماتش پوسته های جدار نازک استوانه-ای مورد توجه قرار گرفت. در هر نسبت (L/a) برای (h/a) های مختلف تأثیر نسبت نیروی محوری به نیروی جانبی $S = 0.5 - 2$ بر روی مقدار نیروی کماتش مورد بررسی قرار گرفت و نتایج تحلیلی و المان محدود مقایسه شد. مشخصات مکانیکی پوسته استوانه ای جدار نازک تقویت شده در جدول (۱) نشان داده شده است.

جدول (۱) مشخصات مکانیکی پوسته استوانه ای مورد مطالعه

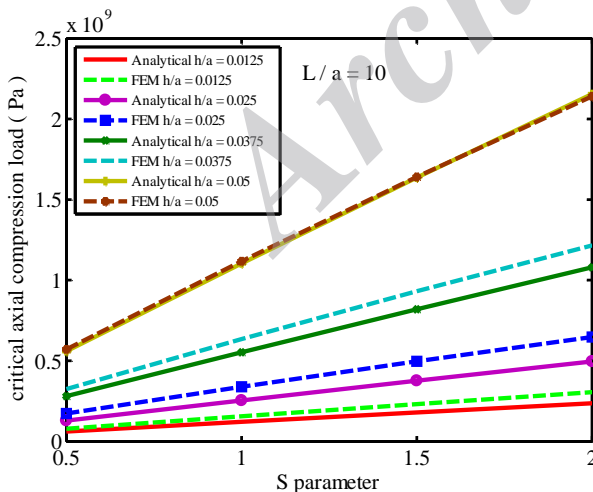
$E \left(\frac{N}{m^2} \right)$	$210 \cdot 10^9$
ν	0.3
$d_r \text{ (m)}$	1.9
$d_s \text{ (m)}$	0.49
$e_r = e_s \text{ (m)}$	$142.5 \cdot 10^{-3}$
$A_r = A_s \text{ (m}^2\text{)}$	$36 \cdot 10^{-3}$
$J_r = J_s \text{ (m}^4\text{)}$	$2.38 \cdot 10^{-7}$
$I_r = I_s \text{ (m}^4\text{)}$	$9.44 \cdot 10^{-5}$
$G \left(\frac{N}{m^2} \right)$	$75 \cdot 10^9$



شکل (۴) نمودار نیروی کماتش محوری بر حسب S برای $L/a = 5$

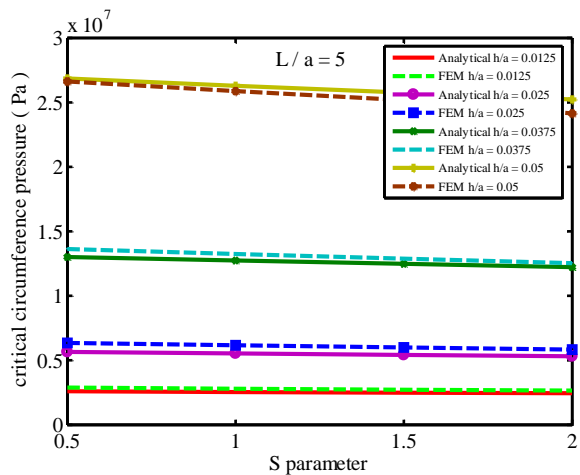


شکل (۵) نمودار نیروی کماتش جانبی بر حسب S برای $L/a = 10$



شکل (۶) نمودار نیروی کماتش محوری بر حسب S برای $L/a = 10$

پوسته نسبتاً بزرگ است و همین امر باعث آشفستگی در نتایج خواهد شد که حل المان محدود به خوبی آن را نشان می‌دهد. در ادامه و در نسبت $L/a = 5$ شاهد همگرایی نتایج تحلیلی و المان محدود و کاهش خطا به زیر ۱۰ درصد خواهیم بود. این امر نشان می‌دهد که معادلات پایداری ارائه شده توسط دائل برای محدوده‌ای از نسبت‌های ابعادی قابل استفاده است. با افزایش نسبت L/a خصوصاً در $L/a = 20$ خطای نتایج افزایش می‌یابد که می‌توان از آن به عنوان تأییدی بر نتیجه فوق یاد برد. در همه نسبت‌های ابعادی به کار گرفته شده، نیروی کماتش جانبی به صورت قابل توجهی از نیروی کماتش محوری کمتر است؛ که به معنای اهمیت این نیرو نسبت به نیروی محوری و در نتیجه تقویت عرضی نسبت به تقویت محوری، در کماتش‌پوسته‌های جدار نازک استوانه‌ای است. بدیهی است که با افزایش نسبت h/a نیروی کماتش محوری و محیطی افزایش خواهد یافت که این موضوع در نمودارها به وضوح مشخص است (شکل‌های ۳ تا ۸). دانستن شدت تأثیر هر کدام از نیروهای اعمالی در مقدار نیروی کماتش برای نسبت‌های ابعادی مختلف از پوسته‌ها، می‌تواند به عنوان یک عامل بازدارنده یا ترغیب کننده در بهره برداری از سازه در محیط‌های مختلف با نیروهای مختلف، عمل کند.



شکل (۳) نمودار نیروی کماتش جانبی بر حسب S برای $L/a = 5$

e_r	فاصله مرکز سطح مقطع رینگ تا صفحه میانی (m)
e_s	فاصله مرکز سطح مقطع استرینگر تا صفحه میانی (m)
ε	کرنش کششی
G	مدول برشی (N/m^2)
γ	کرنش برشی
h	ضخامت پوسته (m)
I_r	ممان اینرسی سطح مقطع رینگ (m^4)
I_s	ممان اینرسی سطح مقطع استرینگر (m^4)
J_r	ممان اینرسی قطبی سطح مقطع رینگ (m^4)
J_s	ممان اینرسی قطبی سطح مقطع استرینگر (m^4)
κ	انحنای صفحه میانی
L	طول پوسته (m)
M	منتجه گشتاور در المان پوسته (N.m)
N	منتجه نیرو در المان پوسته (N.m)
p	فشار خارجی در المان پوسته (N/m^2)

مراجع

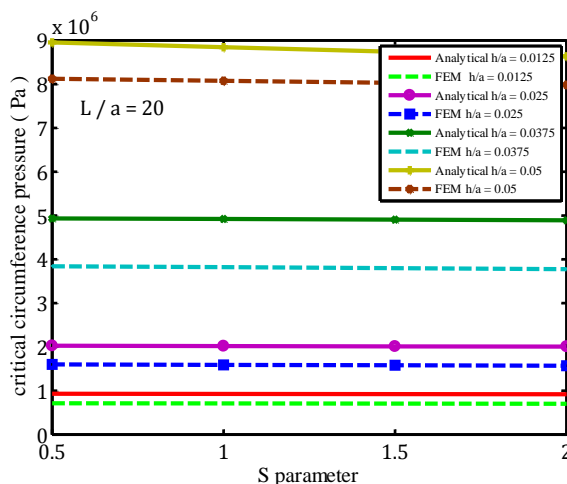
[1] Kenny partners J.P., *Buckling of Offshore Structural Components*, Report of the UK Cohesive Buckling Research Programme, 1983-1985, London, 1992, p. 259.

[۲] آلمورث ب.، براش د.، کمانش میله‌ها، ورق‌ها و پوسته‌ها، ترجمه مجتبی قمری زاده و غلامحسین رحیمی، تهران: انتشارات دانشگاه امام حسین (ع)، ۱۳۸۳.

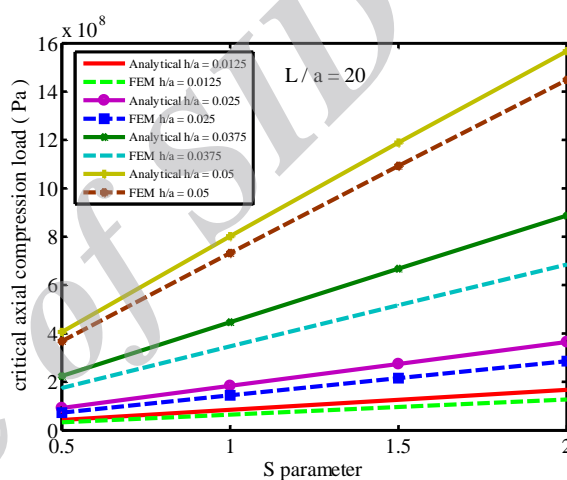
[3] Bai y., *Marine structural design*, Elsevier, 2003, Houston, America.

[4] Sliz R., Chang M.Y., Reliable and accurate prediction of the experimental buckling of thin-walled cylindrical shell under an axial load, *Thin-Walled Structures*, Vol. 49, 2010, pp. 409-421.

[5] Iwicki P., Tejchman J., Chróscielewski J., Dynamic FE simulations of buckling process in thin-walled cylindrical metal silos, *Thin-Walled Structures*, Vol. 84, 2014, pp. 344-359.



شکل (۷) نمودار نیروی کمانش جانبی بر حسب S برای $L/a = 20$



شکل (۸) نمودار نیروی کمانش محوری بر حسب S برای $L/a = 20$

فهرست علائم

a	شعاع پوسته (m)
A_r	مساحت سطح مقطع رینگ (m^2)
A_s	مساحت سطح مقطع استرینگر (m^2)
β	نرخ چرخش در المان پوسته
C	سختی خمشی (N/m)
D	سختی پیچشی ($N.m$)
d_r	فاصله بین رینگ‌ها (m)
d_s	فاصله بین استرینگرها (m)
E	مدول الاستیسیته (N/m^2)

- [6] Rathinam N., Prabu B., Numerical study on influence of dent parameters on critical buckling pressure of thin cylindrical shell subjected to uniform lateral pressure, *Thin-Walled Structures*, Vol. 88, 2015, pp. 1-15.
- [7] Sofiyev A., Kuruoglu N., Buckling analysis of nonhomogeneous orthotropic thin-walled truncated conical shells in large deformation, *Thin-Walled Structures*, Vol. 62, 2013, pp. 131-141,
- [8] Yang L., Luo Y., Qiu T., Yang M., Zhou G., Xie G., An analytical method for the buckling analysis of cylindrical shells with non-axisymmetric thickness variations under external pressure, *Thin-Walled Structures*, Vol. 82, 2014, pp. 431-440.
- [9] Pinna R., Buckling and collapse of cylinders with one end open and one end simply supported with varying axial restraint, *International Journal of mechanical sciences*, Vol. 46, 2004, pp. 541-559.
- [10] Kim S.E., Buckling strength of the cylindrical shell and tank subjected to axially compressive loads, *Thin-walled structures*, Vol. 40, 2002, pp. 329-353.
- [11] Baruch M., Singer J., Effect of Eccentricity of Stiffeners on the General Instability of Stiffened Cylindrical Shells under Hydrostatic pressure, *Archive Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 5, No. 1, 1963, pp. 23-27.
- [12] Singer J., Baruch M., Harari O., On the Stability of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells under Axial Compression, On the Stability of Eccentrically Stiffened Cylindrical Shells under Axial Compression, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 3, No. 1, 1967, pp. 445-470.
- [13] Flugge W., *Stresses in Shells*, Second Edition, Springer, 1973, Verlag Berlin.