

تحلیل غیرخطی رفتار ترمومکانیکی مواد مرکب فعال شده بوسیله الیاف آلیاژ حافظه دار

سیامک مقبلی^۱، محمدجواد محمودی^۲

* نویسنده مسئول: mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

چکیده

واژه‌های کلیدی

آلیاژ حافظه دار، میکرومکانیک، خاصیت حافظه شکلی، کامپوزیت فعال شده،

رفتار عمومی ترمومکانیکی مواد مرکب تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه دار با استفاده از یک روش تحلیلی میکرومکانیکی سه بعدی به منظور در نظر گرفتن اثر فعال شدن الیاف پیش بینی می شود. کامپوزیت به واسطه این روش میکرومکانیکی می تواند تحت بارگذاری های عمومی مکانیکی شامل بارگذاری عمودی و برشی و همچنین حرارتی قرار بگیرد که نهایتاً سبب فعال شدن الیاف آلیاژ حافظه دار در زمینه پلیمری می گردد. با توجه به قابلیت های مدل میکرومکانیکی ارائه شده، آرایش الیاف در زمینه به صورت توزیع مریعی شبیه سازی می گردد. المان حجمی نماینده کامپوزیت از دو فاز شامل الیاف آلیاژ حافظه دار و زمینه پلیمری تشکیل می شود و تحت بارگذاری مکانیکی چرخه ای محوری قرار می گیرد. به منظور نمایش اثر فعال شدن الیاف بر پاسخ کلی کامپوزیت، رفتار زمینه پلیمر به صورت الاستیک در نظر گرفته می شود و الیاف آلیاژ حافظه دار به صورت غیرخطی غیرالاستیک بر اساس مدل سه بعدی لاگوداس شبیه سازی می گردد. این مدل قادر پیش بینی اثرات استحاله فاز آلیاژ حافظه دار و رفتار سوپرالاستیک آن ها می باشد. در راستای بسط معادلات ترمومکانیکی آلیاژ حافظه دار در مدل سلول واحد، از روش حل عددی غیرخطی نیوتن-رافسون استفاده می گردد. در قسمت نتایج ابتدا اثرات پارامترهای مهم بر پاسخ ترمومکانیکی کامپوزیت بررسی می گردد و سپس پاسخ های ترمومکانیکی کامپوزیت در دو بازه دمایی زیاد و کم نشان داده می شود و اثر فعال شدن سیم آلیاژ حافظه دار درون کامپوزیت نمایش داده می شود. نتایج بیانگر این نکته می باشد که با افزایش دما کرنش باقیمانده در باربرداری مکانیکی در کامپوزیت کاهش می یابد به گونه ای که هنگامی که دما بالاتر از ناحیه اتمام تشکیل آستیت باشد کرنش باقیمانده در کامپوزیت به صفر میل می کند. مقایسه نتایج تحقیق حاضر با تحقیقات موجود در دسترس پیشین، تطابق بسیار خوبی را نشان می دهد.

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی

۱- مقدمه

آلیاژهای حافظه دار^۱ یکی از انواع مواد هوشمند می باشند که با توجه به زمان کوتاهی که از کشف خواص آنها می گذرد، به دلیل رفتارهای خاصی که از خود نشان می دهند، مورد توجه قرار گرفته اند [۱]. آلیاژهای حافظه دار دارای خواص منحصر بفردی هم چون اثر حافظه شکلی و سوپرالاستیسیته می باشند. اثر حافظه شکلی را می توان به عنوان قابلیت در جهت جبران سازی کرنش های دائمی ایجاد شده در آلیاژهای حافظه دار بیان نمود. این تغییر شکل می تواند تا سقف کرنش های به وجود آمده تا ۱۰٪ باشد که با افزایش دما کرنش دائمی ایجاد شده در آلیاژ حافظه دار می تواند بازیابی گردد [۱]. در دماهای بالا آلیاژ حافظه دار به عنوان مواد سوپرالاستیسیته رفتار می کنند [۱]. باربرداری مکانیکی در این بازه دمایی سبب تشکیل هیستریزیس می گردد. این خواص منحصر بفرد که ناشی از استحاله فاز^۲ مارتنزیت به آستنیت و آستنیت به مارتنزیت می باشد، در بارگذاری و باربرداری مکانیکی و حرارتی در آلیاژهای حافظه دار مشاهده می گردد [۱].

از آنجایی که نیروی بازیابی حاصل از المان حافظه دار مقید، در جهت تغییر شکل اعمال می گردد، لذا می تواند موجب تولید کار شود، بنابراین المان حافظه دار به عنوان عملگرهای گرمایی یا حرارتی عمل می کند [۲]. در این المان، انرژی حرارتی به طور مستقیم به انرژی مکانیکی تبدیل می گردد. یکی از راه های اعمال و استفاده از آلیاژهای حافظه دار اضافه نمودن آنها به کامپوزیت ها می باشد که سبب بهینه سازی خواص کامپوزیت و استفاده مناسب از آلیاژهای حافظه دار می باشد. علت این که آلیاژهای حافظه دار نسبت به سایر مواد دارای اولویت می باشند؛ خاصیت سوپرالاستیسیته و اثر حافظه شکلی و ظرفیت استهلاکی بالا و ظرفیت بالای این گونه مواد در جلوگیری از خستگی سازه ها در بارگذاری های دینامیکی می باشد [۳].

بیرمن^۳ و همکاران با استفاده از روش تحلیلی رفتار کامپوزیت تقویت شده به واسطه الیاف آلیاژ حافظه دار را بررسی نمودند [۴]. لاگوداس^۴ و همکاران با استفاده از یک روش میکرومکانیکی رفتار آلیاژ حافظه دار را در کامپوزیت زمینه فلزی بررسی نمودند و اثر مثبت آلیاژ حافظه دار در بهبود خواص را ارائه کردند [۵]. چراکاووی^۵ و همکاران اثر آلیاژ حافظه دار بر دو فاز پلیمری و فلزی را بررسی نمودند [۶]. ابودی^۶ خواص کامپوزیت های تقویت شده به واسطه الیاف حافظه دار را به روش مدل سلولی^۷ مورد بررسی قرار داد [۷]. پالی^۸ و ابودی نیز به واسطه روش سلولی تعمیم یافته رفتار میکرومکانیک کامپوزیت ها را بررسی نمودند [۸]. جرالی^۹ و همکاران با استفاده از روش تحلیلی کامپوزیت های تقویت شده به وسیله الیاف آلیاژ حافظه دار را در بارگذاری داخلی و خارج محور بررسی کردند [۹].

ابودی پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت های تک جهتی تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه دار تحت تغییر شکل های بزرگ را مورد بررسی قرار داد [۱۰]. برای تحلیل و پیش بینی رفتار سوپرالاستیسیته آلیاژ حافظه دار از مدل آریکیو^{۱۱} [۱۱] استفاده نمود. اثرات برهم کنش ترمومکانیکی و کرنش های غیرالاستیک ناشی از استحاله فاز در آلیاژ حافظه دار که به دلیل استحاله فاز در آلیاژ حافظه دار در کامپوزیت های تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه دار به وسیله فرید و ابودی مورد بررسی قرار گرفت [۱۲]. در این مطالعه برای مدل سازی آلیاژ حافظه دار از مدل آریکیو [۱۳] و روش میکرومکانیکی^{۱۱} HFGMC استفاده گردید. مارفیا^{۱۲} و ساکو^{۱۳} روشی مبتنی بر تحلیل چندمقیاسی میکرو-ماکرو برای تحلیل کامپوزیت های تقویت شده با الیاف بلند آلیاژ حافظه دار ارائه نمودند. تحلیل میکرومکانیکی آنها شامل

³ Birman⁴ Lagoudas⁵ Cherkaoui⁶ Aboudi⁷ Method of cell⁸ Paley⁹ Jarali¹⁰ Auricchio¹¹ High Fidelity Generalized Method of Cells¹² Marfia¹³ Sacco¹ Shape Memory Alloy² Phase transformation

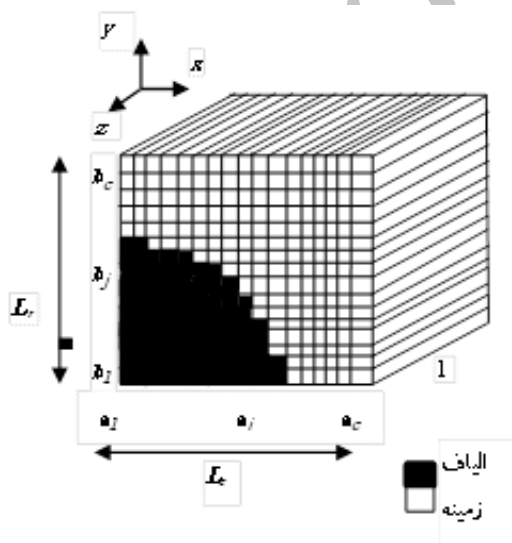
پایه‌سازی معادلات غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار در روش میکرومکانیک سلول واحد می‌باشد که تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است.

۲- روش تحقیق

۲-۱- المان حجمی نماینده

در شکل (۱) المان حجمی نماینده کامپوزیت با توزیع مریعی الیاف درون زمینه پلیمری نشان داده شده است. المان حجمی نماینده از دو فاز شامل زمینه پلیمری و الیاف آلیاژ حافظه‌دار در نظر گرفته شده است. در شکل (۱) المان حجمی نماینده دارای $r \times c$ سلول با طول ضلع ۱ در جهت محور z و با طول ضلع L_c در جهت محور x و با طول ضلع L_r در جهت محور y است. اگر متغیر i متغیر شمارنده در جهت x و j در جهت y باشد، هر سلول با نام ij شناخته می‌شود و طول هریک از سلول‌ها در جهت x با a_i و در جهت y با b_j و در جهت z با ۱ مشخص می‌شود.

سطح مقطع الیاف آلیاژ حافظه‌دار به صورت دایروی در نظر گرفته شده است که البته این فرض با در نظر گرفتن تعداد کافی زیرسلول و قرارگیری آنها در کنار یکدیگر به صورتی که شکل کلی مقطع دایروی الیاف را تشکیل بدهد توسط زیر سلول‌های مربعی و مستطیلی پر می‌شود که در شکل شماره ۱ نمایش داده شده است.



شکل (۱) المان حجمی نماینده ماده مرکب دو فازی

قرارگیری الیاف با توزیع منظم و اتفاقی در زمینه همگن الاستیک و بر مبنای تحلیل تحلیل و عددی انجام گردید [۱۴]. آلیاژ حافظه‌دار در این پژوهش با استفاده از مدل سه-بعدی سوزا^۱ مورد بررسی قرار گرفت.

سپ^۲ و همکاران روشی بر مبنای همگن‌سازی خواص مکانیکی کامپوزیت‌ها که بر اساس استحاله فاز آلیاژ حافظه‌دار مرتب‌شده بود را برای تحلیل کامپوزیت‌های با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه نمودند [۱۵]. برای این تحلیل از روش اوانگلیستا^۳ [۱۶] استفاده نمودند. اخیراً دامن‌پاک و همکاران با استفاده از روش المان محدود، الیاف آلیاژ حافظه‌دار را در زمینه‌های فلزی و پلیمری ارائه بررسی نمودند [۱۷].

در این پژوهش با استفاده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده‌شده [۱۸، ۱۹]، پاسخ ترمومکانیکی کامپوزیت زمینه پلیمری تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار ارائه می‌شود. آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتاری غیرخطی می‌باشد که برای مدل‌سازی آن از مدل سه‌بعدی لاگوداس استفاده می‌شود و با استفاده از روش حل عددی نیوتن-رافسون^۴ نتایج عددی معادلات غیرخطی آلیاژ حافظه‌دار در مدل سلول واحد ساده شده قرار می‌گیرند. روش میکرومکانیک سلول واحد قادر به مدل‌سازی این رفتارهای پیچیده و غیرخطی کامپوزیت‌های تقویت‌شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد. المان حجمی نماینده^۵ کامپوزیت به $r \times c \times h$ سلول مکعبی

در سه بعد گسترش می‌یابد. فرض اتصال کامل بین اجزای سازنده المان حجمی کامپوزیت در نظر گرفته می‌شود و همچنین از اثرات قیود انتهایی صرف‌نظر شده است. آلیاژ حافظه‌دار و زمینه پلیمری به‌عنوان یک ماده همگن در نظر گرفته می‌شوند. عمده و بخش نوین این مقاله پایه‌سازی روش میکرومکانیک سلول واحد ساده‌شده بر روی آلیاژهای حافظه‌دار تحت بارگذاری مکانیکی چرخه‌ای^۶ می‌باشد و استفاده از شیوه برنامه‌نویسی شی‌گرایی جهت

¹ Souza

² Sepe

³ Evangelista

⁴ Newton-Raphson

⁵ Representative Volume Element

⁶ Cyclic

۳- معادلات حاکم

بر اساس مدل سلول واحد [۱۹] برای استخراج روابط میکرومکانیکی حاکم، فرض می‌شود که مولفه‌های جابجایی داخل هر سلول المان نماینده توابعی خطی می‌باشند. همچنین فرض می‌شود که تنش‌های نرمال وارده بر المان حجمی نماینده کامپوزیت هیچ‌گونه تنش برشی داخل آن ایجاد نمی‌کند و بالعکس. از معادله تنش‌های میکرو (σ_z^{ijk}) در سلول‌ها و تنش‌های ماکرو (S_l) اعمالی در مرز المان نماینده رابطه (۱) به دست می‌آید [۱۹]:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^r \sigma_x^{1j} b_j = S_x L_r \\ \sum_{i=1}^c \sigma_y^{il} a_i = S_y L_c \\ \sum_{j=1}^r \sum_{i=1}^c b_j (a_i \sigma_z^{ij}) = S_z L_r L_c \end{cases} \quad (1)$$

رابطه (۲) از تعادل تنش‌های عمودی در سطوح مشترک در هر دو سلول مجاور به دست می‌آید:

$$\begin{cases} \sigma_x^{1j} = \sigma_x^{ij} & (i > 1) \\ \sigma_y^{il} = \sigma_y^{ij} & (j > 1) \end{cases} \quad (2)$$

با فرض اتصال کامل بین اجزای سازنده المان حجمی کامپوزیت، تغییر مکان المان نماینده در یک جهت برابر مجموع تغییر مکان سلول‌های یک ردیف در همان جهت می‌باشد، پس می‌توان رابطه‌ی (۳) را نوشت:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{il} = \sum_{i=1}^c a_i \varepsilon_x^{ij} = L_c \bar{\varepsilon}_x & (j > 1) \\ \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{1j} = \sum_{j=1}^r b_j \varepsilon_y^{ij} = L_r \bar{\varepsilon}_y & (i > 1) \\ \varepsilon_z^{ij} = \bar{\varepsilon}_z & (i > 1, j > 1) \end{cases} \quad (3)$$

۲-۲- معادلات میکرومکانیکی زمینه پلیمری

به‌منظور استخراج معادلات حاکم، معادلات الاستیک مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده‌شده [۱۹] مورد استفاده قرار گرفته شده است. ε_{mn}^{ij} و σ_{kl}^{ij} به ترتیب تانسور کرنش

و تنش در سلول ij را نمایش می‌دهند. معادله ساختاری ترموالاستیسیته سه‌بعدی برای سلول ij به‌صورت معادله (۴) نوشته می‌شود.

$$\varepsilon_{mn}^{ij} = S_{mnl}^{ij} \sigma_{kl}^{ij} + \alpha_{mn}^{ij} \Delta T \quad (4)$$

که S_{mnl}^{ij} و α_{mn}^{ij} به ترتیب تانسور ضریب انبساط حرارتی و نرمی الاستیک می‌باشند و ΔT اختلاف دمای فرایند ساخت تا دمای اتاق و منشأ تنش پسماند حرارتی حین ساخت است. با جایگزینی معادله ساختاری در معادلات ساختاری روش میکرومکانیک سلول واحد سیستم دستگاه معادلات خطی با (تعداد سلول‌های شامل الیاف - $p=rc+rh+hc$) معادله و با همین تعداد مجهول به دست می‌آید.

$$[A]_{p \times p} [\sigma]_{p \times 1} = [F]_{p \times 1} \quad (5)$$

که $[A]$ ماتریس ضرایب، $[\sigma]$ و $[F]$ نیز به ترتیب بردار تنش و نیرو می‌باشند.

۳-۲- معادلات میکرومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار

به‌منظور استخراج معادلات حاکم، مشابه دیگر سلول‌های واحد مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده‌شده مورد استفاده قرار گرفته است. معادلات ساختاری برای آلیاژ حافظه‌دار و با استفاده از مدل لاگوداس [۲۰] ارائه گردیده است. معادلات سه‌بعدی به‌صورت رابطه (۶) بیان می‌شوند:

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^e = \dot{\varepsilon}_{mn}^e + \dot{\varepsilon}_{mn}^{ie} + \dot{\varepsilon}_{mn}^{th} \Rightarrow m, n = 1, 2, 3 \quad (6)$$

نرخ کرنش الاستیک $\dot{\varepsilon}_{mn}^e$ مطابق قانون هوک به‌صورت رابطه (۷) با نرخ تنش $\dot{\sigma}_{kl}$ مرتبط می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^e = S_{e_mnl} \dot{\sigma}_{kl} \quad (7)$$

در این رابطه S_{e_mnl} تانسور نرمی حالت الاستیک می‌باشد. نرخ کرنش حرارتی $\dot{\varepsilon}_{mn}^{th}$ به‌صورت رابطه (۸) نوشته می‌شود.

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^{th} = \alpha_{mn}^T \dot{T} \quad (8)$$

در این معادله \dot{T} نرخ تغییرات دما می‌باشد. رفتار غیرالاستیک الیاف با استفاده از مدل لاگوداس مدل می‌شود. برای این مواد نرخ کرنش غیرالاستیک ماده در سلول ij به‌صورت رابطه (۹) بیان می‌شود:

$$\dot{\varepsilon}_{mn}^{ie} = \Lambda_{mn} \dot{\xi} \quad (9)$$

$$P_{ij} = \frac{\partial \sigma_{mn}}{\partial \xi}$$

$$a^M = \frac{\ln(0.01)}{M^s - M^f}$$

$$a^A = \frac{\ln(0.01)}{A^s - A^f}$$

ماتریس سفتی آلیاژ حافظه دار می باشد که

به صورت ایزوتروپ در نظر گرفته می شود. تابع استحاله فاز

φ به صورت رابطه (۱۵) تعریف می گردد [۲۰].

$$\text{if } \dot{\xi} > 0 \quad M^f \leq T \leq M^s$$

$$\varphi = \sigma_{mn} \Lambda_{mn} + HC^M (M^{0s} - T - \frac{\ln(1 - \xi)}{a^M}) \quad (15)$$

$$\text{if } \dot{\xi} < 0 \quad A^s \leq T \leq A^f$$

$$\varphi = -\sigma_{mn} \Lambda_{mn} - HC^M (A^{0s} - T - \frac{\ln(\xi)}{a^A})$$

نرخ کرنش غیر الاستیک در یک نمونه سلول که شامل

الیاف آلیاژ حافظه دار می باشد به صورت رابطه (۱۶) خلاصه

می گردد.

$$\dot{\varepsilon}_x^{ij} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_y^{ij} - \nu(\dot{\sigma}_x^{ij} + \dot{\sigma}_z^{ij}) + \Lambda^{ij} \dot{\xi} + \alpha^{ij} \dot{T}$$

$$\dot{\varepsilon}_y^{ij} = \frac{1}{E^{ijk}} \dot{\sigma}_x^{ij} - \nu(\dot{\sigma}_x^{ij} + \dot{\sigma}_z^{ij}) + \Lambda^{ij} \dot{\xi} + \alpha^{ij} \dot{T} \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon}_z^{ij} = \frac{1}{E^{ij}} \dot{\sigma}_z^{ij} - \nu(\dot{\sigma}_x^{ij} + \dot{\sigma}_y^{ij}) + \Lambda^{ij} \dot{\xi} + \alpha^{ij} \dot{T}$$

جهت خطی سازی با استفاده از روش تفاضل محدود

پیشرو نرخ کرنش، تنش و دما مطابق (۱۷) روابط زیر نوشته

می شود.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} = \frac{\varepsilon^{t+\Delta t} - \varepsilon^t}{\Delta t}$$

$$\dot{T} = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+\Delta t} - T^t}{\Delta t} \quad (17)$$

$$\dot{\xi} = \frac{\Delta \xi}{\Delta t} = \frac{\xi^{t+\Delta t} - \xi^t}{\Delta t}$$

$$\dot{\sigma} = \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = \frac{\sigma^{t+\Delta t} - \sigma^t}{\Delta t}$$

با جایگزینی معادله ساختاری در معادلات ساختاری

روش میکرومکانیک [۱۹] سلول واحد ساده شده، سیستم

دستگاه معادلات خطی با تعداد معادله برابر تعداد سلول های

شامل الیاف و با همین تعداد مجهول به دست می آید که این

تعداد معادله از بسط روش نیوتن-رافسون تعمیم یافته [۲۱] به

Λ_{mn} کسر حجمی مارتزیت می باشد. تابع جریان

به صورت رابطه (۱۰) تعریف می گردد:

$$\Lambda_{mn} = \begin{cases} \frac{3H}{2\sigma} \sigma'_{mn} & \dot{\xi} > 0 \\ \frac{H}{-1} \varepsilon'_{mn} & \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (10)$$

که

$$\sigma'_{mn} = \sigma_{mn} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{mn}$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{(3/2) \sigma'_{mn} \sigma'_{mn}} \quad (11)$$

$$\bar{\varepsilon}^I = \sqrt{(2/3) \varepsilon_{mn}^I \varepsilon_{mn}^I}$$

به ترتیب تنش انحرافی و تنش مؤثر و کرنش مؤثر استحاله

فاز می باشند که به ترتیب در روابط (۱۱) بیان گردید.

$H = \varepsilon^{\ln \alpha x}$ بیشترین کرنش تغییر فاز محوری می باشد.

خطوط استحاله فاز مستقیم (رفت) و غیرمستقیم (برگشت)

به صورت رابطه (۱۲) تعریف می شوند:

$$A^f = A^{0f} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{HC^M}$$

$$A^s = A^{0s} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{HC^A}$$

$$M^f = M^{0f} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{HC^M}$$

$$M^s = M^{0s} + \frac{\sigma_{mn} \Lambda_{mn}}{HC^M} \quad (12)$$

که A^{0f} , A^{0s} , M^{0f} و M^{0s} به ترتیب تشکیل و پایان

آستنی و مارتزیت می باشند که تحت شرایط آزاد بدون

تنش می باشند. C^A و C^M ضرایب نفوذ مارتزیت و آستنی

می باشند. معادله حالت برای نرخ کسر حجمی مارتزیت به

صورت رابطه (۱۳) می باشد.

$$\dot{\xi} = -\frac{(R_{mn} \dot{\varepsilon}_{mn} + S \dot{T})}{B} \quad (13)$$

ضرایب R_{mn} و S و B به صورت رابطه (۱۴) تعریف

می شوند.

$$R_{mn} = C_{mnkl} \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{kl}}$$

$$S = \frac{\partial \varphi}{\partial T} - \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnkl} \alpha_{kl} \quad (14)$$

$$B = \frac{\partial \varphi}{\partial \sigma_{mn}} P_{mn} + \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}$$

حاکم بر رفتار غیرالاستیک آلیاژ حافظه دار (معادله ۹) در کلاس برنامه نویسی دیگری مورد بررسی قرار می‌گیرد. لازم به توضیح است که در راستای قراردادن پاسخ ترمومکانیکی زمینه و الیاف در معادلات میکرومکانیکی روش سلول واحد، کلاس دیگری که شامل معادلات (۱ و ۲ و ۳) می‌باشد، تعریف می‌گردد و هر دو کلاس شامل پاسخ الاستیک و ترموالاستیک زمینه و الیاف می‌باشند به عنوان زیر مجموعه‌ای از این کلاس برنامه نویسی قرار می‌گیرند. لازم به توضیح است که روش عددی نیوتن-رافسون در این کلاس مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۳- نوع مواد

کامپوزیت با زمینه پلیمری (اپوکسی^۳) با الیاف بلند آلیاژ حافظه دار تک جهتی تحت بارگذاری ترمومکانیکی قرار قرار می‌گیرد. فرض ایزوتروپ کامل برای زمینه و الیاف در نظر گرفته می‌شود و در این مقاله فرض شده است که پلیمر دارای رفتاری خطی می‌باشد [۱۷،۲۰] و همه‌ی ثوابت الیاف آلیاژ حافظه دار و پلیمر مستقل از دما می‌باشند [۱۷،۲۰]. خواص آلیاژ حافظه دار که ساخته شده از نیتینول می‌باشد و پلیمر در جدول (۱) بیان شده است [۲۰].

جدول (۱) خواص پلیمر و الیاف آلیاژ حافظه دار [۲۰]

خاصیت	پلیمر (اپوکسی)	آلیاژ حافظه دار (نیتینول)
E (GPa)	۴۵/۳	۲۱/۵
ν	۰/۳۵	۰/۳۳
α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	۲۰	۸/۸
$H=۰/۰۴۲۳, C^A=۴/۵ \text{ MPa}/^{\circ}\text{C}, C^M=۱۱/۳ \text{ MPa}/^{\circ}\text{C}$		
$M^{of}=۵^{\circ}\text{C}, M^{os}=۲۳^{\circ}\text{C}, A^{os}=۲۹^{\circ}\text{C}, A^{of}=۵۱^{\circ}\text{C}$		

لازم به توضیح است که در تحلیل‌های میکرومکانیکی ارائه شده در مقاله حاضر و در مطالعات مقایسه‌ای درصد حجمی الیاف در کامپوزیت ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است و محدوده دمایی 25°C تا 55°C بررسی شده است.

معادلات روش میکرومکانیک به معادلات ساختاری آلیاژ حافظه دار محاسبه می‌گردد. بسط روش عددی نیوتن-رافسون متشکل از معادلات جبری سلول واحد ساده بر معادلات غیرخطی آلیاژ حافظه دار، به دلیل رفتار غیرخطی حاکم بر آلیاژ حافظه دار می‌باشد. این پیاده‌سازی به واسطه تشکیل معادلات خطا از معادلات میکرومکانیکی و سپس تشکیل مشتق‌های عددی و تشکیل ماتریس ژاکوبین است. که در نرم افزار متلب تعریف می‌گردد و به واسطه‌ی توابع اصلی^۱ که در آنها تعریف می‌گردد فراخوانی می‌گردند. نهایتاً با اعمال تنش به عنوان ورودی روش میکرومکانیکی سلول واحد خواص کلی کامپوزیت زمینه پلیمری با رفتار الاستیک زمینه و غیرخطی الیاف آلیاژ حافظه دار حاصل می‌گردد.

۲-۴- رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت

پاسخ کلی ترمومکانیکی مواد که شامل پاسخ الاستیک، ترموالاستیک و غیر الاستیک می‌باشد از معادله (۱۸) پیروی می‌کند.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon - \varepsilon_{kl}^I - \varepsilon_{kl}^T) \quad (18)$$

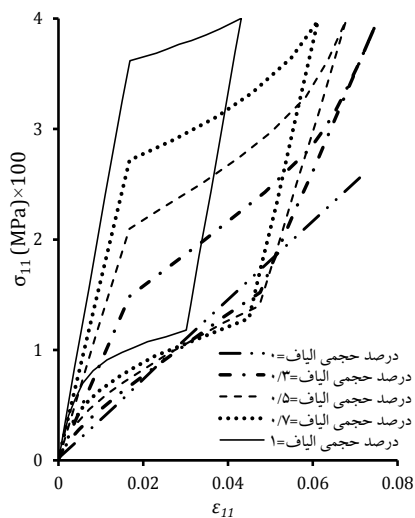
که σ_{ij} تانسور تنش و ε و ε^I به ترتیب کرنش غیر الاستیک و کلی و ترموالاستیک می‌باشد و a_{ij} تانسور انبساط حرارتی و ΔT اختلاف دمایی از دمای T_R می‌باشد. C_{ijkl} ماتریس خواص کامپوزیت می‌باشد که به واسطه روش میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده حاصل می‌گردد. همان‌گونه که قبلاً بیان شد در راستای استحصال خواص ماده مرکب هوشمند، از روش عددی نیوتن-رافسون جهت حل غیرخطی معادله حاکم بر کامپوزیت استفاده می‌شود [۲۱]. در این میان در راستای حل معادله غیرخطی حاکم بر آلیاژ حافظه دار، با استفاده از برنامه نویسی شی گرا^۲ چندین کلاس برنامه نویسی برای معادلات زمینه و الیاف حل می‌گردند. مدل سازی رفتار الاستیک و ترموالاستیک زمینه و الیاف به صورت موازی (معادلات ۴ و ۷ و ۸) در یک کلاس مورد تحلیل قرار می‌گیرند و معادله

¹ Constructor

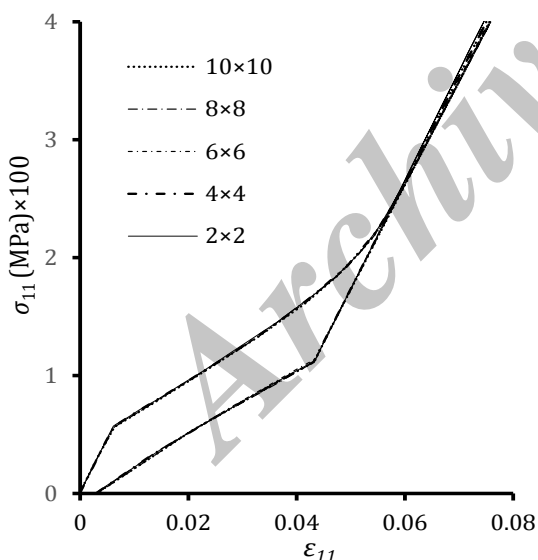
² Objected Oriented Programing

³ Epoxy

بالا، تحلیل‌های میکرومکانیکی کامپوزیت فعال مورد بررسی قرار گیرد.



شکل (۲) پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای ۵۵°C با درصد‌های حجمی مختلف



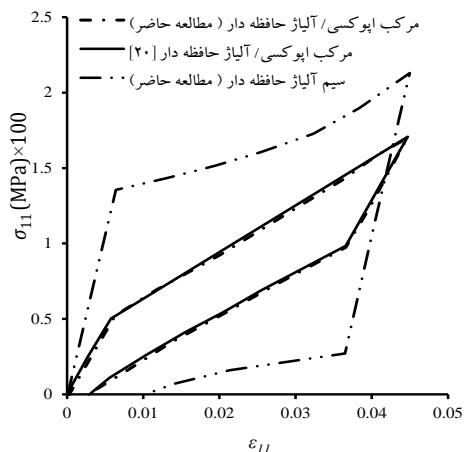
شکل (۳) پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای ۳۵°C با تعداد زیر سلول‌های مختلف

در شکل (۴) آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتار سوپراالاستیسته می‌باشد؛ لذا تمایل دارد که در باربرداری مکانیکی کرنش باقیمانده و پسماند در کامپوزیت تک‌جهتی تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار را به سمت صفر میل دهد، این رفتار را

۴- نتایج و بحث

رفتار ترمومکانیکی کامپوزیت‌های فعال تقویت شده با الیاف آلیاژ حافظه‌دار در چندین حالت تحت بارگذاری مکانیکی چرخه‌ای، جهت نمایش خاصیت اثر حافظه‌شکلی و سوپراالاستیسته مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج ارائه شده به دو صورت مطالعات پارامتری و مطالعات مقایسه‌ای تقسیم بندی می‌شوند. در ابتدا جهت بررسی و اعتباربخشی به پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت فعال، پارامتر درصد حجمی الیاف آلیاژ حافظه‌دار بررسی می‌گردد. همان گونه که مشاهده می‌گردد در صورتی که درصد حجمی الیاف آلیاژ حافظه‌دار در کامپوزیت برابر صفر باشد، کل المان نماینده حجمی به زمینه تبدیل می‌گردد و با توجه به فرض خطی بودن رفتار زمینه، کامپوزیت دارای رفتاری خطی می‌باشد که در شکل (۲) ارائه شده است. با افزایش درصد حجمی الیاف، پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت به سمت رفتار غیرخطی الیاف آلیاژ حافظه‌دار همگرا می‌گردد. افزایش درصد حجمی الیاف سبب فاصله ابعادی بین استحاله فاز مستقیم و معکوس افزایش می‌یابد. واضح است در صورتی که درصد حجمی الیاف برابر با مقدار یک باشد، المان نماینده حجمی تماماً به صورت آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد که می‌بایست در این دما دارای رفتاری چون سیم آلیاژ حافظه‌دار باشد. با توجه به قابلیت‌های روش میکرومکانیکی سلول واحد تحلیلی به منظور حساسیت به تعداد مش یا زیرسلول در سطح المان مورد نظر انجام می‌گردد. با در نظر گرفتن توزیع مربعی الیاف آلیاژ حافظه‌دار در زمینه پلیمری، المان حجمی نماینده با تعداد ۲×۲ و ۴×۴ و ۸×۸ و ۱۰×۱۰ زیرسلول گسترش می‌یابد. در این مرحله درصد حجمی الیاف در سلول کامپوزیتی ۰/۳۳ در نظر گرفته شده است.

مشاهده می‌گردد که تغییر تعداد زیر سلول‌های سطح کامپوزیت در رفتار کلی کامپوزیت فعال تاثیر بسزایی ندارد ولی با توجه به همگرایی به سمت تعداد مش ۱۰×۱۰، سعی بر آن شده است که با این تعداد سلول و البته با حاشیه امنیت



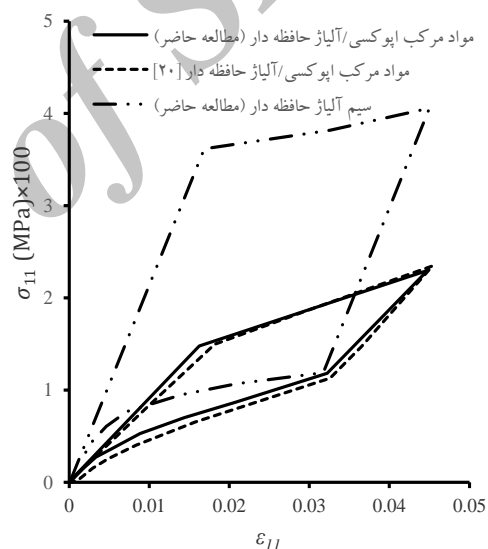
شکل (۵) پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای 35°C

شکل (۵) و (۶) به ترتیب رفتار کامپوزیت فعال با الیاف بلند تک جهتی، تحت بارگذاری مکانیکی چرخه‌ای محوری در دمای 35°C و 25°C را نمایش می‌دهند. در این شرایط دمایی با توجه به اینکه $T < A_f$ می‌باشد آلیاژ حافظه‌دار دارای رفتار سوپر الاستیسیته نمی‌باشد ولی بدلیل خاصیت حافظه-شکلی، فعال شدن آلیاژ حافظه‌دار بر رفتار میکرومکانیکی کامپوزیت تاثیرگذار می‌باشد. با توجه به این که درصد حجمی الیاف در سلول کامپوزیتی $0/33$ می‌باشد، برخلاف حالت قبل آلیاژ حافظه‌دار و کامپوزیت در باربرداری مکانیکی دارای کرنش پسماند می‌باشند که این رفتار در شکل (۵) و (۶) نشان داده شده است.

کاملاً مشخص است که در این بازه دمایی با کاهش دما کرنش باقیمانده در کامپوزیت نسبت به دو دمای بالاتر که مورد بررسی گردید بیشتر می‌باشد که با توجه به رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار در این دما و دماهای قبل می‌توان به این نکته اشاره نمود. محدوده دمایی در این حالت قبل از تشکیل آستنیت می‌باشد.

در جهت اعتباربخشی به نتایج با [۲۰] در همه موارد مقایسه صورت گرفته است و مطابقت بسیار بالایی مشاهده می‌شود، به صورتی که در سه بازه دمایی هم پوشانی بسیار بالایی بین نتایج پژوهش حاضر و مرجع مورد استفاده شده، مشاهده می‌گردد.

می‌توان با بررسی نمودار سیم آلیاژ حافظه دار بررسی شده در شکل (۴) توجه نمود. در این دما ابتدا سیم آلیاژ حافظه-دار در فاز آستنیت می‌باشد و به همین دلیل دارای رفتار خطی می‌باشد و سپس با افزایش بارگذاری مکانیکی استحاله فاز آستنیت به مارتنزیت در سیم آلیاژ حافظه‌دار شروع می‌شود که این استحاله فاز سبب تحمل کرنش غیرالاستیک ناشی از استحاله فاز در سیم آلیاژ حافظه‌دار می‌باشد به عبارتی دیگر می‌توان گفت که پس از پایان رفتار خطی در سیم آلیاژ حافظه‌دار، سیم آلیاژ حافظه‌دار فعال می‌گردد. در شکل (۴) کامپوزیت زمینه پلیمری پس از باربرداری مکانیکی در دمای 55°C دارای کرنش پسماند صفر می‌باشد و نشان می‌دهد که پاسخ میکرومکانیکی وابسته به رفتار آلیاژ حافظه‌دار است.



شکل (۴) پاسخ تنش کرنش محوری کامپوزیت در دمای 55°C

بررسی رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای 55°C بیانگر توضیحات بالا می‌باشد. همان گونه که مشخص می‌باشد رفتار سیم آلیاژ حافظه‌دار در دمای 55°C فاقد کرنش پسماند در باربرداری مکانیکی می‌باشد؛ در صورتی که در دمای پایین تر 35°C سیم آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری و باربرداری مکانیکی قرار بگیرد، کرنشی پسماند در آلیاژ حافظه‌دار باقی می‌ماند که در شکل (۵) و (۶) قابل مشاهده است.

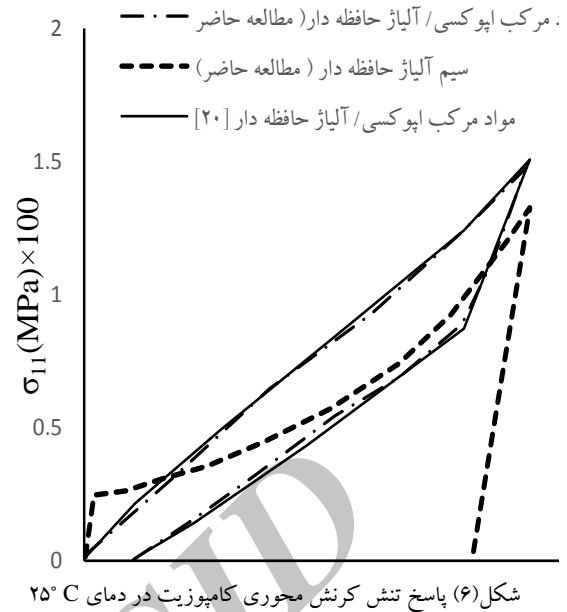
باربرداری دارای کرنش صفر می باشد که در صورتی که رفتار واقعی پلیمر در نظر گرفته شود نیز دارای کرنش باقیمانده خواهد بود که با بارگذاری حرارتی جبران خواهد شد.

فهرست علائم

H	بیشترین کرنش تغییر فاز محوری
φ	تابع تغییر فاز
A	تابع جریان
α	ضریب انبساط حرارتی ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)
N	ضریب پواسون
A^{os}	ضریب تشکیل آستنیت ($^{\circ}\text{C}$)
M^{os}	ضریب تشکیل مارتنزیت ($^{\circ}\text{C}$)
A^{of}	ضریب پایان آستنیت ($^{\circ}\text{C}$)
M^{of}	ضریب پایان مارتنزیت ($^{\circ}\text{C}$)
C^A	ضرایب نفوذ آستنیت ($\text{MPa}/^{\circ}\text{C}$)
C^M	ضرایب نفوذ مارتنزیت ($\text{MPa}/^{\circ}\text{C}$)
ξ	کسر حجمی مارتنزیت
E	مدول الاستیسیته (GPa)

مراجع:

- [1] Lagoudas D.C., *Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications*, Springer, 2008
- [2] Birman V., Review of mechanics of shape memory alloy structures, *Applied Mechanics Reviews*, 506, 1997, pp. 29-45.
- [3] Ostachowicz W.M., Krawczuk M., and Zak A., Dynamics and buckling of multilayer composite plates with embedded SMA weirs, *Journal of Composite Structures*, 48, 2000, pp. 163-167.
- [4] Birman V., Saravanos D.A. and Hopkins D.A., Micromechanics of Composites With Shape Memory Alloy Fibers in Uniform Thermal Fields, *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 34(9), 1998, pp. 1905-1912.



۵- نتیجه گیری

در این پژوهش، مدل میکرومکانیکی سه بعدی سلول واحد ساده شده جهت استخراج خواص ترمومکانیکی کامپوزیت زمینه پلیمری فعال شده با الیاف آلایز حافظه دار تقویت شده، تحت بارگذاری مکانیکی چرخه ای ارائه گردید که نتایج مهم به شرح ذیل می باشد:

- ۱- آنالیز حساسیت به تعداد مش در سطح مقطع سلول مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده گردید که حساسیت به مش در پاسخ کلی میکرومکانیکی کامپوزیت تاثیر خاص و بسزایی ندارد.
- ۲- در بازه های مختلف دمایی، بارگذاری و باربرداری چرخه ای مکانیکی بر کامپوزیت اعمال گردید و مشخص گردید که با افزایش دما کرنش باقیمانده در پاسخ میکرومکانیکی کامپوزیت کاهش می یابد (خاصیت حافظه شکلی).
- ۳- در دمای بالاتر از A_f که فاز اولیه آلایز حافظه دار به صورت آستنیت می باشد، در باربرداری میکرو-مکانیکی کرنش باقیمانده در کامپوزیت صفر مشاهده گردید.
- ۴- در صورتی که رفتار زمینه به صورت الاستیک در نظر گرفته شود در دمای بالاتر از A_f کامپوزیت در

- [17] Damanpack A.R., Aghdam M.M., Shakeri M., Micro-mechanics of composite with SMA fibers embedded in metallic/ polymeric matrix under off-axial loadings, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 49, 2015, pp. 467-480.
- [18] Aghdam M.M., Smith D. J. and Pavier M. J., Finite Element Micromechanical Modelling of Yield and Collapse behavior of Metal Matrix Composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48(3), 2000, pp. 499-528.
- [19] Mahmoodi M. J., Aghdam M. M. and Shakeri M., Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading, *Materials & Design*, 31(2), 2010, pp. 829-836.
- [20] Gilat R. and Aboudi J., Dynamic response of active composite plates: shape memory alloy fibers in polymeric/metallic matrices, *International Journal of Solids and Structures*, 41, 2004, pp.5717-5731.
- [21] Chapra S.C., Applied Numerical Methods with Matlab for Engineers and Scientists, 3rd Ed, *Raghothaman Srinivasan*, 2012.
- [5] Lagoudas D.C., BO, Z. Qidwai M.A., Micromechanics of Active Metal Matrix Composites with Shape Memory Alloy Fibers, in *Inelasticity and Micromechanics of Metal Matrix Composites, Studies in Applied Mechanics*, G.Z. Voyiadjis and J-W. Ju, eds., Vol. 41, Elsevier, Amsterdam, pp. 163-190, 1994.
- [6] Cherkaoui M., Sun Q.P. and Song G.Q., Micromechanics modelling of composite with ductile matrix and shape memory alloy reinforcement, *International Journal of Solids and Structures*, 37, 2000, pp. 1577-1594.
- [7] Aboudi J., Micromechanical analysis of composites by the method of cells, *Applied Mechanics Reviews*, 49, 1996, pp. 83-91.
- [8] Paley M. and Aboudi j., Micromechanical Analysis of Composites by the Generalized Cells Model, *Mechanics of Materials*, 14, 1992, pp. 127-139.
- [9] Jarali C.S., Raja S. and Upadhy A.R., Micro-mechanical behaviors of SMA composite materials under hygro-thermo-elastic strain fields, *International Journal of Solids and Structures*, 45, 2008, pp. 2399-2419.
- [10] Aboudi J., Micromechanically based constitutive equations for shape memory fiber composites undergoing large deformations. *Smart Material and Structure*, 13, 2004, pp. 828-837.
- [11] Auricchio F., A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory- alloy super elastic model, *International Journal of plasticity*, 17, 2001, pp. 971-990.
- [12] Freed Y. and Aboudi J., Thermo mechanically coupled micromechanical analysis of shape memory alloy composites undergoing transformation induced plasticity. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 20(23), 2009, pp. 23-38.
- [13] Auricchio F., Reali A. and Stefanelli U., A three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformation with permanent inelasticity. *International Journal of plasticity*, 23, 2007, pp. 207-226.
- [14] Marfia S. and Sacco E., Analysis of SMA composite laminates using a multiscale modelling technique. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70, 2007, pp. 1182-1208.
- [15] Sepe V., Marfia, S. and Sacco, E., A non-uniform TFA homogenization technique based on piecewise interpolation functions of the inelastic field, *International Journal of Solids and Structures*, 50, 2013, pp.725-742.
- [16] Evangelista V., Marfia S. and Sacco E., Phenomenological 3D and 1D consistent models for SMA materials, *Computational Mechanics*, 44, 2009, pp. 405-421.