

## شبیه سازی جریان گالیوم در یک قالب حلقوی در حضور میدان مغناطیسی به منظور بهبود فرآیند ریخته گری

مسعود افرند<sup>۱\*</sup>، مسعود کثیری<sup>۲</sup>

\* نویسنده مسئول: masoud.afrand@pmc.iaun.ac.ir

### واژه‌های کلیدی

شبیه سازی عددی، گالیوم مذاب، میدان مغناطیسی، جابجایی آزاد، فرآیند ریخته گری.

تاریخ ارسال: ۹۴/۱۱/۰۱

تاریخ بازنگری: ۹۵/۰۱/۰۷

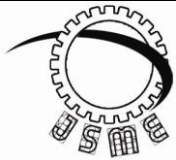
تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۸/۱۸

### چکیده

وجود جریان جابجایی آزاد درون محفظه‌ای که از یک مذاب در حال انجماد پر شده است باعث پدیدار شدن یک ساختار غیر همگن و درشت دانه در محصول نهایی می‌گردد. با اعمال میدان مغناطیسی مناسب بر مذاب درون محفظه، جریان جابجایی آزاد کاهش یافته و یک ساختار ریز دانه و همگن در محصول نهایی بوجود می‌آید. در این تحقیق، با استفاده از روش حجم محدود، به بررسی عددی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت دائم و آرام درون یک حلقه طویل، که گالیوم مذاب در فضای بین دو استوانه افقی هم محور قرار دارد پرداخته شده است. دیواره‌های خارجی و داخلی حلقه به ترتیب دارای دمای سرد و گرم هستند. اثر قدرت میدان مغناطیسی بر میدان جریان و میدان دما، تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف دیگری نظیر عدد رایلی، زاویه اعمال میدان مغناطیسی و نسبت شعاع‌های داخلی و خارجی حلقه بر میدان جریان و میدان دما مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که با مایل کردن میدان مغناطیسی نسبت به افق مقدار عدد ناسلت افزایش یافت که این افزایش در بازه ای خاص از اعداد هارتمن محسوس تر است. همچنین با افزایش عدد رایلی روند تغییر عدد ناسلت برحسب قدرت میدان مغناطیسی تغییری نمی‌کند.

۱- استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مواد، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران.



Journal of  
Solid Mechanics  
in Engineering

## Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



### Flow simulation of gallium in a cylindrical annulus in the presence of a magnetic field for improving the casting process

Masoud Afrand<sup>1,\*</sup>, Masoud Kasiri<sup>2</sup>

\* Corresponding Author: [masoud.afrand@pmc.iaun.ac.ir](mailto:masoud.afrand@pmc.iaun.ac.ir)

#### Abstract:

Free convection flow in an enclosure filled with a congealing melt leads to the product with a nonuniform structure involving large grains. The convective flows are decreased by applying an appropriate magnetic field, obtaining uniform and small grain structures. In this work, using the finite volume method, we investigated the application of a magnetic field to the convective heat transfer and temperature fields in steady and laminar flows of melted gallium in an annulus between two horizontal cylinders. The inner and outer walls of the annulus are hot and cold, respectively. Moreover, the effect of the magnetic field on the flow and temperature distribution has been investigated. The influence of the variation of other parameters including the Rayleigh number and the angle of the magnetic field on the flow and temperature field also have been studied. It has been revealed that on changing the field angle to the horizon, the Nusselt number (Nu) is increased, which is of importance in a specific range of Hartmann numbers. Also with increasing the Rayleigh number, the change in Nu with the magnetic field intensity does not occur.

#### Key words:

Numerical simulation,  
Molten gallium,  
Magnetic field,  
Casting process.

1- Assistant professor, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.  
2- Assistant professor, Department of Materials Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran.

## ۱- مقدمه

می یابد. همچنین اثر میدان مغناطیسی بر سرعت و دما نشان داده شده است [۵]. کابیر<sup>۳</sup> و همکاران یک پدیده انتقال حرارت و جرم حول یک استوانه افقی نفوذ ناپذیر در محیط متخلخل را در حضور میدان مغناطیسی با روش های تحلیلی بررسی کردند. محفظه مورد بررسی تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی افقی قرار داشت. تحقیق آن ها با فرضیات زیادی انجام شده و تأثیر پارامترهای مختلف از جمله قدرت میدان مغناطیسی بررسی و نشان داده شده است [۶]. بارلتا<sup>۴</sup> و همکاران انتقال حرارت توأم در فضای متخلخل بین دو استوانه عمودی که حاوی سیال هادی الکتریسته بود را تحت اثر میدان مغناطیسی شعاعی متغیر بررسی کردند. آن ها برای حل این مسئله از روش عددی و تقریب بوزینسک استفاده کردند و اثر میدان مغناطیسی را بر پروفیل های دما و سرعت نشان دادند [۷]. ایشاک<sup>۵</sup> و همکاران به حل عددی جریان سیال مغناطیسی و انتقال حرارت در بر روی یک استوانه نامحدود پرداختند. آن ها اثر میدان مغناطیسی که ثابت و موازی با محور استوانه اعمال شده بود، اثر عدد پرانتل و رینولدز را بر روی پروفیل سرعت و دما نشان دادند [۸]. کاکارانتراس<sup>۶</sup> و همکاران با استفاده از روش های عددی به بررسی اثر یک میدان مغناطیسی مایل با قدرت ثابت (میدان در صفحه  $T, Z$  قرار دارد) بر یک استوانه عمودی پرداختند. استوانه ای که آن ها در نظر گرفتند حاوی فلز مایع مغناطیسی بود. دیواره بالایی آن دارای دمایی به صورت تابع سینوسی از شعاع و سایر دیواره ها آدیاباتیک فرض شده بودند. آن ها این مسأله را به صورت سه بعدی اما متقارن محوری حل کردند و اثر عدد هارتمن و رایلی را هم در رژیم آرام و هم مغشوش مشاهده کردند. نتایج آن ها نشان داد که میدان مغناطیسی عمودی (در راستای  $Z$ ) مقدار ناسلت را بیش از حالتی که میدان مغناطیسی افقی (در صفحه  $T, \theta$ ) است، کاهش داد [۹]. الاهی<sup>۷</sup> و همکاران جریان سیال مغناطیسی در فضای بین دو استوانه را در حضور میدان مغناطیسی به صورت تحلیلی و یک بعدی بررسی کردند و

امروزه جریان های جابجایی آزاد درون یک محفظه، در بسیاری از کاربردهای مهندسی مورد توجه و بررسی قرار گرفته است. به عنوان نمونه می توان به خنک کاری تجهیزات الکترونیکی، عایق کاری رآکتورهای هسته ای، کلکتورهای خورشیدی و رشد کریستال ها در مایعات و بسیاری از زمینه های دیگر اشاره نمود. از سوی دیگر تضعیف اینگونه جریان ها در سیالات هادی الکتریسته با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب نیز مورد توجه قرار گرفته است؛ بطوریکه در صنعت تولید مواد، کاربرد این روش به عنوان یک مکانیزم بسیار مهم به سرعت در حال افزایش است، زیرا برکنترل رشد کریستال ها و کیفیت بهتر محصولات تولید شده تأثیر چشم گیری دارد. در این راستا تحقیقات زیادی بر روی هندسه مستطیلی صورت گرفته است که در بعضی از آن ها اثر تغییر زاویه میدان مغناطیسی یا تغییر زاویه محفظه نیز بررسی شده است [۱-۳].

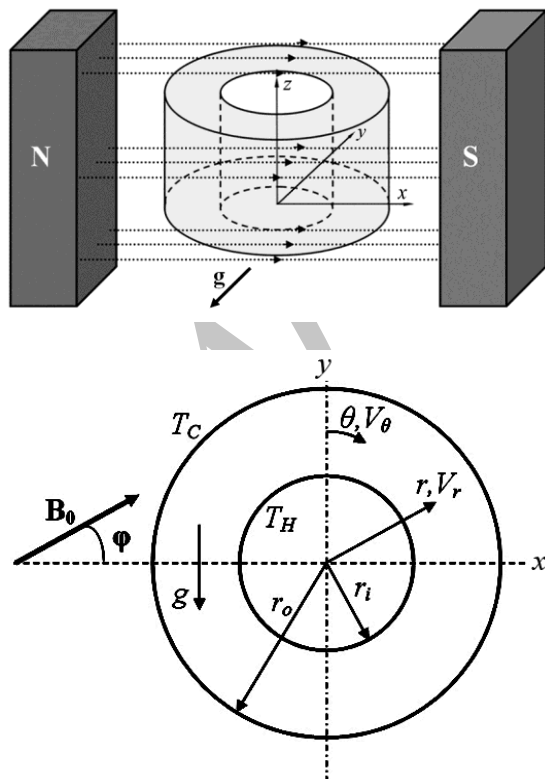
در تحقیقات انجام گرفته، در راستای تضعیف جریان جابجایی آزاد در سیالات هادی الکتریسته با اعمال یک میدان مغناطیسی مناسب، بر روی مختصات استوانه ای، سانکار<sup>۱</sup> و همکاران اثر میدان مغناطیسی را بر جابجایی طبیعی در فضای بین دو استوانه هم مرکز عمودی بود بررسی کردند. آن ها این تحقیق را برای سیالات هادی الکتریسته با پرانتل  $0,054$  تحت تأثیر میدان مغناطیسی محوری و شعاعی با قدرت ثابت انجام دادند. استوانه داخلی و بیرونی در دمای ثابت نگه داشته شدند. آن ها برای حل این مسأله از روش عددی استفاده کردند و اثر عدد رایلی و هارتمن را بر خطوط دما و خطوط جریان نشان دادند [۴]. سخار<sup>۲</sup> و همکاران اثر میدان مغناطیسی بر روی جریان دائم لزج برای سیال هادی الکتریسته و تراکم ناپذیر بر روی یک استوانه دوار را به صورت عددی برای رینولدزهای بین  $100$  تا  $500$  بررسی کردند. عدد رینولدز مغناطیسی در این بررسی کوچک فرض شده است. آن ها مشاهده کردند که با افزایش هارتمن حجم حباب ها در ناحیه جدایش کاهش

<sup>3</sup> Kabier<sup>4</sup> Barletta<sup>5</sup> Ishak<sup>6</sup> Kakarantzas<sup>7</sup> Ellahi<sup>1</sup> Sankar<sup>2</sup> Sekhar

است. به همین منظور برای دستیابی به نتایجی جامع و کامل، تأثیر تغییرات پارامترهای مختلف نظیر قدرت میدان مغناطیسی (عدد هارتمن)، عدد رایلی و زاویه اعمال میدان مغناطیسی بر میدان جریان و میدان دما مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

## ۲- بیان مسأله و معادلات حاکم

از آنجایی که یک حلقه طویل بررسی می شود می توان از تغییرات دما و جریان در راستای طول حلقه صرف نظر کرد و مدل را به صورت دو بعدی در نظر گرفت. شکل (۱) نماهایی از یک حلقه با دیواره های دما ثابت در حضور یک میدان مغناطیسی مایل با قدرت ثابت که در این تحقیق مورد بررسی قرار می گیرد را نشان می دهد. حلقه دارای شعاع داخلی  $r_i$  و شعاع خارجی  $r_o$  است. دیواره های خارجی و داخلی آن به ترتیب دارای دمای  $T_C$  و  $T_H$  هستند ( $T_H > T_C$ ). میدان مغناطیسی، با قدرت ثابت، با زاویه  $\varphi$  نسبت به راستای محور افق اعمال می شود.



شکل (۱) یک حلقه دو بعدی با دیواره های دما ثابت در حضور یک میدان مغناطیسی مایل با قدرت ثابت

تأثیر میدان مغناطیسی را نشان دادند [۱۰]. ونکاتاجالاپا و همکاران تأثیر میدان مغناطیسی شعاعی و محوری را بر انتقال حرارت جابجایی و انتقال جرم در یک استوانه توخالی عمودی را با استفاده از روش های عددی بررسی کردند. آن ها تأثیر عدد هارتمن بر پروفیل های دما و خطوط جریان را در حالتی که میدان مغناطیسی شعاعی یا محوری باشد نشان دادند [۱۱].

با توجه به این که یکی از شکل های مهم هندسی قالب ها محفظه های حلقوی افقی هستند و از آنجایی که مشاهده می شود که در تحقیقات گذشته بیشتر به بررسی استوانه های عمودی (مختصات  $r, z$ ) پرداخته شده است و با توجه به اینکه در مسائلی هم که به مختصات  $r, \theta$  پرداخته شده است، یک میدان مغناطیسی افقی اعمال شده است و همچنین تأثیر همزمان عدد هارتمن و زاویه میدان مغناطیسی بر روی مقدار عدد ناسلت بررسی نشده است [۶]. در این تحقیق به بررسی تأثیر اعمال یک میدان مغناطیسی و زاویه آن با افق بر جریان جابجایی آزاد و میدان دما در حالت پایدار<sup>۱</sup> و آرام<sup>۲</sup> درون یک حلقه که از یک سیال هادی جریان الکتریسیته پر شده است، پرداخته می شود. سیال مورد نظر فلز گالیوم مذاب با عدد پرانتل  $0,02$  می باشد که تا به حال تحلیلی با چنین مختصاتی به همراه اعمال میدان مغناطیسی بر روی آن انجام نشده است. در این تحقیق سعی شده است تا با افزایش قدرت میدان مغناطیسی انتقال حرارت جابجایی کاهش یابد. زیرا در صنعت تولید مواد در فرایندهای ریخته گری پیوسته، درون محفظه ای که از یک مذاب در حال انجماد پر شده است، بواسطه وجود گرادیان های دمایی ناشی از اختلاف دمای بین دیوار جامد و مذاب، پدیده جابجایی آزاد رخ می دهد. وجود جریان های جابجایی آزاد موجب حرکت ناخالصی ها در داخل مذاب می شود، که بر روی ساختار محصول نهایی (شمش، شمشه، تختال های فلزی بزرگ و ...) تأثیر گذار است. در ریخته گری و تولید مواد قرار دادن مذاب در دمای یکنواخت به منظور کاهش تنش های حرارتی بسیار مهم

<sup>1</sup> Steady state

<sup>2</sup> Laminar

در اینجا  $g$  شتاب گرانش،  $\nu$  لزجت سینماتیکی و  $\beta$  ضریب انبساط حرارتی است.

اثر میدان مغناطیسی اعمال شده به شکل عدد هارتمن در روابط (۲) و (۳) نشان داده شده است. در اینجا عدد هارتمن به صورت زیر تعریف می شود:

$$Ha = B_0 L \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}} \quad (۷)$$

در معادله (۷) مقدار میدان مغناطیسی و ثابت است و  $\sigma$  هدایت الکتریکی سیال می باشد. عدد هارتمن در روابط (۳) و (۴) با بی بعد ساختن نیروی لورنتز وارد این روابط شده است. نیروی لورنتز توسط رابطه زیر محاسبه شده است:

$$\vec{F} = \vec{J} \times \vec{B}, \quad \vec{J} = \sigma(\vec{V} \times \vec{B}) \quad (۸)$$

که در این رابطه  $\vec{J}$  چگالی جریان الکتریکی است. عدد ناسلت موضعی و متوسط بر اساس شعاع داخلی حلقه به صورت زیر تعریف می شود:

$$Nu_{\theta,i} = \left. \frac{\partial T^*}{\partial R} \right|_{R=R_i}, \quad \bar{Nu}_i = \int_0^{2\pi} Nu_{\theta,i} d\theta \quad (۹)$$

شرایط مرزی عبارتند از:

$$r = r_i, r = r_o : V_r \& V_\theta = 0 \quad (۱۰)$$

$$T^*(R_i, \theta) = 1, \quad T^*(R_o, \theta) = 0 \quad (۱۱)$$

### ۳- روش حل عددی

روش حل مورد نظر در این تحقیق، روش عددی با استفاده از حجم محدود می باشد. در روش حجم محدود ابتدا شبکه ای از نقاط بر میدان حل منطبق می گردد، سپس روی نقاط این شبکه حجم کنترل های اصلی و حجم کنترل های سرعت ایجاد می گردد. پس از تعیین ابعاد شبکه، از معادله ممنتوم روی هر حجم کنترل انتگرال گیری می شود. شبکه مورد استفاده برای حل معادلات ممنتوم از نوع شبکه جابجا شده<sup>۱</sup> است، در حالی که برای محاسبه کمیت های اسکالر از شبکه اصلی استفاده می شود. حل معادلات حاکم با کمک شرایط مرزی صورت گرفته است.

پارامترهای بدون بعد مورد استفاده در این تحقیق به شکل زیر تعریف می شوند:

$$R = \frac{r}{L}, V_\theta = \frac{v_\theta r}{\alpha}, V_r = \frac{v_r r}{\alpha}, P = \frac{pr^2}{\rho \alpha^2}, T^* = \frac{T - T_C}{T_H - T_C} \quad (۱)$$

که در اینجا  $v_\theta$  مولفه سرعت در راستای  $\theta$ ،  $v_r$  مولفه سرعت در راستای  $r$ ،  $p$  فشار،  $T$  دما،  $\alpha$  ضریب پخش حرارت،  $\rho$  چگالی سیال و  $L = r_o - r_i$  است.

معادلات حاکم بی بعد برای این مسأله در زیر آورده شده است:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial V_r}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{V_r}{R} = 0 \quad (۲)$$

معادله ممنتوم در راستای  $r$ :

$$\begin{aligned} & \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial R} - \frac{V_\theta^2}{R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \\ & R.Pr \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_r}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_r}{\partial R} + \frac{\partial^2 V_r}{\partial R^2} - \frac{V_r}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \right) \\ & + Ra.Pr.R.T^* \cos \theta + \\ & R^2 Ha^2 Pr \left( \frac{1}{2} V_\theta \sin(2\theta + \theta) - V_r \cos^2(\theta + \theta) \right) \end{aligned} \quad (۳)$$

معادله ممنتوم در راستای  $\theta$ :

$$\begin{aligned} & \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + V_r \frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{V_\theta V_r}{R} = -\frac{1}{R} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \\ & R.Pr \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{\partial^2 V_\theta}{\partial R^2} - \frac{V_\theta}{R^2} - \frac{2}{R^2} \frac{\partial V_r}{\partial \theta} \right) \\ & - Ra.Pr.R.T^* \sin \theta + \\ & R^2 Ha^2 Pr \left( \frac{1}{2} V_r \sin(2\theta + \theta) - V_\theta \sin^2(\theta + \theta) \right) \end{aligned} \quad (۴)$$

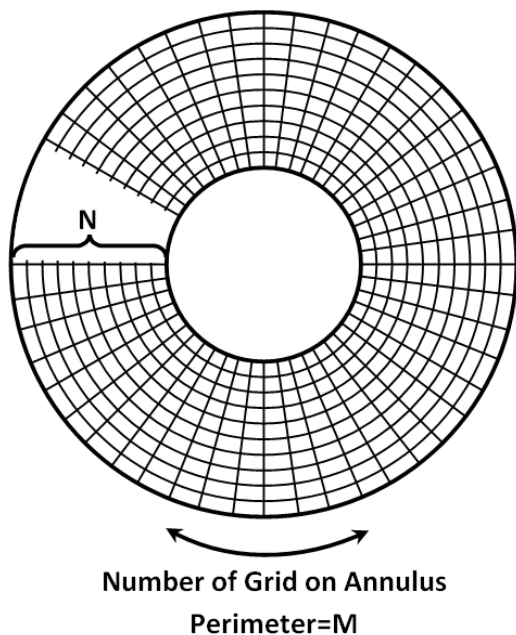
معادله انرژی:

$$\frac{V_\theta}{R} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} + V_r \frac{\partial T^*}{\partial R} = R \left( \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 T^*}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial R^2} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) \quad (۵)$$

همچنین  $Pr$  عدد پراتل و  $Ra$  عدد رایلی است که به صورت زیر تعریف می شوند:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra_L = \frac{g\beta(T_H - T_C)L^3}{\alpha\nu} \quad (۶)$$

<sup>۱</sup> Staggered



شکل (۲) نمونه ای از شبکه منطبق شده بر میدان حل

در این شبکه  $N$  تعداد شبکه ها در راستای شعاع و  $M$  تعداد شبکه ها در محیط حلقه است. در ادامه برای نوشتن تعداد المان های شبکه از  $M \times N$  استفاده می شود. برای اطمینان از استقلال نتایج عددی از شبکه نقاط منطبق شده بر میدان حل، ابتدا شبکه نقاط بهینه با مقایسه تغییرات سرعت مماسی بی بعد  $(V_\theta)$  در خط میانی حلقه  $(\theta = 90^\circ)$ ، برای چند شبکه مختلف بدست آمده است. در این حالت شبکه های  $120 \times 12$ ،  $120 \times 18$ ،  $120 \times 27$ ،  $120 \times 41$  و  $120 \times 61$  برای یافتن شبکه مناسب در جهت شعاعی استفاده شده است. در شکل (۳) تغییرات مؤلفه تغییرات سرعت مماسی بی بعد  $(V_\theta)$  در خط میانی حلقه  $(\theta = 90^\circ)$ ، برای شبکه های فوق بر حسب شعاع نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود شبکه  $120 \times 41$  یک شبکه بهینه بوده و پروفیل سرعت برای شبکه ریزتر از آن تغییرات محسوسی ندارد. بنابراین در جهت شعاعی  $41$  المان مناسب است.

برای انفصال جملات جابجایی از طرح پیوندی<sup>۱</sup> استفاده شده است. طرح پیوندی توسط اسپالدینگ<sup>۲</sup> ارائه گردید. این طرح بر اساس ترکیبی از طرح های بالادست و تفاضل مرکزی می باشد. طرح پیوندی برای مقادیر عدد پکلت بین محدوده  $2 \leq Pe \leq 2$  - شبیه طرح تفاضل مرکزی و خارج از این محدوده به طرح بالادست که در آن پخش مساوی صفر قرارداد شده است تبدیل می شود. برای جلوگیری از بروز واگرایی در حل تکراری دستگاه معادلات جبری حاصله، به کار بردن ضریب زیر تخفیف<sup>۳</sup> بسیار مفید خواهد بود. در این تحقیق در حل عددی معادلات جبری حاصله معمولاً ضرایب زیر تخفیف  $0.75$  و  $0.7$  برای معادلات مومنتوم و انرژی مورد استفاده قرار گرفته است. گرادیان فشار قسمتی از جمله چشمه در معادله مومنتوم را تشکیل می دهد. مشکل واقعی در محاسبه میدان جریان، مجهول بودن این گرادیان و به عبارتی مجهول بودن میدان فشار می باشد. میدان فشار به طور غیر مستقیم از طریق معادله پیوستگی مشخص می شود. هنگامی که میدان فشار صحیح در معادلات مقدار حرکت استفاده شود، میدان سرعت حاصله در معادله پیوستگی صدق می کند. در این تحقیق از الگوریتم سیمپلر برای حل همزمان سرعت - فشار در معادلات مومنتوم استفاده می شود. معادلات جبری بدست آمده با استفاده از روش ضمنی خط به خط و الگوریتم توماس حل می شوند. معیار همگرایی طوری انتخاب می شود که مجموع باقیمانده های مومنتوم در راستای  $\theta$ ، مومنتوم در راستای  $r$  یا جرم کمتر از  $10^{-6}$  شود.

#### ۴- نتایج و بحث

##### ۴-۱- انتخاب شبکه مناسب

در این بخش به بررسی شبکه نقاط منطبق شده بر میدان حل پرداخته می شود. برای درک بهتر این بررسی ابتدا نمونه ای از شبکه منطبق شده بر میدان حل در شکل (۲) نشان داده شده است.

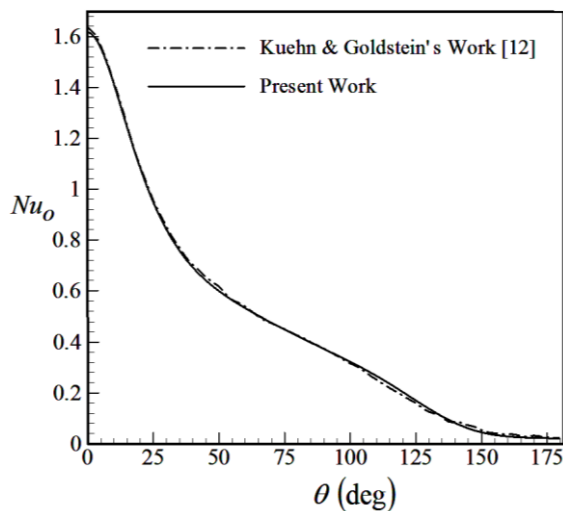
<sup>1</sup> Hybrid scheme

<sup>2</sup> Spalding

<sup>3</sup> Under relaxation

۴-۲- اطمینان از صحت نتایج

به منظور اطمینان از صحت نتایج حاصل از کد کامپیوتری، نتایج حاصل از کد با نتایج کوهن و گلدشتین<sup>۱</sup> [۱۲] مقایسه شده است. در شکل (۵) نمودار ناسلت موضعی برای دیواره بیرونی حلقه در مقایسه با کار کوهن و گلدشتین [۱۲] رسم شده است. این شکل نشان می دهد که در جایی که بیشترین اختلاف بین نتایج وجود دارد، اختلاف کمتر از ۱٪ است. با توجه به این شکل می توان ادعا کرد که نتایج هم خوانی بسیار خوبی با نتایج کوهن و گلدشتین دارند.



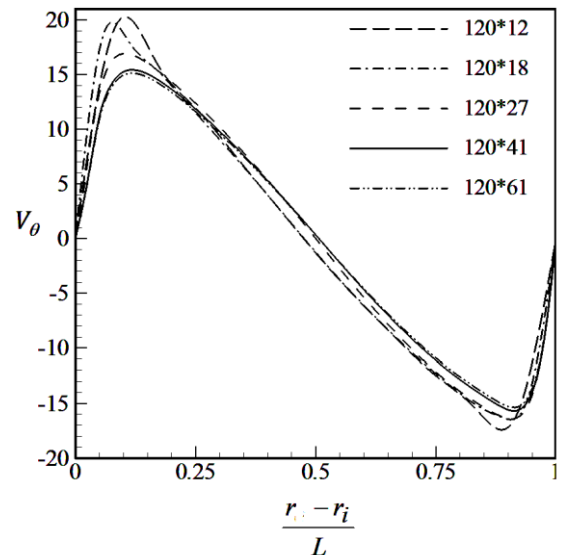
شکل (۵) مقایسه عدد ناسلت موضعی بر روی حداره بیرونی

$$Ra_L = 5 \times 10^4, Pr = 0.7, \frac{L_i}{2r_i} = 0.8, Ha = 0$$

۴-۳- بررسی اثر پارامترهای مختلف بر انتقال حرارت

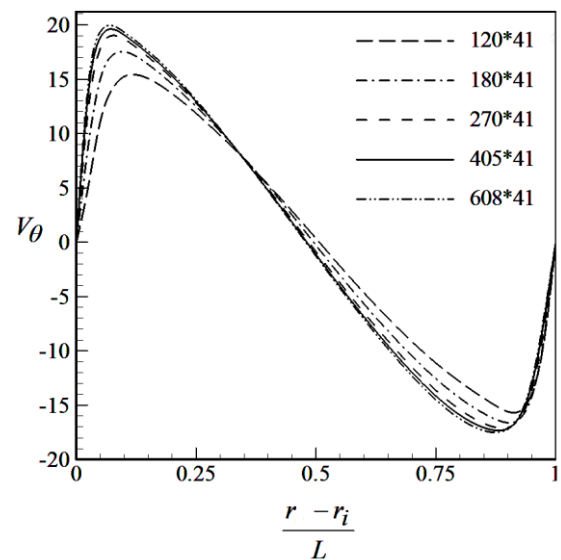
در این تحقیق اثر تغییرات سه پارامتر بر روی خطوط جریان، خطوط دما ثابت و ناسلت متوسط بررسی می شود. این سه پارامتر عبارتند از عدد هارتمن، زاویه اعمال میدان مغناطیسی و عدد رایلی.

در شکل (۶) اثر افزایش عدد هارتمن بر خطوط جریان و خطوط هم دما برای حالتی که میدان مغناطیسی افقی است، نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می شود مکانیزم انتقال حرارت جابجایی با افزایش عدد هارتمن



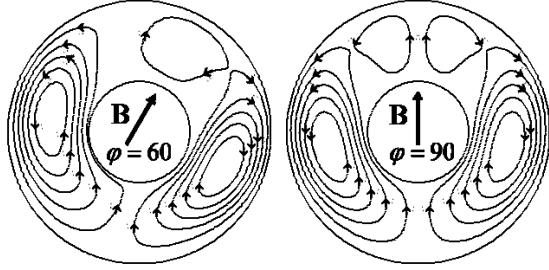
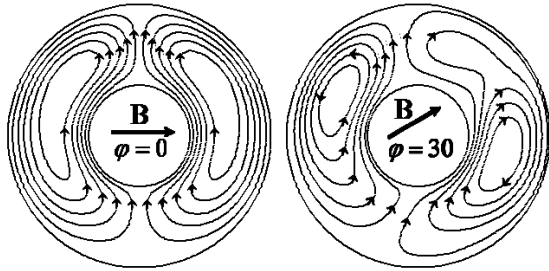
شکل (۳) تغییرات مولفه سرعت بی بعد مماسی در خط میانی حلقه بر حسب شعاع برای چندین شبکه مختلف

در بررسی تعداد المان مناسب برای محیط حلقه از شبکه های ۴۱×۱۲۰، ۴۱×۱۸۰، ۴۱×۲۷۰، ۴۱×۴۰۵ و ۴۱×۶۰۸ استفاده شده است. در شکل (۴) تغییرات مؤلفه تغییرات سرعت مماسی بی بعد ( $V_\theta$ ) در خط میانی حلقه ( $\theta = 90^\circ$ )، برای شبکه های فوق بر حسب شعاع نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود شبکه ۴۱×۴۰۵ یک شبکه بهینه بوده و پروفیل سرعت برای شبکه ریزتر از آن تغییرات محسوسی ندارد.

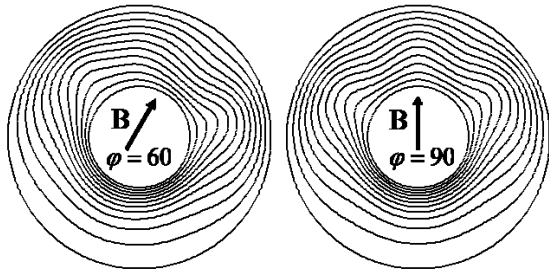
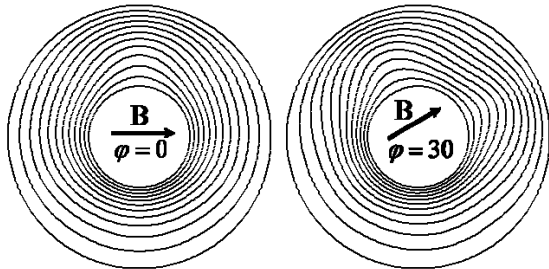


شکل (۴) تغییرات مولفه سرعت بی بعد مماسی در خط میانی حلقه بر حسب شعاع برای چندین شبکه مختلف

<sup>1</sup> Kuehn and Goldstein



(الف)



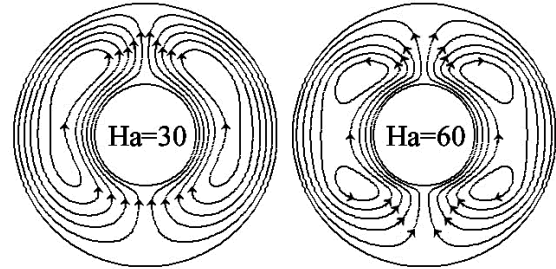
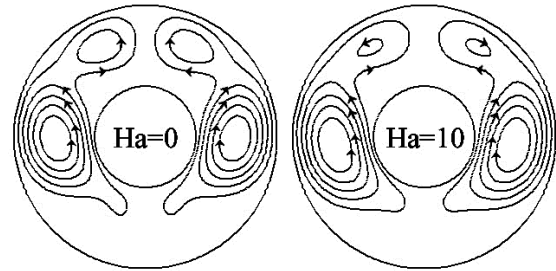
(ب)

شکل (۷) الف (توابع جریان و ب) خطوط همدمما به ازای زوایای مختلف اعمال میدان مغناطیسی

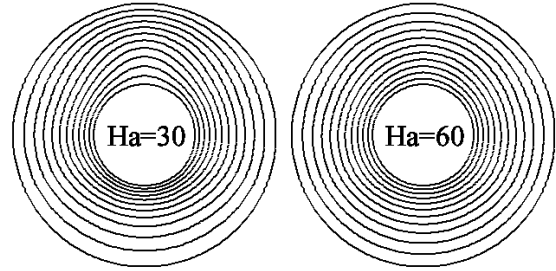
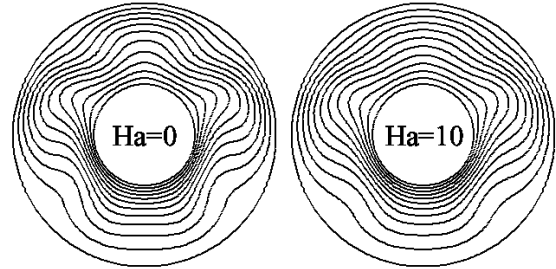
$$Ra_L = 10^4, Pr = 0.02, \frac{r_o}{r_i} = 2.6, Ha = 25$$

شکل (۷) خطوط جریان و خطوط همدمما را برای عدد هارتمن ۲۵ به ازای ۴ زاویه اعمال میدان مغناطیسی (φ) مختلف نشان می دهند. این شکل نشان می دهد که با تغییر زاویه اعمال میدان مغناطیسی تقارن موجود که در شکل (۶) دیده شد از بین می رود. این پروفیل ها ناشی از اثر متقابل نیروی شناوری ناشی از گرانش و نیروی لورنتز ناشی از میدان مغناطیسی می باشد. در  $\varphi = 90^\circ$  مجدداً تقارن در

کاهش می یابد. خطوط همدمما نشان می دهند که برای نسبت شعاعی ۲/۶ و رایلی  $10^4$  با افزایش هارتمن تا ۶۰ انتقال حرارت هدایت خالص ایجاد می شود. در واقع نیروی لورنتز ایجاد شده در اثر اعمال میدان مغناطیسی بر نیروی گرانش غلبه می کند تا جایی که سیال دیگر هیچ حرکتی نداشته و ساکن می شود.



(الف)



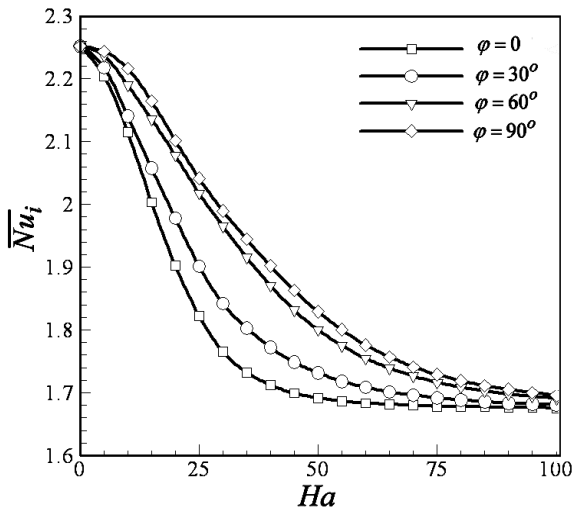
(ب)

شکل (۶) الف (توابع جریان و ب) خطوط همدمما به ازای هارتمن های مختلف

$$Ra_L = 10^4, Pr = 0.02, \frac{r_o}{r_i} = 2.6, \varphi = 0$$



در رابطه (۱۲)  $R_{cond}$  مقاومت حرارتی هدایتی،  $q$  مقدار انتقال حرارت،  $h$  ضریب انتقال حرارت جابجایی و  $l$  طول حلقه است.



شکل (۸) عدد ناسلت متوسط جداره داخلی بر حسب  $Ha$  به ازای زوایای مختلف اعمال میدان مغناطیسی  $Ra_L = 10^4, Pr = 0.02, \frac{r_o}{r_i} = 2.6$

#### ۵- نتیجه گیری

در این مطالعه، شبیه سازی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد فلز مذاب گالیوم در فضای بین دو استوانه در حضور میدان مغناطیسی به منظور بهبود فرآیند ریخته‌گری انجام شد. نتایج نشان داد که مکانیزم انتقال حرارت جابجایی با افزایش عدد هارتمن کاهش می‌یابد و به هدایت خالص منتهی می‌شود. زمانیکه میدان به صورت افقی اعمال می‌شود جریان سیال به صورت متقارن وجود دارد. با تغییر زاویه اعمال میدان مغناطیسی این تقارن از بین می‌رود. همچنین با افزایش زاویه شیب میدان نسبت به افق، در یک هارتمن خاص مقدار عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

#### ۶- فهرست علائم

$r$	شعاع (m)
$r_i$	شعاع داخلی (m)
$r_o$	شعاع خارجی (m)
$L$	فاصله دو شعاع (m)
$R$	شعاع بی بعد
$v_\theta$	سرعت مماسی (m/s)

جریان سیال و خطوط همدم برقرار می‌شود. چون میدان مغناطیسی با زاویه ای بین ۰ تا ۹۰ اعمال می‌شود بر بردار سرعت نیمه راست حلقه اثری متفاوت از اثری که بر نیمه چپ حلقه می‌گذارد دارد. زیرا زاویه بین بردار سرعت موجود در نیمه راست با میدان مغناطیسی متفاوت از زاویه بین بردار سرعت موجود در نیمه چپ با میدان مغناطیسی می‌باشد. بنابراین نیروی لورنتز وارد بر نیمه راست حلقه با نیروی لورنتز وارد بر نیمه چپ حلقه متفاوت است.

با افزایش عدد هارتمن تا ۱۰۰ مکانیزم انتقال حرارت برای هر ۴ زاویه ۰، ۳۰، ۶۰ و ۹۰ درجه به هدایت خالص تبدیل می‌شود. در این حالت، که در شکل (۸) نشان داده شده است، مشاهده می‌شود جریان به دو سمت راستی اعمال میدان مغناطیسی هدایت شده است. علت این پدیده اینست که در نقاطی که مولفه سرعت شعاعی هم راستا با میدان مغناطیسی است (یعنی در زوایای ۰، ۳۰، ۶۰ و ۹۰ از حلقه) مولفه شعاعی نیروی لورنتز صفر است و مولفه مماسی نیروی لورنتز باعث هدایت جریان به دو سمت امتداد میدان مغناطیسی می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش  $\phi$  در یک هارتمن خاص مقدار عدد ناسلت افزایش می‌یابد. دلیل این پدیده اینست که با زاویه دار کردن میدان مغناطیسی میدان دارای دو مولفه عمودی و افقی می‌شود. با این کار مؤلفه ای که حرکت در اثر نیروی شناوری را کاهش می‌دهد به دلیل زاویه دار شدن میدان کاهش می‌یابد که باعث کمتر شدن نیروی لورنتز مخالف نیروی شناوری می‌شود. در شکل مشخص است که با افزایش  $Ha$  عدد ناسلت به ۱/۶۷۵ نزدیک می‌شود که بر اساس رابطه (۱۲) این عدد ناسلت نشانگر انتقال حرارت هدایت خالص است.

$$R_{cond} = \frac{\ln(r_o/r_i)}{2\pi kl}$$

$$q = \frac{(T_H - T_C)}{R_{cond}} = h(2\pi r_i l)(T_H - T_C)$$

$$\Rightarrow \bar{Nu}_i = \frac{h(r_o - r_i)}{k} = \frac{(r_o - r_i)}{r_i} \frac{1}{\ln(r_o/r_i)} \quad (12)$$

$$= \frac{(r_o/r_i - 1)}{\ln(r_o/r_i)} = \frac{(2.6 - 1)}{\ln(2.6)} = 1.675$$

- magneto-natural convection in a vertical cylindrical annulus filled with liquid potassium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 90, 2015, pp. 418–426.
- [4] Sankar M., Venkatachalappa M., Shivakumara, I.S., Effect of magnetic field on natural convection in a vertical cylindrical annulus, *International Journal of Engineering Science*, 44, 2006, pp. 1556–1570.
- [5] Sekhar, T.V.S., Sivakumar, R., Kumar, H. and Ravi kumar, T.V.R. "Effect of aligned magnetic field on the steady viscous flow past a circular cylinder", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 31, pp. 130–139, 2007.
- [6] Kabeir S.M.M., Hakiem M.A., Rashad A.M., Group method analysis of combined heat and mass transfer by MHD non-Darcy non-Newtonian natural convection adjacent to horizontal cylinder in a saturated porous medium, *Applied Mathematical Modelling*, 32, 2008, pp. 2378–2395.
- [7] Barletta A., Lazzari S., Magyari E., Pop, I., Mixed convection with heating effects in a vertical porous annulus with a radially varying magnetic field, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51, 2008, pp. 5777–5784.
- [8] Ishak A., Nazar R., Pop L., Magnetohydrodynamic (MHD) flow and heat transfer due to a stretching cylinder, *Energy Conversion and Management*, 49, 2008, 3265–3269.
- [9] Kakarantzas S.C., Sarris I.E., Grecos A.P., Vlachos N.S., Magnetohydrodynamic natural convection in a vertical cylindrical cavity with sinusoidal upper wall temperature, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52, 2009, pp. 250–259.
- [10] Ellahi R., Hayat T., Mahomed F.M., Zeeshan A., Analytic solutions for MHD flow in an annulus, *Communications Nonlinear Sciences Numerical Simulation*, 15, 2010, pp. 1224–1227.
- [11] Venkatachalappa M., Do Y., Sankar M., Effect of magnetic field on the heat and mass transfer in a vertical annulus, *International Journal of Engineering Science*, 49, 2011, pp. 262-278.
- [12] Kuehn T.H., Goldstein R.J., An Experimental and Theoretical Study of Natural Convection in the Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, 4, 1976, pp. 695-719.
- $v_r$  (m/s) سرعت شعاعی
- $V_\theta$  سرعت مماسی بی بعد
- $V_r$  سرعت شعاعی بی بعد
- $p$  فشار (Pa)
- $P$  فشار بی بعد
- $T_H$  دمای داغ (K)
- $T_C$  دمای سرد (K)
- $T^*$  دمای بی بعد
- $B_0$  مقدار میدان مغناطیسی ( $\text{kg/s}^2\text{A}$ )
- $g$  شتاب گرانش ( $\text{m/s}^2$ )
- $Pr$  عدد پراوتل
- $Ha$  عدد هارتمن
- $Ra$  عدد رایلی
- $Nu$  عدد ناسلت
- $J$  چگالی جریان ( $\text{A/m}^2$ )
- $R_{cond}$  مقاومت حرارتی (K/W)
- هدایت حرارتی ( $\text{W/m.K}$ )
- $k$  پخش حرارتی ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $\alpha$  چگالی ( $\text{kg/m}^3$ )
- $\rho$  لزجت سینماتیکی ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $\nu$  رسانایی الکتریکی ( $\text{s}^3\text{A}^2/\text{m}^3\text{ kg}$ )
- $\sigma$  ضریب انبساط حرارتی (1/K)
- $\beta$  مولفه مماسی
- $\theta$  زاویه میدان مغناطیسی
- $\varphi$

#### مراجع:

- [1] Afrand M., Farahat S., Hossein Nezhad A., Sheikhzadeh G. A., Sarhaddi F., Wongwises S., Multi-objective optimization of natural convection in a cylindrical annulus mold under magnetic field using particle swarm algorithm, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 60, 2015, pp. 13-20.
- [2] Afrand M., Sina N., Teimouri H., Mazaheri A., Safaei M.R., Hemmat Esfe M., Kamali J., Toghraie D., Effect of magnetic field on free convection in inclined cylindrical annulus containing molten potassium, *International Journal of Applied Mechanics*, 7, 2015, p. 1550052 (16 pages).
- [3] Afrand M., Rostami S., Akbari M., Wongwises S., Hemmat Esfe M., Karimipour A., Effect of induced electric field on