

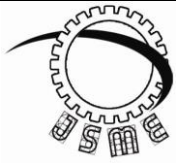
مکانیک شکست مود ترکیبی در صفحه سوراخ دار محصور شده بین دو صفحه با جنس متفاوت

محمد رحیم ترشیزیان^{۱*}، حسین اندرزجو^۲* نویسنده مسئول: torshizian@mshdiau.ac.ir

واژه‌های کلیدی	چکیده
<p>مود ترکیبی شکست ضریب شدت تنش ترک منشعب از سوراخ نرم افزار فرانک نرم افزار کاسکا</p>	<p>در این تحقیق تعیین ضرایب شدت تنش مود ترکیبی در یک صفحه دارای سوراخ مرکزی مورد بررسی قرار گرفته است. فرض شده که سه صفحه با جنس های متفاوت به هم متصل شده است و صفحه میانی دارای یک سوراخ مرکزی است. ضرایب شدت تنش برای یک جفت ترک که از روی محیط سوراخ دایره ای به سمت بیرون سوراخ امتداد پیدا کرده، محاسبه شده است. برای تعیین ضرایب شدت تنش از نرم افزار فرانک استفاده شده است. ابتدا مسئله در محیط نرم افزار کاسکا مدل سازی شده و با انتقال مدل به نرم افزار فرانک ضرایب شدت تنش بدست آمده است. اثر عوامل مختلف نظیر قطر سوراخ، طول ترک، زاویه ترک و جنس صفحات بر ضرایب شدت تنش بررسی شده است. با افزایش طول ترک و همچنین افزایش قطر سوراخ مقدار ضریب شدت تنش افزایش می یابد. برای ترک های با طول کوچک ضریب شدت تنش وابستگی بیشتری به طول ترک دارد تا قطر سوراخ، اما با افزایش طول ترک اثر قطر سوراخ بر ضریب شدت تنش بیشتر می گردد.</p>
تاریخ ارسال: ۹۵/۰۷/۲۲	
تاریخ بازنگری: ۹۵/۱۰/۱۹	
تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۰۹	

۱- استادیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.

۲- کارشناس ارشد، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران.



Journal of
Solid Mechanics
in Engineering

Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



The Mixed Mode Fracture Mechanics in a Hole Plate Bonded with Two Dissimilar Plane

Mohammad Rahim Torshizian^{1,*}, Hosein Andarzjoo²

* Corresponding Author: torshizian @mshdiau.ac.ir

Abstract:

In the present research, the mixed-mode fracture mechanics analysis in a plate with central hole under tensile loading is considered. It is assumed that a plate containing two symmetrical hole-edge cracks is bonded with two dissimilar planes. The stress intensity factors at the crack tips are calculated. The problem is modeled in Casca software and this model is analyzed with Franc software. The effects of various factors such as hole diameter, crack length, angle of crack and material properties of plates have been investigated on stress intensity factors. The stress intensity factors increases with increasing crack length. Also, the stress intensity factors increases with the increase of hole diameter. For a certain amount of for small crack lengths the effect of cracks length on variation of stress intensity factors is more than the hole diameter but for large crack lengths the effect of hole diameter on variation of stress intensity factors is more than the cracks length.

Key words:

Mixed mode fracture,
Stress intensity factor,
hole-edge cracks,
Franc software,
Casca software.

1- Assistant Professor, Mechanic Engineering Department, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran

2- MSc, Mechanic Engineering Department, Mashhad Branch, Islamic Azad University, Mashhad, Iran.

۱- مقدمه

ابداعی محاسبه نموده اند. ترشیزیان [۸] ضرایب شدت تنش مود سوم در یک صفحه از ماده تابعی دارای ترک را به روش تحلیلی و روش اجزاء محدود مورد بررسی قرار داده و نتایج دو روش را با هم مقایسه کرده است. لانگ و دلال [۹] مسئله ترک در نواری از ماده تابعی مدرج متصل به یک نیم صفحه همگن را بررسی کرده اند. معادلات اساسی حاکم بر مسئله به کمک تبدیل فوریه حل شده و ضریب شدت تنش مود ترکیبی در نوک ترک بدست آمده است. اسلادگ و همکاران [۱۰] مسئله ترک میانی در صفحه ساخته شده از ماده تابعی مدرج با ابعاد محدود مربع شکل را بررسی کردند. برای بدست آوردن ضریب شدت تنش مود اول و دوم شکست از روش اجزاء محدود استفاده کرده اند. هسا و چویی [۱۱] مسئله ترک در یک نوار با پهنای محدود از ماده تابعی پیزوالکتریک متصل به یک نیم صفحه همگن تحت بار مکانیکی پاد صفحه را بررسی کرده اند. برای حل معادلات دیفرانسیل حاکم از روش تبدیل فوریه استفاده شده و ضریب شدت تنش مود سوم شکست در نوک ترک و اثر زاویه ترک بر آن محاسبه گردیده است.

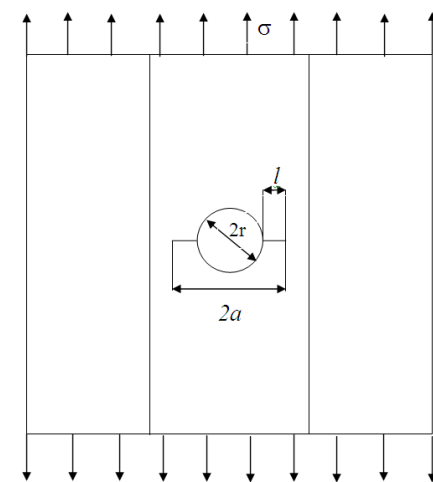
در این تحقیق سه صفحه متصل به هم با جنس های متفاوت به طول ۱۰۰ میلیمتر، ضخامت یک میلیمتر و با مجموع عرض ۱۰۰ میلیمتر در نظر گرفته شده است. در مرکز صفحه میانی یک سوراخ که دو ترک متقارن از آن منشعب شده در نظر گرفته شده است و فرض می گردد که به صفحات تنش کششی یکنواخت یک مگاپاسکال در دور دست اعمال می شود (شکل ۱). ضرایب شدت تنش در نزدیکی نوک ترک به کمک نرم افزار فرانتک^۲ محاسبه شده اند. اثر عوامل مختلف نظیر قطر سوراخ، طول ترک و زاویه ترک بر ضرایب شدت تنش برای سه حالت مختلف چیدمان صفحات بررسی شده است.

وجود ترک در قطعه ای از یک سازه می تواند آن را تضعیف کند و موجب شکست قطعه در تنش هایی کمتر از استحکام تسلیم ماده گردد. بسیاری از قطعات سازه ای دارای ناپیوستگی های هندسی نظیر سوراخ و شکاف هستند. این سوراخ ها می توانند به عنوان یک تنش افزا عمل کرده و خصوصا در بارهای متناوب موجب بوجود آمدن ترک های اولیه در لبه سوراخ گردند.

روش های آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی متفاوتی تاکنون برای تعیین پارامترهای مکانیک شکست به کار رفته است. یان [۱] به تحلیل عددی جهت بدست آوردن ضریب شدت تنش^۱ در یک صفحه بی نهایت و همچنین یک صفحه با ابعاد محدود همراه با سوراخ بیضی شکل ترک دار، با استفاده از روش المان مرزی پرداخته است. سرلو و همکاران [۲] به محاسبه ضریب شدت تنش در صفحات فلزی دارای سوراخ با ترک لبه ای، با استفاده از روش تجربی و روش نرم افزاری پرداخته و نتایج بدست آمده از روش تجربی و نرم افزاری را مورد مقایسه قرار داده اند. چارکرلو و همکاران [۳] تاثیر نیروی بسته شدن پیچ و مهره را بر استحکام شکست و ضریب شدت تنش سوراخ به همراه ترک لبه ای متقارن مورد بررسی قرار داده اند. جینگ ژا و همکاران [۴] به بررسی ضریب شدت تنش در یک صفحه ترک دار حاوی چندین سوراخ پرداخته اند. ترشیزیان و کارگرنوین [۵] ضرایب شدت تنش برای یک ترک زاویه دار در یک صفحه از ماده تابعی متصل به دو صفحه دیگر را مورد بررسی قرار داده اند. ترشیزیان و کارگرنوین [۶] ضرایب شدت تنش مود ترکیبی در یک صفحه از ماده تابعی دارای ترک را برای حالت های مختلف بارگذاری مورد بررسی قرار داده اند. ایوان و همکاران [۷] روشی را جهت محاسبه تصحیح هندسی، در فرمول ضریب شدت تنش ارائه نموده و ضریب شدت تنش را با استفاده از فرمول

^۲ Franc Software^۱ Stress Intensity Factor

بررسی رشد ترک پرداخت. به همین دلیل یک نرم افزار جانبی جهت مدلسازی شبکه بندی قطعه بنام نرم افزار کاسکا^۱ مورد استفاده قرار می گیرید. نرم افزار کاسکا قابلیت تحلیل ندارد و صرفاً جهت تکمیل نرم افزار فرانک تهیه شده است و عملکرد آن محدود به رسم خطوط مرزی قطعه، معرفی خصوصیات و بهینه سازی و شبکه بندی است. پس اتمام ترسیم در نرم افزار کاسکا، مدل به نرم افزار فرانک منتقل می گردد. ابتدا در نرم افزار فرانک شرایط مرزی تکیه گاه ها، نحوه بارگذاری، طول و موقعیت ترک تعیین می شود و سپس تحلیل و بررسی پارامترهای شکست انجام می گردد.



شکل (۱) ترک منشعب از سوراخ در مرکز صفحات متصل بهم

۲-۱- مدل سازی مسئله در نرم افزار کاسکا

در مدل سازی مسئله در نرم افزار کاسکا سه صفحه متصل به هم با جنس های متفاوت مدل سازی شده است که در مرکز صفحه میانی یک سوراخ با دو ترک منشعب از آن در نظر گرفته شده است (شکل ۱). پس از ورود به نرم افزار کاسکا در منوی Geometry صفحات مورد نظر را رسم کرده و در صفحه میانی یک سوراخ با قطر مورد نظر ایجاد می گردد. سپس به کمک گزینه Materials برای هر صفحه خصوصیات ماده، نظیر مدول الاستیسیته و نسبت پواسون تعیین می شود. از گزینه sub Regions برای تنظیم هندسه قطعه به قطعات کوچکتر به منظور شبکه بندی ساده تر استفاده می شود. از گزینه subdivide تقسیمات لازم روی هر لبه با ایجاد گره هایی بر روی مرز قطعه انجام می شود (شکل ۲).

در تحلیل های مکانیک شکست مهمترین مرحله انتخاب نوع شبکه بندی، تعداد و نحوی آرایش آن ها می باشد. برای شبکه بندی صفحات در گزینه mesh از المان های چهار ضلعی هشت گره ای استفاده می شود. در شکل (۳) نحوه شبکه بندی صفحات نشان داده شده است. پس از

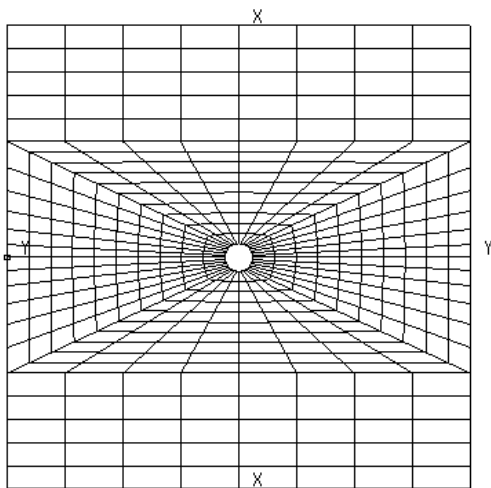
۲-۲ نرم افزار فرانک

بطور کلی نرم افزار فرانک یک نرم افزار بسیار قدرتمند می باشد که از مزایای آن می توان به سهولت کار و دسترسی راحت به منوهای نرم افزار اشاره کرد. نرم افزار فوق به زبان برنامه نویسی فرترن نوشته شده و بر مبنای اصول مکانیک شکست خطی و با استفاده از ضریب شدت تنش نوک ترک به مدلسازی شکست می پردازد و از تکنیک شبکه بندی مجدد ناحیه جلوی ترک در هر گام تحلیل استفاده می کند. این برنامه علاوه بر المان های مثلثی ۶ گرهی معمولی و المان های مثلثی ۶ گرهی تکین، قادر به استفاده از المان های چهار ضلعی ۸ گرهی تکین نیز می باشد. کاربرد این نرم افزار اختصاصاً جهت استفاده از اصول مکانیک شکست خطی و غیر خطی در تعیین نحوه گسترش ترک در مصالح مختلف می باشد. این نرم افزار به منظور تحلیل سازه مدل شده، از روش اجزاء محدود، با روی هم گذاری ماتریس سفتی المان های موجود استفاده می کند. در نهایت با حل عددی انتگرال های حاصله به روش نقاط گوس، تغییر مکان های گرهی المان ها را محاسبه و به کمک این تغییر مکان ها، تنش های گرهی و تغییر شکل های سازه را بدست می آورد.

نرم افزار فرانک قابلیت تولید هندسه قطعه و شبکه بندی آن را ندارد و می بایست ابتدا قطعه را به وسیله یک نرم افزار دیگر مدلسازی و شبکه بندی نمود سپس توسط فرانک به

^۱ Casca Software

توسط گزینه FIXITY موقعیت تکیه گاه های ثابت مشخص می گردد. در این تحقیق با توجه به متقارن بودن شکل مدل و متقارن بودن بارگذاری که به صورت کششی از دو طرف اعمال می شود، دو گره میانی در راستای محور X و دو گره میانی در راستای محور Y مطابق شکل (۴) ثابت می شوند. سپس توسط گزینه LOADS یک تنش کششی بر روی لبه بالایی و پایینی صفحه در نظر گرفته می شود. در مرحله تحلیل ابتدا از گزینه MODIFY موقعیت، طول و راستای ترک مشخص می گردد، سپس توسط گزینه ANALYSIS می توان تحلیل مسئله را انجام داد. در مرحله پس پردازش که مرحله پایانی می باشد، می توان نتایج خروجی از مرحله تحلیل را مشاهده و ثبت کرد.



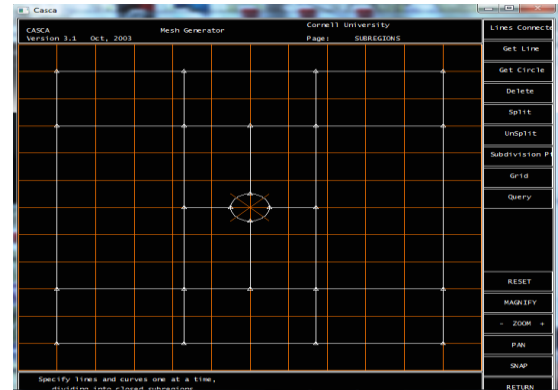
شکل (۴) موقعیت تکیه گاه ها

۳- محاسبه ضرایب شدت تنش و صحت سنجی

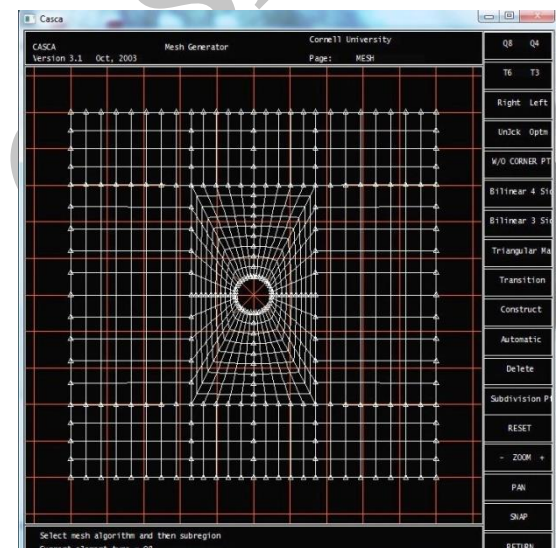
در این بخش برای صحت سنجی نتایج ابتدا یک صفحه مربع شکل با طول و عرض ۱۰۰ میلیمتر و ضخامت یک میلیمتر از جنس آلومینیوم با یک ترک در مرکز صفحه تحت تنش کششی یک مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. نتایج بدست آمده از بررسی مسئله در نرم افزار فرانک با نتایج تحلیلی مقایسه شده است. برای محاسبه ضریب شدت تنش در نوک ترک در یک صفحه با ابعاد محدود دالینگ [۱۲] رابطه زیر را پیشنهاد کرده است:

$$K_I = \left(\frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1-\alpha}} \right) \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (1)$$

اتمام ترسیم در نرم افزار کاسکا، مدل ایجاد شده ذخیره می گردد. فرمت ذخیره شدن مدل به نحوی است که قابل بازخوانی و فراخوانی مدل در نرم افزار فرانک را داشته باشد.



شکل (۲) ترسیم هندسی سه صفحه متصل به هم با سوراخ در صفحه میانی در نرم افزار کاسکا



شکل (۳) نحوه شبکه بندی مدل

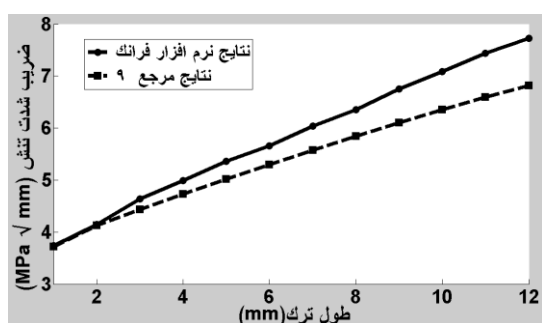
۲-۲- تحلیل مسئله با نرم افزار فرانک

در ادامه روند تحلیل نسبت به فراخوانی فایل طراحی مدل مورد نظر در نرم افزار فرانک اقدام می گردد. در نرم افزار فرانک برای بررسی و تحلیل سه بخش اصلی شامل پیش پردازش، تحلیل و پس پردازش وجود دارد.

در مرحله پیش پردازش شرایط مربوط به تحلیل، شامل معرفی شرایط تکیه گاهی و نیروی وارده به مدل تعریف می شود. با ورود به منوی PRE-PROCESS در ابتدا

که در رابطه فوق l طول ترک، r شعاع سوراخ و $d=l/(1+r)$ می باشد.

در شکل (۵) تغییرات ضریب شدت تنش برای سوراخ به قطر ۶ میلیمتر بر حسب طول ترک نشان داده شده و نتایج بدست آمده در این تحقیق با مقادیر بدست آمده از رابطه (۴) مقایسه شده است. با توجه به شکل دیده می شود برای ترک های با طول کوچک، مقادیر بدست آمده از دو روش بسیار به هم نزدیک است اما با افزایش طول ترک اختلاف نتایج افزایش می یابد. علت این اختلاف در ترک های با طول بزرگ آن است که رابطه (۴) برای محاسبه مقادیر ضریب شدت تنش در یک صفحه با ابعاد بزرگ ارائه شده و ابعاد صفحه در این رابطه لحاظ نشده است، بنابر این با افزایش طول ترک هنگامی که طول ترک نسبت به ابعاد صفحه قابل ملاحظه باشد، رابطه (۴) دقیق نخواهد بود.



شکل (۵) مقایسه تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ با قطر ۶ میلیمتر بر حسب طول ترک

نتایج بدست آمده برای دو حالت بررسی شده فوق الذکر حاکی از دقت خوب استفاده از نرم افزار فرانک و نحوه شبکه بندی استفاده شده در این تحقیق می باشد.

۴- بررسی پارامترهای مختلف بر ضرایب شدت

در این تحقیق سه صفحه متصل به هم با جنس های متفاوت به طول ۱۰۰ میلیمتر، ضخامت یک میلیمتر و با مجموع عرض ۱۰۰ میلیمتر در نظر گرفته شده است. در مرکز صفحه میانی یک سوراخ که دو ترک متقارن از آن منشعب شده در نظر گرفته شده است و فرض می گردد که به صفحات تنش یکنواخت یک مگاپاسکال در دور دست اعمال

گوتو [۱۳] نیز برای این مسئله رابطه زیر را ارائه کرده است:

$$K_I = (1 + 0.128\alpha - 0.288\alpha^2 + 1.523\alpha^3) \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (2)$$

همچنین آندرسون [۱۴] رابطه زیر را پیشنهاد نموده است:

$$K_I = (\sqrt{\sec(\pi\alpha/2)} \times (1 - 0.025\alpha^2 + 0.06\alpha^4)) \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (3)$$

در روابط فوق α نسبت طول ترک به پهنای صفحه و σ_0 تنش کششی در دور دست می باشد. در جدول ۱ ضرایب شدت تنش مود اول بدست آمده از فرم افزار فرانک در این تحقیق با نتایج بدست آمده از روابط (۱) الی (۳) مقایسه شده است. برای مقایسه بهتر نتایج، ضرایب شدت تنش با تقسیم بر $\sigma_0 \sqrt{\pi a}$ بی بعد شده است.

جدول (۱) ضریب شدت تنش بی بعد مود اول بر حسب طول

ترک

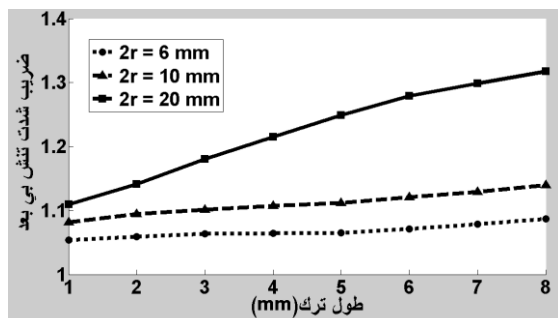
طول ترک (mm)	نسبت طول ترک به پهنای صفحه	تحقیق حاضر	نتایج رابطه (۱)	نتایج رابطه (۲)	نتایج رابطه (۳)
۱۰	۰/۱	۱/۰۰۲	۱/۰۰۵	۱/۰۱۱	۱/۰۰۶
۲۰	۰/۲	۱/۰۲۳	۱/۰۲۱	۱/۰۲۷	۱/۰۲۵
۳۰	۰/۳	۱/۰۴۷	۱/۰۵۱	۱/۰۵۳	۱/۰۵۸
۴۰	۰/۴	۱/۱۱۷	۱/۱۰۱	۱/۱۰۳	۱/۱۰۹
۵۰	۰/۵	۱/۲۱۰	۱/۱۷۶	۱/۱۸۲	۱/۱۸۶
۶۰	۰/۶	۱/۳۲۷	۱/۲۹۲	۱/۳۰۲	۱/۳۰۳
۷۰	۰/۷	۱/۴۷۰	۱/۴۷۸	۱/۴۷۱	۱/۴۸۷
۸۰	۰/۸	۱/۹۷۸	۱/۸۰۸	۱/۶۹۸	۱/۸۱۴
۹۰	۰/۹	۲/۶۷۷	۲/۵۷۴	۱/۹۹۲	۲/۵۷۸

در ادامه یک صفحه مربع شکل با طول و عرض ۱۰۰ میلیمتر و ضخامت یک میلیمتر از جنس آلومینیوم با سوراخی در مرکز آن که دو ترک متقارن از آن منشعب شده، تحت تنش یک مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. دالینگ [۱۲] رابطه تقریبی زیر را برای تعیین ضریب شدت تنش در یک صفحه با ابعاد بزرگ دارای ترک منشعب از سوراخی در مرکز صفحه پیشنهاد کرده است:

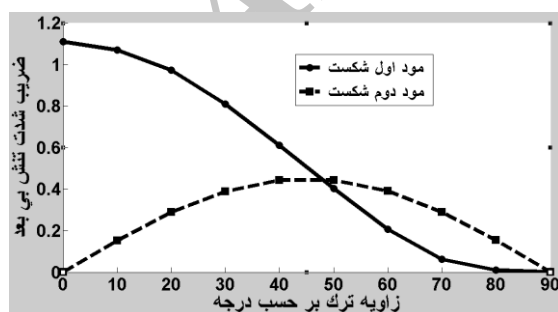
$$K_I = 0.5(3-d)[1+1.243(1-d)^3] \sigma_0 \sqrt{\pi l} \quad (4)$$

در شکل (۷) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ های به قطر ۶، ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک نشان داده شده است. در این شکل تغییرات طول ترک منشعب از لبه سوراخ از ۱ میلیمتر تا ۸ میلیمتر در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می دهد که با افزایش طول ترک و همچنین افزایش قطر سوراخ ضریب شدت تنش افزایش می یابد.

در شکل (۸) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد در مود اول و مود دوم شکست در حالت مود ترکیبی برای سوراخ به قطر ۱۰ میلیمتر و ترک به طول ۵ میلیمتر بر حسب تغییرات زاویه ترک نشان داده شده است. در حالت مود ترکیبی با افزایش زاویه ترک نسبت به راستای عمود بر تنش، ضریب شدت تنش مود اول کاهش و ضریب شدت تنش مود دوم ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد. بطوری که بیشترین مقدار برای مود دوم در زاویه حدود ۴۵ درجه اتفاق می افتد.



شکل (۷) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ های ۶ و ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک



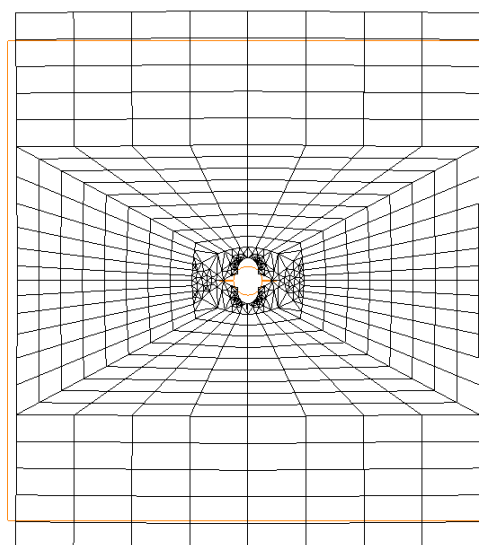
شکل (۸) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد مود اول و مود دوم شکست برای سوراخ با قطر ۱۰ میلیمتر و طول ترک ۵ میلیمتر بر حسب زاویه ترک

در حالت مود ترکیبی تنش عمودی (σ) در راستای عمود بر سطح ترک باعث ایجاد مود اول و تنش برشی (τ) در

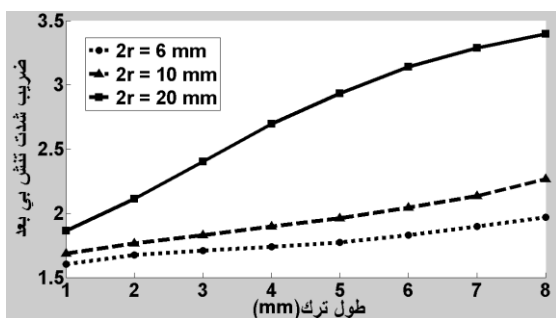
می شود (شکل ۱). از اثر درز اتصال صرف نظر شده است. جنس صفحات از آلومینیوم با مدول الاستیسیته $E=72.4$ GPa و نسبت پواسون $\nu=0.3$ و آلومینا با مدول الاستیسیته $E=300$ GPa و نسبت پواسون $\nu=0.3$ فرض شده است. اثر عوامل مختلف نظیر قطر سوراخ، طول ترک و زاویه ترک بر ضرایب شدت تنش برای سه حالت مختلف چیدمان صفحات بررسی شده است. در حالت اول فرض شده است که جنس هر سه صفحه از آلومینیوم باشد، در حالت دوم فرض شده است که جنس صفحه میانی از آلومینا و جنس دو صفحه کناری از آلومینیوم باشد و در حالت سوم فرض شده است که جنس صفحه میانی از آلومینیوم و جنس دو صفحه کناری از آلومینا باشد. در رسم نمودارها، ضرایب شدت تنش با تقسیم بر $\sigma_0\sqrt{\pi a}$ بی بعد شده است که a برابر مجموع شعاع سوراخ و طول ترک منشعب از سوراخ ($a=l+r$) می باشد. (به شکل ۱ مراجعه شود).

۴-۱- جنس هر سه صفحه از آلومینیوم

شکل (۶) نحوه شبکه بندی صفحه به کمک نرم افزار فرانک قبل و بعد از باز شدن دهانه ترک برای حالتی را نشان می دهد که جنس هر سه صفحه از آلومینیوم باشد.

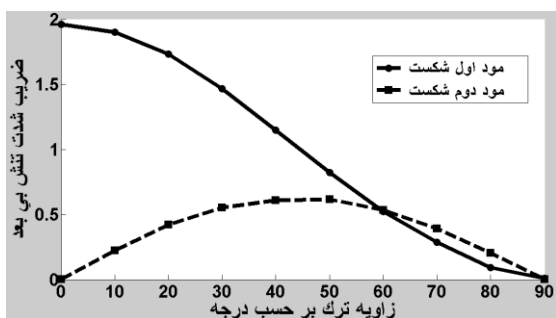


شکل (۶) نحوه شبکه بندی صفحه به کمک نرم افزار فرانک قبل و بعد از باز شدن دهانه ترک



شکل (۱۰) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ با قطرهای ۶ و ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک

در شکل (۱۱) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد در مود اول و مود دوم شکست در حالت مود ترکیبی برای سوراخ به قطر ۱۰ میلیمتر و ترک به طول ۵ میلیمتر بر حسب تغییرات زاویه ترک بررسی شده است.



شکل (۱۱) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد مود اول و مود دوم شکست برای سوراخ با قطر ۱۰ میلیمتر و طول ترک ۵ میلیمتر بر حسب زاویه ترک

۳-۴- جنس صفحه میانی از آلومینیوم و جنس دو صفحه کناری از آلومینوم

شکل (۱۲) نحوه شبکه بندی بعد از بازشدگی ترک برای حالتی را نشان می دهد که جنس صفحه میانی از آلومینیوم و جنس دو صفحه کناری از آلومینا باشد. در شکل (۱۳) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ های به قطر ۶، ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک بررسی شده است. در این حالت ضریب شدت تنش با افزایش طول ترک کاهش می یابد. همانطور که در شکل (۱۲) دیده می شود، تغییر شکل در دو صفحه کناری که جنس سفت تری دارند (آلومینا) از صفحه میانی (الومینیوم) کمتر است.

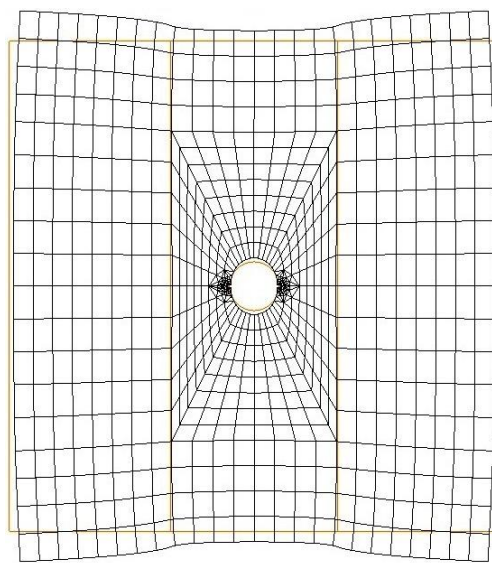
راستای مماس بر سطح ترک باعث ایجاد مود دوم شکست می گردد. رابطه تنش عمودی و تنش برشی با تنش کششی در دور دست (σ_0) به صورت زیر است [۱۲]:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot \cos^2 \theta, \quad \tau = \sigma_0 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta \quad (5)$$

بنابر این، همانطور که در شکل ۸ دیده می شود، با افزایش زاویه ترک نسبت به راستای عمود بر تنش، ضریب شدت تنش مود اول کاهش و ضریب شدت تنش مود دوم ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد.

۴-۲- جنس صفحه میانی از آلومینا و جنس دو صفحه کناری از آلومینیوم

شکل (۹) نحوه شبکه بندی بعد از بازشدگی ترک برای حالتی را نشان می دهد که جنس صفحه میانی از آلومینا و جنس دو صفحه کناری از آلومینیوم باشد. در شکل (۱۰) تغییرات ضریب شدت تنش نرمالیزه برای سوراخ های به قطر ۶، ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک نشان داده شده است. در این حالت مقادیر ضرایب شدت تنش نسبت به حالتی که جنس هر سه صفحه از آلومینیوم باشد، بیشتر است. زیرا صفحه میانی سفت تر و در عین حال ترد تر از حالت قبلی است (آلومینا ترد تر از آلومینیوم است) و با افزایش تردی ماده مقاومت آن نسبت به ترک کاهش می یابد.



شکل (۹) نحوه شبکه بندی صفحه به کمک نرم افزار فرانک قبل و بعد از باز شدن دهانه ترک

۵- نتیجه گیری

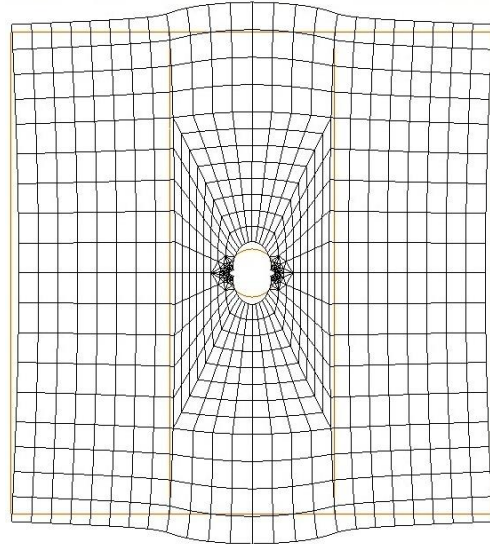
در این تحقیق برای یک صفحه دارای سوراخ مرکزی متصل به دو صفحه دیگر ضرایب شدت تنش در نوک ترک منشعب از سوراخ تعیین شده است. با بررسی نتایج دیده می شود، هنگامی که جنس صفحات کناری با صفحه میانی یکسان و یا نرم تر از صفحه میانی باشد، که برای قطرهای مختلف سوراخ با افزایش طول ترک مقدار ضریب شدت تنش بی بعد مود اول افزایش می یابد. همچنین برای یک طول ترک مشخص با افزایش قطر سوراخ، ضریب شدت تنش بی بعد مود اول افزایش می یابد.

برای یک مقدار مشخص از مجموع شعاع به اضافه طول ترک $(a=l+r)$ برای ترک های با طول کوچک ضریب شدت تنش بی بعد وابستگی بیشتری به طول ترک دارد تا قطر سوراخ، اما با افزایش طول ترک اثر قطر سوراخ بر ضریب شدت تنش بی بعد بیشتر می گردد.

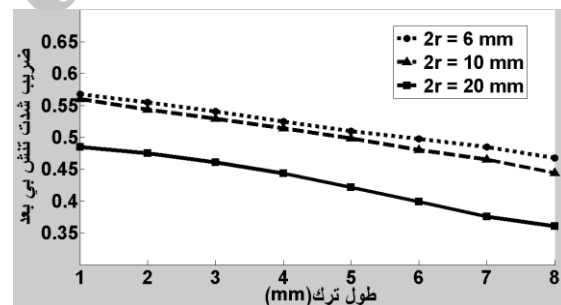
در حالتی که راستای طول ترک عمود بر راستای تنش اعمالی نباشد و نسبت به آن زاویه دار باشد، یعنی در حالت مود ترکیبی نیز مقدار ضرایب شدت تنش در مود اول شکست و مود دوم شکست تعیین شده و اثر زاویه ترک نسبت به امتداد عمود بر راستای تنش بر روی ضریب شدت تنش نیز مورد بررسی قرار گرفته است. حداکثر مقدار ضریب شدت تنش برای مود اول در زاویه صفر درجه اتفاق می افتد که این مقدار با افزایش زاویه ترک کاهش می یابد. برای مود دوم شکست، ضریب شدت تنش نسبت به زاویه ترک ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد که بیشترین مقدار آن در زاویه ۴۵ درجه اتفاق می افتد.

نتایج نشان می دهد که ضرایب شدت تنش به جنس صفحات نیز وابسته است. در حالتی که جنس صفحه میانی نسبت دو صفحه کناری سفت تر است ضریب شدت تنش افزایش و برای حالتی که جنس صفحه میانی نسبت دو صفحه کناری نرم تر است ضریب شدت تنش کاهش می یابد.

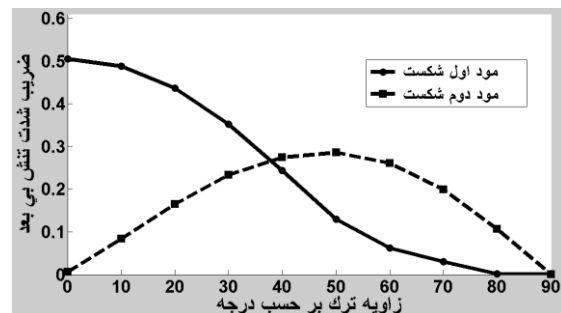
در شکل (۱۴) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد در مود اول و مود دوم شکست برای سوراخ به قطر ۱۰ میلیمتر و ترک به طول ۵ میلیمتر بر حسب تغییرات زاویه ترک بررسی شده است.



شکل (۱۲) نحوه شبکه بندی صفحه به کمک نرم افزار فرانک قبل و بعد از باز شدن دهانه ترک



شکل (۱۳) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد برای سوراخ با قطرهای ۶ و ۱۰ و ۲۰ میلیمتر بر حسب طول ترک



شکل (۱۴) تغییرات ضریب شدت تنش بی بعد مود اول و مود دوم شکست برای سوراخ با قطر ۱۰ میلیمتر و طول ترک ۵ میلیمتر بر حسب زاویه ترک

مراجع:

- [8] Torshizian M.R., Mode III stress intensity factor in two dimensional functionally graded material with lengthwise linearly varying properties. *Archive Applied Mechanics*, Vol. 85, 2015, pp. 2009-2021.
- [9] Long X., Delale F., The mixed mode crack problem in an FGM layer bonded to a homogeneous half-plan. *International Journal of Solids Structures*, Vol. 42, 2005, pp. 3897-3917.
- [10] Sladek J., Sladek V., Zhang C., An advanced numerical method for computing elastodynamic fracture parameters in functionally graded materials. *Computational Materials Science*, Vol. 32, 2005, pp. 532-543.
- [11] Hsu W.H., Chue C.H., Mode III fracture problem of an arbitrarily oriented crack in an FGPM strip bonded to a homogeneous piezoelectric half-plane. *Meccanica*, Vol. 44, 2009, pp. 519-534.
- [12] Dowling N.E., *Mechanical Behavior of Materials engineering methods for deformation fracture and fatigue*, 2014, Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- [13] Gdoutos E.E., *Fracture Mechanics an Introduction*, 1993, Kluwer Academic publisher.
- [14] Anderson T.L., *Fracture mechanics fundamentals and applications*, 1994, CRC Press LLC. Boca Raton.
- [1] Yan x., A numerical analysis of cracks emanating from an elliptical hole in 2-D plate, *Journal of Mechanic Research*, Vol. 25, 2005, pp. 142-153.
- [2] Cirello A., Furgiuele F., Mletta C., Pasta A., Numerical simulation and experimental measurements of the stress intensity in perforated plates, *Journal of Engineering Fracture Mechanic Research*, Vol. 75, 2008, pp. 4383-4393.
- [3] Chakherlou T.N., Abazadeh B., Vogwell j., The effect of bolt clamping force on the fracture strength and the stress intensity factor of a plate containing a fastener hole with edge cracks, *Journal of Engineering Failare Analysis Research*, Vol. 16, 2009, pp. 242-253.
- [4] Zhao J., Xie L., Liu j., Zhao Q., A method for stress intensity factor clacuation of infinite plate containing multiple hole-edge cracks, *International Journal of Fatigue Research*, Vol. 35, 2012, pp. 2-9.
- [5] Torshizian M.R., Kargarnovin M.H., Anti plane shear of an arbitrary oriented crack in a functionally graded strip bonded with two dissimilar half planes. *Theoretical Applied Fracture Mechanics*, Vol. 54, 2010, pp. 180-188.
- [6] Torshizian M.R., Kargarnovin M.H., The mixed mode fracture mechanics analysis of an embedded arbitrary oriented crack in two dimensional functionally graded material plate, *Archive Applied Mechanics*, Vol. 84, 2014, pp. 625-637.
- [7] Evans R., Clarke A., Gravina R., Heller M., Stewart R., Improved stress intensity factor for selected configurations in cracked plates. *Journal of Engineering fracture Mechanic Research*, Vol. 127, 2014, pp. 296-312.