

مطالعه عملکرد یک حسگر نیرو/گشتاور شش مولفه‌ای نوع ستونی از سه منظر نظری، شبیه‌سازی و تجربی

سیدرضا حمزه‌لو^{۱*}، محمدمراد شیخی^۲، حسین اکبری^۳

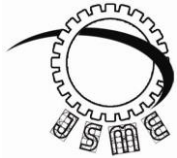
* نویسنده مسئول: rehamzeloo@srutu.edu

واژه‌های کلیدی	چکیده
حسگر نیرو/گشتاور شش مولفه‌ای، کرنش سنج، ماتریس کالیبراسیون.	حسگرهای نیرو/گشتاور چندمولفه‌ای کرنش‌سنج‌دار، برای اندازه‌گیری همزمان نیروها و گشتاورهای استاتیکی و دینامیکی شامل سه مولفه‌ی نیرو و سه مولفه‌ی گشتاور در دستگاه مختصات دکارتی یک سیستم استفاده می‌شوند. در این تحقیق، یک حسگر نیرو/گشتاور شش مولفه‌ای نوع ستونی، با سطح مقطع دایروی توخالی معرفی شده است. به منظور جداسازی الکتریکی مولفه‌های بار اعمالی بر آن و بر پایه‌ی مبانی نظری، الگوهای خاصی برای نصب کرنش‌سنج‌ها ارائه شده که بررسی صحت این الگوها با شبیه‌سازی المان محدود در نرم‌افزار آباکوس انجام گرفته است. در ادامه بارگذاری‌های مختلفی به یک نمونه‌ی ساخته شده از این حسگر اعمال شده و کرنش‌های تجربی اندازه‌گیری شده است. نتایج نشان می‌دهد که نه تنها اندازه‌ی واقعی درایه‌های قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون، انحراف‌هایی نسبت به اندازه‌ی نظری آن‌ها دارد بلکه، این ماتریس لزوماً قطری نیست. درصد انحراف کرنش‌های شبیه‌سازی از نظری در همه پل‌ها زیر ۳/۰٪ در تمام شرایط بارگذاری بدست آمده است. همچنین کمترین و بیشترین درصد انحراف کرنش‌های تجربی از نظری در بیشینه بار مجاز هر محور، به ترتیب مربوط به نیروی برشی P_x و ممان خمشی M_x بوده که برابر ۱/۶۲٪ و ۸/۱۲٪ می‌باشد.
تاریخ ارسال: ۹۵/۰۴/۰۱	
تاریخ بازنگری: ۹۵/۰۶/۱۴	
تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۷/۱۴	

۱- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.

۳- دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران.



Assessment of a Column Type Six-Component Force/Torque Sensor by Theoretical, Simulation and Experimental Approaches

Yunes Mohammadi^{1,*}, Keivan Hosseini Safari², Mohsen Rahmani³

* Corresponding Author: u.mohammadi@qiau.ac.ir

Abstract:

A multi-component force/torque sensor using strain gauges is applied to measure the static or dynamic forces and also the moments in all axis simultaneously. The applied column-type six-component force/torque sensor is composed of two flanges and a cylindrical elastic force-sensing element with a particular pattern of installed strain gauges. In this research the pattern of strain gauges on sensor is presented to electrically decouple each component of the applied loads. The theoretical model was developed for the presented pattern. Also the finite element simulation carried out with ABAQUS for whole model to evaluate the accuracy of the pattern in different situations. Furthermore, variety of load cases including the axial loads, the torsional torque and bending moments were applied to the prototype sensor to report the percentage deviations of experimental strains related to the equivalent theoretical model and the simulations. The results show that the actual values of the main diameter components of the calibration matrix not only are different from the theoretical values but also this matrix would not necessarily be diagonal. It is observed that the percent deviation of the simulation strains from theoretical values in all loading cases would be under 3%. As a prominent result, the minimum and maximum deviation between theoretical and experimental is related to shear force (P_x) and bending moment (M_x) respectively by values of 0.27% and 8.12%.

Key words:

Six-component force/torque sensor
Strain gauge
Calibration matrix

- 1- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei teacher training University, Tehran, Iran.
- 2- Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei teacher training University, Tehran, Iran.
- 3- PhD Student, Department of Mechanical Engineering, Shahid Rajaei teacher training University, Tehran, Iran.

۱- مقدمه

راديوگرافي استفاده کردند. در اين سيستم يك درايو بر اساس اندازه و جهت اين بارها مي توانست دستگاه راديوگرافي را به موقعيت مناسب حرکت دهد. کيم و همکارانش [۶] در يك وسيله کيمک حرکتی اندام تحتانی برای بیماران دچار ضایعه نخاعی، از دو حسگر نیرو گشتاور به منظور تعیین مکان مرکز فشار استفاده کردند. زیاتو و همکارانش [۷] يك نوع حسگر جديد را برای اندازه گیری نیرو و محاسبه جهت آن برای استفاده در عمل های جراحی دندانپزشکی پیشنهاد دادند که خطی- پذیري بالا و نويز پذيري پاييني را نشان مي داد.

در حوزه ی ساخت حسگرهای نیرو/گشتاور چند مولفه- ای، ابتدا چالش اصلی در طراحی اعضای الاستیک آنها می- باشد که با توجه به کاربرد آنها، سه ملاحظه در طراحی دخيل بوده و همواره تاکید شده است: حساسیت اندازه- گیری، دکوپله بودن^۳ یا جداسازی اندازه ها و ایزوتروپی^۴ یا همسانی اندازه ها [۸]. بطور مثال اگر حسگر در مج یک روبات نصب گردد که تحت کنترلی پایدار برای انجام وظایف متغیر و انعطاف پذیر باشد، نیاز به دکوپله بودن یک فاکتور مهم محسوب می شود [۹]. افزون بر این، چون شش مولفه ی بار همزمان اندازه گیری می شوند بنابراین؛ سعی می- شود حساسیت اندازه گیری این مولفه ها تقریباً یکسان باشد. همچنین حساسیت اندازه گیری باید تا حد امکان بیشتر شود تا دقت افزایش یابد.

امروزه مدل های هندسی گوناگونی از این مبدل های نیرو/گشتاور توسعه یافته و خصوصیات آنها بررسی شده است. از جمله می توان به مدل های مالتس کراس^۵، شینمن^۶، آستک^۷، مییر^۸، ستونی^۹، نوع E^۱، PPBs^۲، تیر T شکل^۳

حسگر نیرو/گشتاور شش مولفه ای^۱ می تواند همزمان بارهای استاتیکی و دینامیکی شامل سه بردار نیرو (P_x, P_y, P_z) و سه بردار گشتاور (M_x, M_y, M_z) را به ترتیب در امتداد و حول محورهای x, y و z در دستگاه مختصات دکارتی یک سیستم دلخواه اندازه گیری کند. مدل های مختلف این حسگر، به عنوان تجهیزات اندازه گیری پیشرفته در طراحی روبات ها و بازوهای مکانیکی ماهر، عملیات های ماشینکاری، صنایع اتومبیل، هواضا و تحقیقات بیومکانیک استفاده شده و امکان توسعه مطالعات و پژوهش های گسترده تری را برای دانش پژوهان و صنعتگران این حوزه ها فراهم می سازد.

به دلیل قیمت بالای حسگرهای نیرو/گشتاور شش مولفه- ای، تا حد زیادی استفاده از آنها محدود به حوزه ی روباتیک شده است؛ که در آنجا کنترل صحیح نیروها مورد نیاز است [۱۰]. با این وجود، افزایش تقاضا برای این نوع از حسگرها در حوزه های مختلف، باعث ترویج فعالیت های تحقیقاتی روی توسعه ی حسگرهای نیرو/گشتاور چند مولفه ای شده است. به عنوان نمونه در حوزه ی بیومکانیک، لیو و همکارانش [۲] یک حسگر نیروی قابل پوشیدن را برای اندازه گیری نیروها و گشتاورهای سه بعدی جهت تجزیه و تحلیل رفتار دینامیکی انسان در واکنش با زمین توسعه دادند. کروک لیکف و همکارانش [۴] یک حسگر بار شش درجه آزادی از نوع کوپل شده ی مکانیکی^۲ را بر استفاده در حوزه ی پزشکی ورزشی توسعه دادند. آنها ابتدا ابعاد هندسی سازه حسگر را بهینه کردند و سپس ماتریس تجزیه ی آن را از طریق تحلیل المان محدود ارائه دادند. در حوزه ی کاربردهای پزشکی، یانگ و همکارانش [۵] در یک سیستم راديوگرافي، از حسگرهایی برای اندازه گیری نیروها و گشتاورهای خارجی اعمال شده بر دستگاه متحرک

۳- Decoupling

۴- Isotropy

۵- Maltese cross

۶- Scheinman

۷- Astek

۸- Meyer

۹- Column type

۱- Six-component force/torque sensor

۲- Mechanically coupled sensor

مولفه‌ای نوع ستونی ارائه شده است. از آنجا که این نوع حسگر در رده حسگرهای کوپل شده مکانیکی محسوب می‌شود لذا؛ الگوهای متفاوتی از کرنش‌سنج‌ها در قالب پل و تستون کامل پیشنهاد شده تا بارهای وارده بر حسگر از لحاظ الکتریکی جداسازی شوند و ماتریس کالیبراسیون آن قطری گردد.

از آنجا که رفتار واقعی یک سازه مکانیکی ممکن است تا حدودی نسبت به رفتار برآمده از تحلیل‌های نظری مسئله متفاوت باشد لذا؛ معادلات حاکم بر این حسگر با داده‌های دریافت شده از مدلسازی این مسئله در یک نرم‌افزار شبیه‌ساز و نیز با نتایج خروجی تجربی آن مقایسه شده تا درک صحیح‌تری از رفتار حسگر ایجاد شود. درصد انحرافات نتایج شبیه‌سازی و تجربی از مقادیر نظری گویای این واقعیت است که برای این مسئله، نمی‌توان بی‌واسطه به مبانی نظری الاستیسیته اتکا نمود زیرا این معادلات با در نظر گرفتن فرضیات متفاوت ایجاد شده‌اند و برای تحلیل دقیق‌تر چنین مسئله‌ای باید از نرم‌افزارهای کمکی شبیه‌ساز و نتایج تجربی نیز هم‌زمان بهره برد. به عنوان مثال اگر چه روابط نظری برآمده از الگوی نصب کرنش‌سنج‌ها در پل‌ها نشان می‌دهد که ماتریس کالیبراسیون حسگر قطری است اما؛ داده‌های تجربی و شبیه‌سازی، مهر تأییدی بر این واقعیت است که نه تنها اندازه واقعی دراپه‌های قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون، انحرافات نسبت به اندازه نظری آن‌ها دارد بلکه؛ ماتریس کالیبراسیون واقعی حسگر نیز لزوماً قطری نیست.

در بخش دوم این مقاله، روابط نظری حاکم بر رفتار بستر الاستیک حسگر با توجه به نوع بارهای وارده بررسی و الگوی اتصال کرنش‌سنج‌ها برای جداسازی الکتریکی بارهای اعمالی به حسگر، پیشنهاد شده است. در بخش سوم و چهارم، مدلسازی المان محدود و نمونه‌ی اولیه حسگر ارائه شده است. بخش پنجم حاوی نتایج شبیه‌سازی و تجربی دریافت شده از حسگر بوده و در پایان در بخش ششم، نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

مدل دوسوراخه^۴ و سکوی استوارت^۵ اشاره کرد. در این بین، نوع ستونی با فتر بستر الاستیک سیلندر شکل، به دلیل همسان نبودن اندازه‌ها در مقابل نیروها و گشتاورها در شش جهت بخصوص در راستای محور سیلندر، کمتر مورد توجه بوده است. اما می‌توان سهولت ساخت و عدم نیاز به ماشینکاری‌های پیچیده، هزینه‌ی کم، استحکام بالا و قابلیت اندازه‌گیری همزمان محدوده‌ی وسیعی از بارها را جزء خصوصیات بارز آن برشمرد. اسپلتزر [۱۰] یک حسگر ستونی استوانه‌ای توخالی که ضخامت آن در دو انتهای آن افزایش می‌یافت را از جنبه‌ی نظری مورد مطالعه قرار داد و توانست روابط ساختاریافته‌ای را برای تشریح ارتباط بارهای وارده و کرنش‌های سطحی بوجود آمده روی سازه‌ی حسگر ارائه دهد. او هیچگونه تحلیل المان محدود و آزمایشی روی نمونه‌ی اولیه‌ی از این سازه ارائه نداد. کانگ و همکارانش [۱۱] رفتار یک حسگر ستونی استوانه‌ای توپر را به صورت تحلیلی بررسی کردند و سپس توسط تحلیل المان محدود آن را بازبینی نمودند. پارک و همکارانش [۱۲] خصوصیات دینامیکی دو نمونه حسگر ستونی استوانه‌ای که یکی توپر و دیگری توخالی بود را ارزیابی کردند.

برای دریافت کرنش‌های الاستیک ایجاد شده در فتر بستر حسگر که در اثر بارهای اعمالی به آن ایجاد می‌شود و سپس تبدیل آن‌ها به مقادیر فیزیکی قابل تشخیص (نظیر ولتاژ)، روش‌های متفاوتی وجود دارد که یک مورد از پرکاربردترین آن‌ها استفاده از سنسورهای کرنش‌سنج مقاومتی^۶ در مداری موسوم به پل و تستون^۷ است [۱۳]. در این مقاله، نمونه‌ی اولیه‌ی یک حسگر نیرو/گشتاور شش-

۴- E-type membrane

۵- Parallel plate-beams

۶- T-shaped bar

۷- Binocular-type

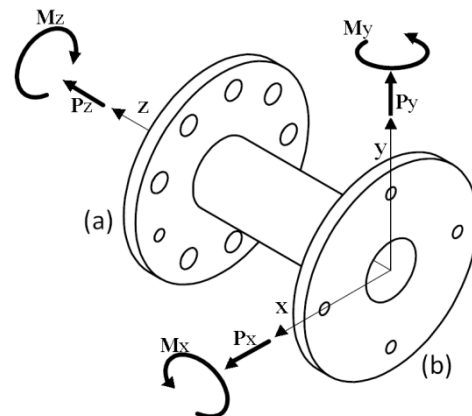
۸- Stewart platform

۹- Strain gauge

۱۰- Wheatstone Bridge

۲- مدلسازی پارامتری

بارها در دستگاه مختصات دکارتی سازه‌ی ستونی، در شش جهت دسته‌بندی می‌شوند. یک نیرو و یک ترک پیچشی (M_z, P_z) به ترتیب در راستا و حول محور استوانه و دو نیرو (P_y, P_x) و دو ممان خمشی (M_y, M_x) به ترتیب در راستا و حول محورهایی که متقابلاً بر هم عمود بوده و هریک بر محور استوانه نیز عمود می‌باشند، شکل (۱).



شکل (۱) دستگاه مختصات دکارتی حسگر و راستای شش مولفه‌ی بار از آنجا که در یک سیستم ممکن است هر سنسور کرنش‌سنج نصب شده بر بستر الاستیک حسگر، همزمان آمیخته‌ای از کرنش‌های مربوط به بارهای شکل (۱) را دریافت کند بنابراین؛ با یک کرنش‌سنج نمی‌توان به تنهایی هیچ یک از شش مولفه‌ی بار را اندازه‌گیری نمود. در عوض، با نصب الگوهای مختلفی از کرنش‌سنج‌ها در قالب چند پل و تستون بر سطح سازه مبدل، امکان اندازه‌گیری مستقل هریک از شش مولفه‌ی بار به کمک اندازه‌گیری ولتاژ خروجی پل‌ها فراهم خواهد شد.

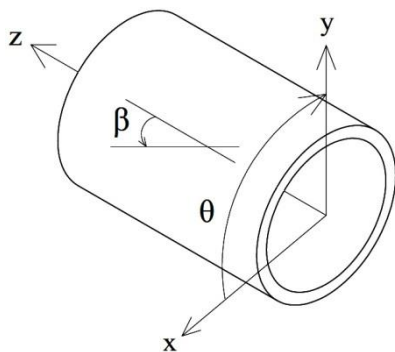
شکل (۱) سیستم مختصاتی شامل سه محور x, y و z را برای توصیف بارهای وارد بر حسگر نیرو/گشتاور شش-مولفه‌ای نشان می‌دهد. محور z به میزان قابل توجهی با محور حسگر استوانه‌ای که از انتهای (a) به تکیه‌گاه متصل بوده و از انتهای (b) بارگذاری شده موازی می‌باشد. دو محور x و y متقابلاً بر هم عمود بوده و هر دو بر محور z عمود هستند.

۲-۱- رابطه‌ی تنش-کرنش

معادله (۱) رابطه اساسی تنش-کرنش برای یک حسگر سیلندر شکل با استفاده از تئوری‌های الاستیسیته در محدوده خطی است [۱۰].

$$\epsilon_\beta = \frac{\sigma}{2E} [(1 - \nu) + (1 + \nu) \cos(2\beta)] + \frac{\tau}{E} (1 + \nu) \sin(2\beta) \quad (1)$$

این رابطه با فرض تنش سطحی روی سطوح داخلی و خارجی سیلندر و ایزوتروپیک بودن ماده استخراج شده است، شکل (۲).



شکل (۲) راستای زوایای مثبت θ و β در فز بستر الاستیک حسگر

۲-۲- روابط بار-تنش

با استفاده از قانون دست راست برای ناحیه اول در دستگاه مختصات دکارتی حسگر، شکل (۱)، برآیند تنش‌های نرمال و برشی برابر است با:

$$\sigma = -\frac{M_x r \sin \theta}{I} + \frac{M_y r \cos \theta}{I} - \frac{P_z}{A} \quad (2)$$

$$\tau = -\frac{P_x Q_{max} \sin \theta}{I(D-d)} + \frac{P_y Q_{max} \cos \theta}{I(D-d)} + \frac{M_z r}{J} \quad (3)$$

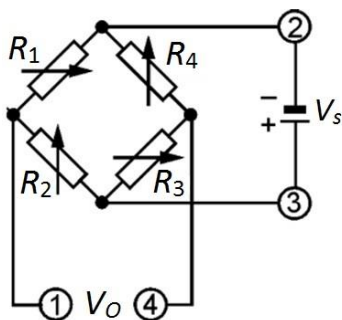
۲-۳- رابطه‌ی بار-کرنش

حال با جایگذاری روابط (۲ و ۳) در رابطه (۱)، معادله بار-کرنش حسگر بصورت رابطه (۴) بیان می‌شود. این رابطه بیانگر یک معادله‌ی خطی بین بارهای وارده و کرنش ایجاد شده بر سطح بیرونی بستر الاستیک حسگر است.

$$\epsilon_\beta = \left(\frac{-M_x r \sin \theta + M_y r \cos \theta}{2EI} - \frac{P_z}{2EA} \right) \times [(1 - \nu) + (1 + \nu) \cos(2\beta)] + \left(\frac{(-P_x \sin \theta + P_y \cos \theta) Q_{max}}{EI(D-d)} + \frac{M_z r}{EJ} \right) \times \sin(2\beta) \quad (4)$$

$$S = \frac{V_o}{V_s \times F} = \frac{1}{4}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) \quad (8)$$

پارامتر S ، سیگنال خروجی نرماله شده‌ی پل بوده که معادل برآیند کرنش‌های وارده به هریک از کرنش‌سنج‌ها در یک پل است. V_o ولتاژ خروجی از پل، V_s ولتاژ تحریک پل و ε اندازه کرنش وارده به هریک از کرنش‌سنج‌ها است، شکل (۳).



شکل (۳) آرایش کرنش‌سنج‌ها در پل وتسون

اکنون به کمک روابط (۴ تا ۷) باید زاویه مناسب مکان نصب هر کرنش‌سنج (θ) را انتخاب نمود. در این حالت مطابق رابطه (۸)، اندازه ولتاژ خروجی حاصل از برآیند کرنش‌های اعمال‌شده به چهار کرنش‌سنج در یک پل وتسون باید تنها معادل یکی از شش مولفه‌ی بار برآورد گردد. اصطلاحاً این عملیات را حذف همپوشانی کرنش‌ها یا جداسازی الکتریکی گویند. پل‌های A, B, C, D, E و F به ترتیب برای اندازه‌گیری نیروهای P_x , P_y و P_z و گشتاورهای M_x , M_y و M_z طراحی شده‌اند، شکل‌های (۴) و (۵).

$$[(1 + \nu) \sin(2\beta)]$$

همانگونه که از رابطه (۴) پیداست، کرنش اندازه‌گیری شده، آمیخته‌ای از کرنش‌های ناشی از همه مولفه‌های بار می‌باشد. اما خوشبختانه ضرایب هر یک از مولفه‌های بار ثابت و تابعی از زاویه و مکان قرارگیری کرنش‌سنج‌ها می‌باشد و می‌توان با انتخاب مناسب زوایای β و θ برای هر یک از سنسورها، این رابطه را ساده‌سازی و به صورت الکتریکی جداسازی نمود.

۲-۴- انتخاب جهت نصب کرنش‌سنج

با استفاده از رابطه (۱)؛ درحالتی که لازم است تنها کرنش ناشی از تنش‌های نرمال اندازه‌گیری شود، باید عبارت $\sin(2\beta) = 0$ گردد که اندازه زوایای نصب $\beta_o = \pi/2$ یا $\beta_o = 0$ بدست می‌آید. اما زمانی که لازم است تنها کرنش ناشی از تنش‌های برشی اندازه‌گیری گردد، باید عبارت (۱- $(1 + \nu) \cos 2\beta = 0$) باشد که اندازه زوایای نصب $\beta_\tau = \pm 0.5 \cos^{-1}[(\nu - 1)/(\nu + 1)]$ می‌بینیم که زاویه فقط تابع نسبت پواسون است و از آنجا که این عدد برای بیشتر فلزات حدود ۰/۳ است، در نتیجه اندازه آن حدود یک رادیان یا ۶۰ درجه می‌باشد.

با جایگزینی زوایای قرارگیری گیج‌های محوری ($\beta_o = 0$) و $\beta_o = \pi/2$ در معادله (۱)، رابطه تنش-کرنش به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma}{E} \quad (5)$$

$$\varepsilon_{\pi/2} = \frac{-\nu\sigma}{E} \quad (6)$$

همچنین با جایگزینی زوایای قرارگیری گیج‌های برشی در معادله (۱)، رابطه تنش-کرنش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon_{\pm\beta_\tau} = \pm \frac{-2\tau\sqrt{\nu}}{E} \quad (7)$$

۲-۵- انتخاب مکان نصب کرنش‌سنج

معادله (۸) رابطه حاکم در پل وتسونی است که در هر یک از چهار بازوی آن یک کرنش‌سنج با گیج فاکتور F قرار دارد [۳]:

۲-۵-۳ پل C مخصوص نیروی محوری P_z

برای این پل دو گیج (C_1 و C_3) در بازوهای مخالف با زاویه $(\pi = \beta/2)$ در امتداد یک دایره محیطی سیلندر نصب شده و زاویه θ آنها π رادیان اختلاف فاز دارند. دو گیج باقی مانده (C_2 و C_4) هم با زاویه $(\beta = 0^\circ)$ در امتداد محور سیلندر نصب شده و زاویه θ آنها نیز π رادیان اختلاف فاز دارند. شرطهای زوایای θ برای این پل برابر است با:

$$\theta_3 = \theta_1 + \pi; \theta_4 = \theta_2 + \pi \quad (11)$$

جایی که θ_1 و θ_2 می توانند هر اندازه ای باشند که $\pi/2 = \theta_1 = \theta_2$ انتخاب شده است.

خروجی نرماله شده پل C برابر است با:

$$S_C = \frac{(1 + \nu)}{2EA} P_z \quad (12)$$

۲-۵-۴ پل D مخصوص ممان خمشی M_x

برای دریافت ممان خمشی حول محور x جفت گیج های بازوهای مجاور (۱-۴ و ۲-۳) باید بصورت متقارن اطراف محور x به ترتیب در موقعیت های $\pm\theta_1$ و $\pm\theta_3$ قرار بگیرند. زوایای θ_1 و θ_3 می تواند بصورت مستقل انتخاب شوند.

با انتخاب $\beta = 0^\circ$ برای همه گیج ها و نیز انتخاب زوایای θ_1 و θ_3 بگونه ای که $\sin\theta_1 = \sin\theta_3$ گردد، آنگاه بالاترین خروجی ایجاد می گردد. بنابراین با توجه به نوع شماره گذاری گیج ها در پل، زوایای مناسب برای بالاترین خروجی پل برابر است با:

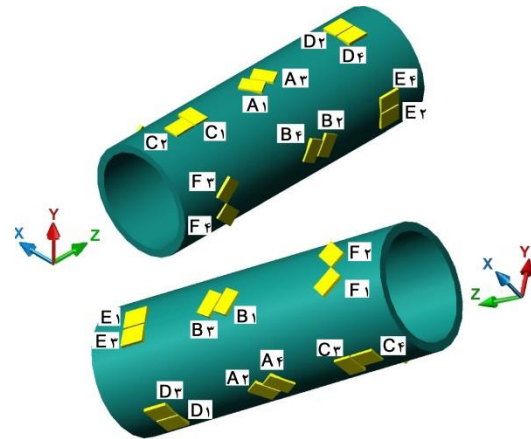
$$\theta_4 = -\theta_1; \theta_3 = -\theta_2; \theta_2 = \pi + \theta_1 \quad (13)$$

پس با شرطهای رابطه (۱۳)، خروجی نرماله شده این پل در دستگاه مختصات شکل (۱) خواهد شد:

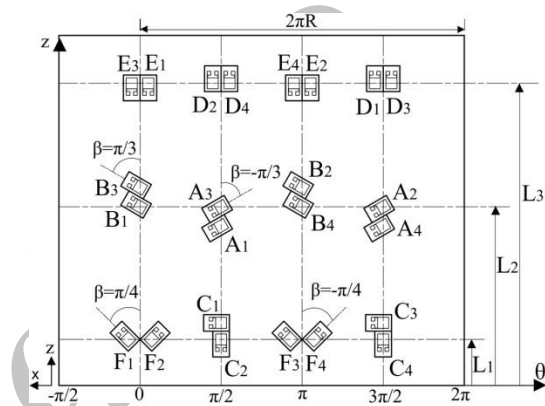
$$S_D = -\frac{D \sin \theta_1}{2EI} M_x \quad (14)$$

با توجه به ابعاد کرنش سنج، زاویه θ_1 برای این حسگر ۲۶۳ درجه است. پس داریم:

$$S_D = \frac{0.496DM_x}{EI} \quad (15)$$



شکل (۴) الگوی نصب ۲۴ کرنش سنج بر فنر بستر الاستیک حسگر



شکل (۵) الگوی نصب ۲۴ کرنش سنج بر سطح گسترده فنر بستر

۲-۵-۱ پل A مخصوص نیروی برشی P_x

در این پل هر چهار گیج در زاویه $\beta = -60^\circ$ براساس اندازه ضریب پواسون آلومینیوم $\nu = 0.33$ نصب شده اند. همچنین زاویه ی قرارگیری گیج اول $\theta_1 = \pi/2$ انتخاب شده است. بنابراین:

$$S_A = \frac{2\sqrt{\nu}Q_{max} \sin \theta_1}{EI(D-d)} P_x = \frac{2\sqrt{\nu}Q_{max}}{EI(D-d)} P_x \quad (9)$$

۲-۵-۲ پل B مخصوص نیروی برشی P_y

در این پل هر چهار گیج در زاویه $\beta = +60^\circ$ براساس اندازه ضریب پواسون آلومینیوم $\nu = 0.33$ نصب شده اند. همچنین زاویه ی قرارگیری گیج اول $\theta_1 = 0^\circ$ انتخاب شده است. بنابراین:

$$S_B = \frac{2\sqrt{\nu}Q_{max} \cos \theta_1}{EI(D-d)} P_y = \frac{2\sqrt{\nu}Q_{max}}{EI(D-d)} P_y \quad (10)$$

2-5-5 E پل مخصوص ممان خمشی M_y

$$\vec{S}_i = \frac{\Delta V_i}{FV}, \quad i = 1, 6, \quad (22)$$

در رابطه (21)، C ماتریس انطباق کرنش است. شروط $m \geq n$ و $\text{Rank}(C) = n$ باید برقرار باشند [14]. شرط $m \geq n$ ملزم می‌کند که تعداد نقاط اندازه‌گیری کرنش، باید بزرگتر و مساوی تعداد مولفه‌های بار گردد. اگر رنک ماتریس C برابر تعداد مولفه‌های بردار \vec{F} باشد، آنگاه ماتریس C به صورت خطی مستقل خواهد بود و جواب یکتایی بدست خواهد آمد. بنابراین چون تعداد مولفه‌های بردار \vec{F} برابر n است لذا شرط $\text{Rank}(C) = n$ برای ایجاد استقلال خطی ماتریس C لازم است. به طور کلی، n همواره کوچکتر و مساوی شش است. هر یک از درایه‌های C_{ij} ماتریس C ، ضریب برآیند چهار کرنش پل و ستون i به ازاء اندازه واحدی از مولفه‌ی بار z می‌باشد بنابراین؛ اندازه ماتریس C برای محاسبه جداگانه شش مولفه‌ی بار، 6×6 خواهد بود و امکان یافتن مستقیم \vec{F} با استفاده از معکوس این ماتریس به صورت رابطه (23) فراهم می‌گردد که A ماتریس کالیبراسیون حسگر است.

$$\vec{F} = [C]^{-1} \cdot \vec{S} = [A] \cdot \vec{S} \quad (23)$$

حال می‌توان رابطه ورودی-خروجی این حسگر را به شکل رابطه (24) نوشت:

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_A / FV \\ \Delta V_B / FV \\ \Delta V_C / FV \\ \Delta V_D / FV \\ \Delta V_E / FV \\ \Delta V_F / FV \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{cases} A_{11} = \frac{EI(D-d)}{2\sqrt{v} \sin(\theta_{A_1}) Q_{max}} \\ A_{22} = \frac{EI(D-d)}{2\sqrt{v} \cos(\theta_{B_1}) Q_{max}} \\ A_{33} = \frac{2EA}{(1+v)} \\ A_{44} = -\frac{2EI}{D \sin(\theta_{D_1})} \\ A_{55} = \frac{2EI}{D \cos(\theta_{E_1})} \\ A_{66} = \frac{2EJ}{D(1+v)} \end{cases}$$

از رابطه‌ی (24) پیداست که با توجه به فرضیات اتخاذ شده و الگوهای نصب ارائه شده برای کرنش‌سنج‌ها؛

در این پل جفت گنج‌های بازوهای مجاور (۱-۴ و ۲-۳) باید بصورت متقارن اطراف محور y قرار بگیرند. در این پل نیز با انتخاب $\beta = 0^\circ$ برای همه گنج‌ها و نیز انتخاب زوایای θ_1 و θ_3 بگونه‌ای که $\cos(\theta_1) = \cos(\theta_3)$ گردد، آنگاه بالاترین خروجی ایجاد می‌شود. بنابراین با توجه به نوع شماره‌گذاری گنج‌ها در پل، زوایای مناسب برای بالاترین خروجی این پل برابر است با:

$$\theta_4 = -\theta_1; \theta_3 = -\theta_2; \theta_2 = \pi + \theta_1 \quad (16)$$

اکنون با شرط‌های رابطه‌ی (16)، خروجی نرماله شده این پل خواهد شد:

$$S_E = \frac{D \cos \theta_1}{2EI} M_y \quad (17)$$

با توجه به ابعاد کرنش‌سنج، زاویه θ_1 برای این حسگر 7 درجه است. لذا داریم:

$$S_E = \frac{0.496D}{EI} M_y \quad (18)$$

2-5-6 F پل مخصوص ترک پیچشی M_z

زاویه‌ی β انتخاب شده برای پل F برابر است با:

$$\beta_{(1,3)} = \pi/4; \beta_{(2,4)} = -\pi/4 \quad (19)$$

بنابر این خروجی نرماله شده پل F برابر است با:

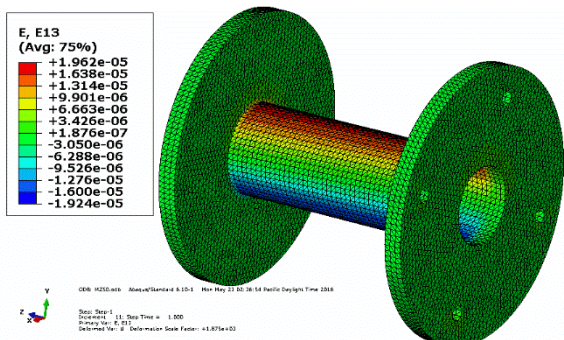
$$S_F = \frac{D(1+v)}{2EJ} M_z \quad (20)$$

2-6-2 ماتریس کالیبراسیون حسگر

هدف از کالیبراسیون، مدل‌سازی ارتباط بین بارهای ورودی و سیگنال‌های خروجی است که می‌تواند به صورت رابطه (21) نوشته شود [6]:

$$\vec{S} = [C] \cdot \vec{F} \quad (21)$$

جایی که \vec{F} ماتریس $n \times 1$ بار است که درایه‌هایش شامل مولفه‌های نیرو و گشتاور می‌باشد. \vec{S} ماتریس $m \times 1$ سیگنال خروجی نرماله شده‌ی پل است، که مطابق رابطه (22) درایه‌هایش شامل m سیگنال خروجی نرماله شده‌ی از m پل بوده که هر یک معادل برآیند کرنش‌های وارده در هر پل است [14]:



شکل (۷) تغییر شکل مدل تحت ترک پیچشی zM معادل N.m ۲/۰۳۷۶

۴- ساخت نمونه‌ی اولیه‌ی حسگر

جنس حسگر از آلیاژ آلومینیوم ۷۰۰۰ (T6 ۷۰۷۵) و کرنش-سنج‌ها نیز مدل 3/350LE LK13S-4 ساخت شرکت HBM با مقاومت نامی 350 ± 0.5 اهم مخصوص سازه آلومینیومی انتخاب شده‌اند. برای اتصالات کرنش‌سنج‌ها از روش ابتکاری بردهای انطاف‌پذیر نسوز با ضخامت ۰/۱۵ میلی‌متر استفاده گردید، شکل (۸). اندازه قطر داخلی، قطر خارجی و طول فنر بستر الاستیک به ترتیب ۳۰، ۳۵ و ۹۵ میلی‌متر، ظرفیت بارگذاری $P_x=P_y=P_z=150\text{N}$ ، $M_x=M_y=13\text{mN}$ و $M_z=6\text{mN}$ می‌باشد.



شکل (۸) تصویری از حسگر ساخته شده بدون پوشش محافظ

۵- نتایج

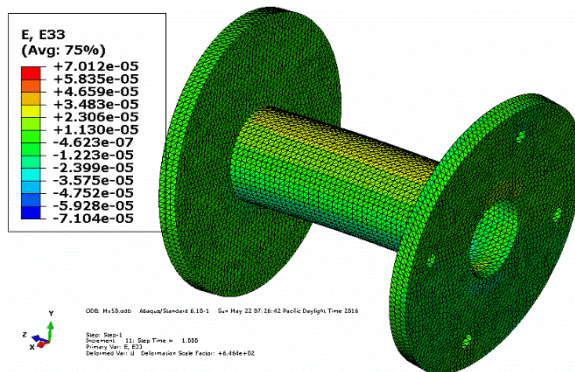
با توجه به مشخصات فیزیکی حسگر، اندازه‌ی نظری درایه-های قطر اصلی ماتریس A در جدول (۱) نوشته شده است. برای یافتن اندازه‌ی تجربی ضرایب، هر یک از شش محور حسگر در سه گام، تحت بارگذاری جداگانه قرار گرفته و

حسگری که قبلاً در رابطه‌ی (۴) دیدیم محورهایش به صورت مکانیکی کاملاً تداخل داشتند اکنون، به لحاظ الکتریکی جداسازی شده و ماتریس کالیبراسیون A از منظر نظری کاملاً قطری شده است.

۳- مدل‌سازی المان محدود^۱

به منظور درک بهتری از رفتار حسگر و بررسی صحت الگوهای ارائه شده برای نصب کرنش‌سنج‌ها، هندسه‌ی آن در نرم‌افزار تجاری آباکوس مدل‌سازی شد و تحلیل‌های عددی روی آن انجام گرفت.

با توجه به مدت زمان اجرای شبیه‌سازی و نزدیکی نتایج، انواع مختلفی از المان با اندازه‌ی متفاوت بررسی شد و در نهایت نوع المان TET^۲ با اندازه‌ی ۱ میلی‌متر برای هر ضلع المان انتخاب گردید. این اندازه با توجه به موقعیت قرارگیری سنسورها نیز بوده است تا خطای قرارگیری در شبیه‌سازی به کمتر از ۰/۵ میلی‌متر برسد. شکل‌های (۶) و (۷)، مدل المان محدود طراحی شده را نشان می‌دهد. فلنج سمت چپ کاملاً مقید شده و بارگذاری‌ها از طریق فلنج سمت راست اعمال می‌شوند. برای مقایسه داده‌ها، هر شش بار در هر مرحله به صورت مستقل اعمال شده و کرنش‌های ایجاد شده در ۲۴ نقطه در مکان و جهت نصب کرنش‌سنج‌ها دریافت می‌شود. شکل‌های (۶) و (۷)، به ترتیب دو نمونه بارگذاری (M_x و M_z) را نمایش می‌دهد.



شکل (۶) تغییر شکل مدل تحت منفی xM معادل N.m ۴/۳۵۵۴

۱-Finite element modeling

۲-Tetrahedral

۱۵۲/۱۲	۱۴۲/۴۳	۱۳۹/۹	A_{44}
۸/۷	۱/۸		
۱۵۰/۲۳	۱۴۲/۰۳	۱۳۹/۹	A_{55}
۷/۴	۱/۵		
۲۰۳/۷۶	۲۱۴/۱۹	۲۰۸/۰۹	A_{66}
۲/۱	۲/۹		

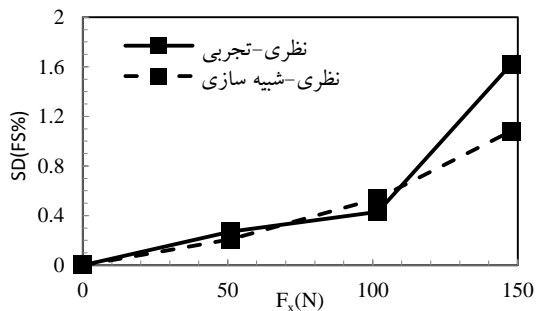
$$E=71/7 \text{ GPa}, \nu=0.33, F=2, V=5v$$

همانطور که در سایر مطالعات این حوزه اشاره شده است [۱۸-۱۵]؛ داده‌های تجربی، نشان می‌دهد که نه تنها اندازه‌ی واقعی درایه‌های قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون، اختلاف-هایی نسبت به اندازه‌ی نظری آن‌ها دارد بلکه؛ درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون لزوماً صفر نیست که در مدل ستونی این حسگر نیز این واقعیت مشاهده گردید. برای نمایش تصویری از میزان انحراف بین کرنش‌های ایجاد شده در اثر اعمال بار مستقل در هر پل و مقایسه نتایج شبیه‌سازی و تجربی نسبت به مقادیر نظری؛ از روابط (۲۵) و (۲۶) استفاده شد.

$$\text{Strain Deviation}_{T-E} (\%FS) = \frac{|S_{\text{Experimental}} - S_{\text{Theoretical}}|}{|S(\text{max})_{\text{Theoretical}}|} \times 100 \quad (25)$$

$$\text{Strain Deviation}_{T-S} (\%FS) = \frac{|S_{\text{Simulation}} - S_{\text{Theoretical}}|}{|S(\text{max})_{\text{Theoretical}}|} \times 100 \quad (26)$$

شکل‌های (۱۰-۱۵) درصد این انحرافات در کرنش‌ها را برای هر پل، جداگانه نشان می‌دهد. در هر نمودار، بارگذاری در سه گام و تا پیشینه بار مجاز بوده است. برای استخراج نتایج تجربی، خروجی هر پل قبل از بارگذاری توسط کلیدی که در برد داده‌بردار در نظر گرفته شده صفر شده است.



شکل (۱۰) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل A

سپس به کمک آنالیز رگرسیون خطی در نرم افزار اکسل بین خروجی‌های هر پل میانمایی خطی ایجاد شده است شکل (۹). همین فرآیند نیز روی داده‌های دریافت شده از نرم‌افزار آباکوس صورت گرفت و نتایج بدست آمده در جدول (۱) درج گردیده.

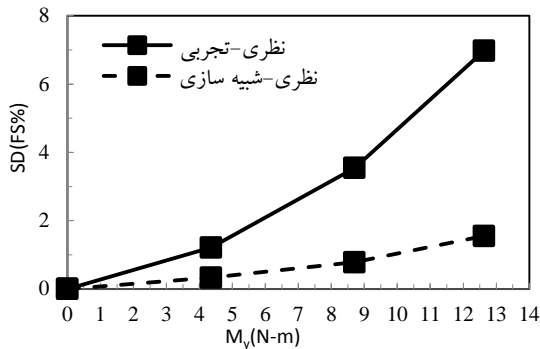


شکل (۹) تصویری از حسگر بارگذاری شده

در جدول (۱) می‌بینیم که اختلاف فاحشی بین درایه‌های نظری و شبیه‌سازی وجود ندارد و درصد انحراف بین این درایه‌ها زیر ۳٪ است که این تأییدی بر الگوی‌های اتخاذ شده برای کرنش‌سنج‌ها می‌باشد. اندازه درایه‌های بالا و پایین قطر اصلی ماتریس A در شبیه‌سازی صفر نبوده که به نظر می‌رسد، این امر به دلیل خطای مکان‌یابی محل محاسبه کرنش‌ها در گره‌ها و خطای محاسبات عددی نرم‌افزار است.

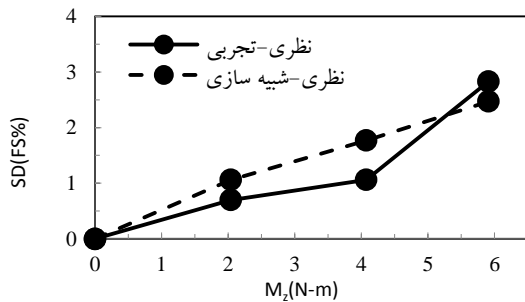
جدول (۱) اندازه‌ی نظری، شبیه‌سازی و تجربی درایه‌های قطر اصلی ماتریس A و درصد خطای اندازه‌ی درایه‌های شبیه‌سازی و تجربی نسبت به اندازه درایه‌های نظری

شماره درایه‌ها	نسبت به اندازه درایه‌های نظری		شماره درایه‌ها
	تجربی	شبیه‌سازی	
	انحراف نسبت به نظری (%)	انحراف نسبت به نظری (%)	
A_{11}	۸۰۵۱/۷	۷۹۰۷/۲	۷۹۹۶/۱
	۰/۷	۱/۱	
A_{22}	۸۰۵۰/۵	۷۸۹۲/۵	۷۹۹۶/۱
	۰/۶۸	۱/۳	
A_{33}	۲۷۶۱۸/۳	۲۶۶۶۳/۲	۲۷۵۲۱/۴
	۰/۴	۳/۱	



شکل (۱۴) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل E

رفتار نمودارها در شکل (۱۴) نیز مشابه شکل (۱۳) است.



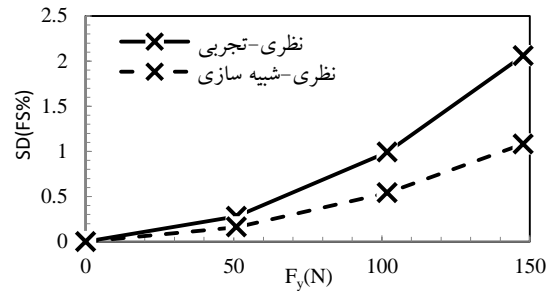
شکل (۱۵) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل F

در شکل (۱۵) ماکزیمم انحراف داده‌های شبیه‌سازی و تجربی نسبت به مقادیر نظری به ترتیب برابر ۲/۴۷٪ و ۲/۸۳٪ است.

۶- نتیجه‌گیری

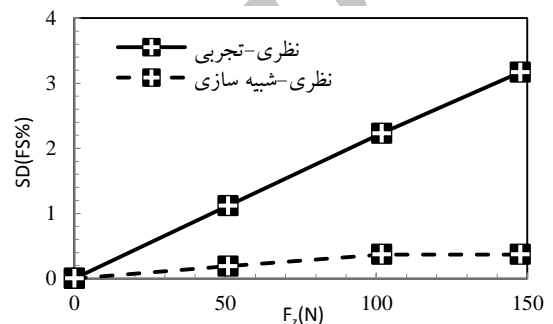
در این تحقیق، یک حسگر نیرو/گشتاور شش مولفه‌ای نوع ستونی، با سطح مقطع دایروی توخالی معرفی و به منظور جداسازی الکتریکی هر یک از مولفه‌های بار اعمالی بر آن، الگویی برای نصب کرنش‌سنج‌ها ارائه گردیده است. سپس درآیه‌های قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون آن و مقدار انحراف بین کرنش‌های ایجاد شده در اثر اعمال بار به کمک مبانی نظری، نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی برآورد و تحلیل شده است. نتایج نشان دهنده صحت الگوهای ارائه شده است.

درصد انحراف داده‌های شبیه‌سازی از نظری در همه پل‌ها زیر ۳٪ است که کمترین و بیشترین انحراف در حداکثر بار وارده به ترتیب مربوط به پل‌های C و F بوده و برابر ۰/۳۷٪ و ۲/۴۷٪ است. همچنین کمترین و بیشترین انحراف نتایج



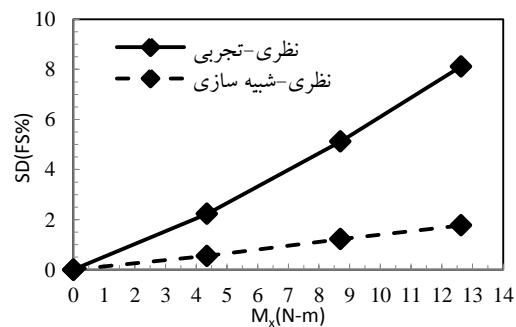
شکل (۱۱) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل B

در شکل (۱۰) و (۱۱)، کلیه انحرافات زیر ۲٪ می‌باشد. تمامی انحرافات با افزایش نیروی F_x و F_y روندی صعودی دارد.



شکل (۱۲) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل C

در شکل (۱۲) می‌بینیم، نتایج تجربی از مقادیر نظری کمی دور شده و در بیشترین حالت این انحراف به ۳/۱۷٪ درصد افزایش یافته است. اما نتایج شبیه‌سازی انطباق خوبی با مقادیر تئوری دارد.



شکل (۱۳) درصد انحرافات کرنش‌ها برای پل D

در شکل (۱۳) با وجود اینکه نتایج شبیه‌سازی دارای ماکزیمم انحراف ۱/۷۷٪ هستند، اما نتایج تجربی تا ۸/۱۲٪ از مقادیر نظری انحراف پیدا کرده است.

β	زاویه‌ی جهت نصب کرنش‌سنج‌ها (rad)	تجربی از مقادیر نظری در حداکثر بار وارده به ترتیب
θ	زاویه‌ی مکان نصب کرنش‌سنج‌ها (rad)	مربوط به پل‌های A و D بوده و برابر ۱/۶۲٪ و ۸/۱۲٪ می‌باشد.
l	ممان اینرسی حول مرکز جرم (m^4)	از آنجایی که معکوس درایه‌های قطر اصلی ماتریس کالیبراسیون A (یا درایه‌های قطر اصلی ماتریس انطباقی B) بیانگر حساسیت هر پل می‌باشد بنابراین؛ هرچه قدر ضرایب جدول (۱) کوچکتر باشد، حساسیت آن پل به بار ورودی بیشتر است. از نتایج جدول (۱) مشخص است که در این حسگر، حساسیت پل‌های D و E نسبت به سایر پل‌ها بیشتر است و لذا؛ اثر هرگونه خطا در باردهی یا خطا در زاویه چسباندن کرنش‌سنج‌ها باعث ایجاد انحراف‌های بزرگ نسبت به مقادیر نظری خواهد شد. با بررسی دقیق‌تر روشن شد که خطایی در چسباندن کرنش‌سنج‌ها در پل‌های D و E اتفاق افتاده که باعث ایجاد انحرافی بالا شده است. همچنین شیوه‌ی بارگذاری نامناسب بوده و باید تا حد امکان شبیه‌ی بارگذاری نظری گردد (استفاده از ممان خمشی خالص به جای اعمال نیرو در راستای محورهای x و y برای ایجاد ممان خمشی در محل پل‌های D و E).
J	ممان اینرسی قطبی (m^4)	
Q_{max}	ماکزیمم ممان اول سطح (m^3)	در همه نمودارها با افزایش بار اعمال شده، درصد انحراف‌ها روندی صعودی را به نمایش می‌گذارند. واضح است با افزایش باره وارده، بزرگی کرنش‌ها نیز افزایش می‌یابد. به همین نسبت، اندازه‌ی عواملی که باعث ایجاد انحراف داده‌های شبیه‌سازی و تجربی از نتایج نظری می‌گردد، بزرگتر خواهد شد. این درحالی است که این عوامل هیچ ارتباطی به نتایج نظری ندارد و اندازه‌ی کرنش‌های نظری همان مقادیر مورد انتظار خواهد بود. پس فاصله‌ی نتایج شبیه‌سازی و تجربی از نتایج نظری بیشتر شده و روند نمودارها صعودی خواهد بود.
A	مساحت سطح مقطع (m^2)	
r	شعاع خارجی سطح مقطع (m)	
d	قطر داخلی سطح مقطع (m)	
D	قطر خارجی سطح مقطع (m)	

مراجع:

- [1] Kim J.H., Oh J.H., Realization of dynamic walking for the humanoid robot platform KHR-1, *Advanced Robotics*, vol. 18, 2004, pp. 749–768.
- [2] Kim J.Y., Kim J.H., Error analysis and effective adjustment of the walking ready posture for a biped humanoid robot, *Advanced Robotics*, vol. 24, 2010, pp. 2137–2169.
- [3] Liu T., Inoue Y., Shibata K., Wearable force sensor with parallel structure for measurement of ground-reaction force, *Measurement*, vol. 40, 2007, pp. 644–653.
- [4] Krouglicof N., Alonso L.M., Keat W.D., *Development of a mechanically coupled, six degree-of-freedom load platform for biomechanics and sports medicine*, IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004, The Hague, Netherlands.
- [5] Yang S.S., Han W.S., Hwang H.W., *Radiography system and moving method thereof*, U.S. Patent No. 20120087480 A1, 2012.
- [6] Kim J.H., Han J.W., Kim D.Y., Baek Y.S., Design of a walking assistance lower limb exoskeleton for paraplegic patients and hardware validation using CoP, *International Journal of Advanced Robotic Systems*. vol. 10, 2013, pp. 11–13.
- [7] Li X., Xu G., Ueda T., Tomita S., Nishihara T., Kitamura C., *Research on a novel sensor for measuring force in arbitrary direction*, International Conference on Computer and Electrical Engineering, 2008, Phuket, Thailand.
- [8] Sheng A.L., Hung L.T., A novel six-component force sensor of good measurement isotropy and sensitivities, *Sensor and Actuators A: Physical*, Vol. 100, No. 2, 2002, pp. 223-230.

فهرست علائم

ε	کرنش نرمال سطح بیرونی سیلندر در زاویه β
σ	برآیند تنش‌های نرمال ($N.m^{-2}$)
τ	برآیند تنش‌های برشی ($N.m^{-2}$)
E	مدول الاستیسیته ($N.m^{-2}$)
ν	نسبت پواسون

- [9] Q.K. Liang, D. Zhang, Y.J. Ge, Q.J. Song, "A novel miniature four dimensional force/torque sensor with overload protection mechanism", *Sensors Journal*, IEEE vol. 9, No. 12, 2009, pp. 1741–1747
- [10] Spletzer B.L., *LOAD CELL*, U.S. Patent No. 5850044, 1998.
- [11] Kang D.I., Shin H.H., Kim J.H., Park Y.K., *Design and Analysis of a Column Type Multi-Component Force/Moment Sensor*, 17th International Conference on Force, Mass, Torque and Pressure Measurements, IMEKO TC3, 2001, Istanbul, Turkey.
- [12] Park Y.K., Kumme R., Roeske D., Kang D.I., *EVALUATION OF MULTI-COMPONENT FORCE TRANSDUCERS HAVING COLUMN TYPE SENSING ELEMENT*, XIX IMEKO World Congress on Fundamental and Applied Metrology, 2009, Lisbon, Portugal.
- [13] Chen D., Song A., Li A., Design and Calibration of a Six-axis Force/torque Sensor with Large Measurement Range Used for the Space Manipulator, *Procedia Engineering*, vol. 99, 2015, pp.1164-1170.
- [14] Kang C.G., Maximum Structural Error Propagation of Multi-Axis Force Sensors, *JSME International Journal Series C mechanical systems machine elements and manufacturing*, vol. 44, No. 3, 2001, pp. 676-681.
- [15] Nakamura Y., Yoshikawa T., Futamata I., *Design and signal processing of six-axis force sensor*, 4th International Symposium of Robotics Research, 1988, MIT Press, Cambridge, Mass, USA.
- [16] Baoyuan W., Jianfei L., Shen. F., Yang R., Zhongcheng W., Optimum design method of multi-axis force sensor integrated in humanoid robot foot system, *Measurement*, vol. 44, No. 9, 2011, pp. 1651–1660.
- [17] Kim G.S., Kang D.I, Rhee S.H., Design and fabrication of a 6-component force/moment sensor, *Sensor and Actuators A: Physical*, vol. 77, No. 3, 1999, pp. 209–220.
- [18] Kim G.S., The design of a six-component force/moment sensor and evaluation of its uncertainty, *Measurement Science and Technology*, vol. 12, No. 9, 2001, pp. 1445–1455.