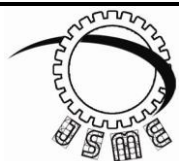


بررسی اثر سرعت خطی و دورانی ابزار بر روی جریان مواد و تولید حرارت در جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی پلی متیل متاکریلات (PMMA)

حامد آقاجانی درازکلا^{۱*}

* نویسنده مسئول: h.aghajany@gmail.com

واژه‌های کلیدی	چکیده
جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی جریان مواد تولید حرارت شبیه سازی حرارتی دینامیک سیالات محاسباتی پلی متیل متاکریلات	در این پژوهش اثرات سرعت خطی و سرعت دورانی ابزار جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی بر روی توزیع و تولید حرارت در سطح و درون اتصال، سیلان مواد و هندسه محل اغتشاش پلی متیل متاکریلات (PMMA)، مورد مطالعه قرار گرفت. به منظور شبیه سازی فرآیند از روش دینامیک سیالات محاسباتی از مجموعه نرم افزار تجاری CFD Fluent 6.4 استفاده شد. برای بالا بردن دقت شبیه سازی، خط جوش که در مرز بین قطعه کارها قرار داشت، به عنوان یک سیال غیر نیوتنی با رفتار شبه-مذاب در اطراف پین ابزار مدل سازی شد. نتایج حاصل از شبیه سازی نشان داد که با افزایش نسبت سرعت چرخشی به سرعت خطی ابزار، جریان مواد در جلو ابزار اندکی بیشتر می شود و ابعاد منطقه اغتشاش بزرگتر می گردد. بیشینه درجه حرارت تولید شده و اغتشاش مواد در سمت پیشرو اتصال مشاهده شد. نتایج حاصل از این مدل توسط نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفت و تطابق قابل قبولی با آنها داشت. براساس پارامترهای جوشکاری مورد بررسی، حداکثر حرارت تولید شده ۱۱۵ درجه سانتیگراد، بیشینه سرعت جابجایی مواد ۰/۲۴ متر بر ثانیه در شانه ابزار و بیشینه فشار ایجاد شده بر روی سیال ۹ مگاپاسکال در محل اتصال پیش بینی شد.
تاریخ ارسال: ۹۵/۰۶/۰۶	
تاریخ بازنگری: ۹۵/۱۰/۱۵	
تاریخ پذیرش: ۹۵/۱۱/۱۱	



Journal of
Solid Mechanics
in Engineering

Journal of Solid Mechanics in Engineering

<http://jsme.iaukhsh.ac.ir>



Effect of tool linear and rotational speed on material flow and heat generation of poly methyl methacrylate (PMMA) friction stir welding

Hamed Aghajany Derazkola^{1,*}

* Corresponding Author: h.aghajany@gmail.com

Abstract:

In this study, the effects of linear and rotational speed of the friction stir welding tool was investigated on the heat generation and distribution at surface and inside of workpiece, material flow and geometry of the welding area of poly methyl methacrylate (PMMA) workpiece. The commercial CFD Fluent 6.4 software was used to simulation of the process with computational fluid dynamic technique. To increase the accuracy of simulation, weld area was modeled as a non-Newtonian fluid with pseudo melt behavior around tool pin. The results of the simulation showed at the higher the proportion of rotational speed to linear speed, the material flow in front of the tool and the welding region became bigger. The maximum temperature and turbulence generated heat and material flow were observed at the advancing side. The simulation results were showed acceptable agreement with experimental results. Based on the studied parameters, the maximum generated heat was of 115°C, the maximum material velocity was 0.24 m/s around tool shoulder and maximum pressure on the workpiece was predicted 9 MPa.

Key words:

Friction Stir Welding.
Material Flow.
Heat Generation.
Thermal Simulation.
Computational Fluid
Dynamic (CFD).
Poly methyl methacrylate
(PMMA).

2- Islamic Azad University, Science and Research Branch, Young Researchers and Elite Club, Tehran, Iran.

۱- مقدمه

دورانی و خطی کم ترکیب قابل ملاحظه‌ای بصورت افقی در سیال رخ می‌دهد. این اثر خود نشان‌گر نیاز بیشتر به تحلیل ۳ بعدی فرآیند بود. ژنگ و همکارانشان [۱۳] با توسعه‌ی مدل ۲ بعدی جریان مواد به این نتیجه رسیدند که مواد پشت ابزار نسبت به دیگر نقاط فلز پایه، بیشترین تغییر شکل را در اطراف پین دارد. این بازه‌ی تغییر شکل، در زاویه‌ای بین ۳۳۰ تا ۳۶۰ درجه اتفاق می‌افتد. جریان مواد در اتصال فولاد کربنی با استفاده از روش جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی توسط نندان و همکارانشان [۱۴-۱۵] با ارائه یک مدل ۳ بعدی بررسی شد. آنها معادلات فرآیند را بر اساس انتقال حجم گشتاور و انرژی تعریف کردند و ویسکوزیته‌ی سیال غیر نیوتنی را بر اساس نرخ کرنش، دما و خواص ماده بدست آوردند. ناسار و همکارشان [۱۶] جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی آلیاژ AZ31B Mg را بر اساس مدل CLE^1 و مسائل انتقال حرارت مورد بررسی قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که با افزایش سرعت دورانی دمای منطقه‌ی جوش بالا می‌رود و با افزایش سرعت خطی کاهش می‌یابد. در پژوهشی دیگر، جی و همکارانشان [۱۷] اثر شکل پین ابزار FSW را بر روی جریان مواد بررسی کردند. با وجود تحقیقاتی که در زمینه شبیه‌سازی فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی، هنوز مدل‌سازی این فرآیند بر روی مواد پلیمری صورت نگرفته است. از طرفی دیگر بررسی بسیاری از جنبه‌های این فرآیند مخصوصاً اثر تولید حرارت و نرخ خنک‌شدگی بر روی پلی‌متیل متاکریلات به خوبی صورت نگرفته است. هدف مولفان این مقاله، بررسی اثرات سرعت خطی و سرعت دورانی ابزار بر روی تولید گرمای اصطکاکی فرآیند، جریان مواد و هندسه‌ی محل اتصال در هنگام اغتشاش در اتصال پلی‌متیل متاکریلات (PMMA) است.

روش جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی (FSW) یک فرآیند جدید اتصال‌دهی در مقایسه با دیگر روش‌های جوشکاری به حساب می‌آید که دارای مزایای زیادی شامل قیمت کم، انعطاف پذیری بالا، بی‌نیاز از مهارت جوشکار و بدون آلودگی می‌باشد [۱]. این فرآیند عموماً جهت جوشکاری انواع فلزات در تولید اتصالات همجنس و غیرهمجنس بکار می‌رود [۲]. اخیراً این روش جهت اتصال مواد غیر فلزی نیز استفاده شد که سبب شد تا این روش اتصال گستره بیشتری از مواد را تحت پوشش قرار دهد [۳]. مندز [۴-۵] و همکارانشان به بررسی و بهینه‌سازی جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی اکریلو نیتریل بوتادین استایرن (ABS) پرداختند. سیموئز و همکاران [۶] به بررسی جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی PMMA پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که مناطق تغییرشکل یافته در اتصال این ماده با جوشکاری اصطکاکی فلزات بسیار متفاوت است. در پژوهشی دیگر، آذرسا [۷] به اتصال پلی اتیلن با چگالی بالا (HDPE) پرداختند. آنها به این نتیجه رسیدند که در سرعت دورانی بالا و سرعت خطی کم، عیوب جوش کمتر می‌شوند و استحکام اتصال بالا می‌رود. بزکورت [۸] به بررسی و بهینه‌سازی اتصال غیرهمجنس HDPE و پلی پروپیلن پرداختند. در گزارشی دیگر، پانرسولان و همکارشان [۹] به امکان سنجی اتصال نایلون ۶ (PA6) به روش جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی پرداختند.

بسیاری از محققان برای درک بهتر فاکتورهای فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی اقدام به شبیه‌سازی و توسعه‌ی آن به روش مکانیک سیالات محاسباتی کردند. محققانی همچون اسمیت [۱۰] و نورث [۱۱] جزو اولین محققانی بودند که روش دینامیک سیالات محاسباتی را در شبیه‌سازی فرآیند FSW بکار بردند. آنها قطعه‌کارها را به عنوان نوعی از سیال غیرنیوتنی در شبیه‌سازی خود مدل کردند. رینولدز و سیدل [۱۲]، یک مدل ۲ بعدی برای پیش‌بینی جریان مواد در فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی ارائه کردند. آنها مشاهده کردند که در سرعت

¹ Coupled Eulerian Flow

۲- شبیه سازی فرآیند

۲-۱- معادلات حاکم بر فرآیند

در تحلیل ریاضی جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی، گرمای اصطکاکی تولید شده توسط ابزار، نیروهای وارد شده بر قطعه کارها و آمیختن جریان مذاب اصلی ترین معادلات حاکم بر فرآیند به شمار می روند. اگر سرعت خطی و سرعت دورانی ابزار در طول فرآیند ثابت باشد، مقدار گرمای تولید شده نیز در خط جوش پایدار می ماند. در شبیه سازی فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی به روش مکانیک سیالات محاسباتی، جریان و دمای مذاب با حل معادلات پیوستگی، مومنتوم و انرژی برای مذابی که به عنوان سیالات غیر نیوتنی (تراکم ناپذیر) فرض شده است، بدست می آید. بر اساس فرضیات فوق معادله پیوستگی را می توان بصورت زیر نوشت [۱۸]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

در معادله فوق i بیانگر جهت های اصلی X ، Y و Z است و پارامتر u به سرعت جریان مواد خمیری اشاره دارد. معادله بقای مومنتوم ابزار که در خط اتصال (محور x) دارای سرعت ثابت رو به جلو می باشد، بصورت زیر تعریف می شود [۱۸]:

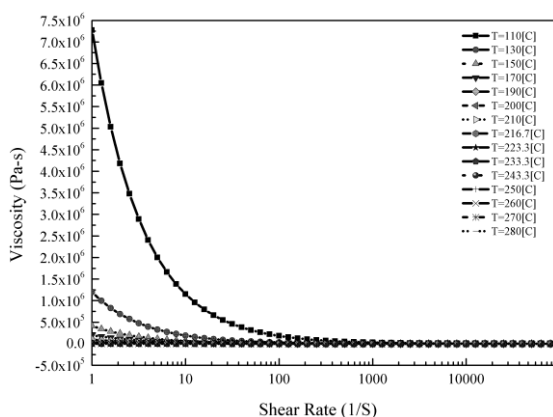
$$\rho \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho U_1 \frac{\partial u_j}{\partial x_1} \quad (2)$$

در معادله (۲)، U_1 سرعت خطی ابزار در خط جوش، چگالی و P فشار حرکت دهنده ی جریان تعریف می شود. در این معادله μ یک ضریب برای سیال غیر نیوتنی است. این ضریب نسبت تنش سیلان موثر (σ_e) به نرخ کرنش موثر ($\dot{\epsilon}$) را نشان می دهد و بصورت زیر تعریف می شود [۱۸]:

$$\mu = \frac{\sigma_e}{3\dot{\epsilon}} \quad (3)$$

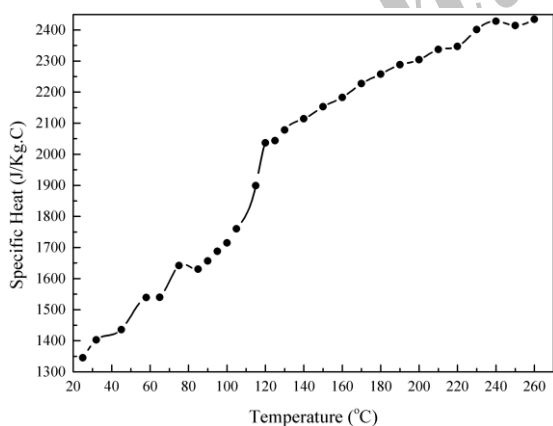
همانطور که گفته شد σ_e تنش سیلان موثر و ($\dot{\epsilon}$) نرخ کرنش موثر است که با توجه به خواص فلزات، با ارتباط بین تنش سیلان و روابط زئر-هولمن تعریف می شوند [۱۸]. چون

تغییر ساختار کریستالی و ضریب زئر-هولمن در ساختار پلیمرها (آمورف)، وجود ندارد، میتوان ضریب μ را نسبت ویسکوزیته مذاب به نرخ برشی تعریف کرد [۱۹]. نمودار ویسکوزیته به نرخ برشی PMMA در شکل (۱) آورده شده است [۱۹]:



شکل (۱) نمودار نرخ برشی و ویسکوزیته PMMA.

با توجه به تغییرات خواص فیزیکی فلزات با بالا رفتن دما، دستیابی به پارامترهای مکانیکی و حرارتی وابسته به دما برای ابزار مورد استفاده در طول شبیه سازی ضروری به نظر می رسد. با توجه به توضیحات فوق ضرایب گرمای ویژه و انتقال حرارت PMMA را می توان از شکل (۲) استفاده کرد [۱۹]:



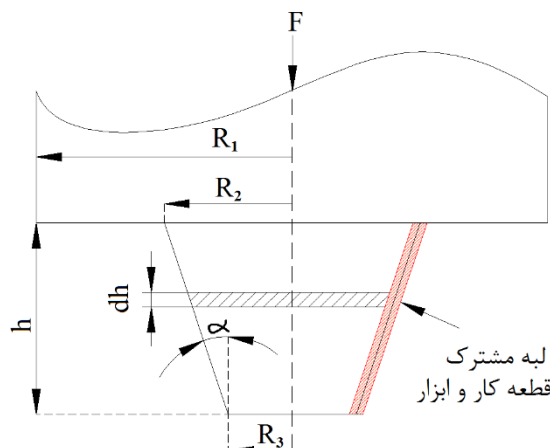
شکل (۲) گرمای ویژه PMMA.

خواص حرارتی ابزار جوشکاری (فولادی) را نیز می توان از روابط زیر بدست آورد [۱۸]:

$$C_p = 468.3 - 8.5T + 3.0 \times 10^{-4} T^2 + 1.8 \times 10^{-7} T^3 \quad (4)$$

$$K = 3.8 + 0.092T - 1.8 \times 10^{-4} T^2 + 7.8 \times 10^{-8} T^3 \quad (5)$$

ابزار و نواحی مرزی مختلف بین ابزار و قطعه کار در شکل (۴) آورده شده است.



شکل (۴) شماتیک نواحی مختلف ابزار.

معادله حرارت تولید شده در فصل مشترک شانه ابزار و قطعه کار بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$Q_{ss} = \delta\omega \int_{R_2}^{R_1} \tau \cdot 2\pi r^2 dr + (1-\delta)\omega \int_{R_2}^{R_1} \mu P \cdot 2\pi r^2 dr = \left[\delta\tau + (1-\delta)\mu P \right] \cdot \frac{2}{3} \pi \omega (R_1^3 - R_2^3) \quad (7)$$

شار حرارتی در فصل مشترک بین شانه ابزار و قطعه کار بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

$$q_{ss} = \frac{Q_{ss}}{\pi(R_1^2 - R_2^2)} = \frac{[\delta\tau + (1-\delta)\mu P] \cdot 2\omega (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)}{3(R_1 + R_2)} \quad (8)$$

در روابط فوق δ و μ به ترتیب ثابت چرخش مواد و ضریب اصطکاک وابسته به دما که ۰٫۰۵ و ۰٫۰۱ در نظر گرفته شد [۱۹]. حرارت تولید شده توسط بدنه بین ابزار بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

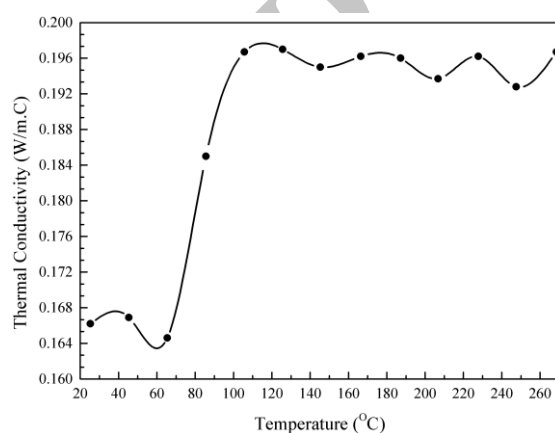
$$Q_{pss} = \delta\omega \int_0^H 2\pi (R_3 + h \tan \alpha) \tau dh + (1-\delta)\omega \int_0^H \pi P_1 \cdot 2\pi (R_3 + h \tan \alpha)^2 \frac{dh}{\cos \alpha} = \frac{2\delta\omega\tau}{3 \tan \alpha} (R_2^3 - R_3^3) + \frac{2}{3} (1-\delta) \frac{\pi\mu P_1 \omega}{\sin \alpha} (R_2^3 - R_3^3) \quad (9)$$

شار حرارتی در فصل مشترک بین بدنه بین ابزار و قطعه کار بصورت زیر تعریف می شود [۲۰]:

معادله ی بقای انرژی حرارتی برای سیال غیرنیوتنی در جهت های X، Y و Z بصورت زیر معرفی می شود [۱۸]:

$$\rho C_p \frac{\partial (u_i T)}{\partial x_i} = -\rho C_p U_1 \frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + Q \quad (6)$$

در معادله ی فوق ρ چگالی سیال، c_p ظرفیت گرمای ویژه در فشار ثابت، u_i سرعت مواد در جهت های X، Y و Z، T دما، u_1 سرعت جوشکاری و k ضریب انتقال حرارت تعریف می شوند. پارامتر k وابسته به دما برای این ماده در شکل (۳) آورده شده است.



شکل (۳) ضریب انتقال حرارت PMMA.

در معادله ی (۶) مجموع گرمای تولید شده از تغییر شکل پلاستیک و اصطکاک در فلزات در دو مولفه ی Q_b و Q_i خلاصه می شوند ولی در ساختارهای آمورف Q_b صفر در نظر گرفته می شود. معادلات فوق پس از کد نویسی، توسط سربرگ Define و User-Defined Function به نرم افزار FLUENT وارد شد.

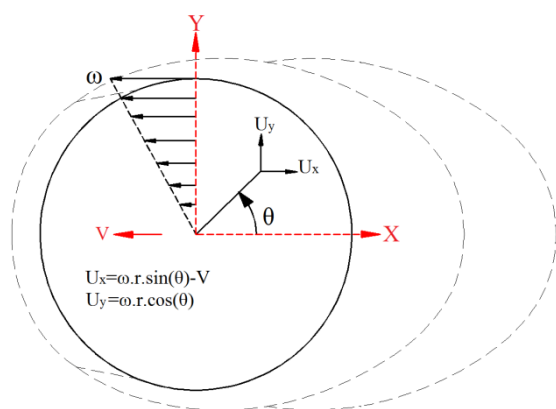
۲-۲- شرایط مرزی و اولیه

در این مدل سازی، دمای هوا و دمای اولیه ی هر کدام از سیال ها ۳۰۰ درجه ی کلون در نظر گرفته شده است. ورود و خروج هریک از سیال ها از نوارهای مرزی ورودی و نوارهای خروجی تعیین شده است. شرایط مکانیکی بین قطعه کارها و ابزار تنها در فصل مشترک بین آنها حاکم است و بقیه ی مرزها از این قانون مستثنی هستند. شماتیک

ضریب انتقال حرارت در کف نیز بصورت زیر تعریف می-شود که در آن بیانگر ضریب انتقال حرارت در کف قطعه کار است که $300 \text{ w/m}^2\text{C}$ در نظر گرفته شد [18]:

$$k \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{\text{Bottom}} = h_b (T - T_a) \quad (16)$$

در طول شبیه‌سازی، سرعت دورانی و خطی بین و شانه ابزار بصورت جداگانه انجام شد. به همین منظور مجموع سرعت‌های دورانی و خطی بصورت مولفه‌های جداگانه در سیستم مختصاتی کارترین تعریف شدند. شکل (5) تجزیه‌ی سرعت‌های دورانی و خطی را به یک سیستم واحد نشان می‌دهد.



شکل (5) شماتیک تجزیه سرعت‌های دورانی ابزار.

جهت ساده سازی معادلات و با توجه به شکل (5) سرعت دورانی بین ابزار به مولفه‌های زیر تقسیم بندی می‌شوند [18]:

$$u = (\omega R_p \sin \theta - U_1) \quad (17)$$

$$v = (\omega R_p \cos \theta) \quad (18)$$

$$w = k \left(\frac{\omega}{2\pi} \right) R_p \quad (19)$$

در معادله (19) ضریب k ، بیانگر گام رزوه روی بین ابزار است که در صورت رزوه دار بودن بین در معادله اعمال می‌شود. بطور مشابه می‌توان مولفه‌های سرعت شانه ابزار را نیز بصورت زیر نوشت [18]:

$$u = (\omega r \sin \theta) \quad (20)$$

$$v = (\omega r \cos \theta) \quad (21)$$

$$q_{ss} = \frac{Q_{pss}}{\int_0^H 2\pi (R_3 + h \tan \alpha) \frac{dh}{\cos \alpha}} = \frac{2\delta\omega\tau (R_2^3 - R_3^3) \cdot \cos \alpha}{3(R_2^2 - R_3^2)} + \frac{2(1-\delta)\mu P_1\omega (R_2^3 - R_3^3)}{3(R_2^2 - R_3^2)} \quad (10)$$

در نهایت حرارت تولید شده توسط کف بین ابزار برابر است [20]:

$$Q_{pbs} = \delta\omega \int_0^{R_3} \tau \cdot 2\pi r^2 dr + (1-\delta)\omega \int_0^{R_3} \mu P \cdot 2\pi r^2 dr = \frac{2\delta\pi\tau\omega R_3^3}{3} + \frac{2(1-\delta)\pi\mu P\omega R_3^3}{3} \quad (11)$$

شار حرارتی در فصل مشترک بین کف بین ابزار و قطعه کار بصورت زیر تعریف می‌شود [19]:

$$q_{pbs} = \frac{Q_{pbs}}{\pi R_3^2} = \frac{2\omega R_3}{3} (\delta\tau + (1-\delta)\mu P) \quad (12)$$

در نهایت مقدار حرارت کلی تولید شده برابر خواهد بود با [20]:

$$Q_T = Q_{ss} + Q_{pss} + Q_{pbs} \quad (13)$$

در طول فرآیند مقداری از گرمای تولید شده در فصل مشترک ابزار و قطعه کار به هدر می‌رود. این پدیده ناشی از انتقال حرارت بین ابزار و قطعه کار است. به منظور بالا بردن دقت شبیه‌سازی، این پارامتر به صورت یک ضریب در معادله قرار می‌گیرد. در نهایت معادله (13) در فصل مشترک ابزار و قطعه کارها به شکل زیر در خواهد آمد [18]:

$$q_T = \frac{\left(\sqrt{k\rho C_p} \right)_{\text{workpiece}}}{\left(\sqrt{k\rho C_p} \right)_{\text{workpiece}} + \left(\sqrt{k\rho C_p} \right)_{\text{tool}}} Q_T \quad (14)$$

انتقال حرارت بین سطح قطعه کارها و محیط اطراف ابزار به صورت تشعشعی و رسانایی انجام می‌شود که آنها را نیز به صورت زیر می‌توان تعریف کرد [18]:

$$-k \frac{\partial T}{\partial Z} \Big|_{\text{Top}} = B\epsilon (T^4 - T_a^4) + h(T - T_a) \quad (15)$$

در رابطه (15)، B ضریب Stefan - Boltzmann است. T_a دمای محیط و h ضریب انتقال حرارت در سطح است که در این شبیه‌سازی، $300 \text{ w/m}^2\text{C}$ در نظر گرفته شده است.

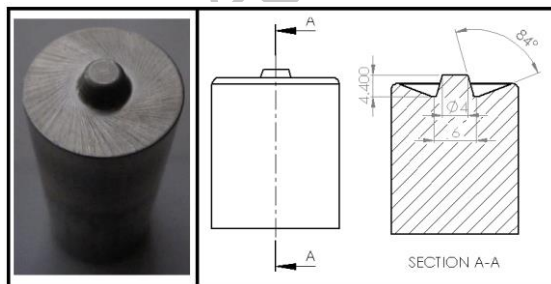
کارها، فضای اطراف ابزار و خود ابزار نیاز به تعریف دقیق-تری نسبت به دیگر نقاط داشت. به همین خاطر، یک تابع اندازه که دارای اندازه‌ی کمینه، نرخ رشد و اندازه‌ی بیشینه است در تولید المان‌ها استفاده شد. پس از چندین مرتبه شبیه‌سازی به روش آزمون و خطا، بهترین حالت مش‌بندی برای انجام تحلیل نهایی مورد استفاده قرار گرفت. حجم کوچکترین المان تولید شده در مدل، ۰/۱ میلی‌متر مکعب و حجم بزرگترین المان ۲/۰ میلی‌متر مکعب بود. در نهایت ۱۵۶۸۰۰ عدد المان با نرخ رشد ۱/۴ جهت شبیه‌سازی تولید شد. شکل (۶) مدل مش‌بندی شده فرآیند را نشان می‌دهد. اطلاعات مربوط به پارامترهای فرآیند در جدول (۱) گنجانده شده است.

جدول (۱) پارامترهای استفاده شده در این فرآیند.

پارامتر	مقدار
سرعت دورانی (دوردر دقیقه)	۱۶۰۰ و ۱۲۵۰، ۹۵۰
سرعت خطی (میلی‌متر در دقیقه)	۵۰ و ۲۵
زاویه انحراف ابزار	۲
عمق فروروی ابزار (میلی‌متر)	۰/۲

۳- مراحل آزمایشگاهی

به منظور تصدیق نتایج بدست آمده از مدل‌سازی جوشکاری، نتایج حاصل از شبیه‌سازی با تست عملی مورد مقایسه قرار گرفت. در این تحقیق ورق‌های ۴ میلی‌متری پلی متیل متاکریلات (PMMA) توسط یک ماشین فرز معمولی به یکدیگر جوش داده شدند.

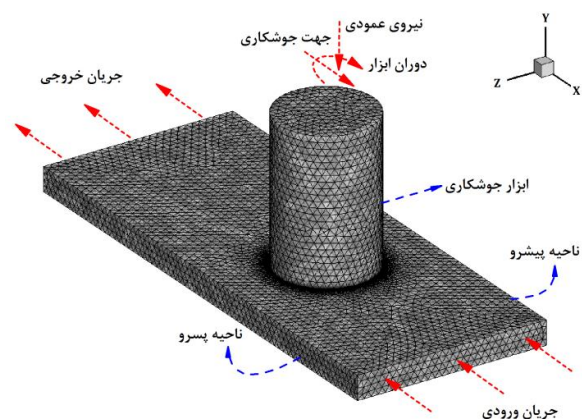


شکل (۷) ابزار مورد استفاده در این فرآیند.

با توجه به یکپارچگی ابزار تعریف شده در این مدل، می‌توان مقدار r را فاصله بین سطح خارجی بین تا سطح خارجی ابزار در نظر گرفت.

۲-۳- مدل‌سازی و مش‌بندی فرآیند

بر اساس تعریف فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی، ابزار این فرآیند با حرکت دورانی، ابتدا در خط اتصال نفوذ کرده و پس از آن حرکت روبه جلو را در امتداد خط جوش آغاز می‌کند و در انتها از محل اتصال خارج می‌شود. در این مقاله از حالت‌های اولیه و انتهایی ابزار صرف‌نظر شده است و تحلیل فرآیند در زمان پیشروی رو به جلوی ابزار انجام شد. در حالت پایدار و در هنگامی که ابزار رو به جلو حرکت می‌کند، گرمای اصطکاکی بطور یکنواخت و منسجم در سطح و درون دو قطعه کار ایجاد می‌شود. در این وضعیت شانه و پین ابزار به طور همزمان، با سرعت برابر و در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخند. در این مدل یک ابزار با پین مخروطی شکل که بدون درجه انحراف نسبت به بردار نرمال فلزات پایه است، مورد استفاده قرار گرفته شد. موقعیت کف ابزار ۰/۱ میلی‌متر بالاتر از کف قطعه کار قرار گرفت. فلز پایه به عنوان سیال غیرنیوتنی، تراکم ناپذیر، با رفتار ویسکو پلاستیک و چگالی مطابق با پلی متیل متاکریلات (PMMA) تعریف شد.



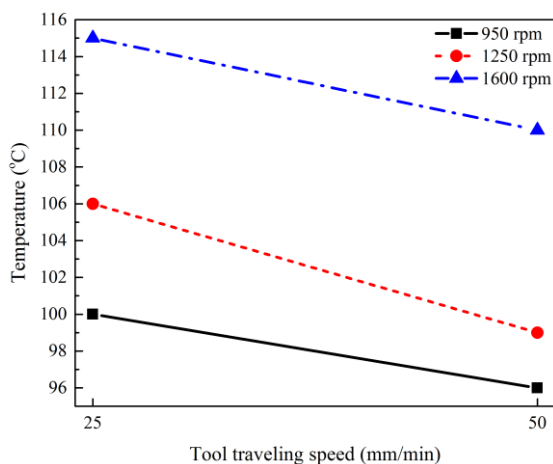
شکل (۶) مدل مش‌بندی شده فرآیند.

برای تولید المان‌های حجمی از دانه‌های Tetrahedral/Hybrid با شکل T-grid combination استفاده شد. با توجه به اهمیت فصل مشترک ابزار و قطعه-

۴- بحث و نتایج

۴-۱- بررسی تولید حرارت

تولید حرارت در طول فرآیند FSW وابسته به عوامل مکانیکی فراوانی است. بیشینه حرارت‌های تولید شده توسط ابزار شبیه‌سازی شده در سرعت‌های دورانی و خطی مختلف در شکل (۹) به نمایش گذاشته شده است.



شکل (۹) نتایج شبیه‌سازی از بیشینه دمای ثبت شده در طول فرآیند جوشکاری.

مشابه با رفتار حرارت در فلزات در این پلیمر نیز با افزایش سرعت دورانی تولید حرارت بیشتر و با افزایش سرعت خطی مقدار حرارت تولید شده کاهش می‌یابد. بیشینه دمای تولید شده در این شبیه‌سازی ۱۱۵ درجه سانتیگراد بود که در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه حاصل شد. دمای واقعی ثبت شده در پارامترهای مذکور ۱۱۸ درجه سانتیگراد اندازه‌گیری شده بود. این اختلاف در کمترین حرارت تولید شده توسط ابزار به ۴ درجه سانتیگراد رسید. بگونه‌ای که دمای تولید شده واقعی در سرعت دورانی ۹۵۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر در دقیقه در حدود ۱۰۰ درجه بود ولی این مقدار از شبیه‌سازی به اندازه ۹۶ درجه سانتیگراد به دست آمد. مقایسه این نتایج نشان از نزدیکی قابل قبول اعداد شبیه‌سازی با نتایج واقعی دارد. شکل (۱۰) نمونه از نحوه ثبت دما توسط تصویر برداری با دوربین حرارتی را نشان می‌دهد.

خواص مکانیکی این ماده جدول (۲) نشان داده شده است.

جدول (۲) خواص مکانیکی پلی‌متیل متاکریلات.

پارامتر	مقدار
چگالی (کیلوگرم بر متر مکعب)	۱۱۹۰
استحکام کششی نهایی (مگاپاسکال)	۷۷
درصد ازدیاد طول	۶
تنش برشی (مگاپاسکال)	۱۴۰

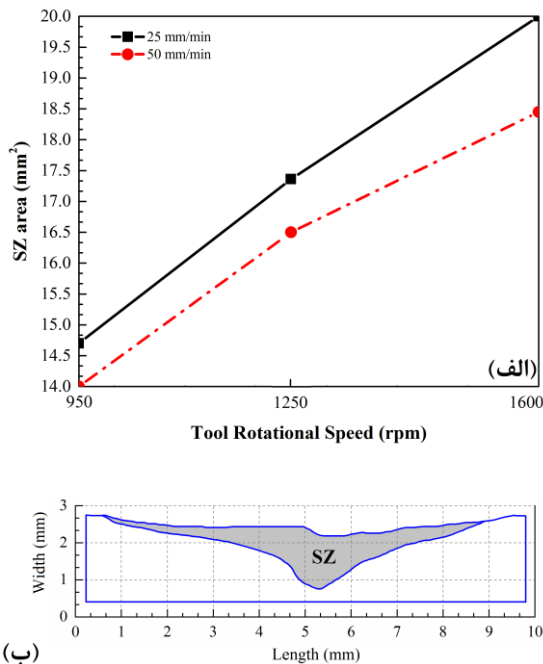
قبل از قرارگیری ورق‌ها در درون قید و بند جوشکاری، سطح تماس دو ورق صاف و تمیزکاری شد. فرآیند جوشکاری توسط یک ابزار سخت که دارای پین مخروطی شکل و از جنس تنگستن کارباید بود، اجرا شد. قطر شانه‌ی ابزار ۲۰ میلی‌متر، قطر بزرگ پین ابزار ۶ میلی‌متر و قطر کوچک ابزار ۴ میلی‌متر بود. شکل هندسی ابزار مورد استفاده در این فرآیند در شکل (۷) مشاهده می‌شود.

جهت دوران ابزار خلاف جهت گردش عقربه‌های ساعت بود. زاویه ابزار ۲ درجه انحراف نسبت به بردار نرمال صفحات داشت و عمق نفوذ ابزار ۰/۲ میلی‌متر بود. با توجه به امکانات دستگاه فرز انتخاب شده، ابزار فرآیند دارای سرعت‌های دورانی ۹۵۰، ۱۲۰۰ و ۱۶۰۰ دور بر دقیقه و سرعت خطی ۲۵ و ۵۰ میلی‌متر بر دقیقه بود. نمونه‌ای از حرکت خطی ابزار در حین فرآیند در شکل (۸) آورده شده است. جهت ثبت حرارت در اطراف شانه ابزار از دوربین حرارت سنج مدل SDS-hotfind-DX استفاده شد. برای ثبت داده‌های دما، گرمای ایجاد شده در پیشروی پس از مدت ۱۰ ثانیه اندازه‌گیری شد. درنهایت نمونه‌های جوشکاری شده پس از برش طولی و عرضی از مقطع اتصال توسط دوربین VMM عکس برداری شدند.



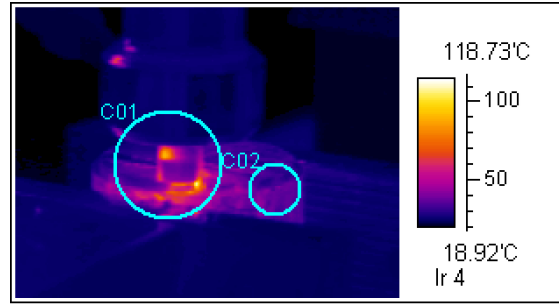
شکل (۸) تصویر جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی PMMA

خنک شوندگی آن منطقه کم می‌شود. نتایج عددی حاصل از تغییرات اندازه منطقه اتصال در شکل (۱۲-الف) به نمایش درآمده است. با توجه به پارامترهای مورد بررسی در این تحقیق، مساحت منطقه جوش در اتصالی که با سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور بر دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه جوشکاری شد، در حدود ۲۰ میلی‌متر مربع بود.



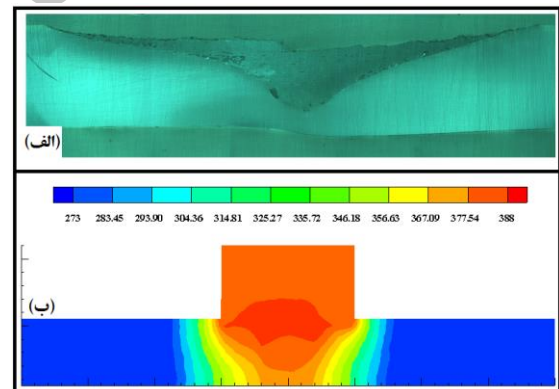
شکل (۱۲) (الف) جدول تغییرات ابعاد منطقه اغتشاش و (ب) سیستم اندازه گیری هندسی.

این مقدار بزرگترین منطقه جوشکاری در بین اتصالاتی بود که در این تحقیق حاصل شد. نتایج نشان می‌دهند که ابعاد منطقه اتصال همزمان با افزایش سرعت خطی و کاهش سرعت دورانی کوچکتر می‌شوند. این پدیده به دلیل کم‌تر شدن حرارت ورودی به منطقه اتصال (کاهش سرعت دورانی) و افزایش نرخ خنک شوندگی (افزایش سرعت خطی) ایجاد می‌شود. به‌طور مثال مساحت منطقه اغتشاش اتصالی که با سرعت دورانی ۹۵۰ دور بر دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه جوشکاری شد، در حدود ۱۴/۶ میلی‌متر مربع بود و این درحالی است که ابعاد منطقه اتصالی که با سرعت دورانی ۹۵۰ دور بر دقیقه و سرعت خطی ۵۰ میلی‌متر بر دقیقه جوشکاری شد، در حدود ۱۴ میلی‌متر مربع بود. یک نمونه از روش اندازه‌گیری هندسی بکار رفته در



شکل (۱۰) تصویر دوربین حرارتی از فرآیند جوشکاری.

شکل (۱۱) نتایج حاصل از جریان دمای عرضی محل اتصال بر حسب درجه کلوین و نمونه واقعی را نشان می‌دهد. به دلیل اینکه جهت حرکت ابزار پادساعتگرد انتخاب شد، نفوذ حرارت نیز در سمت پیشرو بیشتر از سمت پسرو بود. عدم تقارن هندسی منطقه اغتشاش در نمونه واقعی که در شکل (۱۱-الف) نشان داده شده است به همین دلیل است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، به دلیل ضریب انتقال حرارت کم و ساختار آمورف پلیمرها، منطقه تغییر شکل یافته و متاثر از حرارت کوچک است. این رفتار نیز در شکل (۱۱-ب) قابل مشاهده می‌باشد.

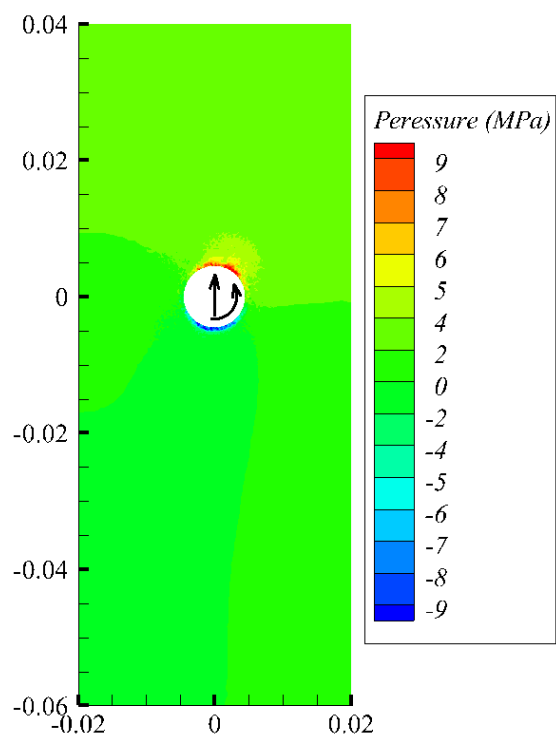


شکل (۱۱) مقطع عرضی (الف) نمونه واقعی اتصال و (ب) تصویر جریان حرارت در مقطع عرضی اتصال.

به طور کلی نتایج حاصل از بررسی سطح مقطع عرضی اتصال نشان داد که ابعاد منطقه اتصال با تغییرات گرمای ورودی و نرخ خنک شوندگی منطقه اغتشاش تغییر پیدا می‌کند. بررسی هندسی منطقه اتصال نشان می‌دهد که با افزایش سرعت دورانی ابزار و کاهش سرعت خطی ابزار ابعاد منطقه اغتشاش بزرگتر می‌شود. در واقع می‌توان گفت با افزایش سرعت دورانی ابزار گرمای ورودی به منطقه اغتشاش بیشتر می‌شود و با کاهش سرعت خطی نیز نرخ

آن پیش‌بینی و بررسی شکل‌گیری عیوب راحت‌تر انجام می‌گیرد. مقدار فشار در جلوی منطقه اغتشاش به دلیل حرکت رو به جلو ابزار می‌باشد. این نوع از فشار به نیروی فورج نیز معروف می‌باشد که در ناحیه جلوی ابزار اعمال می‌شود [۱۵]. به دلیل آنکه نیروی وارد بر سیال در این منطقه، متناسب با حرکت رو به جلو ابزار، کششی است، علامت آن نیز در این ناحیه همواره مثبت خواهد بود. فشار در پشت ابزار به دلیل اکستروژن مواد از ناحیه جلو به عقب، حالت فشاری دارد. بر همین اساس علامت فشار وارد بر مواد خمیری در پشت ابزار همواره منفی خواهد بود.

شکل (۱۴) توزیع تنش اعمال شده توسط ابزار را بر روی صفحه خارجی قطعه کار نشان می‌دهد که در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه با استفاده از شبیه‌سازی حاصل شده است.

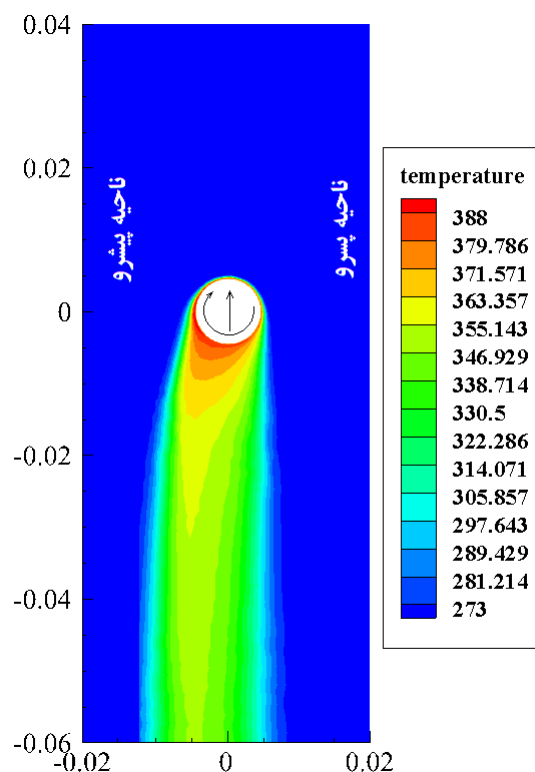


شکل (۱۴) تنش سطحی قطعه کار.

نتایج حاصل از شبیه‌سازی نشان داد که تنش اعمال شده در جلو ابزار با پشت آن تقریباً برابر هستند. این پدیده نشان از برابر بودن نیروی رو به جلو و فورج ابزار بر روی مواد در

این تحقیق از منطقه اغتشاش با استفاده از روش تقریبی هندسی در شکل (۱۲-ب) نشان داده شده است.

شکل (۱۳) توزیع حرارت تولید شده در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه را بر روی سطح قطعه کار نشان می‌دهد که از شبیه‌سازی حاصل شد.



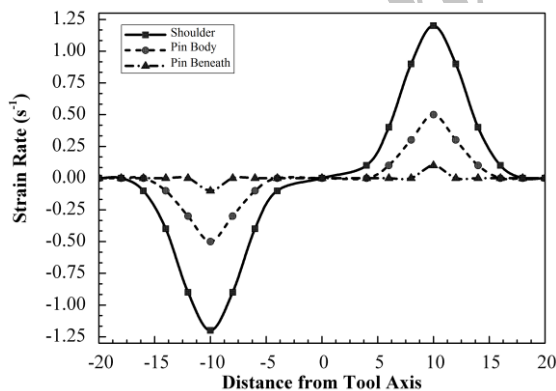
شکل (۱۳) جریان حرارت در سطح قطعه کار (دما برحسب درجه کلوین).

همانطور که ملاحظه می‌شود توزیع حرارت در سمت پیشرو اندکی بیشتر از پسرو است و گسترش حرارت در سطح قطعه کار کم است. همسو بودن سرعت خطی و دورانی ابزار در ناحیه پیشرو و بیشتر بودن سرعت نسبی برخورد مواد با ابزار در ناحیه پیشرو مهمترین عامل این پدیده است. از طرف دیگر کم بودن ضریب انتقال حرارت PMMA سبب شده است تا توزیع حرارت در سطح قطعه کار گسترده نباشد.

۴-۲- بررسی نرخ کرنش و تنش سیلان مواد

آنالیز دقیق فشار اعمال شده توسط ابزار بر روی مواد اطلاعات مفیدی از فورج مواد خمیری می‌دهد که بر اساس

نتایج حاصل از نرخ کرنش محل اتصال در شکل (۱۶) به نمایش گذاشته شد. مقدار عددی که در پایین خط افقی قرار دارند، نرخ کرنش محل اتصال را در پشت ابزار نشان می‌دهند و عددی که در بالای خط افقی قرار دارند، نرخ کرنش محل اتصال را در جلو ابزار نشان می‌دهند. به دلیل اینکه جریان مواد خمیری از سمت پسرو به سمت پیشرو است، گرادیان سرعت خطی مواد در جهت X ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. این تغییرات تاثیر مستقیم در ضریب گرادیان سرعت $(\frac{\partial u}{\partial x})$ دارد و سبب می‌شود تا نرخ کرنش نیز در جلو ابزار مقداری مثبت و در پشت ابزار مقداری منفی داشته باشد. این روند جریان در جهت Y بصورت عکس است. گرادیان سرعت خطی در این محور $(\frac{\partial u}{\partial y})$ ، با افزایش Y در جلو ابزار، کاهش می‌یابد و با کاهش Y در پشت ابزار، افزایش می‌یابد. این پدیده سبب می‌شود تا نرخ کرنش روندی معکوس نسبت به حالت قبل داشته باشد. همانطور که در شکل زیر مشاهده می‌شود، برآیند نرخ کرنش توسط شانه ابزار در جهت X و Y، $-1.25(S^{-1})$ در پشت ابزار و $+1.25(S^{-1})$ در جلو ابزار در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر در دقیقه بدست آمد.



شکل (۱۶) نرخ کرنش محل اتصال.

۴-۳- بررسی جریان داخلی مواد

بر خلاف جریان مواد فلزی در جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی، جریان مواد در PMMA کمی متفاوت است. شکل (۱۷) نتایج حاصل از حل عددی سرعت مواد را در

جلو و پشت ابزار دارد. به اعتقاد بعضی از محققان این توزیع تنش ناشی از حرکت خطی ابزار به سمت جلو است که باعث تنش کششی در قسمت جلو و فشاری در پشت ابزار می‌گردد [۱۸]. بیشینه تنش ایجاد شده ۹ مگاپاسکال بصورت کششی و کمینه مقدار آن ۸ مگاپاسکال بصورت فشاری در پشت ابزار پیش بینی شد.

به طور کلی فشار اعمال شده به قطعه کار تابعی از سرعت خطی و سرعت دورانی ابزار است. در سرعت خطی زیاد و سرعت دورانی کم، فشار سطحی (افقی) اعمال شده به قطعه کار افزایش می‌یابد و سبب تغییرات زیادی در قطعه کار می‌شود. شکل (۱۵) دو نمونه از سطح قطعه کار جوشکاری شده را نشان می‌دهد. نمونه (الف) با سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلی‌متر در دقیقه جوشکاری شد در حالیکه نمونه (ب) با سرعت دورانی ۹۵۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۵۰ میلی‌متر در دقیقه جوشکاری شد. همانطور که در شکل (۱۵) دیده می‌شود، نمونه (الف) هیچگونه عیب سطحی وجود ندارد ولی سطح نمونه (ب) دچار شکست شده است. این مساله به واسطه تولید حرارت کم و فشار سطحی زیاد در نمونه (ب) رخ داد.



شکل (۱۵) جریان سطحی قطعه کار در نمونه با سرعت خطی (الف) ۲۵ میلی‌متر بر دقیقه و (ب) ۵۰ میلی‌متر در دقیقه جوشکاری شدند.

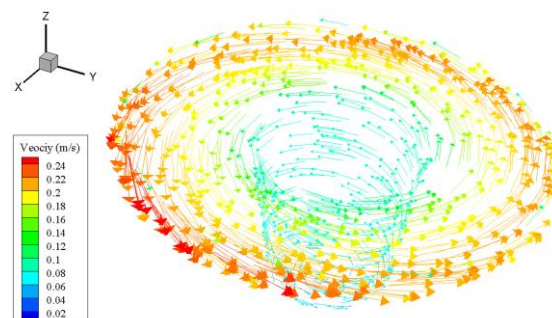
کم است. شکل (۱۹) نمای برش خورده طولی نتایج حاصل از جریان مواد در شبیه سازی المان محدود و نمونه واقعی را نشان می دهد که در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر در دقیقه حاصل شده است. یکی از مهمترین مواردی که در جوشکاری اصطکاکی PMMA وجود دارد، مساله جریان نامنظم مواد در پشت ابزار است. این مساله در شکل (۱۹-الف) دیده می شود. جریان نامنظم سبب ایجاد گپ در قسمت زیرین اتصال و در پشت ابزار می شود. نمونه واقعی این پدیده در شکل (۱۹-ب) قابل مشاهده است. جریان نامنظم با وجود سرعت دورانی بالا و سرعت خطی کم، سبب شکل گیری حباب های هوا در ناحیه زیرین اتصال شده است. به نظر می رسد ویسکوزیته پایین PMMA سبب می شود تا در هنگام جریان مواد از جلو ابزار به پشت آن جریان هوا به درون این ماده نفوذ کند و به دلیل مقاومت کم در مقابل نفوذ هوا وارد منطقه جوش شده و به همراه جریان رو به پایین سبب شکل گیری حباب های ریز در قسمت زیرین اتصال شود.

۵- نتیجه گیری

در این پژوهش اثر سرعت دورانی و خطی ابزار بر روی جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی پلی متیل متاکریلات (PMMA) به روش دینامیک سیالات محاسباتی و عملی مورد بررسی قرار گرفت. از بررسی تغییرات حرارت و جریان مواد در سرعت های دورانی و خطی مختلف نتایج حاصل بصورت زیر عنوان می گردد:

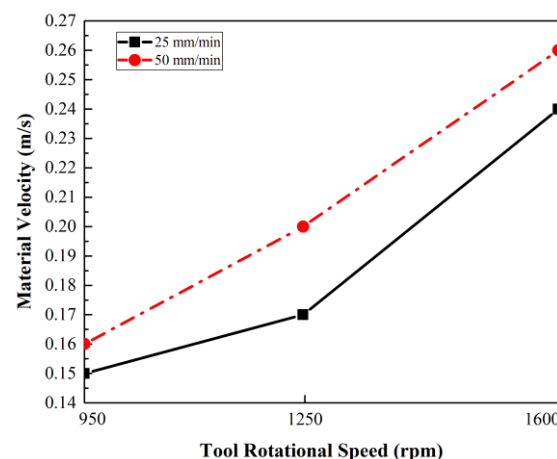
- ۱- با توجه به پارامترهای انتخاب شده در این پژوهش، بیشترین دما (۱۱۵ درجه سانتیگراد) در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر بر دقیقه تولید شد. مقدار دمای پیش بینی شده توسط شبیه سازی در حدود ۳ درجه سانتیگراد با مقدار دمای واقعی ثبت شده اختلاف داشت. این مقدار اختلاف تطبیق مناسبی را نشان می دهد.
- ۲- براساس نتایج شبیه سازی بیشینه تنش کششی در ناحیه جلو و عقب ابزار به اندازه ۹ و ۸ مگاپاسکال در ضمن جوشکاری بدست آمد. این پدیده حاکی از آن بود که اگر

اطراف شانه ابزار نشان می دهد که در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر بر دقیقه بدست آمد.



شکل (۱۷) شبیه سازی سرعت مواد در اطراف ابزار.

به دلیل تولید گشتاور و سطح تماس بیشتر شانه ابزار نسبت به محیط داخلی پین ابزار، چرخش مواد خمیری در سطح خارجی شانه ابزار بیشتر از دیگر مناطق است. همانطور که در شکل زیر مشاهده می شود، بیشینه مقدار سرعت مواد در لبه بیرونی شانه ابزار با مقدار ۰/۲۵ متر بر ثانیه بدست آمد. این مقدار از سرعت مواد در سرعت های دورانی و خطی دیگر متفاوت بود. میانگین نتایج بدست آمده از پیش بینی دوران مواد در اطراف ابزار در شکل (۱۸) نشان داده شده است.



شکل (۱۸) نتایج حاصل از شبیه سازی سرعت مواد در سرعت های مختلف.

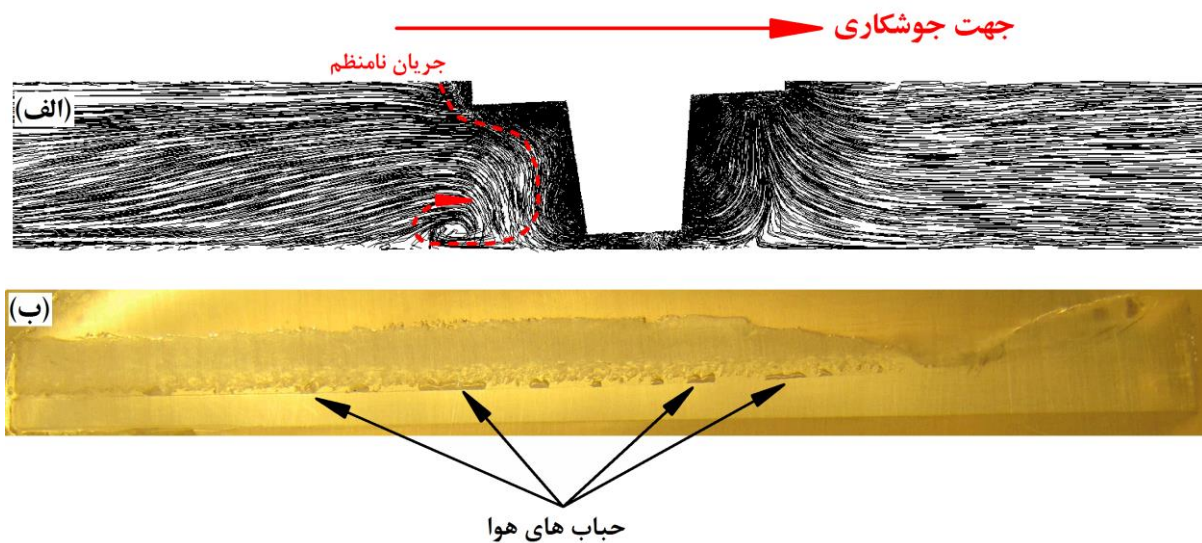
کمترین مقدار سرعت چرخش مواد متعلق به سرعت دورانی ۹۵۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر در دقیقه بود که به ۰/۱۵ متر بر ثانیه رسید. به طور کل سرعت چرخش PMMA در این فرآیند به دلیل چسبندگی زیاد آن به ابزار،

۵۰ میلیمتر در دقیقه تولید شد. نتایج شبیه سازی بیشینه مقدار نرخ کرنش اتصال را $1.25(S^{-1})$ پیش بینی کرد.

۴- نتایج حاصل از بررسی جریان داخلی اتصال نشان داد که سرعت جریان مواد در اطراف ابزار در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر در دقیقه در بیشترین حالت خود قرار دارد. ولی به طور کلی سرعت جریان مواد در PMMA نسبت به فلزات بسیار پایینتر است. از طرف دیگر جریان نامنظم مواد در پشت ابزار سبب تولید حباب های هوا در قسمت زیرین اتصال می شود.

تنش های سطحی کنترل نشود مخصوصا در سرعت دورانی کم و سرعت خطی زیاد، تنش فشاری در جلو ابزار سبب ترک خوردن و شکست ماده خام می شود.

۳- نتایج بررسی جریان مواد نشان داد که ابعاد منطقه اتصال با افزایش حرارت ورودی و کاهش نرخ خنک شوندگی منطقه اتصال ابعاد منطقه اتصال بزرگتر می شود. بزرگترین مقطع عرضی اتصال در حدود ۲۰ میلیمتر مربع بود که در سرعت دورانی ۱۶۰۰ دور در دقیقه و سرعت خطی ۲۵ میلیمتر در دقیقه حاصل شد و کوچکترین آن با ۱۴ میلیمتر مربع در سرعت دورانی ۹۵۰ دور در دقیقه و سرعت خطی



شکل (۱۹) نمای برش خورده طولی (الف) حاصل از شبیه سازی و (ب) نمونه واقعی اتصال.

- [4] Mendes N., Neto P., Simão M. A., Loureiro A., Pires J. N., A novel friction stir welding robotic platform: welding polymeric materials, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 12, 2014, pp. 1-10.
- [5] Mendes N., Loureiro A., Martins C., Neto P., Pires J. N., Effect of friction stir welding parameters on morphology and strength of acrylonitrile butadiene styrene plate welds, *Materials and Design*, vol. 58, 2014, pp. 457-464.
- [6] Simões F., Rodrigues D. M., Material flow and thermo-mechanical conditions during Friction Stir Welding of polymers: literature review, experimental results and empirical analysis, <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2013.12.038>
- [7] Azarsa E., Mostafapour A., Experimental investigation on flexural behavior of friction stir welded high density polyethylene sheets, *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 16, 2014, pp. 149-155.

مراجع:

- [۱] آقاجانی درازکلا ح، الیاسی م، حسینزاده م، بررسی تاثیر حرارت تولید شده در فرآیند جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی بر روی کیفیت اتصال آلومینیوم به فولاد، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۵، ۱۳۹۴، شماره ۴، صص ۳۷۹-۳۹۰.
- [2] Aghajani Derazkola H., Jamshidi Aval H., Elyasi M., Analysis of process parameters effects on dissimilar friction stir welding of AA1100 and A441 AISI steel, *Science and Technology of Welding and Joining*, vol. 20, 2015, pp. 553-562.
- [3] Bagheri A., Azdast T., Doniavi A., An experimental study on mechanical properties of friction stir welded ABS sheets, *Materials and Design*, vol. 43, 2013, pp. 402-409.

- [19] Polymer Data Handbook, Edited by James Mark, Oxford University Press, 1999.
- [20] Zhang J., Shen Y., Li B., Xu H., Yao X., Kuang B., Gao J., Numerical simulation and experimental investigation on friction stir welding of 6061-T6 aluminum alloy, *Materials and Design*, vol. 60, 2014, pp. 94–101.
- [8] Bozkurt Y., The optimization of friction stir welding process parameters to achieve maximum tensile strength in polyethylene sheets, *Materials and Design*, vol. 35, 2012, pp. 440–445.
- [9] Panneerselvam K., Lenin K., Joining of Nylon 6 plate by friction stir welding process using threaded pin profile, *Materials and Design*, vol. 53, 2014, pp. 302–307.
- [10] Smith C., Bendzsak G., North T., Hinrichs J., Noruk J., Heideman R., *Heat and Material Flow Modeling of the Friction Stir Welding Process*, 11th International Conference on Computer Technology in Welding, Detroit, United State, 1999.
- [11] North T., Bendzsak G., Smith C., *Material Properties Relevant to 3-D Modeling*, 2nd International Friction Stir Welding Symposium, Gothenburg, Sweden, 2000.
- [12] Seidel T. U., Reynolds A. P., Two-dimensional friction stir welding process model based on fluid mechanics, *Science and Technology of Welding and Joining*, vol. 8, 2003, pp. 175-183.
- [13] Zhang W., DebRoy T., Palmer T. A., Elmer J. W., Modeling of ferrite formation in a duplex stainless steel weld considering non-uniform starting microstructure, *Acta Materialia*, vol. 53, no.16, 2005, pp. 4441–4453.
- [14] Nandan R., Roy G., DebRoy T., Numerical simulation of three dimensional heat transfer and plastic flow during friction stir welding, *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 37, no. 4, 2006, pp. 1247–1259.
- [15] Nandan R., Roy G., Lienert T., DebRoy T., Numerical modelling of 3D plastic flow and heat transfer during friction stir welding of stainless steel, *Science and Technology of Welding and Joining*, vol. 11, no. 5, 2006, pp.526-537.
- [16] Nassar H. W., Khraisheh M. K., Simulation of Material Flow and Heat Evolution in Friction Stir Processing Incorporating Melting, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 134, 2012, pp. 61-67.
- [17] Ji S.D., Shi Q.Y., Zhang L.G., Zou A. L., Gao S.S., Zan L.V., Numerical simulation of material flow behavior of friction stir welding influenced by rotational tool geometry, *Computational Materials Science*, vol. 63, 2012, pp. 218–226.
- [۱۸] آقاجانی درازکلا ح، جمشیدی اول ح، حبیب‌نیا م، بررسی رفتار حرارت حاصل از اصطکاک و جریان مواد در جوشکاری اصطکاکی اغتشاشی آلومینیوم AA1100، *مجله مهندسی مکانیک مدرس*، دوره ۱۴، ۱۳۹۳، شماره ۱۴، ص ص ۲۵۱–۲۶۱.