

## زمانبندی حرکت اتوبوس های BRT با در نظر گرفتن محدودیت های ترافیکی حاصل از زمان های متغیر چراغ های راهنمایی و رانندگی

حامد طاهرخانی\* - کارشناس ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

آرش طاهریان - کارشناس مهندسی شهرسازی، دانشگاه بین المللی امام خمینی قزوین، قزوین، ایران

### BRT bus schedules and taking into account the limitations of time-varying traffic lights traffic abstract

Bus System Extremist BRT as a solution efficient system of public transport in developed countries is known, so we tried that this system by development of technology by providing methods and systems for advanced, high-quality to carry passengers in the cities. The end result of all functions aim to model this is considered to be the reduction of waiting passengers to reach the bus and reduce travel time, but in a way that the bus goes through obstacles such as crossing intersections and events unexpected that can in the direction of the bus speed affects occur. In this study, optimization of scheduled bus departures from the source is done and the objective of minimizing the waiting time of passengers at the station and during the journey, taking into account the volume of travel demand in stations, depending on the time of a working day ranging from follows the Poisson distribution as well as when the bus route between two stations can also follow a particular distribution. Model using GAMS software and summarized data were evaluated one business day.

**Keywords:** Extremist bus, traffic restrictions, traffic lights changing times.

### چکیده

سامانه اتوبوس تندرو BRT به عنوان راه حلی کارآمد برای سیستم حمل و نقل عمومی در کشورهای توسعه یافته شناخته می شود؛ لذا سعی بر آن است که این سامانه همزمان با گسترش فناوری با ارایه روش ها و سیستم ها پیشرفته، با کیفیت بالا به جابجایی مسافری در شهرها بپردازد. نتیجه نهایی تمامی توابع هدفی که برای مدل کردن این مساله در نظر گرفته می شوند کاهش انتظار مسافر تا رسیدن اتوبوس و کاهش زمان سفر است، اما در مسیری که اتوبوس طی می کند با موانعی مانند گذر از تقاطع ها و رخدادهای غیرمترقبه ای که می تواند در مسیر حادث شود بر سرعت اتوبوس ها تاثیر می گذارد. در این تحقیق بهینه سازی زمانبندی حرکت اتوبوس ها از مبدا انجام می گیرد و تابع هدف مینیمم کردن زمان انتظار مسافر در ایستگاه و طول زمان سفر است، با لحاظ اینکه حجم تقاضای سفر در ایستگاه ها بسته به زمان های مختلف یک روز کاری متغیر و از توزیع پواسون تبعیت می کند و همچنین زمانی که اتوبوس مسیر بین دو ایستگاه را طی می کند نیز از یک توزیع خاص پیروی می کند. حل مدل با استفاده از نرم افزار GAMS صورت گرفت و با داده های خلاصه شده یک روز کاری مورد سنجش قرار گرفت. واژگان کلیدی: اتوبوس تندرو، محدودیت ترافیکی، زمانهای متغیر چراغ راهنمایی و رانندگی.

مقدمه

۲. ظرفیت بالا برای تقاضای مسافر در امتداد کریدور  
 ۳. سوار و پیاده شدن سریع  
 ۴. سیستم اخذ و کنترل کرایه پیش از سوار شدن  
 ۵. یکسانی کرایه بین مسیرهای اصلی و سرویس های فرعی تغذیه کننده  
 تمامی عملیات فوق ارتباط مستقیم با زمان دارند و برای هر چه کارا تر کردن سیستم BRT باید راه حل هایی برای بهبود عملیات فوق صورت پذیرد. پژوهش ارایه شده چگونگی زمانبندی حرکت اتوبوس ها بگونه ای است که زمان انتظار مسافران را در ایستگاه ها کاهش دهد.

پیشینه تحقیق

عمده ترین پژوهش هایی که بر روی سیستم اتوبوس رانی سریع السیر انجام شده: (۱) مربوط به مسأله طراحی شبکه اتوبوسرانی که هدف آنها تعیین مسیر خطوط اتوبوسرانی و (۲) پیش بینی زمان رسیدن اتوبوس هستند که با تابع هدف های مختلف مورد بررسی قرار گرفته اند. در مساله پیش بینی زمان رسیدن اتوبوس هدف بهینه سازی وضعیت فعلی سیستم موجود است. تابع هدف های عمده ای که مورد مطالعه قرار گرفته اند کمینه کردن زمان انتظار مسافران در ایستگاه هستند. تمام پژوهش های پیشین فاصله بین ایستگاه ها یک عدد ثابت در نظر گرفته شده است، در حالی که نرخ ترافیک در ساعت های مختلف روز باعث تغییر زمان چراغ راهنمایی رانندگی می شود و این مساله بر مدت زمانی که یک اتوبوس فاصله بین دو ایستگاه را طی می کند تاثیر دارد. در ادامه به چند نمونه از مهمترین بررسی های صورت گرفته در زمینه زمانبندی حرکت اتوبوس اشاره می شود. «لامپکین و سالمنز» مساله های تعیین مسیر خطوط اتوبوس و اختصاص ناوگان را به صورت دو مساله مجزا از هم مطرح کرده اند و لذا مسائل به مراتب ساده ای را برای طراحی شبکه مورد بررسی قرار داده اند. هاسلستروم نیز از یک روش دو مرحله ای بهینه سازی استفاده کرد.

با توجه به اینکه سامانه سریع اتوبوسرانی در مقایسه با سایر سیستم های مشابه حمل و نقل همگانی، یکی از با صرفه ترین آنها از نظر اقتصادی است؛ لذا می تواند هم از جهت قابلیت بالای خود در رقابت با کیفیت خدمات حمل و نقل همگانی با سیستم های ریلی و همینطور از حیث محدودیت های مالی، به عنوان راهکار مؤثر بخصوص در کشورهای در حال توسعه مطرح شود. همانطور که از عنوان سیستم سریع اتوبوسرانی سریع السیر برمی آید، این سیستم حمل و نقل همگانی به صورت یک سرویس سریع بر پایه اتوبوس استوار است که نسبت به سرویس های معمول اتوبوسرانی با مسیر عبور اختصاصی کامل، ایستگاه ها و توقفگاه های پیوسته بسیار مشابه سیستم ریلی سبک متمایز یک مد حمل و نقل سریع است که در BRT می گردد. بر مبنای تعریف سازمان حمل و نقل فدرال؛ سامانه آن کیفیت سیستم حمل و نقل ریلی با انعطاف پذیری سیستم اتوبوسرانی ترکیب شده است.

لذا می توان گفت؛ سیستم اتوبوس سریع، سیستمی کاملا یکپارچه از تسهیلات و خدماتی است که به منظور ارتقاء قابلیت اطمینان و هویت سیستم اتوبوسرانی و البته سرعت (که مهم ترین پارامتر در این تعریف می باشد) طراحی می شود. عملیاتی شدن سیستم های حمل و نقل سریع در این محدوده خدمات، اغلب با سرمایه گذاری نسبتا اندک در مسیرهای تخصیص یافته صورت می گیرد. این شاخص را می توان در چند بعد تعریف می شود. در صورتی که طراحی و بهره برداری از اتوبوس ها: بر روی مسیرهای اختصاصی در سطح زمین، بالاتر.

علاوه بر زیرساخت های فیزیکی ویژگی اصلی دیگر سیستم سریع اتوبوسرانی فعالیت های مربوط به عملیات هستند که عبارتند از:

۱. سرویس دهی متوالی و سریع بین مبادی و مقاصد اصلی



در تمامی این پژوهش‌ها زمانی برای تأخیرهایی که ممکن است برای اتوبوس در مسیر که از جمله مهمترین آنها نرخ متفاوت زمان چراغ راهنمایی رانندگی در مسیر است، لحاظ نگردیده است

### مدل بندی ریاضی

اگر شماره ایستگاه را با  $i$  و اندیس اتوبوس را با  $k$  نشان دهیم و فرض شود که نرخ ورود مسافر از یک توزیع پواسون با میانگین نرخ تقاضای سفر تبعیت می‌کند و با  $\lambda_i$  نشان می‌دهیم و زمان ورود دو اتوبوس در ایستگاه را با  $h_{k,i}$  نمایش می‌دهیم. و لذا تعداد مسافران  $B_{k,i}$  در ایستگاه  $i$  قبل از ورود اتوبوس  $k$  از توزیع زیر پیروی می‌کند:

$$B_{k,i} \sim P(\lambda_i, h_{k,i}) \quad (1)$$

اگر تأخیرهایی که برای حرکت اتوبوس در مسیر به وجود آید و ناشی از چراغ راهنمایی رانندگی باشد و در این پژوهش فرض شود که بین هر دو ایستگاه تنها یک چراغ راهنمایی با چراغ به رنگ قرمز با نشانه ایست وجود داشته باشد و همچنین فرض می‌شود محل ایستگاه‌ها تقاطعی با چهارراه‌هایی که چراغ راهنمایی و رانندگی آن را کنترل می‌کند، ندارند. یعنی حالتی که اتوبوس در یک‌زمان و یک وضعیت، در پشت چراغ قرمز و هم در ایستگاه مشغول خدمت‌رسانی نباشد. تأخیر به صورت زیر بیان می‌شود:

$c$ : سیکل را نشان می‌دهد

$t$ : زمان قرمز چراغ را نشان دهد

$$= \frac{c-r}{c} \delta_0(t) + \frac{1}{c} I_{[0,r]}(t)$$

$$(2) f_s(t, r, c)$$

$\delta_0(t)$  برای  $1$  است اگر  $t=0$  شود و در غیر این صورت برابر صفر است، و  $I_{[0,r]}$  برابر  $1$  است اگر  $t \in [0, r]$  باشد و در غیراینصورت برابر با صفر است.

«کویور و هندریکسون» نیز مساله جامع خدمات اتوبوسرانی را از نقطه نظرهای مختلفی با دخیل کردن متغیرهایی چون فاصله مسیرها، زمان بندی حرکت اولیه و نرخ کرایه، در صورت وجود و عدم وجود محدودیت بزرگی وسیله نقلیه مورد بررسی قرار می‌دهند و سطوح بهینه این متغیرها را در تابع هدف های مختلف مورد پژوهش قرار داده اند.

«تام و مهان» با تابع هدف مینیمم کردن مجموع هزینه های استفاده کنندگان و گردانندگان سیستم BRT مسئله انتخاب مسیر خطوط اتوبوس ها و تخصیص ناوگان به هر یک از خطوط را به صورت هم زمان مدل و آن را با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل کرده اند.

«جاو و همکاران» نیز مسئله تخصیص ناوگان در یک شبکه حمل و نقل عمومی را به صورت یک مسئله مجزا از هم مدل و آن را از روش برنامه ریزی دو سطحی حل کرده اند.

«چوانجیاو و یوانکیگ» با در نظر گرفتن حرکت های با سرعت ثابت، فرکانس خروجی یکنواخت و نرخ ورود مسافر یکنواخت به سیستم را فرموله و با الگوریتم ژنتیک حل کردند.

«ایکسومی چان و همکاران»، اخیراً مدلی جهت پیش بینی زمان سفر اتوبوس های BRT را با استفاده از ماشین بردار پشتیبان (SVM) استفاده کردند و از فیلتر KALMAN برای بهبود جواب های اولیه استفاده کردند. وانگ و همکاران، نیز به بررسی پیش بینی زمان سفر اتوبوس ها بر اساس روش ماشین بردار پشتیبان پرداختند.

«خطیبی و همکاران»، یک مدل ریاضی برای کاهش زمان انتظار مسافران در ایستگاه های متقاطع خطوط متروی تهران ارائه کرده اند، بطوریکه تابع هدف آنها، یک تابع مینیمم سازی وزن داده شده با هدف مینیمم کردن زمان انتظار مسافران در ایستگاه های تقاطعی بوده و برای هر یک از مسیرها، ضریبی به عنوان اولویت آن مسیر بررسی نموده و نشان دادند که مدل به خوبی برآورد شده است.



یک اتوبوس در طول سفر خودبین دو ایستگاه متوالی، می‌تواند به خاطر علائم راهنمایی و رانندگی و جریان ترافیک موجود در مسیر دچار تأخیرهایی شود. کاملاً واضح است که در زمان‌های اوج ترافیک سنگین در چهارراه‌ها زمان چراغ‌های راهنمایی و رانندگی نیز افزایش می‌یابد. لذا در این پژوهش فرض می‌کنیم که توزیع‌های احتمالاتی قادر به محسوب کردن این پدیده در مدل شوند. پس ما فرض کنیم که زمان سفر  $t$  اتوبوس از دو عنصر مستقل ساخته شده است: (الف) زمان وابسته به رفتار رانندگان با توزیع نرمال و با پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  (ب) زمان ازدست‌رفته به دلیل تأخیرهایی که در چراغ راهنمایی رانندگی به وجود می‌آید که با معادله فوق شناخته می‌شود. بنابراین، زمان سفر ترکیبی از هر دو توزیع نرمال و توزیع تأخیر است که بانام توزیع نرمال-سیگنال (NS) شناخته و به این صورت زیر بیان می‌شود:

یک اتوبوس در طول سفر خودبین دو ایستگاه متوالی، می‌تواند به خاطر علائم راهنمایی و رانندگی و جریان ترافیک موجود در مسیر دچار تأخیرهایی شود. کاملاً واضح است که در زمان‌های اوج ترافیک سنگین در چهارراه‌ها زمان چراغ‌های راهنمایی و رانندگی نیز افزایش می‌یابد. لذا در این پژوهش فرض می‌کنیم که توزیع‌های احتمالاتی قادر به محسوب کردن این پدیده در مدل شوند. پس ما فرض کنیم که زمان سفر  $t$  اتوبوس از دو عنصر مستقل ساخته شده است: (الف) زمان وابسته به رفتار رانندگان با توزیع نرمال و با پارامترهای  $\mu$  و  $\sigma$  (ب) زمان ازدست‌رفته به دلیل تأخیرهایی که در چراغ راهنمایی رانندگی به وجود می‌آید که با معادله فوق شناخته می‌شود. بنابراین، زمان سفر ترکیبی از هر دو توزیع نرمال و توزیع تأخیر است که بانام توزیع نرمال-سیگنال (NS) شناخته و به این صورت زیر بیان می‌شود:

$$= \frac{c-r}{c} \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} + \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \left( \operatorname{erf}\left(\frac{t-\mu}{\sigma\sqrt{\pi}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{t-r-\mu}{\sigma\sqrt{\pi}}\right) \right)$$

$$= f_{NS}(t, \mu, \sigma, c, r) \quad (3)$$

بطوریکه  $\operatorname{erf}$  تابع خطا است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-x^2} dx$$

$$= \operatorname{erf}(t) \quad (4)$$

متغیرها

$N$ : تعداد اتوبوس‌های موجود در سیستم

$k$ : اندیس مربوط به اتوبوس

$S$ : مجموعه مربوط به ایستگاه

$i$ : اندیس ایستگاه‌ها

$L = \{1, 2, \dots, 1-s\}$ : مجموعه فواصل بین هر دو

ایستگاه متوالی

$\operatorname{Max}t_{\text{stop}}$ : کمترین زمان توقف در ایستگاه

$\operatorname{Min}t_{\text{stop}}$ : سقف زمان توقف در ایستگاه

$g$ : نرخ جریان مسافر نفر در دقیقه

از ایستگاه  $i$  :  $t_{\text{saf}}(i, k)$ : سرفاصله زمانی بعد از حرکت اتوبوس  $k$  از ایستگاه  $i$   
 $t_i^k$ : زمان حرکت اتوبوس  $k$  از ایستگاه  $i$   
 $FS_i^k$ : ظرفیت خالی اتوبوس  $k$  وقتی ایستگاه  $i$  را ترک می‌کند  
 $CAP_k$ : ظرفیت مسافر اتوبوس  $k$   
 $t_{\text{stop}}(i, k)$ : زمان توقف اتوبوس  $k$  در ایستگاه  $i$   
 $N_{ij}^k = P(\lambda_i, h_{k,i}) [t_i^{k-1}, t_i^k]$ : تعداد مسافرینی که به مقصد ایستگاه  $j$  در فاصله زمانی بین  $[t_i^{k-1}, t_i^k]$  به ایستگاه  $i$  وارد می‌شوند. در واقع تعداد مسافرین که بین زمان عبور دو اتوبوس متوالی وارد ایستگاه می‌شوند.

$ND_i^k$ : مجموع مسافرینی که در فاصله زمانی  $[t_i^{k-1}, t_i^k]$  به ایستگاه  $i$  وارد می‌شوند.  
 $NO_i^k$ : مجموع مسافرینی که در فاصله زمانی برای رفتن به ایستگاه  $j$  به هر ایستگاه با مبدأ  $i$  وارد می‌شوند. ( $i < j$ )

$(i < j)$ : تعداد مسافرینی که در فاصله زمانی  $[t_i^{k-1}, t_i^k]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و سوار اتوبوس  $k$  می‌شوند برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$ .  
 $ne_{ij}^k$ : تعداد مسافرینی که در فاصله زمانی  $[t_i^{k-1}, t_i^k]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$  به دلیل نبود جا در اتوبوس نمی‌توانند سوار اتوبوس  $k$  شوند.

$E_{ij}^k$ : تعداد مسافرینی که در فاصله زمانی  $[0, t_i^{k-1}]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$  در ایستگاه منتظر سوارشدن بر اتوبوس  $1+k$  هستند.

$EAD_i^k$ : تعداد کل مسافرینی که در فاصله زمانی  $[0, t_i^{k-1}]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه‌های بعدی در ایستگاه منتظر سوارشدن بر اتوبوس  $1+k$  هستند.

$EAO_i^k$ : تعداد کل مسافرینی که در فاصله زمانی  $[0, t_i^{k-1}]$  وارد ایستگاه‌های قبل از  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$  منتظر سوارشدن بر اتوبوس  $1+k$  هستند.





اتوبوس  $k$  می‌شوند.  
 $SAO_j^k$ : مجموع تعداد افرادی که برای رفتن به ایستگاه مشخص  $j$ ، وارد ایستگاه‌های قبلی  $i$  شده و سوار اتوبوس  $k$  می‌شوند.  
 $FS_i^k$ : ظرفیت خالی اتوبوس  $k$  بعد از رسیدن به ایستگاه  $i$ .

**محدودیت‌ها**

معادله (۵) نشان می‌دهد زمان حرکت اتوبوس  $k$  از ایستگاه  $i+1$  می‌بایست برابر با زمان حرکت از ایستگاه قبلی بعلاوه زمان توقف بعلاوه زمان طی

$ee_{ij}^k$ : تعداد مسافرینی که در فاصله زمانی  $[0, t_i^{k-1}]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$  در ایستگاه نمی‌توانند سوار اتوبوس  $k$  شوند.  
 $es_{ij}^k$ : تعداد مسافرینی که در فاصله زمانی  $[0, t_i^{k-1}]$  وارد ایستگاه  $i$  می‌شوند و برای رفتن به ایستگاه شماره  $j$  سوار اتوبوس شماره  $k$  می‌شوند.  
 $S_{ij}^k$ : تعداد افرادی که برای رفتن به ایستگاه مشخص  $j$ ، وارد ایستگاه  $i$  شده و سوار اتوبوس  $k$  می‌شوند.  
 $SAD_i^k$ : مجموع تعداد افرادی که برای رفتن به ایستگاه‌های بعدی، وارد ایستگاه  $i$  شده و سوار

$$t_{i+1}^k = t_i^k + t_{stop}(i+1, k) + f_{NS}(t, \mu, \sigma, c, r) \quad (5)$$

$$\forall k \in N, i = 1, 2, \dots, S-1$$

$$t_{i+1}^k - t_{stop}(i+1, k) \geq t_i^k + t_{saf}(i, k) \quad (6)$$

$$\forall k \in N, i \in H$$

$$Mint_{stop} \leq t_{stop}(i, k) \leq Maxt_{stop} \quad (7)$$

$$\forall k \in N, i \in H$$

$$ND_i^k = \sum_{j \in H, j > i} N_{ij}^k \quad (8)$$

$$\forall k \in N, \forall i = 1, \dots, S-1$$

$$NO_j^k = \sum_{i \in H, i > j} N_{ij}^k \quad (9)$$

$$\forall k \in N, \forall j = 2, \dots, S$$

$$N_{ij}^k = ns_{ij}^k + ne_{ij}^k \quad (10)$$

$$\forall i, j \in H, i < j, k \in N$$

$$E_{ij}^k es_{ij}^k = + ee_{ij}^k \quad (11)$$

$$\forall i, j \in H, i < j, k \in N$$

$$EAD_i^k = \sum_{j \in H, j > i} E_{ij}^k \quad (12)$$

$$\forall k \in N, \forall i = 1, \dots, S-1$$

$$EAO_j^k = \sum_{i \in H, i > j} E_{ij}^k \quad (13)$$

$$\forall k \in N, \forall j = 2, \dots, S$$

$$EAO_i^{k+1} = EAO_i^k + NO_i^k - SAO_i^k \quad (14)$$

$$\forall k = 1, \dots, k-1, \forall i = 2, \dots, S$$

$$EAD_i^{k+1} = EAD_i^k + ND_i^k - SAD_i^k \quad (15)$$

$$\forall k = 1, \dots, k-1, \forall i = 1, \dots, S-1$$

$$S_{ij}^k = ns_{ij}^k + es_{ij}^k \quad (16)$$

$$\forall i, j \in H, i < j, k \in N$$

$$SAD_i^k = \sum_{j \in H, j > i} S_{ij}^k \quad \forall k \in N, \forall i = 1, \dots, S-1 \quad (17)$$

$$SAO_j^k = \sum_{i \in H, i > j} S_{ij}^k \quad \forall k \in N, \forall j = 2, \dots, S \quad (18)$$

$$FS_i^k = FS_{i-1}^k + SAO_i^k - SAD_i^k \quad \forall k \in N, \forall i = 1, \dots, S-1 \quad (19)$$

$$FS_1^k = CAP_k - SAD_1^k \quad \forall k \in N \quad (20)$$

$$t_{stop}(i, k) \leq Mint_{stop} + gFS_{i-1}^k \quad \forall k \in N, \forall i = 2, \dots, S \quad (21)$$

$$t_{stop}(1, k) \leq Mint_{stop} + gCAP_k \quad \forall k \in N \quad (22)$$

$$t_{stop}(i, k) \leq Mint_{stop} + gSAD_i^k \quad \forall k \in N, \forall i = 2, \dots, S \quad (23)$$

$$N_{ij}^k = P(\lambda_i, h_{k,i})^{[t_i^{k-1}, t_i^k]} \quad (24)$$

$$f_{NS}(t, \mu, \sigma, c, r) = \frac{c-r}{c} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} + \frac{1}{2c} \left( erf\left(\frac{t-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) - erf\left(\frac{t-r-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right) \quad (25)$$



(۱۵) معادلات تعادلی تمام کسانی که اتوبوس‌های قبلی را از دست داده‌اند و منتظر اتوبوس بعدی باقی می‌مانند تا به مقصد مورد نظر خود برسند را نشان می‌دهد. افرادی که در ایستگاه ۱ و به مقصد  $j$ ، سوار بر اتوبوس  $k$  شده‌اند بر دودسته تقسیم می‌شوند؛ افرادی که بین زمان اتوبوس  $1-k$  و  $k$  وارد ایستگاه شده‌اند و سوار بر اتوبوس  $k$  شده‌اند و افرادی که قبل از حرکت اتوبوس  $1-k$  به ایستگاه ۱ رسیده‌اند ولی اتوبوس  $1-k$  را از دست داده‌اند و سوار اتوبوس  $k$  شده‌اند (۱۶). در محدودیت (۱۷) تمام مسافری با مبدأ یکسان را نشان می‌دهد. در محدودیت (۱۸) تمامی مسافری پیاده شده در مقصد مشترک را نشان می‌دهد. در محدودیت (۱۹) معادله تعادلی تعداد مسافری حاضر در اتوبوس، آن‌هایی که در ایستگاه پیاده می‌شوند و آن‌هایی که در ایستگاه سوار می‌شوند را نشان می‌دهد. در محدودیت (۲۰) رابطه تعادلی رابطه (۱۹) را در ایستگاه مبدأ صدق

نمودن فاصله بین دو ایستگاه (که از توزیع خاص توضیح داده شده در معادلات بالا به دست می‌آید) باشد. معادله (۶) بیان می‌کند زمان حرکت دو اتوبوس متوالی از یک ایستگاه حداقل به اندازه زمان سرفاصله زمانی مشخصی باشد. (این زمان باعث می‌شود اتوبوس‌های متوالی به‌طور به هم چسبیده حرکت نکنند). در معادله (۷) زمان توقف اتوبوس در ایستگاه در محدوده حداقل و حداکثر زمان مجاز توقف تعریف می‌شود. معادله (۸) و (۹) به ترتیب همه مسافرانی که مبدأ و مقصدشان یکسان است را نشان می‌دهد. معادله (۱۰) مجموعه افرادی که به ایستگاه وارد و با اتوبوس  $k$  حرکت کرده‌اند و آن‌هایی که موفق به سوار شدن بر اتوبوس  $k$  نشده‌اند و منتظر می‌مانند. سه معادله بعدی محدودیت‌ها مجموع مسافرینی را نشان می‌دهد که از اتوبوس  $1-k$  جامانده و منتظر اتوبوس بعدی هستند. در محدودیت‌های شماره (۱۴) و



فصلنامه مدیریت شهری  
Urban Management  
شماره ۴۷ تابستان ۹۶  
No.47 Summer 2017

دو ساعت کاری از یک روز را در نظر گرفتیم. با استفاده از نرم‌افزارهای آماری با تابع توزیع‌هایی که معرفی شدند تعداد مسافره‌های ورودی به هر ایستگاه و زمانی که اتوبوس‌ها مسیر بین ایستگاه‌های متوالی را می‌پیموندند به دست آمد. سپس نوبت به زمان‌بندی حرکت اتوبوس‌ها که تعداد اتوبوس‌ها ۱۰۰ عدد و ظرفیت هر یک ۵۰ نفر در نظر گرفته شده بود را جزو ورودی‌های مدل در نظر گرفتیم. برای اینکه حل مدل با GAMS به دلیل وجود روابط بازگشتی پیچیده و طولانی نشود مسئله انتخابی طرح شده را کوچک در نظر گرفتیم. پس از حل‌های مکرر با ورودی‌های مختلفی که از نرم‌افزارهای آماری به دست می‌آوردیم نشان‌دهنده بهبود در تابع هدف در مقایسه باحالت دستی بودیم.

**نتیجه‌گیری و جمع‌بندی**

در این تحقیق بهینه‌سازی زمان‌بندی حرکت اتوبوس‌ها از ایستگاه مبدأ و با لحاظ قرار دادن حجم تقاضای متغیر مسافر به ایستگاه‌ها و زمان‌های متغیر پیمایش مسیر توسط ناوگان در ساعت‌های مختلف باهدف کمینه نمودن زمان انتظار مسافر در ایستگاه انجام گرفت. درواقع این پژوهش چند محدودیت دنیای واقعی را با مدل‌های ریاضی متعارف حل زمان‌بندی حرکت اتوبوس‌های BRT تلفیق کرد و به رویکردی واقعی‌تر برای حل چنین مسائلی پرداخت. در حرکت ناوگان در مسیرهای BRT وابسته به ساعت‌های مختلف روز زمان‌های رسیدن ناوگان به مقصدها نیز تغییر می‌کند و این به دلیل موانعی است که در مسیر اتوبوس‌ها بخصوص در چهارراه‌ها قرار دارد، به وجود می‌آید. با بهره‌گیری از چنین مدل‌هایی می‌توان به هدف‌های کاهش زمان انتظار مسافری که در کل رضایت مسافری از این سیستم حمل‌ونقل همگانی است، نزدیک‌تر شویم و با بهبود این سیستم جابجایی‌های زیادی را در سطح شهرها انجام دهیم. برای تحقیقات آینده می‌توان با استفاده از داده‌های GPS محل دقیق

می‌دهد. در سه محدودیت (۲۱) و (۲۲) و (۲۳) زمان توقف اتوبوس در ایستگاه‌ها را نشان می‌دهد؛ همان‌طور که در فرضیات مدل گفتیم هیچ ایستگاهی در پشت چراغ‌قرمز قرار ندارد. در معادله (۲۴) ورود مسافری به ایستگاه را که از توزیع برنولی تبعیت می‌کند نشان می‌دهد و در معادله (۲۵) زمان‌های حرکت بین دو ایستگاه که اتوبوس طی می‌کند و از توزیع نرمال-سیگنال تبعیت می‌کند را نمایش می‌دهد.

**تابع هدف**

هدف اصلی طرح این پژوهش در نظر گرفتن نرخ ورود متغیر مسافری به ایستگاه و معرفی محدودیت‌ها و تأخیرهایی است که در مسیر اتوبوس پیش می‌آید. لذا تابع هدف را به صورت منفرد در نظر می‌گیریم اگرچه می‌توان زمان سفر تمام مسافری و هزینه عملیات حرکت اتوبوس‌ها را نیز به عنوان تابع هدف و توأم باهم در نظر گرفت، ولی از این کار صرف‌نظر می‌کنیم و تابع هدف را به صورت منفرد و به صورت مجموع زمان انتظار افرادی که یک‌بار اتوبوس را از دست داده‌اند و در ایستگاه انتظار اتوبوس بعدی را می‌کشند و زمان انتظار افرادی که در بازه قبل از رسیدن اتوبوس بعدی که با آن سفر خود را آغاز می‌کنند به انتظار رسیدن آن در ایستگاه هستند، محاسبه می‌کنیم.

$$\text{Min} \frac{\sum_{i=1}^{S-1} \sum_{k=1}^K (t_i^k - t_i^{k-1}) EAD_i^k + \sum_{i=1}^{S-1} \sum_{k=1}^K (t_i^k - t_i^{k-1}) NAD_i^k}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{S-1} \sum_{j=i+1}^S (N_{ij}^k)}$$

**تحلیل و اجرای مدل با نرم‌افزار GAMS**

با استفاده از داده‌های آماری فرضی که متغیر ورود مسافر به هر ایستگاه از پواسون تعیین و برآورد گردید و زمان حرکت بین ایستگاه‌ها به خاطر زمان متغیر چراغ بارنگ قرمز در چراغ‌های راهنمایی رانندگی با پارامترهای تابع توزیع معرفی شده، با نرم‌افزار آماری انجام و سپس مدل در نرم‌افزار GAMS کد نویسی و پس از اعتبار سنجی نتایج که در ادامه آورده می‌شود حاصل گردید. کل زمان مورد آزمودن را از ساعت ۸ تا ۱۰ برای

and Information Technology. Volume 8, Issue 5.

Xumei CHEN, Huibo GONG, Jingnan Wang, (August 2012), BRT Vehicle Travel Time Prediction Based on SVM and Kalman Filter, Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, Volume 12, Issue 4, Pages 29-34.  
Wang J N, Chen X M, Guo S X. (2009), Bus travel time prediction model with support vector regression. The 12th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, 655-660.

ناوگان را به عنوان ورودی وارد مدل کنیم و به صورت دقیق تر وارد پروژه ساخت یک سیستم پشتیبان تصمیم گیری برای زمان بندی حرکت اتوبوس ها به صورت آنلاین شویم.

### منابع و مآخذ

خطیبی اصغر، خاتمی فیروز آبادی سید محمدعلی، جوانشیر حسن (۱۳۹۲) مدلی برای کاهش زمان انتظار مسافران در ایستگاه های متقاطع خطوط متروی تهران، دوازدهمین اجلاس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک.

حسن جوانشیر، گلشن نوری (۱۳۸۹) زمان بندی حرکت اتوبوس های تندرو با در نظر گرفتن معیار طول صف در ایستگاه ها، چهاردهمین کنفرانس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک.

حمید طالبی، دکتر علیرضا رشیدی (۱۳۸۹) مدل سازی ریاضی برای زمان بندی اتوبوس های BRT با هدف کاهش زمان انتظار مسافر، پانزدهمین کنفرانس بین المللی مهندسی حمل و نقل و ترافیک.

Lampkin W., Salmans P. D. The Design Routs, Service Frequencies, and Schedules for a Municipal Bus Undertaking: A Case Study; Operational Research Quarterly, Vol. 18, No. 4, 1967, PP. 375-397.

Kocur, G. and Hendrikson, C., Design of Local Bus Service with Demand Equilibrium, Transportation Sciences, Vol. 16, 1982.

Tom, V. M. and Mohan, S. (2003). Transit Route Network Design Using Frequency Coded Genetic Algorithms, ASCE Journal of Transportation Engineering, Vol. 129, No.2, pp 186- 195.

Gao, Z. , H. Sun, and L. Shan, A Continuous Equilibrium Network Design Model and Algorithm for Transit Systems. Transportation Research Part B: Methodological, 2004. 38(3): p. 235-250.

SUN Chuanjiao et al., 2008. Scheduling Combination and Headway Optimization of Bus Rapid Transit. Journal Of Transportation Systems Engineering



فصلنامه مدیریت شهری  
Urban Management  
شماره ۴۷ تابستان ۹۶  
No.47 Summer 2017

■ ۵۳۰ ■