تحلیل آماری میکرومکانیکی اثرات توزیع اتفاقی الیاف بر خواص مکانیکی مواد مرکب الیافی محمدجواد محمودی^{(*} و محمدکاظم حسنزاده اقدم^۲

چکیدہ

در این مقاله، یک مدل میکرومکانیکی سه بعدی برای مطالعه اثر آرایش اتفاقی الیاف در زمینه بر مشخصههای مکانیکی مواد مرکب الیافی تکجهته ارائه میشود. المان حجمی نماینده مورد استفاده در مدل از x سلول تشکیل شده است که سلولهای الیاف به گونه اتفاقی در سلولهای زمینه توزیع شدهاند. این تحلیل عمومی بوده و میتواند جهت استخراج خواص انعطاف پذیری تحت بارگذاری مکانیکی عمودی و برشی و بارگذاری حرارتی و همچنین بررسی شروع خرابی پلاستیک شدن زمینه انجام شود. جهت بررسی چگونگی آرایش الیاف، مدلهای گوناگون آماری توزیع، شامل توزیع نرمال، یکنواخت و بتا مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از مدل برای خواص الاستیک که الیاف به گونه اتفاقی توزیع شده است، تطابق خوبی با دادههای تجربی و مدلهای موجود در دسترس نشان میدهد. با اعمال آزمون فرض و براساس قضیه حد مرکزی، تحلیل آماری وابستگی خواص انعطاف پذیری و استحکامی به آرایش الیاف در زمینه در هر یک از توزیعهای نرمال، یکنواخت و بتا انجام گرفته و در هر مورد با توجه به نتایج عددی بدست آمده، تفسیر لازم انجام شده است. نتایج عددی اعمال آزمون فرض بتا انجام گرفته و در هر مورد با توجه به نتایج عددی بدست آمده، تفسیر لازم انجام شده است. نتایج عددی اعمال آزمون فرض نشان داده است که خواص انعطاف پذیری ماده مرکب چندان تحت تأثیر آرایش الیاف نیست. این در حالی است که خواص نشان داده است میده مرد با توجه به نتایج عددی بدست آمده، تفسیر لازم انجام شده است. نتایج عددی اعمال آزمون فرض

واژههای کلیدی: مواد مرکب الیافی، میکرومکانیک، توزیع اتفاقی، آزمون فرض

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران .

۲- استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی تهران.

^{*-} نویسنده مسئول مقاله: mj_mahmoudi@sbu.ac.ir

ييشگفتار

امروزه با توجه به نیاز صنایع پیشرفته از جمله صنایع هوافضا و خودروسازی به مواد سازهای جهت عملکرد بهتر تحت شرایط محیطی و بارگذاری متفاوت، استفاده از مواد مرکب پایه پلیمری و فلزی روز به روز در حال افزایش است. مواد مرکب الیافی زمینه فلزی به دلیل کارکرد مناسب در دماهای بالاتر، استحکام و سفتی ویژه بالاتر، پایداری ابعادی، مقاومت مناسب در برابر خستگی، وزن پایداری ابعادی، مقاومت مناسب در برابر فستگی، وزن زمینه فلزی منوط تولید توجه زیادی را در سالهای اخیر به خود جلب کرده است. استفاده مناسب از مواد مرکب زمینه فلزی منوط به درک بهتر از رفتار آنها در شرایط گوناگون بارگذاری و خواص الاستیک-پلاستیک آنهاست. از سوی دیگر، هدف اصلی میکرومکانیک^۱ بدست

آوردن خواص ماکروسکوپیک مواد چندجنسی از ریزساختارهای تشکیلدهنده آن ماده است. از جمله مدلهای میکرومکانیک تحلیلی ارایه شده، مدل کرانهای هاشین- شریکمن [1]، مدل خودسازگار [7]، مدل تعمیم یافته خودسازگار [۳] هستند. دو گروه اصلی مدلهای تحلیلی میکرومکانیکی، مدل استوانهای [۴] و مدلهای سلول واحد^۴ [۵] هستند. در مدل سلول واحد به گونه معمول سطح مقطع المان حجمى نماينده شامل یک تقویت مستطیلی میباشد که به وسیله تعدادی بلوک زمینه دربرگرفته شده است. در طبقه مدلهای سلول واحد، روش سلولی [۵] که به عنوان معروفترین مدل شناخته می شود، دارای ریاضیات پیچیده می باشد. یک مدل ساده در [۶] و مدل سلول واحد ساده شده^۷ نیز در [۷] ارایه شده است. هم-چنین، از مدلهای میکرومکانیکی عددی نیز برای پیشبینی پاسخ مواد مرکب در شرایط بارگذاری حرارتی و مکانیکی گوناگون استفاده شده است [۸–۹]. در این روشها مشخصات ذاتی الیاف و زمینه را حفظ شده و خواص کل ماده مرکب بر

- ¹ -Micromechanics
- ²- Shtrikman-Hashin
- ³-Self consistent
- ⁴- Unit Cell
- ⁵ -Representative Volume Element
- ⁶ -Method of Cell
- ⁷ -Simplified Unit Cell (SUC) Model

حسب خواص اجزای تشکیل دهنده، نسبت حجمی آنها و قیدهای متقابل بین فازها که مربوط به هندسه میکروساختاری است، تعیین میشود. خواص تکلایههای مواد مرکب را میتوان با استفاده از روش میکرومکانیکی پیشبینی کرد و سپس از این خواص در تحلیلهای ماکرومکانیکی استفاده کرد. در مجموع روشهای میکرومکانیک میتواند جایگزین روشهای تجربی استخراج خواص مواد مرکب نظیر مطالعه انجام شده در [10] با توجه به هزینههای بسیار تجهیزات و مربوط گردد.

مدل سلول واحد ساده شده یک مدل تحلیلی میکرومکانیکی بوده که رفتار کلی ماده مرکب را از ریزساختارهای تشکیل دهنده آن استخراج میکند. دقت پاسخ این مدل میکرومکانیکی بستگی به مدلسازی دقیق فازها و واکنش بین آنها در المان حجمی انتخاب شده برای ماده مرکب خواهد داشت. در روابط اولیه این مدل میکرومکانیکی [۷]، المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل ۴ سلول بود که یکی از آنها شامل الیاف و بقیه را مواد زمینه تشکیل میداد. قابلیت کاربرد این مدل در پیش بینی رفتار مواد مرکب الیافی در شرایط گوناگون بارگذاری با توجه به اعتبارسنجیهای انجام گرفته با دادههای تجربی و روشهای عددی به اثبات رسیده است. این مدل در [11] بمنظور بررسی رفتار ماده مرکب الیاف

با توجه به این که توزیع الیاف در زمینه به گونه اتفاقی بوده، اما بیشتر مدلهای عددی و تحلیلی میکرومکانیکی آرایش الیاف را به صورت منظم در نظر میگیرند. از سوی دیگر، پژوهشی در خصوص چگونگی مدلسازی توزیع الیاف در زمینه با توزیعهای گوناگون آماری و تاثیر آن بر پاسخ مواد مرکب انجام نشده است. در این مقاله، مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده بمنظور پیشبینی رفتار ماده مرکب الیافی ارایه میشود. هندسه المان حجمی نماینده مدل میکرومکانیکی جهت تأمین آرایش میابد. اجزای سازنده این المان حجمی نماینده ماده مرکب شامل الیاف و زمینه به صورت ایزوتروپ و همگن فرض میشود. از سوی دیگر، شرط اتصال کامل بین

این بین، توزیعهای گوناگون آماری در فضای گسسته شامل توزیع نرمال^{۱۰} یکنواخت^۲ و بتا^۳ جهت بررسی و مطالعه چگونگی آرایش تقویت در زمینه در مدل در نظر گرفته میشود. نتایج ارایه شده درباره خواص الاستیک و همچنین، استحکام مواد مرکب الیافی با توزیع اتفاقی تطابق خوبی را با دادههای آزمایشگاهی و دیگر مدلها نشان میدهد. اثرات آرایش اتفاقی بر خواص استحکامی بر خلاف خواص انعطافپذیری به دلیل ایجاد تمرکز تنش موضعی شایان توجه است.

> تحلیل المان حجمی نماینده

بمنظور در نظر گرفتن آرایش اتفاقی الیاف، در مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده ارایه شده در این پژوهش، المان حجمی نماینده مطابق شکل ۱ تعریف می-شود. ابتدا سطح مقطع هر یک از الیاف به صورت مستطیلی در نظر گرفته میشود. سپس بر اساس شکل ۲ به صورت مکعب مستطیلی با ارتفاع واحد در راستای الیاف به صورت مکعب مستطیلی با ارتفاع واحد در راستای الیاف به صورت مکعب مستطیلی با در نظع واحد در راستای الیاف تمامل میشود)، طولِ ضلع L_c در جهت محور x و طولِ L_c نظر گرفته میشود. ضلع مدل شامل میشود)، طولِ ضلع واحد در جهت محور x و طولِ منعیر شمارنده در جهت x و زدر جهت Y باشد، طول هر به متغیر شمارنده در جهت x و زدر جهت Y باشد، طول هر میشود. هم-چنین، هر سلول با نام *زا* شناخته میشود.

در این مدل میکرومکانیکی، مقادیر تنش و کرنش هر سلول ثابت فرض میشود و همچنین، فرض میشود که تنشهای عمودی وارد بر المان نماینده هیچگونه تنش برشی داخل سلولها ایجاد نمی کند و برعکس. مشابه این فرضیات را میتوان در مراجعی از قبیل [۵-۷، ۱۲،۱۳] یافت. بنابراین، معادله های حاکم در بارگذاری عمودی و برشی به گونه مجزا بدست میآیند.

¹- Normal

معادلههای حاکم بارگذاری عمودی و حرارتی

فرض می شود المان نماینده مورد تنش عمودی و محوری قرار دارد. *S_x, S_y, S_z* به ترتیب تنشهای جمعی (تنش ماکرو) روی المان نماینده در جهات *x,y,z می*باشند. از معادله تعادل تنشهای داخلی در سلولها و تنشهای خارجی اعمالی، در مرز المان نماینده رابطه زیر بدست می آید:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{r} \sigma_{x}^{ij} b_{j} = S_{x} L_{r} \\ \sum_{i=1}^{c} \sigma_{y}^{i1} a_{i} = S_{y} L_{c} \\ \sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{c} b_{j} (a_{i} \sigma_{z}^{ij}) = S_{z} L_{r} L_{c} \end{cases}$$
(1)

که در آن ^{ij} بردار تنش عمودی برای سلول ij میباشد. رابطه زیر از تعادل تنشها در سطوح مشترک هر دو سلول مجاور بدست میآید:

 $\begin{cases} \sigma_x^{1j} = \sigma_y^{ij} \quad (i > 1) \\ \sigma_y^{i1} = \sigma_y^{ij} \quad (j > 1) \end{cases}$ $\tag{(Y)}$

شرایط سازگاری بدین صورت است که تغییر مکان المان نماینده در یک جهت برابر مجموع تغییر مکان سلولهای یک ردیف در همان جهت است:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{c} a_i \, \varepsilon_x^{i1} \, = \, \sum_{i=1}^{c} a_i \, \varepsilon_x^{ij} \, = L_c \, \overline{\varepsilon}_x \quad (j > 1) \\ \sum_{j=1}^{r} b_j \, \varepsilon_y^{1j} \, = \, \sum_{j=1}^{r} b_j \, \varepsilon_y^{ij} \, = L_r \, \overline{\varepsilon}_y \quad (i > 1) \\ \varepsilon_z^{ij} \, = \, \overline{\varepsilon}_z \quad (i > 1 \, , \, j > 1) \end{cases}$$

$$(\ref{eq:matrix}$$

که در آن i^{j} بردار کرنش عمودی برای سلول ij و $\overline{\mathcal{E}}$ بردار کرنش ماکرو برای المان نماینده میباشد. معادلههای ساختاری ترموالاستیسیته سه بعدی بر اساس قانون هوک برای سلول ij با فرض رفتار الاستیک خطی برای هر فاز به صورت زیر است:

$$\varepsilon_{x}^{ij} = \frac{1}{E_{ij}} \left[\sigma_{x}^{ij} - v_{ij} \left(\sigma_{y}^{ij} + \sigma_{z}^{ij} \right) \right] + \alpha_{ij} \times \Delta T$$

$$\varepsilon_{y}^{ij} = \frac{1}{E_{ij}} \left[\sigma_{y}^{ij} - v_{ij} \left(\sigma_{x}^{ij} + \sigma_{z}^{ij} \right) \right] + \alpha_{ij} \times \Delta T$$

$$\varepsilon_{z}^{ij} = \frac{1}{E_{ij}} \left[\sigma_{z}^{ij} - v_{ij} \left(\sigma_{x}^{ij} + \sigma_{y}^{ij} \right) \right] + \alpha_{ij} \times \Delta T$$

$$(\clubsuit)$$

² -Uniform

³ -Beta



شكل ١- الف) نمايشي از سطح مقطع واقعي مواد مركب با الياف تك جهته ب) المان نماينده براي مدل سلول



شكل ٢- هندسه سلولها در المان نماينده.

که در آن ij مدول یانگ، ij نسبت پواسون، ij ضرایب انبساط حرارت برای هر سلول است. ΔT تغییر درجه حرارت از دمای پخت ماده مرکب تا دمای محیط بوده که در دمای پخت، بین اجزای ماده مرکب تنش وجود ندارد. چنانچه مقادیر مجهول تنش مشخص شوند، مقادیر کرنش آنها نیز بدست میآید. پس با جایگذاری تنشها به جای کرنشها، تعداد مجهولات به نصف کاهش مییابد. با جایگذاری رابطه (۴) در (۳) و با استفاده از روابط (۲) و (۱) میتوان دستگاه زیر را با r + r + c معادله و همین تعداد مجهول بدست آورد:

 $[A]_{m \times m} [\sigma]_{m \times 1} = [F]_{m \times 1} \quad where \ m = r + c + r \times c$..(Δ)

که [F] ماتریس نیرو، [A] ماتریس ضرایب و [σ] ماتریس تنشها نامیده میشوند.

بارگذاری برشی

در این بخش تنها نیروهای برشی بر المان نماینده وارد میشوند. با فرض این که با اعمال نیروی برشی هیچ گونه تنش عمودی در داخل سلولها ایجاد نمیشود، لذا، در هر سلول سه مولفه تنش برشی مجهول وجود خواهد داشت. همچنین، تغییر درجه حرارت باعث ایجاد کرنش برشی نمی گردد. بنابراین، 3×r×c مجهول وجود دارد. برای تعادل مابین تنشهای برشی اعمالی و تنشهای برشی داخلی سلولها باید رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{c} a_{i} \ \tau_{yz}^{ij} = L_{c} \ \overline{\tau}_{yz} \\ \sum_{j=1}^{r} b_{j} \ \tau_{xz}^{ij} = L_{r} \ \overline{\tau}_{xz} \\ \tau_{xy}^{ij} = \overline{\tau}_{xy} \end{cases}$$
(F)

$$\begin{cases} \varepsilon_{yz}^{1j} = \varepsilon_{yz}^{ij} \quad (i > 1) \\ \varepsilon_{xz}^{i1} = \varepsilon_{xz}^{ij} \quad (j > 1) \end{cases}$$
(Y)

تغییر مکان زاویهای کل المان نماینده برابر مجموع تغییر زاویه سلولهای یک ردیف در آن جهت میباشد:

$$\sum_{i=1}^{c} a_i \varepsilon_{xz}^{i1} = L_c \overline{\varepsilon}_{xz}$$

$$\sum_{j=1}^{r} b_j \varepsilon_{yz}^{1j} = L_r \overline{\varepsilon}_{yz}$$
(A)

$$\begin{cases} y_{x} & G_{1j} & y_{z} \\ \tau_{xz}^{ij} &= \frac{G_{ij}}{G_{i1}} \tau_{xz}^{i1} \end{cases}$$

$$(1 \cdot)$$

با جایگذاری معادله (۱۰) در معادله (۶) رابطه زیر بدست میآید:

$$\begin{cases} \tau_{yz}^{1j} \times \sum_{i=1}^{c} \left(a_{i} \times \frac{G_{ij}}{G_{j1}} \right) = L_{c} \ \overline{\tau}_{yz} \\ \tau_{xz}^{i1} \times \sum_{j=1}^{r} \left(b_{j} \times \frac{G_{ij}}{G_{i1}} \right) = L_{r} \ \overline{\tau}_{xz} \\ \tau_{xy}^{ij} = \overline{\tau}_{xy} \end{cases}$$

$$(1) 12$$

و سپس با جایگذاری $(\tau_{yz}^{1j}, \tau_{xz}^{i1}, \tau_{xy}^{ij})$ در (۱۱) معادلههای زیر بدست میآیند:

$$\sum_{j=1}^{r} \frac{b_{j} L_{c}}{\sum_{i=1}^{c} a_{i} G_{ij}} = \frac{L_{r}}{G_{yz}}$$

$$\sum_{i=1}^{c} \frac{a_{i} L_{r}}{\sum_{j=1}^{r} b_{j} G_{ij}} = \frac{L_{c}}{G_{xz}}$$

$$\sum_{j=1}^{r} \sum_{i=1}^{c} \frac{a_{i} b_{j}}{G_{ij}} = \frac{L_{c} L_{r}}{G_{xy}}$$
(17)

نتایج و بحث

در این پژوهش ماده مرکب سیلیکون کارباید/تیتانیوم (SiC/Ti) جهت اعمال در مدل و ارایه نتایج در نظر گرفته میشود. خواص الیاف و زمینه این ماده مرکب در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- خواص ماده مرکب سیلیکون

كاربايد/تيتانيوم [١۴].			
مادہ	E (GPa)	v	$\alpha(1 \cdot - K)$
SiC (F)	4.9	٠/٢	۵
Ti (M)	١٠٧	٠/٣	1./4

اعمال مدل پیشنهادی جهت محاسبه خواص حالت الاستیک

شکلهای ۳ و ۴ نشان دهنده مدول یانگ طولی نسبت به مدول یانگ زمینه در درصدهای حجمی گوناگون میباشند. در شکل ۳ نتایج بدست آمده از آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده نشان داده شده است. در شکل ۴ دادههای مدول یانگ طولی در مقابل درصد حجمی الیاف روش سلولی [۱۵] با نتایج بدست آمده از مدل میکرومکانیکی ارایه شده با توزیع گوسی مقایسه شده است.



شکل ۴- مقایسه مدول یانگ طولی نسبت به مدول یانگ زمینه در مقابل درصد حجمی الیاف.

www.SID.ir

دو نمودار بالا نشان می دهند که دادهها بر هم منطبق و تفاوت قابل ملاحظهای بین آنها مشاهده نمی شود. از سوی دیگر، رابطه بین مدول یانگ با درصد حجمی الیاف خطی است. بدین معنا که با افزایش درصد حجمی الیاف مدول یانگ طولی نیز افزایش می یابد. نمودار برحسب مدول الاستیسیته معادلی رسم شده که نسبت به زمینه استاندارد شده است. در جایی که درصد حجمی الیاف برابر صفر است مدول یانگ طولی برابر مدول یانگ زمینه و جایی که درصد حجمی الیاف برابر یک است، مدول یانگ برابر مدول یانگ الیاف می باشد. برای محاسبه شیب خط می توان نوشت:

 $E = FVF \times E_f + (1 - FVF) \times E_m$ (۱۳) بنابراین، میتوان نتیجه گرفت که مدول یانگ طولی مستقل از چگونگی توزیع الیاف در زمینه است و تنها با تغییر درصد حجمی الیاف تغییر میکند.

حال مدول یانگ عرضی ماده مرکب نسبت به مدول یانگ زمینه به ازای درصدهای حجمی گوناگون بدست آورده میشود. در شکل ۵ نتایج بدست آمده از آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی با نتایج بدست آمده از روش سلولی [۱۵] و همچنین، داده تجربی [۱۶] مقایسه شده است.

همان گونه که شکل ۵ نشان میدهد، آرایش اتفاقی دارای توزیع نرمال بهترین تطابق را با داده تجربی دارد. این داده تجربی برای درصد حجمی ۳۳ درصد داده شده است. در شکل ۶ مدول یانگ عرضی نسبت به مدول یانگ زمینه با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۶ فرض آرایش اتفاقی با توزیع نرمال از تمامی معیارهای دیگر محتاطانهتر عمل میکند و کمترین میزان برای مدول یانگ عرضی را بدست میدهد. با افزایش درصد حجمی الیاف این خاصیت نیز افزایش مییابد، اما همانگونه که شکل ۶ نشان میدهد، نمیتوان رابطه خطی برای این مدول الاستیسیته متصور شد. اگر برای آرایش الیاف در زمینه چیدمان اتفاقی در نظر گرفته شود، چگونگی تغییر مدول یانگ عرضی با درصد حجمی الیاف غیر خطی و افزایشی خواهد بود. از سوی دیگر، بین

۳ توزیع تصادفی گوسی، بتا و یکنواخت، توزیع یکنواخت نسبت به دو توزیع دیگر مقدار بیشتری برای مدول یانگ عرضی برآورد میکند و توزیع نرمال نیز نسبت به سایر توزیعها کمترین میزان برای این مدول میدهد. با توجه به شکل ۶ میتوان این چنین نتیجه گرفت که در درصد حجمی پایین مدول الاستیسیته عرضی مستقل از چگونگی توزیع تصادفی الیاف در زمینه بوده و تنها به درصد حجمی الیاف وابسته است.

حال نسبت پواسون طولی ماده مرکب به ازای درصدهای حجمی گوناگون بدست آورده می شود. در شکل ۷ دادههای روش سلولی [۱۵] با نتایج بدست آمده از مدل میکرومکانیکی ارایه شده با توزیع گوسی مقایسه شده است.

*V*_{equivalent} ای که به وسیله فرض آرایش اتفاقی با توزیع نرمال بدست میآید، به میزان بسیار اندکی (قابل اغماض) بیشتر از مقادیر بیشبینی شده با روش سلولی میباشد. از سوی دیگر، با افزایش درصد حجمی الیاف، ضریب پواسون به صورت خطی کاهش مییابد. در شکل ۸ نسبت پواسون طولی در مقابل درصد حجمی الیاف با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده نشان داده شده است.

با توجه به شکل ۸، هرچند در درصدهای حجمی پایی ن تمامی مدلهای آرایش اتفاقی مبتنی بر توزیعهای گوناگون مقادیر یکسانی را برای اتفاقی دارای پیشبینی میکنند، اما vequivalent با آرایش اتفاقی دارای توزیع نرمال و یکنواخت که کاملاً با هم تطابق داشته و هر دوی آنها اندکی از آنچه توزیع بتا برای استیک پیشبینی میکند، بزرگترند. برای این خاصیت الاستیک نیز میتوان این گونه بیان کرد که با تقریب خوبی میتوان اندازه این خاصیت را مستقل از چگونگی توزیع الیاف در زمینه و تنها وابسته به درصد حجمی الیاف دانست.

حال نسبت پواسون عرضی ماده مرکب به ازای درصدهای حجمی گوناگون بدست آورده می شود. در شکل ۹ دادههای روش سلولی [۱۵] با نتایج بدست آمده از مدل میکرومکانیکی ارایه شده با توزیع گوسی مقایسه شده است.



شکل ۶- مقایسه مدول یانگ عرضی نسبت به مدول یانگ زمینه با روش SUC با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت.

www.SID.ir



www.SID.ir

با توجه به شکل ۹ چگونگی تغییر ضریب پواسون عرضی در دو حالت آرایش اتفاقی دارای توزیع نرمال و روش سلولی از لحاظ رفتار بسیار به هم شبیه بوده، با این تفاوت که مقادیر پیشبینی شده به وسیله توزیع نرمال همواره بیشتر از مقادیر پیش بینی شده با روش سلولی است.

با توجه به شکل ۱۰ ضریب پواسونهای معادلی که به ازای توزیعهای اتفاقی گوناگون بدست میآیند با تقریب

خوبی با یک دیگر برابرند. در ضمن بررسی این نمودار نشان می دهد که با افزایش درصد حجمی الیاف مقدار ضریب پواسون عرضی معادل ابتدا افزایش و سپس کاهش می یابد. این افزایش نسبت پوآسون عرضی به دلیل قید وارد شده در زمینه به وسیله الیاف در جهت محوری می باشد که سبب حالت کرنش صفحه ای در صفحه Y-xشده و در نتیجه، موجب افزایش کرنش می شود.





شکل ۱۰- مقایسه نسبت پواسون عرضی با مدل SUC با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت

حال مدول برشی طولی ماده مرکب به ازای درصدهای حجمی گوناگون بدست آورده می شود. در شکل ۱۱ نتایج بدست آمده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی با نتایج بدست آمده از سایر روشها مقایسه شده است. در شکل ۱۱ مقادیری که برای مدول برشی طولی با به کار بردن مدلهای کران بالا، کران یایین [۱۷] و روش سلولی [۱۵] پیشبینی شده است. در کنار مقادیر محاسبه شده مدل سلول واحد ساده شده با فرض آرایش اتفاقی دارای توزیع نرمال آورده شدهاند تا بتوان براحتی آنها را با هم مقایسه کرد. با مراجعه به این نمودار مشاهده می شود که اگر آرایش الیاف در زمینه اتفاقی فرض شود، نمودار چگونگی تغییرات مدول برشی طولی با تغییر درصد حجمی، خطی خواهد بود. بدين معنا كه با افرايش درصد حجمي الياف، مدول برشی متناسب با آن افزایش می یابد. حال آن که در مدلهای دیگر مشاهده می شود چگونگی افزایش مدول برشی با افزایش درصد حجمی خطی نیست.

در شکل ۱۲ مدول برشی طولی در مقابل درصد حجمی الیاف با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۲ اگر آرایش اتفاقی به عنوان چگونگی چیدمان الیاف در زمینه در نظرگرفته شود، مستقل از آن که این آرایش اتفاقی دارای چه توزیعی است، چگونگی تغییرات مدول برشی با درصد حجمی خطی خواهد بود. تنها موردی که در این بخش باید به آن توجه شود این است که مقادیری که دو توزیع یکنواخت و نرمال پیشبینی میکنند، یکسان و همواره بزرگتر از مقادیر برآورد شده به وسیله توزیع بتا خواهد بود.

حال مدول برشی عرضی ماده مرکب به ازای درصدهای حجمی گوناگون بدست آورده میشود. در شکل ۱۳ نتایج بدست آمده از مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی با نتایج بدست آمده از روش سلولی [۱۵]، کران بالا، کران پایین [۱۷] و استوانه کامپوزیتی [۱۸] مقایسه شده است.



شکل ۱۲- مقایسه مدول برشی طولی با مدل SUC با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت.

www.SID.ir

با توجه به شکل ۱۳ تمامی مدلها چگونگی تغییر مدول برشی عرضی با افزایش درصد حجمی الیاف را غیرخطی و افزایشی پیشبینی میکنند. هر دو مدل روش سلولی و سلول واحد ساده شده با آرایش اتفاقی با توزیع گوسی به ازای درصدهای حجمی گوناگون میزان مدول برشی عرضی یکسانی بدست میدهند.

در شکل ۱۴ مدول برشی عرضی در مقابل درصد حجمی الیاف با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و

یکنواخت با مدل میکرومکانیکی سلول واحد ساده شده نشان داده شده است. با توجه به شکل ۱۴، نتایج بدست آمده از این مدل میکرومکانیکی با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت یک مقدار برای مدول برشی عرضی را پیشبینی میکنند. لذا، میتوان گفت این خاصیت مستقل از چگونگی توزیع است و تنها به درصد حجمی الیاف در زمینه بستگی دارد.





شکل ۱۴- مقایسه مدول برشی طولی با مدل SUC با آرایش اتفاقی دارای توزیع گوسی، بتا و یکنواخت.

بررسی نتایج خواص الاستیک از راه اعمال آزمون فرض

در این بخش به بررسی نتایج بدست آمده از دید آماری پرداخته و آزمون فرض بر نتایج اعمال میشود. اغلب امکان مطالعه روی کل جامعه وجود ندارد زیرا کل جامعه در دسترس نیست. لذا، به ناچار تعداد محدودی از افراد جامعه که نمونه نامیده میشود، انتخاب و مورد بررسی قرار میگیرد و از نتایج بدست آمده درباره پارامترهای نمونه به کمک روشهای علمی پارامترهای جامعه را میتوان در حد قابل قبولی برآورد کرد. این بخش از علم آمار که درباره برآورد پارامترهای جامعه از روی پارامترهای نمونه است، آمار استنباطی نامیده میشود. از سوی دیگر،

آزمون فرض یکی از ابزارهای قدرتمند در آمار استنباطی میباشد. با استفاده از [۱۶] مقادیری که برای مدول یانگ طولی و عرضی به صورت تجربی در درصد حجمی ۳۳٪ بدست میآید به ترتیب برابر با ۱۹۹ و ۱۴۵ گیگا پاسکال میباشد.

آزمون فرض و بررسی مدول یانگ طولی

فرض صفر (فرض آماری که برای رد شدن تنظیم میشود) H_0 و فرض مقابل (فرض آماری که در مقابل فرض صفر قرار می گیرد) H_1 ، به صورت زیر در نظر گرفته می شود:

و انحراف معیار $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ است (قضیهی حد مرکزی). در نتیجه:

$$N(0,1) \cong Z = \frac{\overline{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \tag{10}$$

از جدولهای کتابهای آماری [۱۹] برای این مقدار α مقدار Z برابر با ۱/۹۶ میباشد. با استفاده از قضیه حد مرکزی برای نقاط بدست آمده مقدار Z محاسبه میشود، اگر این مقدار از ۱/۹۶ بزرگتر شد، فرض صفر رد میشود، در غیر این صورت فرض صفر درست خواهد بود. در جدول ۲ نتایج بدست آمده از توزیع نرمال برای ۲۵ مرتبه تکرار آمده است.

H₀: μ=199 H₁: μ>199

برنامه برای درصد حجمی ۳۳٪ به تعداد ۲۵ مرتبه تکرار میشود. احتمال خطای نوع اول Ω ، که به صورت زیر تعریف شده [۱۹] برابر با ۰/۰۵ در نظر گرفته میشود که در مسایل مهندسی این فرض برای Ω فرض معقولی است. (۱۴) $(H_0 - P(H_0) + R_0)$ (۱۴) بدین مفهوم که با وجود درستی فرض صفر، اگر رد شود خطای نوع اول ایجاد میشود [۱۸].

در نمونه گیری تصادفی از یک جامعه اختیاری با میانگین μ و انحراف معیار σ هنگامی که n (تعداد نمونه) μ بزرگ است، توزیع \overline{X} به گونه تقریبی نرمال با میانگین μ

گام ۱	T • 8/8VD	گام ۱۴	7 • ۶/۶۷ ۱
گام ۲	7 • 5/5784	گام ۱۵	7.8/8744
گام ۳	7.5/9774	گام ۱۶	7.8/8784
گام ۴	7.8/844	گام ۱۷	T • 8/8V8D
گام ۵	2081/8424	گام ۱۸	208/8780
گام ۶	7.5/5714	گام ۱۹	7 • 8/8737
گام ۷	T • F/FVTT	گام ۲۰	208/6240
گام ۸	۲ <i>۰۶/۶</i> ۷۱۳	گام ۲۱	7.81871
گام ۹	7 • ۶/۶۷۳۴	گام ۲۲	T • 8/848T
گام ۱۰	7 • 8/8711	گام ۲۳	7 • ۶/۶۷۵۱
گام ۱۱	۲ • ۶/۶۷۶۵	گام ۲۴	7 • ۶/۶۷ ۱
گام ۱۲	۲・ ۶/۶۷۶	گام ۲۵	T • 8/844Y
گام ۱۳	7 • ۶/۶۷۵۳	ميـــانگين	८<i>.</i>२/२ ४८४

جدول ۲- نتایج توزیع نرمال برای مدول یانگ طولی.

نرمال است.

نظر گرفته می شود:

در اینجا نیز مقدار محاسب شده Z=۱۹۷۷۸ بوده

و بزرگتر از مقدار مرزی است که نتیجه آن باطل شدن

فرض صفر و برقرار بودن فرض مقابل است. مقداری که

برای Z بدست میآید، بسیار نزدیک به مقداری است که

برای این پارامتر با در نظر گرفتن آرایش اتفاقی دارای

توزيع نرمال بدست آمده است. اين امر بيانگر آن است

انحراف معيار در آرايش تصادفي يكنواخت مشابه حالت

فرض صفر H_0 ، و فرض مقابل H_1 ، به صورت زیر در

HO: u=140

H1: µ>140

مرتبه تکرار آمده است. با توجه به دادههای جدول ۵،

Z=۱۰۸ بدست میآید که در نتیجه آن فرض صفر باطل

و فرض خلف آن برقرار است. در جدول ۶ نتایج بدست

آمده از توزیع بتا برای ۲۵ مرتبه تکرار آمده است.

در جدول ۵ نتایج بدست آمده از توزیع نرمال برای ۲۵

آزمون فرض و بررسی مدول یانگ عرضی

با توجه به دادههای بالا ۲۹۸۸۰=Z محاسبه شده و از مقدار مرزیای که برای آن در نظر گرفته شده بسیار بزرگتر است. لذا، فرض صفر باطل و فرض مخالف برقرار است. بدین معنا که اگر آرایش الیاف در زمینه اتفاقی و دارای توزیع نرمال میبود، مقدار مدول یانگ بدست آمده برای آن قطعاً بزرگتر از مقداری میشد که از راه ساخت با روشهای کنونی بدست آمده است. در جدول ۳ نتایج بدست آمده از توزیع بتا برای ۲۵ مرتبه تکرار آمده است.

در اینجا ۲۶۴۱ = ۲ میباشد که این مقدار بزرگتر از مقدار مرزی است که نتیجه آن مشابه بالا، باطل شدن فرض صفر و برقرار بودن فرض مقابل است. تفاوتی که با حالت قبل وجود دارد این است که در اینجا مقدار Z نسبت به بالا کوچکتر بدست میآید. این امر بیانگر آن است انحراف معیار در آرایش اتفاقی بتا نسبت به حالت نرمال بیشتر است، یعنی اگر چیدمان الیاف در زمینه را دارای آرایش اتفاقی با توزیع بتا در نظر بگیریم، نتایج پراکندگی مقادیر بدست آمده برای مدول یانگ طولی چواه بود. در جدول ۴ نتایج بدست آمده از توزیع یکنواخت برای ۵۵ مرتبه تکرار آمده است.

۲ • ۶/۷۳ • ۹	گام ۱۴	208/1211
2.8/2122	گام ۱۵	T • ۶/YTT
۲۰۶/۷۳۸۷	گام ۱۶	T • F/V I VV
۲ • ۶/۷۳	گام ۱۷	८.४/९८८४
۲۰۶/۷۲۲۸	گام ۱۸	۲۰۶/۷۱۴۸
۲ <i>۰۶</i> /۷۲۹	گام ۱۹	2.8/2224
۲ • ۶/۷۳۳۵	گام ۲۰	۲・ ۶/۷۱۷۹
۲ • ۶/۷۱۳۸	گام ۲۱	۲ • ۶/۷۱۳۱
۲ • ۶/۷۱ • ۵	گام ۲۲	۲ • ۶/۷ ۱ ۷۳
८.४/९८४४	گام ۲۳	۲ <i>۰۶</i> /۷۱۹۵
۲ • ۶/۷۲۳۸	گام ۲۴	۲ • ۶/۷۱۸۵
۲ • ۶/۷ • ۳۷	گام ۲۵	208/2124
۲ • ۶/۷۱۷۵	ميـــانگين	T • ۶/YT I T
	T • \$/YT • \$ T • \$/YTAY T • \$/YTAY T • \$/YTA T • \$/YTA	گام ۱۹ گام ۱۹ گام ۱۹ ۸۱ گام ۱۹ ۲۰۶/۷۳۳ گام ۱۹ ۲۰۶/۷۳۳ گام ۱۹ ۲۰۶/۷۳ گام ۲۰ ۸۱ گام ۲۰ ۸۱ گام ۲۰ ۳۰۶/۷۳۳ گام ۲۰ ۸۱ گام ۲۰ ۸۰۲/۲۰۶/۲۰ گام ۲۰ ۸۰۲/۲۰۶/۲۰۰ گام ۲۰ ۸۰۲/۲۰۶/۲۰۰ گام ۲۰ ۸۰۲/۲۰۶/۲۰۰ گام ۲۰ ۸۰۰/۲۰۰۰ گام ۲۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰ گام ۲۰ ۸۰۰/۲۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰۰۰ گام ۲۰۰ ۸۰۰/۲۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

جدول ٣- نتايج توزيع بتا براي مدول يانگ طولي.

گام ۱	7.5/5774	گام ۱۴	208/202
گام ۲	T • F/FV D	گام ۱۵	۲・ ۶/۶۷۱
گام ۳	7 • 5/5774	گام ۱۶	T • 5/5VFF
گام ۴	7.5/5774	گام ۱۷	۲・ ۶/۶۷۳۴
گام ۵	۲・ ۶/۶۷۷۳	گام ۱۸	T • 8/8V8D
گام ۶	2.2/202	گام ۱۹	2.2/2140
گام ۲	۲ • ۶/۶۷ ۱۳	گام ۲۰	T • F/FVTV
گام ۸	T • F/FVTT	گام ۲۱	2.2/2140
گام ۹	۲ • ۶/۶۷ ۱۳	گام ۲۲	1.8/8711
گام ۱۰	7.5/5774	گام ۲۳	T + 8/8V8T
گام ۱۱	۲ • ۶/۶۷۱۱	گام ۲۴	8.515801
گام ۱۲	T • 8/8V8D	گام ۲۵	7.8/871
گام ۱۳	T • 8/8V8	ميانگين	7.8/8789

جدول ۴- نتایج توزیع یکنواخت برای مدول یانگ طولی

جدول ۵- نتایج توزیع نرمال برای مدول یانگ عرضی.

گام ۱	7.5/5784	گام ۱۴	208/8802
گام ۲	T • 8/8VD	گام ۱۵	T • F/FY 1
گام ۳	7 • 8/8784	گام ۱۶	7.5/5744
گام ۴	7.5/5774	گام ۱۷	208/2026
گام ۵	208/8000	گام ۱۸	208/8180
گام ۶	208/202	گام ۱۹	2.5/8780
گام ۷	T+8/8Y1W	گام ۲۰	T • ۶/۶VTV
گام ۸	T+818VTT	گام ۲۱	2.518240
گام ۹	۲ <i>۰۶</i> /۶۷۱۳	گام ۲۲	T • F/FVT 1
گام ۱۰	7+8/8784	گام ۲۳	T • 8/8V8T
گام ۱۱	7+8/8711	گام ۲۴	208/2021
گام ۱۲	7 • 8/8780	گام ۲۵	T • 8/8Y 1
گام ۱۳	Y • <i>9</i> / <i>9</i> Y <i>9</i>	ميــانگين	۲ <i>۰۶/۶</i> ۷۳۹

جناول 🖓 کارچ کورنے بنا برای شاول یافت عرضی.			
گام ۱	187/3•28	گام ۱۴	187/3887
گام ۲	10+/90+V	گام ۱۵	101/488
گام ۳	۱۵۳/۱۹۸	گام ۱۶	۱۵۱/۴۰۰۸
گام ۴	187/7 • • ٣	گام ۱۷	101/1741
گام ۵	101/111	گام ۱۸	100/9447
گام ۶	107/4042	گام ۱۹	157/2+99
گام ۷	182/2626	گام ۲۰	101/8212
گام ۸	101/•249	گام ۲۱	100/9098
گام ۹	۱۵۰/۸۵۱۸	گام ۲۲	101/1499
گام ۱۰	107/71 • 1	گام ۲۳	101/4781
گام ۱۱	101/1476	گام ۲۴	101/2484
گام ۱۲	149/9714	گام ۲۵	100/1777
گام ۱۳	101/•422	ميــانگين	101/8097

جدول ۶- نتایج توزیع بتا برای مدول یانگ عرضے

در اینجا نیز از محاسبات مقدار۲۴=Z بدست آمده و بزرگتر از مقدار مرزی است که نتیجه آن مشابه قبل، باطل شدن فرض صفر و برقرار بودن فرض مقابل است. تفاوتی که در آین حالت، با حالت قبل وجود دارد این است که در اینجا مقدار Z نسبت به بالا کوچکتر بدست میآید. این امر بیانگر آن است انحراف معیار در آرایش اتفاقی بتا نسبت به حالت نرمال بزرگتر است، یعنی اگر چیدمان الیاف در زمینه دارای آرایش اتفاقی با توزیع بتا در نظر گرفته شود، نتایج پراکندگی مقادیر بدست آمده برای مدول یانگ عرضی حول میانگین بیشتر از آرایش اتفاقی با توزیع نرمال خواهد بود. در جدول ۷ نتایج بدست آمده از توزیع یکنواخت برای ۲۵ مرتبه تکرار آمده است.

در اینجا مقداری که برای Z بدست میآید، بسیار نزدیک به مقداری است که برای این پارامتر با در نظر گرفتن آرایش اتفاقی دارای توزیع نرمال بدست میآید. مقدار محاسبه شده برای Z بزرگتر از مقدار مرزی است که در نتیجه باطل شدن فرض صفر و برقرار بودن فرض مقابل است. از تشابه Z بین توزیع یکنواخت و توزیع نرمال میتوان نتیجه گرفت انحراف معیار در آرایش اتفاقی یکنواخت مشابه حالت نرمال است، یعنی اگر چیدمان

الیاف در زمینه دارای آرایش اتفاقی با توزیع یکنواخت باشد، پراکندگی دادهها حول میانگین بسیار نزدیک به چیدمان اتفاقی دارای آرایش نرمال است.

بررسى اثر توزيع الياف بر تسليم زمينه

فرض شروع تسلیم بر اساس تسلیم اولین سلول زمینه (رسیدن به تنش تسلیم زمینه مریکه ۹۱۰ مگاپاسکال [۲۰]) میباشد. در رسم منحنیهای تسلیم از شکست الیاف صرفنظر شده و فقط تسلیم زمینه ملاک بوده است. معیار تسلیم، معیار فون میزس طبق رابطه زیر میباشد: $\frac{\sqrt{2}}{2} \left[\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2} \right]$ (18) = yield stress

در شکل ۱۵ منحنی تسلیم زمینه به ازای درصد حجمی ۳۵٪ و در صفحه *x-y* به ازای توزیعهای گوناگون آمده است.

با مشاهده شکل ۱۵، با وجود این که درصد حجمی الیاف یکسان است، شکل منحنیهای تسلیم با هم تفاوت می کند و این بیانگر وابستگی منحنی تسلیم به چگونگی چیدمان الیاف است.

گام ۱	१४४/४१९	گام ۱۴	147/4206
گام ۲	147/2220	گام ۱۵	147/2798
گام ۳	147/2192	گام ۱۶	147/2510
گام ۴	147/2208	گام ۱۷	147/2018
گام ۵	147/4078	گام ۱۸	147/2288
گام ۶	147/0829	گام ۱۹	147/2129
گام ۷	147/2•24	گام ۲۰	141/2194
گام ۸	147/2021	گام ۲۱	147/2746
گام ۹	147/2140	گام ۲۲	147/4478
گام ۱۰	۱۴۷/۳۸۰۷	گام ۲۳	147/4022
گام ۱۱	147/2728	گام ۲۴	147/2912
گام ۱۲	147/2724	گام ۲۵	۱۴۷/۵۰۸۳
گام ۱۳	147/2228	ميــانگين	147/404

جدول ۷- نتایج توزیع یکنواخت برای مدول یانگ عرضے



شکل ۱۵- بررسی اثر چگونگی چیدمان الیاف در ماده مرکب روی منحنی شروع تسلیم زمینه در صفحه *x-y*

اگر به نمودار منحنی تسلیم زمینه به ازای درصد حجمی ۳۵٪ و در صفحه *z-x* در شکل ۱۶توجه شود، مشاهده میشود که منحنی تسلیم در این صفحه نیز وابسته به آرایش الیاف در صفحه است. با توجه به دو شکل ۱۵ و ۱۶ به ازای توزیعهای گوناگون در درصد حجمی یکسان هیچ دو منحنی تسلیم زمینهای بر همدیگر منطبق نخواهند بود. این امر بیانگر آن است که منحنی تسلیم افزون بر درصد حجمی الیاف به چگونگی توزیع الیاف در زمینه نیز بستگی دارد.

تسليم زمينه و آزمون فرض

مقادیر تجربی استحکام طولی و عرضی برای ماده مرکب مورد نظر سیلیکون کارباید/تیتانیوم با درصد حجمی ۳۳٪ برابر مهمه ۸۰۰MPa میباشد [۲۰]. α برابر با ۲۰/۵ در نظر گرفته میشود. از جداول برای این مقدار α مقدار Z برابر با ۱/۹۶ است. با استفاده از قضیه حد مرکزی برای نقاط بدست آمده مقدار Z، محاسبه میشود، اگر این مقدار از ۱/۹۶ کوچکتر شد، فرض صفر رد، در غیر اینصورت فرض صفر درست خواهد بود. در جدول ۸ نتایج بدست آمده از توزیع نرمال برای ۱۰ مرتبه تکرار آمده است.



شکل ۱۶- بررسی اثر چگونگی چیدمان الیاف در ماده مرکب روی منحنی شروع تسلیم زمینه در صفحه *x-z*

با تکرار برنامه به اندازه ۱۰ مرتبه برای توزیع نرمال، میانگین استحکام طولی برابر ۸۶۷/۷۱۱۵ بدست میآید. با استفاده از دادههای جدول ۸ و اعمال آزمون فرض مقدار Z برای استحکام طولی ۲/۰۱۱۱ بدست میآید که به مقدار ناچیزی بزرگتر از مقدار مرزی است که البته، علت این امر کوچک بودن حجم نمونه است. اگر حجم نمونه بزرگتر انتخاب شود، مقدار Z کمتر از مقدار مرزی خواهد شد. لذا، فرض صفر باطل و فرض مقابل برقرار خواهد شد. يعنى استحكام تسليم طولى به شدت به آرايش الياف در زمینه وابسته است. در مورد استحکام عرضی میانگین مقدار برابر ۲۰۴/۵۹۷ بدست می آید. مقدار Z نیز از رابطه مربوط ۰/۲۸۱۴۰ محاسبه می شود که کمتر از مقدار مرزی ۱/۹۶ است و فرض صفر باطل و فرض مقابل درست است، یعنی استحکام عرضی به شدت به چگونگی توزیع الیاف در زمینه وابسته است. در جدول ۹ نتایج بدست آمده از توزیع بتا برای ۱۰ مرتبه تکرار آمده است.

با تکرار برنامه به اندازه ۱۰ مرتبه برای توزیع بتا میانگین استحکام طولی برابر ۴۸۱/۰۰۷۶ بدست میآید. با استفاده از دادههای جدول ۹ و اعمال آزمون فرض مقدار Z برابر ۰/۸۴۷۳ بدست میآید که کمتر از مقدار مرزی است. لذا، فرض صفر باطل و فرض مقابل برقرار است،

یعنی استحکام تسلیم طولی به شدت به آرایش الیاف در زمینه وابسته است. در مورد استحکام عرضی مقدار میانگین برابر ۶۸۰/۲۲۵۵ بدست میآید. مقدار Z نیز ۱/۹۶ محاسبه میشود که کمتر از مقدار مرزی ۱/۹۶ است، مشابه بالا فرض صفر باطل و فرض مقابل درست است، یعنی استحکام عرضی به شدت به چگونگی توزیع الیاف در زمینه وابسته است. در جدول ۱۰ نتایج بدست آمده از توزیع یکنواخت برای ۱۰ مرتبه تکرار آمده است.

با تکرار برنامه به اندازه ۱۰ مرتبه برای توزیع یکنواخت، میانگین استحکام طولی برابر ۸۹۰/۴۳۵۸ بدست میآید. با استفاده از دادههای جدول ۱۰ و اعمال آزمون فرض مقدار Z برابر ۱/۴۱۱۵ بدست میآید که کمتر از مقدار مرزی است. لذا، فرض صفر باطل و فرض مقابل برقرار است، یعنی استحکام تسلیم طولی به شدت به آرایش مقدار میانگین استحکام تسلیم طولی به شدت به آرایش مقدار میانگین برابر ۶۴۵/۵۷۷ بدست میآید. مقدار Z نیز از رابطه، ۲۳۵۴٬۰ محاسبه میشود که کمتر از مقدار مزی ۱/۹۶ است. مشابه بالا فرض صفر باطل و فرض مقابل درست است، یعنی استحکام عرضی به شدت به مقابل درست است، یعنی استحکام عرضی به شدت به

توزيع گوسی	استحكام عرضي	استحكام محوري
گام نخست	۶۰۲/۸۷۵	۸۱۲/۵۴
گام دوم	820/82	477/01
گام سوم	۶۸۲/۵	۵۸۵/•۴
گام چهارم	۶·۲/۸۷	۸۴۵/۰۲۶
گام پنجم	۸۵۳/۱۲۵	187/58
گام ششم	٨۶۴/۵	۶۵۰/۰ ۱
گام هفتم	TDT/FT	878/98
گام هشتم	841/120	187/28
گام نهم	۶۵۹/۷۵	۹۷/۴۶
گام دهم	۸۸۷/۲۵	V4V/4V
ميــــانگين	۶۸۰/۲۲۵۵	۴۸۱/۰۰۷۶

جدول ۹- نتایج بدست آمده از توزیع بتا

توزيع گوسى	استحكام عرضي	استحكام محورى	
گام نخست	837	٩۴٢/٧۶	
گام دوم	λ۴۱/γ۵	۵۵۲/۴۶	
گام سوم	۶·۲/۸۷۵	٩٧۴/۶١	
گام چھارم	443/820	۱۰۰۷/۳۷	
گام پنجم	987/88	۸۴۵/۰۲۶	
گام ششم	477/20	٩۴٢/٨۶	
گام هفتم	۵ • ۶/۱۹	۸۷۷/۵۱۳	
گام هشتم	۵۸ • / ۱ ۲ ۵	٩٧۴/۶١	
گام نهم	۵۵۷/۳۷۵	۸۱۲/۵۳۹	
گام دهم	۵۲/۷۸۸	٩٧۴/۶۱	
ميــــانگين	840/011	۸۹۰/۴۳۵۸	

جدول ١٠- نتايج بدست آمده از توزيع يكنواخت.

چگونگی چیدمان الیاف در زمینه وابسته نیست. اگر منحنی تسلیم ماده مرکب به ازای یک درصد حجمی مشخص و با توزیعهای گوناگون رسم شود، شکل منحنیهای تسلیم با هم متفاوت است و این بیانگر وابستگی منحنی تسلیم به چگونگی چیدمان الیاف است زیرا آرایش الیاف اتفاقی است و احتمال دارد در برخی نقاط الیاف در تماس هم قرار گیرند و ایجاد تمرکز تنش کنند. تمرکز تنش در یک ناحیه سبب می شود مقدار تنش در آن نقطه از مقدار تنش نامی بزرگتر شده و احتمال تسلیم زمینه افزایش یابد.

Refrences

1- Z. Hashin, and A. Shtrikman, "A Variational Approach to the theory of Elastic Behavior of Multiphase Materials", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 11, pp. 127-140, 1963.

2- A. V. Hershey, "The Elasticity of an Isotropic Aggregate of Anisotropic Cubic Crystals", Journal of the Application of Mechanics, Vol. 21, pp. 239, 1954.

3- B. Budiansky, "On the Elastic Moduli of Some Heterogeneous Materials", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 13, pp. 223, 1965.

نتيجهگيري

برای مطالعه رفتار کلی ماده مرکب الیافی یک مدل میکرومکانیکی تحلیلی سه بعدی ارائه شد. بمنظور در نظر گرفتن هندسه واقعی تر مدل تحلیلی، المان حجمی نماینده به r×c سلول مستطیلی تقسیم شد. تمامی آرایشهای اتفاقی دارای توزیعهای مختلف آماری برای نحوه تغییر خواص الاستیک با درصد حجمی، یک روند تغییر را پیشبینی میکنند. تقریباً در تمامی درصدهای حجمی، مقادیری که برای یک خاصیت الاستیک بدست آمدند، مستقل از نحوهی آرایش اتفاقی الیاف در زمینه بودند. این بدین مفهوم است که مقدار خواص الاستیک به

4- M. Uemura, H. Iyama and Y. Yamaguchi, "Thermal Residual Stress in Filament Wound Carbon-Fiber-Reinforced Composites", Journal of Thermal Stress, Vol. 2, pp. 393-412, 1979.

5- J. Aboudi, "A Continuum Theory for Fiber Reinforced Elastic Visco-Plastic Composites", International Journal of Engineering Science, Vol. 20, pp. 605-620, 1982.

6- R. P. Nimmer, "Fiber-Matrix Interface Effects in the Presence of Thermally Induced Residual Stress", Journal of Composites Technology and Research, Vol. 12, pp. 65-75, 1990.

7- M. M. Aghdam, D. J. Smith and M. J. Pavier, "Finite Element Micromechanical

Modelling of Yield and Collapse Behaviour of Metal Matrix Composites", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 48, pp. 499-528, 2000.

8- I. Ahmadi and M. M. Aghdam, "A truly Generalized Plane Strain Meshless Method for Combined Normal and Shear Loading of Fibrous Composites", Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 35, pp. 395-403, 2011.

9- M. Bayat and M. M. Aghdam, "A Micromechanics-Based Analysis of Effects of Square and Hexagonal Fiber Arrays in Fibrous Composites Using DQEM", European Journal of Mechanics A/Solids, Vol. 32, pp. 32-40, 2012.

 ۱۰ - ۱. ح. اسلامی، م. م. مشکسار، س. م. زبرجد، بررسی اثرات ذرات دی سیلیساید مولیبدن(MoSi2) بر رفتار مکانیکی و الکتریکی ماده مرکب زمینه مس تولید شده به روش اتصال نوردی تجمعی (ARB)، مواد نوین/ دوره ۴ شماره ۱۳ صص ۸۵–۵۷ یاییز ۱۳۹۲.

۱۱- م. ک. حسنزاده اقدم، م. ج. محمودی، تحلیل میکرومکانیکی خرابی ماده مرکب زمینه تیتانیومی با الیاف کوتاه تحت اثر بارگذاری محوری مرکب، مهندسی مکانیک مدرس/ دوره ۱۳ شماره ۴ ص م۰ ۸۶–۹۷، تابستان ۱۳۹۲.

12- M. J. Mahmoodi, M. M. Aghdam and M. Shakeri, "Micromechanical Modeling of Interface Damage of Metal Matrix Composites Subjected to off-Axis Loading", Materials & Design, Vol. 31, pp. 829-836, 2010.

13- D. D. Robertson and S. Mall, "Micromechanical Relations for Fiber-Reinforced Composites Using the Free Transverse Shear Approach", Journal of Composites Technology and Reserch, Vol. 151, pp. 181-192, 1993.

14- IMI Titanium Ltd. Brochure, High temperature alloys, 1993.

15- J. Aboudi, "Closed Form Constitutive Equations for Metal Matrix Composites", International Journal of Engineering Science, Vol. 25, pp. 1229-1240, 1987.

16- M. P. Thomas and M. R. Winstone, "Effect of the Angle between Fibers and Tensile Axis on Static Properties of Unidirectional Reinforced Titanium MMC", Proceedings of the European Conference on Composite Materials, (ECCM-8), 4, Naples- Italy, pp. 147-154, 1998.

17- Z. Hashin, "On Elastic behaviour of fiber Reinforced Materials of Arbitrary Transverse Phase Geometry", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 13, pp. 119-134, 1965.

18- D. F. Adams and D. A. Crane, "Combined loading micro micromechanical analysis of a unidirectional composite", Composites, Vol. 15, pp 181-191, 1984.

۱۹ آر. ای. والپون، مقدمهای بر احتمالات و آمار کاربردی، ترجمه م.ب.ق آریانژاد، م. ذهبیون، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۸۷.

20- M. J. Mahmoodi and M. M. Aghdam, "Damage Analysis of Fiber Reinforced Ti-Alloy Subjected to Multi-Axial Loading—A Micromechanical Approach", Materials Science and Engineering A, Vol. 528, pp. 7983-7990, 2011.