

## نگرشی چند فراکتالی به زنجیره‌ی زمانی جریان سیلابی رود قره آغاج

محمد هادی فتاحی<sup>۱\*</sup>، ناصر طالب بیدختی<sup>۲</sup>، احسان نیکوبی<sup>۳</sup>

تاریخ دریافت: 90/7/29 تاریخ پذیرش: 91/1/28

### چکیده

همواره این سؤال که آیا رفتار فرآیندهای طبیعی را در بی نظمترین حالات خود می‌توان تحلیل کرد وجود داشته است. ماهیت انطباق پذیر روش‌های غیر خطی بر طبیعت این فرایندها باعث گردیده است تا آنها را به کارامدترین ابزار برای تحلیل رفتارهای طبیعت مبدل سازند. در این پژوهش در نگرشی چند فراکتالی به بررسی رفتار جریان رود در زمان سیلاب پرداخته ایم. روشی جدید برای ت<sup>4</sup> جزیه و تحلیل چند فراکتال جریان رود ارائه شده است. در این روش به جای استفاده از زنجیره‌ی اصلی جریان در تشکیل طیف لزاندر از ضرایب موجک آن استفاده می‌شود. کاربرد این روش در کنار حذف پراش از محتوای علامت جریان باعث گردیده تا تجزیه و تحلیل چند فراکتال جهت بررسی رفتار رود با کیفیت بسیار بالاتر نسبت به مطالعات پیشین انجام شود. 40 سال داده‌های مربوط به میانگین ماهانه بدۀ‌ی رود قره آغاج در سه ایستگاه برای این تجزیه و تحلیل در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل بر دو نکته تأکید دارند. اول آن که حذف پراش از محتوای علامت به طرز معناداری بر آشکار شدن الگوهای چند فراکتال زنجیره‌های جریان اثر دارد. نتیجه‌ی مهمتر آن که رفتار جریان رود در بستر زمان اصولاً چند فراکتال است، اما بی نظمیهای موضعی مانند سیلاب باعث می‌گرددند تا رود رفتاری تک فراکتال از خود بروز دهد، گویی که این تغییر رفتار، عکس‌العمل رود به تغییر شرایط پایدار خود می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** تجزیه و تحلیل چند فراکتال، پراش، طیف تکینگی، طیف چند فراکتال، جریان رود.

<sup>1</sup>- استادیار گروه مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی واحد مرودشت

<sup>2</sup>- استاد دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه شیراز

<sup>3</sup>- دانشجوی دکتراپی مهندسی عمران دانشگاه شیراز

\*-نویسنده مسئول: Fattahi\_mh@yahoo.com

## مقدمه<sup>۴</sup>

در کنار روش‌های سنتی آماری پیش‌بینی و تحلیل زنجیره‌های زمانی، که کاربردهای فراوان و مؤثری در آشناسی دارند، ظهور علوم جدید و روش‌های نوین، پرتوهای رoshنی را بر زوایایی از تحلیل زنجیره‌های زمانی افکنده است، که تاکنون چندان آشکار نبودند. علوم غیرخطی از آن جمله علومی هستند که با ورود به حیطه‌ی تحلیل زنجیره‌های زمانی، این حوضه را چار تحول بنیادین کرده‌اند. ظهور و ورود نظریه‌هایی همچون نظریه‌ی آشوب و تجزیه و تحلیل فرآکتال که به زعم بسیاری بعد از نسبیت و مکانیک کوانتیک شود (سیواکومار، 2004؛ قربانی و همکاران، 2010) به حوزه‌ی تحلیل زنجیره‌های زمانی در کنار گسترش لحظه‌به لحظه روش‌های غیرخطی شبیه سازی و مطالعه‌ی جریان از جمله روش‌های متنوع هوش مصنوعی، منطق فازی، الگوریتم‌های بهینه سازی غیر خطی و روش‌های نظریه‌ی موجک، این شاخه از علوم را مجالی غیر قابل چشم‌پوشی برای محققین آشناسی ساخته است.

واژه‌ی فرآکتال برای اولین بار به وسیله‌ی مندلبرات (1967) از ریشه‌ی لاتین fractus به معنای شکسته شده برای این علم جدید برگرفته شده است. مندلبرات در نظر داشت این مفهوم را القاء کند که فرایندهای زمانی، مکانی یا اجسامی که فرآکتالی می‌باشند، ماهیتی پیوسته ولی غیر قابل تفکیک دارند، یعنی هر تلاشی برای تفکیک این اجسام

از ویژگیهای بسیار مهم فرایندهای طبیعی شامل فرایندهای آشناسی قابلیت ارائه و بررسی آنها به صورت زنجیره‌ی زمانی<sup>۱</sup> می‌باشد. با تحلیل رفتار زنجیره‌های زمانی می‌توان به اطلاعات بسیار زیادی در خصوص الگوهای حاکم بر رفتار پدیده‌ها دست یافت. بدئی جریان رود از مهمترین زنجیره‌های زمانی در فرآیندهای آشناسی می‌باشد. رودها به عنوان یکی از منابع اصلی تأمین آب شرب، کشاورزی و صنعت دارای نقش محوری در توسعه‌ی پایدار یک کشور می‌باشند. فعالیتهای بسیاری همچون ساختن سدها و پلهای، برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب، احداث تأسیسات و ... از مهمترین مواردی محسوب می‌شوند که تحت تأثیر مستقیم جریان رود قرار دارند، به همین دلیل، در اختیار داشتن ابزار ریاضی دقیق برای پیش‌بینی و تحلیل رفتار زنجیره‌های زمانی جریان رود در روند مطالعات آشناسی از اهمیت زیادی برخوردار است.

در سالهای اخیر ابزارهای بسیاری برای بررسی رفتار زنجیره‌های زمانی و پیش‌بینی آنها معرفی گردیده‌اند. لزوم و اهمیت آگاه بودن از مقادیر و رفتارهای آتی فرایندهای آشناسی باعث گردیده است تا روز به روز شاهد پیشرفت روش‌های ارائه شده، و همچنین ظهور روش‌های جدیدتر و تحول در روش‌های تجزیه و تحلیل زنجیره‌های زمانی باشیم.

<sup>1</sup>. time series

ها، منجر به نتایج نادرست می‌گردد (گلیکمن و همکاران، 1990؛ دیمیتریو و همکاران، 2000). تاکنون کمتر تحقیق مستقلی در مورد چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود انجام پذیرفته است. آنچه خصوصاً در تحقیقات چند فراکتال مورد نظر می‌باشد، بررسی نحوه‌ی تغییرات طیف چند فراکتالگی زنجیره‌ی زمانی پدیده‌ی مورد نظر در نقاط وقوع رویدادهای بزرگ آن زنجیره است. آنچه در این پژوهش از طرف محقق مورد توجه قرار گرفته است، در واقع بررسی میزان و نوع تغییرات طیف چند فراکتالگی زنجیره‌های زمانی جریان رود در زمان وقوع سیلابهای بزرگ است. در این راه و با استفاده از نظریه‌ی تجزیه و تحلیل موجک، روش جدیدی برای محاسبه طیف لزاندر چند فراکتالگی ارائه گردیده است.

در مطالعات محققین پیشین، اصولاً تمرکزی بر یافتن تغییر رفتار الگوی چند فراکتال جریان سیلابی رود دیده نمی‌شود، ولی از مهمترین تلاشها در به کار گیری تجزیه و تحلیل چند فراکتال در مورد جریان رود موارد زیر را می‌توان نام برد.

رادژیوسکی و همکاران (1997) زنجیره‌ی زمانی بدھی روزانه رود وارتا در لهستان را در یک بازه‌ی زمانی بلند 170 ساله مورد تجزیه و تحلیل فراکتال قرار دادند. ایشان ابتدا اثرات فصلی را از داده‌های خام حذف کرده و زنجیره‌ها را بهنجار کردند. بعد فراکتال زنجیره‌ی زمانی رود وارتا

به اجسام ریزتر به مشاهده همان ساختار و با وضوح بیشتر منجر می‌گردد، یعنی نوعی تکرارگونگی دریک یا چند واحد مشخص یا یک الگو که این تکرار منجر به تولیدیک جسم یا پدیده‌ای پیچیده می‌شود.

آن گونه که گفته شد، فراکتال اشیاء یا فرایندهایی را در بر می‌گیرد که نوعی تکرار الگو در آنها به چشم می‌خورد. این تکرار می‌تواند قطعی یا تصادفی باشد. در صورتی که یک الگوی مشخص تکرار گردد شیء یا فرایند موردنظر فراکتال بوده، و در صورتی که چند الگوی مختلف بر پدیده‌ی مورد نظر حاکم باشند، آن پدیده‌ی چند فراکتالی است. روش نو برای تحلیل چند فراکتال زنجیره‌های زمانی جریان رود با استفاده از تجزیه و تحلیل موجک بیان شده است. در همین راستا، فراسنجهایی برای بررسی تغییرات چند فراکتال طیفهای تکینگی، که از تحلیل چند فراکتال به دست می‌آیند، تعریف گردیده‌اند. با استفاده از این فراسنجهایی، همبستگی تغییرات چند فراکتال زنجیره‌ی زمانی بدھی رود در بازه‌هایی مشخص و متوالی بررسی شده، و الگوهای چند فراکتال حاکم بر آن استخراج گردیده‌اند. هدف از انجام این پژوهش بررسی رفتار چند فراکتالی زنجیره‌های زمانی جریان سیلابی رود می‌باشد.

تحقیقات اخیر بر محققین این نکته را ثابت کرده‌اند که بسیاری از پدیده‌های زمین فیزیکی طبیعتی چند فراکتال دارند، و تحلیل تک فراکتال زنجیره‌های زمانی این پدیده-

شامل تجزیه و تحلیل نوسانات غیرهمرونده<sup>۱</sup>، تجزیه و تحلیل موجک، و همچنین روش چند فراكتال DFA را به کار بردن. این روشها قابلیت تشخیص ویژگیهای غیرایستایی داده‌ها را در هر مقیاس زمانی دارند. نتایج ایشان نشان دادند که در بازه‌های بلند، شامل دامنه‌های چندین هفته‌ای، داده‌ها همبسته می‌باشند، و همبستگی با تابع  $y = s \approx C(s)$  تعریف می‌گردد که  $y$  از رودی به رود دیگر تغییر می‌کند. از دیگر نتایج تحقیق ایشان وجود پدیده‌ی چند فراكتالی ضعیف داده‌ها در بازه‌های بلند بود.

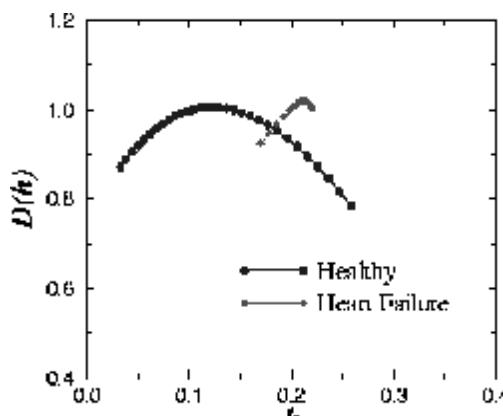
افراد دیگری نیز از ابزار تجزیه و تحلیل فراكتالی برای تحلیل زنجیره‌های زمانی استفاده کرده‌اند. مثلاً شانگ و همکاران (2005) با رسوبرود زرد چین را به صورت یک زنجیره‌ی زمانی با خصوصیات فراكتالی بررسی کرد، و یا موحد و همکاران (2008) در مورد بدهی جریان رود تجزیه و تحلیل فراكتالی انجام داده‌اند. کشاورزی و همکاران (2005) نیز اغتشاشهای جریان در نهر را به صورت زنجیره‌ی زمانی معرفی کرده و نوعی تجزیه و تحلیل فراكتالی را جهت تعیین بعد فراكتال زنجیره‌های زمانی به کار بردن.

به وسیله‌ی روش جعبه‌ی شمارش محاسبه گردید. تغییرپذیری الگوی زنجیره‌ی زمانی بدهی رود در زمان با تعریف کردن پنجره‌هایی به طول 10 یا 30 سال مورد مطالعه قرار گرفت. ایشان خصوصیات طیفی زنجیره‌های زمانی جریان را در هر حالت مقایسه نموده، و همچنین رفتار fBm زنجیره را، که نمایانگر ویژگیهای فراكتال و همچنین ضریب هرست زنجیره می‌باشد بررسی کردند. تحقیق رادژیوویسکی و همکارانش به عنوان یکی از اولین تلاشها برای یافتن الگوهای فراكتال حاکم بر جریان رود مطرح گردید، و یافته‌های جالبی را از رفتار پدیده‌های غیرایستا، همچون بسیاری از فرآیندهای آبشناصی آشکار ساخت.

پاندی و همکاران (1998) از تجزیه و تحلیل چند فراكتالی برای تحلیل جریان 19 رود در حوضه‌های آبخیزی به مساحت 5 تا 1800000 کیلومترمربع در ایالات متحده استفاده کردند. این تحقیق نشان داد که جریان رود در بازه‌های زمانی حداقل  $2^{16}$  تا  $2^3$  روز رفتار چند فراكتال دارند. کوشلنی بوند و همکاران (2006) همبستگی زمانی و خصوصیات چند فراكتالی بدهی رودهای بزرگ را از 41 ایستگاه آبشناصی در سراسر جهان مورد بررسی قرار دادند. برای یافتن همبستگی بلندمدت و رفتار چند فراكتالی در حضور روند، ایشان چندین روش جدید تجزیه و تحلیل

<sup>1</sup> detrended fluctuation method (DFA)

به نوعی بی نظمی در عملکرد قلب منجر به بروز اختلال در رفتار چند فراکتال آن می‌گردد.



شکل ۱. نمودار بعد تعمیم یافته برای قلب سالم و بیمار (نوواک، ۱۹۹۸)

## مواد و روشها

### تک فراکتالها در مقابل چند فراکتالها

در صورتی که تنها یک شاخص فراکتالی (برای مثال بعد فراکتالی) برای ساخت یک شیء فراکتالی<sup>۱</sup> یا یک فرایند فراکتالی<sup>۲</sup> کافی باشد آن شیء یا فرایند، تک فراکتالی، نام نهاده می‌شود، و در غیر این صورت آن شیء یا فرایند، چند فراکتالی می‌باشد. به عبارت دیگر، در قسمتهای مختلف شیء مورد نظر از بعد های فراکتالی متفاوتی برخوردارند. در دنیای واقعی کمتر می‌توان تک فراکتالها یا فراکتالهای قطعی را مشاهده نمود. بیشتر اشیاء از نوع چندفراکتال تصادفی می‌باشند. اگریکی از فرایندهای طبیعی و برای مثال تپش قلب، در نظر گرفته شود، برای هر لحظه از زمان یک بعد فراکتالی عملکرد سامانه(قلب)، را توصیف می‌نماید. بعد تعمیم یافته<sup>۳</sup> یا طیف چند فراکتالی<sup>۴</sup>، ابزارهایی هستند که جهت توصیف پویایی فرایند به کارگرفته می‌شوند. هرگونه رفتار تک فراکتالی سامانه و انحراف از چند فراکتالگی می‌تواند به عنوان ابزاری برای تشخیص اغتشاش یا عیوب در سامانه به کارگرفته شود. برای مثال، در شکل (۱)، بعد تعمیم یافته برای قلب سالم و بیمار به تصویر کشیده شده است. همان‌گونه که مشخص است، قلب بیمار رفتار چند فراکتال از خود بروز نمی‌دهد و

**تجزیه و تحلیل فراکتال زنجیره زمانی**

هدف از تحلیل فراکتال زنجیره‌های زمانی، یافتن یک یا چند مورد از ویژگیهای زیر در آن زنجیره زمانی می‌باشد: خاصیت خود شباهت، روابط توافقی مقیاس و استقلال نسبت به تغییر مقیاس. روش‌های تجزیه و تحلیل فراکتال متنوعه‌اند اما همگی وجه اشتراکی دارند و آن به کارگرفتن معادله‌ی  $1$  در شبیه برآش یافته برای تعیین ضریب مقیاس  $e$  از شیب نمودار لگاریتم ویژگی  $q$  به لگاریتم مقیاس  $\delta$  می‌باشد. اندیشه‌ی اصلی آن است که در پس نوسانات پیچیده و گاهی به ظاهر تصادفی یک زنجیره زمانی، ساز و کاری عمل می‌نماید که با تغییر مقیاس زمانی، عملکرد آن تغییر نخواهد کرد.

$$q = ps^e$$

۱

1 fractal object

2 fractal process

3 Generalized Dimension

4 multifractal spectrum

بررسی کرد) بيسينگويت و همكاران، 1994؛ ايوانوف و همكاران، 1999). در اين پژوهش تجزيه و تحليل چند فراكتال را در مورد زنجيره‌های زمانی جريان رود انجام شده است.

يکی از پرکاربردترین ابزارها در اين نوع تجزيه و تحليل بعد تعميم يافته، طيف تکينگی<sup>3</sup> که به طيف چند فراكتالگی نيز مشهور می‌باشد و نيز شدت تکينگی<sup>4</sup> می‌باشند.

اندیشه‌ی اصلی جهت ساختن اين توابع برپايه‌ی بهره‌گیری بعد در هر مقطع به روش شمارش جعبه‌ای قرار دارد. روند محاسبه شاخصهای فوق الذکر به صورت زیر می‌باشد:

- 1- پوشاندن کل الگو با شبکه‌ای با اندازه‌ی واحد  $d$
- 2- محاسبه‌ی حجم اطلاعات در هر جعبه (هرخانه  $i$  از شبکه) با استفاده از رابطه‌ی 2:

$$p_i(d) = d^{a_i} \quad 2$$

- 3- محاسبه‌ی بعد تعميم يافته به وسیله‌ی رابطه‌ی 3:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\log \sum p_i^q(d)}{\log(d)} \quad 3$$

يک زنجيره‌ی زمانی را به صورت نمایش گستته از  $x_i$  که در آن  $i=1, 2, \dots, N$  تعریف می‌کنیم که نمایشگر تغیيرات زمانی یک فرآيند یا علامت  $(x(t))$  در بازه‌های يکسان زمانی  $\Delta t$  می‌باشد. طول يک زنجيره‌ی زمانی را معمولاً  $N$  در نظر می‌گيرند که باید متوجه اختلاف آن با تداوم زنجيره در زمان واقعی به صورت  $T = N\Delta t$  باشیم.

بسامد زنجيره نيز به صورت  $f_s = \frac{1}{\Delta t}$  می‌باشد. با اين تعاريف می‌توان نتيجه گرفت که يک زنجيره‌ی زمانی در واقع يک علامت عددی می‌باشد و از اين رو تحليل زنجيره‌های زمانی غالباً پردازش علامت عددی نيز نامیده می‌شود (ويتكانت، 1991). فواصل زمانی سنجش  $x$  غالباً يکسان و یکنواخت است، که در آن صورت زنجيره را يک زنجيره‌ی هم‌فاصله<sup>1</sup> می‌نامند، و اين در حالی است که روش‌های تحليلي برای تجزيه و تحليل زنجيره‌های زمانی غيرهم-فاصله<sup>2</sup> نيز وجود دارد. عبارت زنجيره‌ی زمانی فراكتال در پيشينه‌ی تحقيقات اين موضوع دلالت بر يک علامت زمانی تکفراكتال يا فراكتال منفرد دارد. زنجيره‌های زمانی چند فراكتال غيرهمگن بوده و خاصیت خود شباهت را در بازه‌های موضعی از ساختار اصلی نشان می‌دهند، ضمن آن که مقیاس اندازه‌گیری فراكتال آنها با زمان تغيير می‌کند؛ بنابراین، می‌توان آنها را با مجموعه‌ای از فراكتالهای موضعی

<sup>3</sup> Singularity Spectrum  
<sup>4</sup> Singularity Intensity

<sup>1</sup> equidistant  
<sup>2</sup> none equidistant

$$a(q) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\sum_i m_i(q, d) \log p_i^q(d)}{\log(d)} \quad 6$$

6- در بررسی چند فراكتالها پس از به دست آوردن طیف چند فراكتالگی، معمولاً تغییرات آن در برابر تغییرات شدت تکینگی ترسیم می‌شود، و جهت بررسی خصوصیات هندسی شیء مورد نظر، یا خصوصیات فیزیکی فرآیند مورد بحث، استفاده می‌گردد.

یک روش جدید برای تهیه‌ی این طیف استفاده از ضرایب تبدیل موجک و تعیین طیف لزاندر می‌باشد که در حد به سوی طیف تکینگی میل می‌نماید. تبدیل پیوسته موجکی<sup>1</sup> (CWT) یکتابع مانند  $f$ ، یک تبدیل انتگرالی به شکل زیر است:

$$(w_y f)(a, b) = \int_R f(x) y_{a,b}(x) dx, \quad 7$$

که در آن  $a$  فراسنج مقیاس و  $b$  فراسنج انتقال می‌باشد، که در واقع موقعیت موجک را نمایش می‌دهد.

را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$y_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} y\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad 8$$

که در آن  $q$ ، به مبنا (پایه‌ی  $i$ ) محاسبه بعد تعمیم یافته مشهور می‌باشد، و از نظر ریاضیات مسئله‌ی انتخاب هر عدد دلخواه حقیقی به عنوان مبنای محاسبه بعد تعمیم یافته امکان پذیر است، ولی باید با توجه به فیزیک و طبیعت شبیه مقادیر مبنای مناسب را انتخاب نمود. برای استفاده از بعد تعمیمی یافته معمولاً بعد تعمیم یافته برای چند پایه  $q$  (متفاوت محاسبه و تغییرات بعد تعمیمی یافته در مقابل تغییرات پایه ترسیم می‌گردد. مقادیر محور  $h$  در شکل مربوط به عملکرد قلب، شکل 2-12، همان مقادیر مبنای باشند که در این رابطه با نماد  $q$ ، نمایش داده شده‌اند.

4- محاسبه‌ی فراسنج اندازه‌ی تعمیم یافته: تعیین این فراسنج جهت محاسبه‌ی طیف چند فراكتالگی ضروری است. این فراسنج به وسیله‌ی رابطه‌های 4 و 5 محاسبه می‌شود:

$$m(q, d) = \frac{p_i^q(d)}{\sum_i p_i^q(d)} \quad 4$$

$$f(a) = \lim_{d \rightarrow 0} \frac{\sum_i m_i(q, d) \log m_i(q, d)}{\log(d)} \quad 5$$

5- پس از آن شدت تکینگی طیف چند فراكتالگی به کمک رابطه‌ی 6 محاسبه می‌شود:

<sup>1</sup> continues wavelet transform

در اين عبارتها ز، سطح اعمال تابع موجک،  $k$  محل اعمال آن می‌باشد.  $q$  همان پایه‌ی محاسبه‌ی بعد و عددی حقيقی است که می‌تواند مثبت یا منفی اختیار شود و  $d_{j,k}$  ها ضرایب به دست آمده از اعمال تابع موجک بر زنجیره‌ی زمانی مورد نظر می‌باشند.

سپس طيف لزاندر به کمک رابطه‌ی 13 به دست می‌آيد.  
در عمل از اين طيف به عنوان تقریبی از طيف تکینگی استفاده می‌شود:

$$f_L(a) = \inf_q \{ qa - T(q) \} \quad 13$$

بالاستفاده از اين روابط، برنامه‌ی مورد نياز جهت تعیين طيف چند- فراكتالگی (طيف لزاندر) تحت نرم افزار MATLAB تهييه شد و برای تحليل چند- فراكتالی زنجирه‌های زمانی جريان رود استفاده گردید. نتایج حاصل از اين برنامه در بخش بعدی ارائه می‌گردد. اکنون مفهوم چند فراكتالگی از ديدگاه اين طيف مورد بحث قرار می‌گيرد.

زمانی که طيف چند- فراكتالگی تهييه گردید، با بررسی دهانه‌ی اين منحنی، و نيز زاويه‌اي که شيب قسمت چپ نمودار اين طيف را تعريف می‌نماید، می‌توان به ميزان نزديك بودن فرایند به يك تک- فراكتال مطلوب يا يك چند- فراكتال مطلوب پس برد، اين زاويه (زاويه‌ی مشخصه چند- فراكتالگی)، در شكل 2 نشان داده شده است. هر اندازه اين زاويه کمتر و دهانه‌ی منحنی بازتر

به اين تبديل پيوسته می‌گويم، زيرا که  $a$  و  $b$  اعداد واقعی هستند.

تبديل گسسته‌ی موجکی<sup>1</sup> (DWT) که از معادله 7 گرفته شده و برای مقادير گسسته  $a$  و  $b$  می‌باشد، زمان محاسبات را بطور قابل توجهی کاهش داده و ضمناً کارکرد ساده‌تری نيز دارد:

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{j,k}^j y_{j,k}(t) \quad 9$$

که در آن ضرایب به صورت زیر مشخص می‌گردد:

$$d_k^j = \int_R f(t) y_{j,k}(t) dt \quad 10$$

برای استفاده از ضرایب تبديل موجک و تعیين طيف لزاندر ابتدا تابع  $(q, T)$ ، به کمک ضرایب تبديل موجک و به کمک رابطه‌ی 11، محاسبه می‌گردد. همچنان، شدت تکینگی نيز با کمک رابطه‌ی 8 با بهره جستن از ضرایب تبديل موجک به دست می‌آيد:

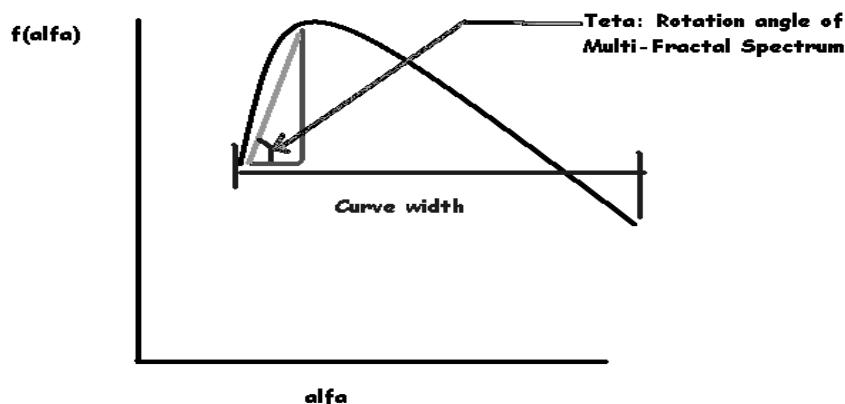
$$T(q) = \lim_{j \rightarrow \infty} \log_2 E|d_{j,k}|^q \quad 11$$

$$a(t) = \lim_{k 2^j \rightarrow t} \frac{1}{j} \log_2 |d_{j,k}| \quad 12$$

<sup>1</sup> discrete wavelet transform

برخوردار است.

باشد، فرایند مورد نظر از درجه‌ی چندفراکتالگی بالاتری



شکل 2. فراسنجه‌ای تعریف کننده چند-فراکتالگی.

است و دارای پستی و بلندی نیمه مسطح و نیمه کوهستانی است و از نظر آب و هوایی در منطقه‌ای تقریباً گرم و خشک و با متوسط بارندگی سالانه کمتر از 200 میلیمتر واقع می‌باشد؛ از نظر موقعیت جغرافیایی این حوضه در جنوب استان فارس و شمال استان بوشهر واقع است. برای انجام این پژوهش زنجیره‌های زمانی جریان رود در سه ایستگاه ذکر شده به صورت ماهانه استفاده گردیده است. شکل 3 موقعیت حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج را نشان می‌دهد.

## معرفی حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج

حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج در استان فارس به عنوان مورد مطالعاتی در این پژوهش انتخاب شده است. داده‌های بدی جریان ماهانه این حوضه به مدت 4 سال، از سال 1350 تا 1390 مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این داده‌ها از سه ایستگاه آبسنجی بند بهمن، علی آباد و تنگ کارزین برداشته شده‌اند. پنهانه‌ی آبخیز قره‌آغاج تا ایستگاه بند بهمن 1601 کیلومتر مربع، تا ایستگاه علی آباد 2631 کیلومتر مربع و تا ایستگاه تنگ کارزین 1375 کیلومتر مربع



شکل ۳. موقعیت حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج.

در این مرحله از ضرایب موجک گسسته برای محاسبه

تابع فراسنچ مقیاس<sup>۱</sup>،  $t(q)$ ، استفاده شده است. با توجه به آن که استفاده از زنجیره‌ی زمانی اصلی با داشتن محتوای نویه‌ای ممکن است تا حد زیادی رفتار چند فراكتالگی فرآیند مورد نظر را تحت تأثیر خود قرار دهد، در ابتکاری تازه به جای زنجیره‌ی زمانی اصلی از ضرایب موجک گسسته (که طبق نتایج حاصله بهترین تبدیل موجکی برای کاهش محتوای نویه‌ای به حساب می‌آید) استفاده گردیده است (فتحی و همکاران، 2011). شدت تکینگی نیز با استفاده از ضرایب موجک گسسته محاسبه شده، و در نهایت طیف لزاندر تکینگی به عنوان تقریبی از طیف تکینگی محاسبه می‌گردد.

پس از به دست آوردن طیف چند فراكتالگی، که در واقع ترسیم طیف تکینگی،  $f(a)$ ، در برابر شدت تکینگی،  $a$ ، می‌باشد، با بررسی دهانه‌ی این منحنی، و نیز زاویه‌ای که

## نتایج

### نتایج تجزیه و تحلیل چند فراكتال زنجیره‌های زمانی جريان رود

همان گونه که در نظریه‌ی تجزیه و تحلیل چند فراكتال اشاره گردید، در صورتی که بر پدیده‌ی فراكتالی بیش از یک الگو حاکم باشد، آن گاه آن پدیده چند فراكتال است. مهمترین ویژگی یک پدیده‌ی چند فراكتال را باید در طیف تکینگی آن جستجو کرد. در این تحقیق، برای محاسبه‌ی طیف تکینگی از روش جدیدی استفاده گردیده است. در واقع، پس از محاسبه بعد تعمیم یافته بر پایه‌ی بهره‌گیری از روش شمارش جعبه‌ای در هر بعد، سپس محاسبه‌ی فراسنچ اندازه تعمیم یافته، شدت تکینگی طیف چند فراكتالگی محاسبه می‌شود، معادله‌ی ۷. شدت تکینگی از آن رو مهم است که ترسیم آن در برابر طیف چند فراكتالگی می‌تواند خصوصیات چند فراكتالگی فرآیند را نمایان کند.

<sup>1</sup> scaling parameter function

محدوده‌ی مشخص زمانی، و طول پنجره داده‌ای که تحلیل هر بار درون آن باید صورت بگیرد، تنها ورودیهای برنامه هستند. شکل 4 مشخصه‌ی نمایانگر چند فراکتالگی، یعنی زاویه‌ی مشخصه‌ی چند فراکتالگی، و باز شدگی منحنی به بزرگترین مقدار خود در این محدوده‌ی زمانی تقسیم و رسم شده‌اند. همچنین، بدءی سیلابهای به وقوع پیوسته در این محدوده‌ی زمانی نیز به بیشینه‌ی بدءی حادث شده در هر محدوده‌ی زمانی تقسیم شده، و تجزیه و تحلیل در کنار تغییر زاویه‌ی مشخصه ترسیم شده است. در نتیجه، می‌توان تغییرات چند فراکتالگی را به موازات بررسی رخدادهای بزرگ سیلاپ در محدوده‌ی زمانی خاصی مطالعه کرد.

با بررسی سیلابهای بزرگ به وقوع پیوسته در حوضه‌ی آبخیز رود قره‌آغاج، پنج بازه‌ی زمانی مختلف به ترتیب از ماه 60 تا ماه 130، از ماه 160 تا 200، از ماه 220 تا ماه 340، از ماه 270 تا ماه 310 و از ماه 310 تا ماه 380 انتخاب شده، و تغییرات طیف چند فراکتالگی در این پنج بازه بررسی گردیده‌اند. در شکل 5 نحوه‌ی نوسان طیف چند فراکتالگی با بزرگی سیلاپ نشان داده شده است.

با بررسی نمودارهای ترسیم شده در این پنج بازه زمانی آشکارا می‌توان به تغییرات طیف چند فراکتالگی قبل از وقوع سیلابهای بزرگ اشاره کرد. در تمام بازه‌های یاد شده، و پیش از وقوع رخدادهای بزرگ سیلاپ، طیف چند فراکتالگی به سمت تک فراکتالگی سوق پیدا می‌کند.

شب قسمت چپ این نمودار را تعریف می‌نماید، می‌توان به میزان نزدیک بودن فرایند به یک تک فراکتال مطلوب و یا چند فراکتال مطلوب پی برد.

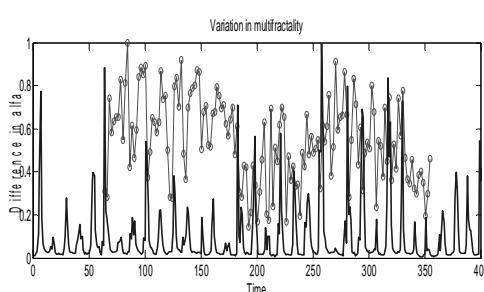
## الگوریتم تحلیل و نتایج حاصل از بورسی ویژگیهای

### چند فراکتالگی زنجیرهای زمانی جریان رود

در این تحقیق ابتدا یک پنجره داده‌ای با طول مشخص در نظر گرفته می‌شود. این پنجره در طول زنجیره‌ی زمانی جریان رود شامل اختلاف دو سیلاپ بزرگ حرکت می‌نماید. در هر مرحله، با اعمال تابع موجک بر داده‌های درون این پنجره، و با استفاده از روابط گفته شده‌ی پیشین، طیف چند فراکتالگی داده‌ها برای هر پنجره به دست می‌آید. سپس با اندازه‌گیری بازشدگی هر منحنی و زاویه‌ی قسمت سمت چپ، معیارهای چند فراکتالگی محاسبه می‌شوند. این اطلاعات بطور متوسط به ابتدا و انتهای پنجره منتسب می‌گردند. با این روش می‌توان به تحلیل چند فراکتالگی هر محدوده از اطلاعات سیلاپ پرداخت.

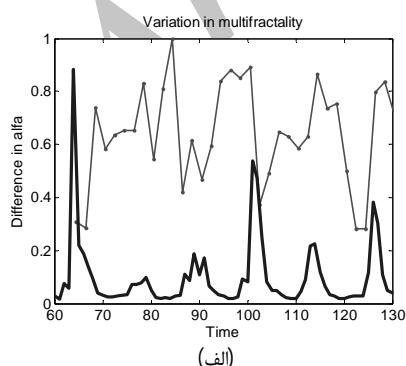
برای درک بهتر از تغییرات چند فراکتالگی زنجیرهای زمانی جریان رود، نموداری به عنوان تغییرات چند فراکتالگی ابتداء در مورد کل بازه داده‌های مورد نظر (کل داده‌های ماهانه‌ی ایستگاه بند بهمن) اعمال می‌شود. در این نمودار تغییرات چند فراکتالگی و زنجیره‌ی زمانی جریان رود، حاوی رخدادهای سیلاپ بزرگ بر روی همدیگر نمایش داده می‌شوند (شکل 4). در این روش زمان وقوع سیلاپ در یک

طول دهانه‌ی این طیف نیز در این حالت قابل برشمردن است، که نشان از افزایش خواص چند فراکتالگی دارد، در حالی که با استفاده از علامت اصلی در محاسبه‌ی تابع فراسنج مقیاس و شدت تکینگی



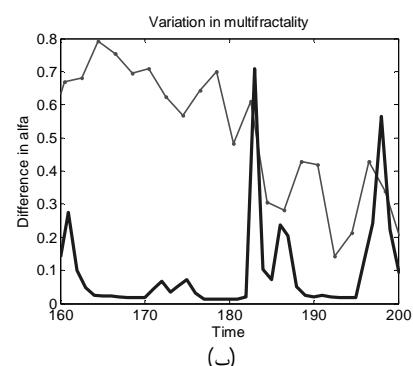
شکل 4: تغییرات زاویه‌ی مشخصه چند فراکتالگی با زمان و بر روی نمودار زنجیره‌ی زمانی جریان در کل بازه‌ی 420 ماه

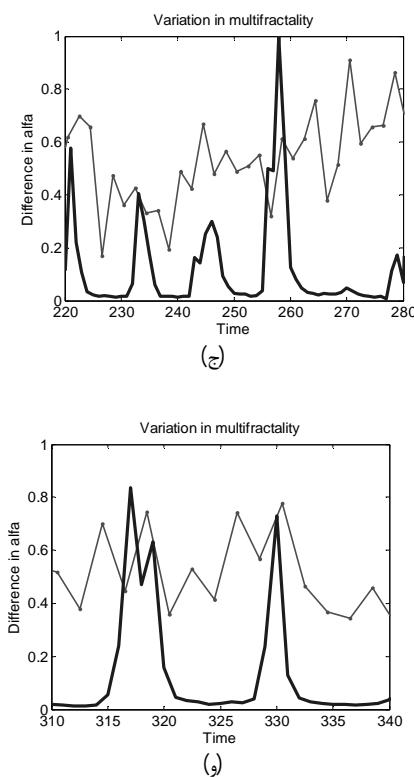
(معادلات 7 و 8)، اغتشاشی در تشکیل طیف تکینگی از یکسو، و کاهش حداقل طول دهانه‌ی طیف تکینگی از سوی دیگر، نمایانگر کاهش ویژگیهای چند فراکتالگی زنجیره‌ی زمانی می‌باشند.



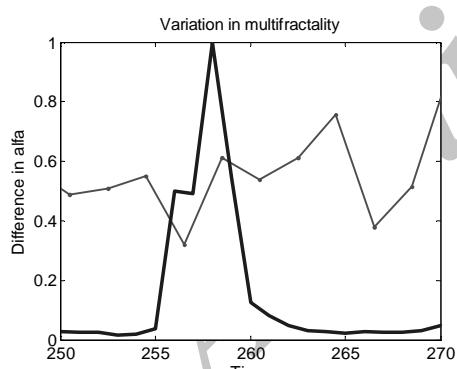
بررسیها نشان می‌دهند که این وضعیت ثابت باقی نخواهد ماند و پس از عبور اوج سیلاب مجدداً پدیده مزبور به سمت چند فراکتالگی حرکت می‌کند، که این مورد را با افزایش در شب نمودار قرمز رنگ در اشکال نشان داده شده می‌توان تعقیب کرد. شکل 6 این موضوع را به صورت برجسته‌تر نشان می‌دهد.

یکی دیگر از نتایج این قسمت به اثر محتوای نووهای بر طیف چند فراکتالگی مربوط می‌شود. با مطالعه‌ی شکل 7 می‌توان دریافت که چگونه روش جدید در به کار گرفتن ضرایب تبدیل موجکی گسسته به جای علامت اصلی زنجیره‌ی زمانی جریان می‌تواند به آشکار شدن الگوهای چند فراکتال آن کمک کند. همان‌گونه که از این شکل بر می‌آید، طیف تکینگی، که از بهترین ابزارهای بررسی چند فراکتالگی فرآیندها به شمار می‌آید، در صورت استفاده از ضرایب موجکی گسسته به خوبی شکل می‌گیرد. افزایش حداقل

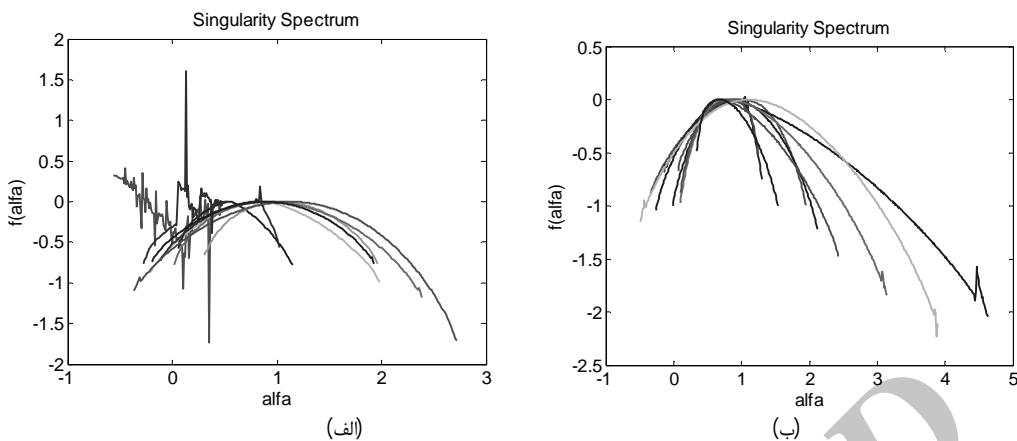




شکل 5. نمودار مشخصه‌های چند فراکتالگی حاصل از تحلیل بازه‌های مختلف. (الف) بازه‌ی 70 تا 130 ماه؛ (ب) بازه‌ی 160 تا 200 ماه؛ (ج) بازه‌ی 280 تا 310 ماه؛ (د) بازه‌ی 270 تا 310 ماه؛ (ه) بازه‌ی 310 تا 340 ماه.



شکل 6. نمودار مشخصه چند فراکتالگی نمایانگر کاهش چند فراکتالگی زنجیره‌ی زمانی قبل و در زمان وقوع رویداد سیلاب، بازه‌ی 250-270 ماه



شکل 7: تأثیر به کار گرفتن ضرایب تبدیل موجکی گسسته به جای علامت اصلی زنجیره‌ی زمانی جريان در تشکیل طیف چند فراكتالگی.  
 (الف) طیف چند فراكتالگی زنجیره‌های زمانی خام؛ (ب) طیف چند فراكتالگی زنجیره‌های زمانی با حذف پراش

سيلاپ بزرگ اين رود بررسی گردیده است. هدف از انجام

اين مطالعه يافتن الگوي حاكم بر تغييرات چند فراكتالگي در فرآيند جريان رود بوده است. مطالعات انجام شده در اين بخش دو نتيجه‌ي كلی را حاصل مى‌نمایيد: اولاً، اين که تأثير حذف محتواي نوهاي و پردازش زنجيره‌های زمانی در تشکيل طيف تکينگي و افزایش خواص چند فراكتالگي زنجيره‌های زمانی مشهود است. با توجه به شکل 7 مى‌توان به تأثير عمليات پردازش بر تشکيل طيف چند فراكتالگي و افزایش خواص چند فراكتالگي پي برد.

نتيجه‌ي دوم، که از يك تجزيه و تحليل بازه به بازه چند فراكتال در فاصله‌ي هر دو سيلاب بزرگ رود قره‌آجاج به دست آمده است، مهمتر و جالب‌تر مى‌باشد. بر اساس نتائج اين تجزيه و تحليل چند فراكتالگي زنجيره‌ی زمانی جريان رود به هنگام نزديک شدن به زمان وقوع يك سيلاب بزرگ، و گاهی در زمان وقوع سيلاب کاهش يافته و به سمت تک

## نتيجه گيري

در انجام اين تحقيق، هدف بررسی ميزان تغييرات طيف چند فراكتالگي زنجيره‌های زمانی جريان رود در زمان وقایع بزرگ سيلاب مى‌باشد. در اين پژوهش محققان در تعیین طيف تکينگي که خود برای ايجاد طيف چند فراكتالگي به کار برده مى‌شود از ضرایب تبدیل موجکی گسسته، به جاي استفاده از زنجيره زمانی اصلی، استفاده کرده‌اند. اين روش را در محاسبه شدت تکينگي نيز به کار گرفته‌اند. به اين ترتيب و با به کار گرفتن ضرایب پردازش شده زنجيره‌ی زمانی کمک چشمگيري در ايجاد طيف چند فراكتالگي مى‌شود.

تجزيه و تحليل چند فراكتال در مورد زنجيره‌های زمانی جريان رود و در جهت بررسی تغييرات طيف چند فراكتالگي جريان رود به هنگام وقایع سيلاب، و در بازه‌های هر دو

- Nikooee. Fractal assessment of wavelet based techniques for improving the predictions of the artificial neural network. Journal of Food, Agriculture & Environment, Vol. 9 issue 1 (2011) 719-724.
3. M.B. Geilikman, T.V. Golubeva, V.B. Pisarko. Multifractal patterns of seismicity. Earth planet Sci. Lett. 99 (1990) 127-132.
  4. M.A. Ghorbani, O. Kisi, M. Aalinejad. A probe into the chaotic nature of daily streamflow time series by correlation dimension and largest Lyapunov methods. Applied Mathematical Modelling 34 (2010) 4050–4057
  5. P. Ivanov, L. Amaral, A. Goldberger, S. Halvin, M. Rosenblum, Z. Struzik and H. Stanly. Multifractality in human heartbeat dynamics. Nature 6(1999) 461-465.
  6. A.R. Keshavarzi, A.N. Ziae, E. Homayoun and A. Shiravani. Fractal-Markovin scaling of turbulent bursing process in open channel flow. Chaos, Solitons & Fractals. 25(2005) 307-3180.
  7. E. Koscielny- Bunde, J.W. Kantehardt, P. Braun, A. Bunde and S. Havlin. Long term persistence and multifractality of river runoff records. Journal of Hydrology. 322(2006) 120-137.
  8. B.B. Mandelbrot. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and

فراکتال سوق پیدا می‌کند، و پس از گذشت واقعه سیلاب چند فراکتالگی مجدد افزایش می‌یابد. با مطالعه‌ی شکلهای 5 و 6 می‌توان نتایج حاصله را عیناً مشاهده نمود. نکته‌ی جالب آن که در خصوص تغییرات چند فراکتالگی فرآیند های طبیعی دیگر در زمان وقوع بی قاعده‌ی<sup>1</sup>، محققان سایر علوم نیز بعض‌ا نتایج مشابهی را تجربه کرده اند (نوواک، 1998)، گویی که اصولاً طبیعت رفتار فرآیند های این جهان چند فراکتال است، و صرفاً در زمان وقوع بی نظمی تک فراکتال می‌گردد. در صورتی که با انجام تحقیقات بیشتر، و خصوصاً در حوزه‌های مختلف علوم طبیعی صحت چنین ادعایی به اثبات برسد، می‌توان به گسترش الگوریتمهای عیب‌یابی در هر سامانه‌ی طبیعی بر این اساس امید وار بود.

### سپاسگزاری

نویسنندگان این مقاله از معاونت پژوهشی دانشگاه آزاد اسلامی، واحد مرودشت، که از انجام این پژوهش حمایت کرده است، قدردانی می‌نمایند.

### منابع

1. P.P. Dimitru, E.M. Scordilis, V.G. Karacostas. Multifractal analysis of Arena, Greece seismicity with potential implications for earthquake prediction. Natural Hazard. 21 (2000) 271-295.
2. M.H. Fattahi, N. Talebbeydokhti, G.R. Rakhshandehroo, A. Shamsai and E.

<sup>1</sup> anomaly

- fractional dimension Science, 156(1967) 636-638.
9. M.N. Novak. Emergent nature: patterns, growth and scaling in the sciences in fractals and beyond world scientific. 1998.
  10. G. Pandey, S. Lovejoy and D. Schertzer. Multifractal analysis of daily river flows including extremes for basins of five to two million square kilometers, one day to 75 days. Journal of Hydrology. 208(1998) 62-81.
  11. M. Rodziejewski and W. Kundzewicz. Fractal analysis of flow of Warta. Journal of Hydrology. 200(1997) 280-294.
  12. P. Shang and S. Kamea. Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon. Chaos, Solitons & Fractals. 26(2005) 997-1007.
  13. M.S. Movahed and E. Herminas. Fractal analysis of river flow fluctuations. Physica A. 387(2008) 915-932.
  14. B. Sivakumar. Chaos theory in geophysics: past, present and future. Chaos, Solitons & Fractals. 19(2004) 441-462.
  15. R. Weitkunat. Digital. Biosignal. Processing. Elsevier. Amsterdam. 1991.
  16. J. Bassingwaigthe, L. Liebovitch and B. West. Fractal physiology. Oxford University press. New York. 1994.