

تحلیل فراکتالی گروه زمانی تلاطم سرعت با کاربرد روش نوسان‌های غیرهمروند

سید محراب امیری^{۱*}، علی اکبر حکمت زاده^۲

چکیده

پدیده‌ی اغتشاش یا تلاطم دارای نقش اصلی در انواع پدیده‌های انتقال، از جمله انتقال اندازه‌ی حرکت، انتقال جرم و انتقال حرارت در رودخانه‌ها می‌باشد. با آن مطالعات بسیار وسیعی در مورد این پدیده انجام شده است، اما هنوز هیچ روش دقیقی برای شبیه‌سازی عددی این پدیده وجود ندارد. علت آن است که هنوز ماهیت این پدیده شناخته نشده است. در این مقاله دیدگاه فراکتالی برای ارزیابی رفتار جریان متلاطم مورد استفاده قرار می‌گیرد. بدین منظور، پس از اندازه‌گیری سرعت-های تلاطم از روش تحلیل نوسانهای بدون تمایل (detrended fluctuation analysis) به عنوان یک روش کارآمد تحلیل گروه-های زمانی بهره‌گیری می‌شود. هم‌چنین، با استفاده از این روش، ماهیت چند فراکتالی پدیده‌ی تلاطم مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهند که نمای نوسان برای مولفه‌ی u' (نوسان سرعت در جهت خط جریان) بزرگتر از دو راستای دیگر است، اما هر چه نقطه‌ی اندازه‌گیری به کف نهر نزدیکتر می‌گردد، و به عبارت دیگر اثر گرانیروی قابل توجه می‌شود، این اختلاف کمتر است. افزون بر آن، استفاده از روش چند فراکتالی نوسانهای بدون تمایل (MF-DFA) نشان می‌دهد که در گروه زمانی تلاطم، نمای هارست تعمیم یافته ($h(q)$) به شدت به q وابسته است. هم‌چنین نزولی بودن نمودار $h(q)$ در مقابل q نشان می‌دهد که احتمال وقوع نوسان‌های کوچک در گروه زمانی بیش از نوسان‌های بزرگ است.

واژه‌های کلیدی: تلاطم، فراکتال، چند فراکتال، گروه زمانی

^۱ - استادیار بخش عمران و محیط زیست دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

^۲ - استادیار دانشکده عمران و محیط زیست دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

* - نویسنده مسوول مقاله: mamiri@shirazu.ac.ir

مقدمه

کارمایه تلاطم را تلف کرده و در نهایت، در منطقه‌ی سوم، که منطقه گرانروی^{۱۱} نام دارد، بخش اعظم کارمایه تلاطم به صورت گرما تلف می‌شود. این مراحل به صورت تصادفی و طی یک فرایند آبخاری^{۱۲} با تبدیل از گردابه‌های بزرگ^{۱۳} به گردابه‌های کوچک^{۱۴} کارمایه تلاطمی را مصرف می‌کنند.

دیدگاه دوم سعی دارد تا جریان متلاطم را به صورت یک جریان نظام مند، اما آشوبی^{۱۵}، بیان نماید. کاربرد آشوب^{۱۶} در مکانیک برای توصیف رفتار خاصی است که مربوط به یک سامانه‌ی پویا با تعدادی درجه‌ی آزادی محدود است. این سامانه‌ها یک گروه‌ی شرایط ویژه رفتاری را از خود نشان می‌دهند که طی آن، دو نقطه، که در شرایط اولیه در فاصله‌ی کمی از هم قرار دارند، به صورت نمایی^{۱۷} از یکدیگر جدا می‌شوند. از مهمترین شبیه‌های ارائه شده در دیدگاه نظام مند، پدیده‌های انفجاری^{۱۸} و حرکت گردابه‌ی بزرگ مقیاس^{۱۹} است (نزو و ناکاگوا ۱۹۹۳). در این روش، پدیده‌ی تلاطم به صورت مجموعه‌ای از چرخه‌های متناوب توصیف می‌شود. در هر چرخه چهار قسمت وجود دارد. بر اساس این روش ابتدا باید سرعت تلاطم در دو راستای امتداد جریان (u) و عمود بر جریان (v) اندازه‌گیری شود. این سرعت‌ها را می‌توان به صورت مجموع یک سرعت میانگین (u_{avr}) و سرعت‌های نوسان (u') بیان کرد. سپس این چهار قسمت به صورت زیر توصیف می‌شوند:

منطقه ۱ یا منطقه بیرونی (outward) که در آن $u' > 0$ و $v' > 0$

منطقه‌ی ۲ یا منطقه‌ی پرتاب (ejection) که در آن $u' < 0$ و $v' > 0$

منطقه‌ی ۳ یا منطقه‌ی داخلی (inward) که در آن $u' < 0$ و $v' < 0$

تمامی محققینی که در مورد مکانیک رودخانه‌ها مطالعاتی انجام داده‌اند بر این باورند که اغتشاش^۱ نقش اصلی را در انواع پدیده‌های انتقال در رودخانه‌ها ایفا می‌کنند. عمده این پدیده‌ها عبارتند از: انتقال اندازه‌ی حرکت^۲، انتقال جرم^۳ و انتقال حرارت^۴. انتقال اندازه حرکت به وسیله جریان متلاطم در حقیقت مرتبط با رفتار تنش‌های رینولدز در این جریانهاست. با توجه به آنچه گفته شد، ارائه شبیه‌ی که تطبیق بهتری را با رفتار جریان‌های متلاطم داشته باشد می‌تواند به ارائه یک شبیه مناسب برای بسیاری از پدیده‌های هیدرولیکی منجر گردد. با آن مطالعات بسیار وسیعی در مورد این پدیده انجام شده است، اما هنوز هیچ روش دقیقی برای شبیه‌سازی عددی این پدیده وجود ندارد. (علت این امر به دلیل آن است که هنوز ماهیت این پدیده ناشناخته مانده است)^۵ (نزو و ناکاگوا ۱۹۹۳).

سه دیدگاه عمده برای پدیده اغتشاش ارائه می‌گردد. دو دیدگاه اول نسبت به دیدگاه سوم قدیمی‌ترند. دیدگاه اول ارائه یک شبیه آماری^۶ است. در این دیدگاه سعی می‌شود تا براساس فراسنج‌های میانگین‌گیری شده در جریان متلاطم یک شبیه اغتشاش ارائه گردد. از معروفترین افراد در این زمینه کولموگرو است؛ این دیدگاه هیچ نظمی را در پدیده‌ی تلاطم مدنظر قرار نداده و آن بطور تصادفی^۷ می‌داند (لیسیر، ۲۰۰۸). این دیدگاه جریان متلاطم را به سه منطقه عمده تقسیم می‌کند: در منطقه‌ی اول، که به عنوان منطقه‌ی تولید^۸ شناخته شده و نزدیک به سطح آزاد است، کارمایه تلاطمی تولید می‌شود. این کارمایه به صورت گردابه‌های بزرگ^۹ نمایان می‌گردد.

در منطقه‌ی دوم به نام منطقه‌ی لختی^{۱۰}، این گردابه‌های بزرگ با تبدیل به گردابه‌های کوچکتر مقداری از

^۱ - turbulence

^۲ - momentum Transfer

^۳ - mass Transfer

^۴ - heat Transfer

^۵ - [علت این امر ناشناخته ماندن ماهیت پدیده‌ی مزبور است]

^۶ - statistics

^۷ - stochastic

^۸ - production region

^۹ - large Eddies

^{۱۰} - inertia region

^{۱۱} - viscous Subregion

^{۱۲} - cascade

^{۱۳} - large Eddies

^{۱۴} - small Eddies

^{۱۵} - coherence among chaos

^{۱۶} - chaos

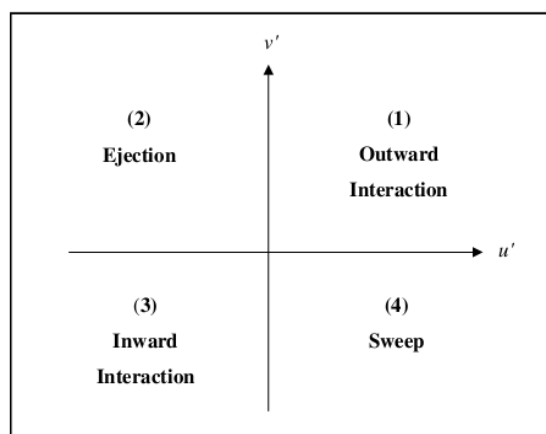
^{۱۷} - exponential

^{۱۸} - bursting phenomena

^{۱۹} - large-scale vortical motion

فرایند آبخاری تصادفی و انتقال از یک مقیاس بزرگ به مقیاس کوچکتر تناسب زیادی با مفهوم فراکتال دارد، بخصوص در جریان متلاطم خود تشابهی به طور کامل مشاهده می‌گردد که مهمترین ویژگی رفتار فراکتالی است (شانگ و کاما ۲۰۰۵).

منطقه‌ی ۴ یا منطقه‌ی جاروب (sweep) که در آن $v' < 0$ و $u' > 0$ این چهار ناحیه در شکل (۱) نشان داده شده‌اند. دیدگاه سوم، که جدیدتر از دو دیدگاه قبلی است، سعی می‌کند تا بین دو دیدگاه قبلی قرار گرفته و با ارائه یک شبیه فراکتالی پدیده تلاطم را توجیه نماید. وجود یک



شکل ۱- مناطق مختلف در پدیده‌ی انفجاری.

آشناسی بوده است (گوپتا و همکاران ۱۹۹۴؛ اسکاتی و منوا، استانلی ۱۹۹۹).

اساساً، گروه‌های زمانی جریان آشفته، علامتهایی پیچیده بوده و بنابراین، به سادگی قابل بررسی نیستند. اغلب مواقع نمی‌توان به راحتی پارازیت^۱ واقعی را در این علامتها تشخیص داده، و یا از صافی مناسب جهت مطالعات استفاده کرد. مهمترین تحقیقات انجام شده در مورد هندسه‌ی فراکتالی پدیده‌ی تلاطم، به‌وسیله‌ی مروستی و استراهل (۱۹۹۴) صورت پذیرفته است. البته در این تحقیق از روش‌های اولیه‌ی بعد فراکتالی پدیده‌ی تلاطم استفاده شده است. اسکاتی و منوا (۱۹۹۹) از یک شبیه فراکتالی برای شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ در جریان آشفته بهره‌گیری کردند. در این تحقیقات آنها از روش درون‌یابی فراکتالی برای محاسبه‌ی ابعاد فراکتالی جریان آشفته بهره‌بردند. تحقیق دیگری نیز در سال ۲۰۰۵ انجام شده است، که در آن هندسه‌ی فراکتالی برای شبیه‌سازی مولفه‌های سرعت تلاطم و تنش برشی تلاطم مورد

از میان سه دیدگاه ارائه شده جهت بررسی تلاطم در جریان، دیدگاه فراکتالی مطابقت بیش‌تری با مشاهدات آزمایشگاهی نشان می‌دهد، بنابراین به نظر می‌رسد که ممکن است، استفاده از این دیدگاه به ارائه‌ی یک شبیه جدید برای استفاده در روش‌های عددی منجر شود. از آن که تغییرات در پدیده‌هایی همچون جریان‌های متلاطم، می‌تواند هم از حیث زمانی و هم از نقطه نظر مکانی مورد بررسی قرار گیرد، دیدگاه‌های فراکتالی موجود نیز این دو طیف از مسائل را شامل می‌شوند.

بررسی ماهیت هندسی جریان متلاطم با دیدگاه فراکتالی را می‌توان در مجموعه دیدگاه مکانی در نظر گرفت. از جمله بررسی‌های ابتدایی در این مورد، تحقیق گسترده‌ای در مورد ماهیت مکانی و زمانی تلاطم بود که در سال ۱۹۸۶ ارائه گردید (سرینیواسان و منوا ۱۹۸۶). آنها سعی کردند تا بعد فراکتالی مرز بین دو جریان در برخورد جریان دود را با هوا به دست آورند. روش‌های فراکتالی در گروه‌های زمانی نخستین بار به‌وسیله‌ی هرست ۱۹۵۱ مورد استفاده قرار گرفت. یکی از دلایل افزایش موفقیت این روش، استفاده گسترده از آن در

^۱ - noise

است که بسیاری از روشهای مورد استفاده در مواجهه با پدیده‌هایی که دارای نوعی تمایل در گروه زمانی خود هستند (مانند افزایش یا کاهش بده یک رودخانه) پاسخهای مناسبی را ارائه نمی‌دهند. برای حل این معضل، روشهایی مورد بهره برداری قرار گرفتند تا بطور ذاتی تمایل را از گروه زمانی حذف کنند و همچنین برای علامتهای نا ایستا قابل استفاده باشند. در سالهای اخیر روشهای نوینی چون تحلیل نوسانهای^۲، روش تحلیل نوسانهای بدون تمایل^۳ و تحلیل نوسانهای بدون تمایل چند گانه^۴ ارائه شده اند که برای بررسی علامتهای نوسانهای سرعت مناسب می باشد (کانتلهارت و همکاران ۲۰۰۱ و ۲۰۰۲).

روش نوسانهای بدون تمایل یا DFA یکی از جدیدترین روشهای تحلیل فراکتالی است که نخستین بار به وسیله‌ی پنگ و همکاران (۱۹۹۴) ارائه گردید. از این روش برای به دست آوردن بعد فراکتالی زنجیره‌ی DNA (بولدیرو و همکاران ۱۹۹۵) و بررسی پویایی ضربان قلب (بوند و همکاران ۲۰۰۰؛ آشکنزی ۲۰۰۱) استفاده شده است. مانگنا و استنلی (۱۹۹۹)، و نوروز زاده و جعفری (۲۰۰۵) از این روش برای تحلیل شاخصهای اقتصادی استفاده کرده اند.

در سالهای اخیر از روش DFA برای تحلیل گروه‌های زمانی فراسنج‌های آبشناسی نیز استفاده شده است. کاسینلی-بونده و همکاران (۲۰۰۶) ماهیت فراکتالی بدهی جریانهای رودی را با استفاده از DFA بررسی کردند. در این تحقیق همبستگی زمانی بده ردها و ماهیت چند فراکتالی آنها تحلیل گردید. لازم به ذکر است که داده‌های مذکور نایستا بودند و روش DFA نتایج قابل قبولی را ارائه کرد. همچنین، لیوینا و همکاران (۲۰۰۷) همبستگی معناداری را بین گروه زمانی بارندگی و بده جریان با استفاده از ابزار DFA به دست آوردند.

از روش DFA برای به دست آوردن مرتبه‌ی پیچیدگی گروه زمانی آشفتگی در اعداد رینولدز مختلف بهره گیری

استفاده قرار گرفته است. این تحقیق نشان می دهد که در منطقه جاروب (sweep) و پرتاب (ejection) مقدار بعد فراکتالی بزرگتر است (ضیائی و همکاران ۲۰۰۵).

همچنین، در همین سال تحقیقی در مورد پدیده‌ی انفجار با استفاده از دیدگاه فراکتالی انجام شد (کشاورزی و همکاران ۲۰۰۵). در سال ۲۰۰۷ نیز ماهیت چند فراکتالی پدیده تلاطم به‌وسیله‌ی شیواموگی مورد مطالعه قرار گرفت.

قیصی و کشاورزی (۲۰۰۶) ساختار گردابه‌ای جریان آشفته را در سر یک پیچ با زوایای مختلف در آزمایشگاه بررسی کردند. بعد فراکتالی گروه زمانی سرعت تلاطم به-وسیله‌ی تابع درون یابی فراکتال به دست آمد. در این تحقیق بعد فراکتالی سرعت مماسی جریان بطور متوسط ۱/۶۴ برای زوایای پیچ از ۴۵ درجه تا ۱۸۰ درجه به دست آمد.

روش‌های مختلف اندازه گیری بعد فراکتالی گروه زمانی سرعت جریان متلاطم در تحقیقی در سال ۲۰۰۹ مورد مقایسه قرار گرفت (رخشنده رو و همکاران، ۲۰۰۹). در این تحقیق با استفاده از سه روش شمارش جعبه‌ای (R/S) و روش تغییرات، بعد فراکتالی گروه زمانی سرعت جریان متلاطم به دست آمده و مقایسه شده است. این تحقیق بیانگر این موضوع است که روش تغییرات پاسخهای بهتری را به دنبال دارد.

یکی از تازه ترین تحقیقاتی که در این زمینه انجام شده است، پژوهشی در مورد ماهیت فراکتالی چندگانه‌ی پدیده‌ی تلاطم در انتقال از مرحله‌ی انتقالی به مرحله‌ی اتلاف کارمایه است که به‌وسیله‌ی شیواموگی (۲۰۱۱) انجام شده است. این تحقیق نشان می دهد که مقیاس طول در منطقه‌ی تأثیر گرانیروی بسیار کوچک است.

در برخورد با علامتهایی همچون گروه‌های زمانی نوسانهای سرعت، که رفتار بسیار پیچیده‌ای دارند، باید از روشهایی استفاده کرد که با حضور پارازیت در داده‌ها و یا نا ایستا^۱ بودن آنها و بدون نیاز به صافی کردن داده‌ها، پاسخهای قابل اعتمادی را ارائه دهد. روشهای قدیمی تحلیل فراکتالی (مانند روش شمارش جعبه‌ای، R/S و ...) فاقد این توانایی می باشند. همچنین، نکته‌ی مهم دیگر آن

² - wavelet analysis

³ - detrended fluctuation analysis

⁴ -multi-fractal detrended fluctuation analysis

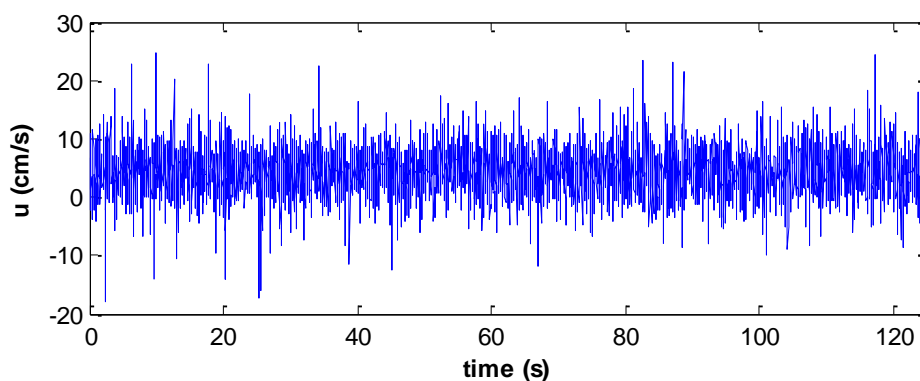
¹ - nonstationary

مواد و روشها

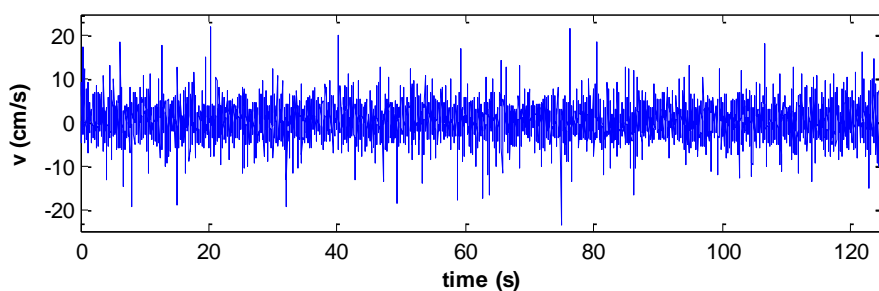
در یک نهر پایدار مستطیلی به عرض ۰/۶، عمق ۰/۶ و طول ۱۲ متر جریان آب برقرار گردید. بدهی آن و عمق جریان به ترتیب برابر با ۳۳/۲ لیتر بر ثانیه و ۱۱/۶۴ سانتی متر به دست آمد. بدهی جریان به کمک سرریز مستطیلی واسنجی شده تعیین گردید. سرعت تلاطم در سه راستای امتداد جریان، u ، عمود بر مسیر جریان در مقطع افقی^۱، w ، و عمود بر صفحه جریان، v ، به وسیله‌ی دستگاه سرعت سنج سه بعدی^۲ در عمقهای ۱۵، ۲۵ و ۴۰ میلی متر اندازه گرفته شد. شماری از نتایج به دست آمده از گروه های زمانی سرعت در شکل (۲) ارائه شده اند.

شده است. شایگانفر (۲۰۱۲) نتیجه گرفت که هر چه عدد رینولدز بیشتر باشد متغیر نمای هارست^۱ کاهش می یابد. نکته‌ی قابل توجه در این تحقیق آن است که هرچند به ماهیت تک فراکتالی پدیده‌ی اغتشاش توجه شده، لکن ماهیت چند فراکتالی آن توجه کمی شده است.

در این تحقیق، گروه زمانی نوسانهای سرعت جریان متلاطم در نقاط مختلف یک نهر پایدار در آزمایشگاه اندازه گیری می‌شود. نوسانهای سرعت در سه جهت اصلی و در سه عمق مختلف تعیین می گردند. سپس رفتار فراکتالی و چند فراکتالی این گروه های زمانی با کاربرد روش DFA، و همچنین MF-DFA بررسی می شود. همان طور که گفته شد، این دو، روشهای جدیدی را در بررسی رفتارهای فراکتالی، و حتی با حضور پارازیت در یک گروه زمانی و یا نالیستا بودن آن، و بدون نیاز به هیچ صافی خاصی پاسخهای قابل اعتمادی ارائه می دهند.



الف-

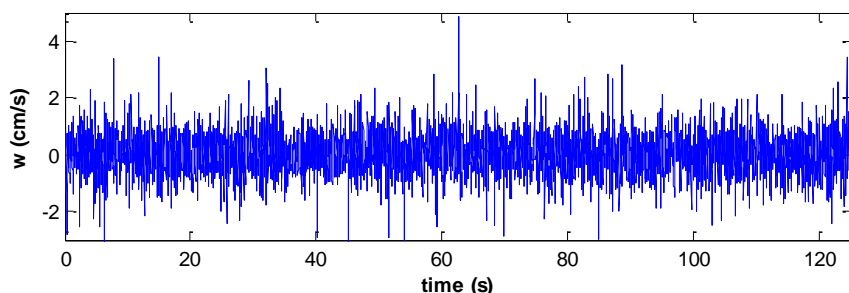


ب-

² - span-wise

³ - acoustic doppler velocity (SonTek)

¹ - hurst exponent



ج-

شکل ۲- گروه زمانی سرعت جریان. الف- مولفه‌ی سرعت در جهت جریان، u ، در ۱۵ میلیمتری کف نهر. ب- مولفه‌ی سرعت در جهت عرض نهر، v ، در ۱۵ میلیمتری کف نهر. ج- مولفه‌ی سرعت در جهت عمق، w ، در ۱۵ میلیمتری کف نهر.

$$F_2(l) = \left\{ \frac{1}{N_l} \sum_{v=1}^{N_l} [F^2(v, l)] \right\}^{1/2} \quad (۳)$$

با کشیدن $\log(F_2(l))$ در مقابل $\log(l)$ خطی به دست می‌آید که شیب آن، λ ، بیانگر نمای نوسان^۱ است. روش نوسانهای بدون تمایل چند فراکتالی یا MF-DFA به وسیله‌ی کانتلهارت و همکاران (۲۰۰۲) با توسعه‌ی شبیه DFA تعریف شد. در واقع، معادله‌ی قبل را می‌توان به شکل زیر به صورت تعمیم یافته در آورد:

$$F_q(l) = \left\{ \frac{1}{N_l} \sum_{v=1}^{N_l} [F^2(v, l)]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad (۴)$$

که در آن q می‌تواند هر مقدار حقیقی را به جز صفر اختیار کند. مقیاس رفتاری مربوط به q امین مرتبه نوسان، با کشیدن نمودار Log-Log از q در مقابل $F_q(l)$ حاصل می‌شود. اگر گروه زمانی همبستگی توانی بلند مدت^۲ داشته باشد، آن گاه $F_q(l)$ با افزایش مقدار "1" ، افزایش می‌یابد، به عبارت دیگر:

$$F_q(l) \propto l^{h(q)} \quad (۵)$$

برای $q=2$ شکل معیار DFA به دست می‌آید و به عبارت دیگر $\lambda=h(2)$ می‌باشد (کاسینلی-بونده ۲۰۰۶). مقدار $h(q)$ برای پدیده‌های تک فراکتالی زمانی که $q=2$ است با مقدار نمای هرست برابر بوده و مقدار آن ثابت است، بنابراین، $h(q)$ را، که برای یک پدیده‌ی چند فراکتالی

پس از آن مقادیر u ، v و w ثبت گردیدند، با توجه به این موضوع که سرعت جریان در هر یک از راستاهای گفته شده مجموع یک سرعت میانگین و سرعت‌های نوسان است $(u = \bar{u} + u')$ ، بنابراین، مقادیر u' ، v' و w' ، که عوامل اصلی بروز آشفتگی جریانند، به دست می‌آیند. پس از انجام مراحل فوق داده‌های لازم جهت انجام تحلیل فراکتالی با به کارگیری روش DFA و همچنین MF-DFA حاصل شده‌اند. روش تحلیل نوسانهای بدون تمایل یا DFA را می‌توان مختصراً به صورت زیر توضیح داد:

یک گروه زمانی به صورت $\{x(1), x(2), x(3), \dots, x(N)\}$ مفروض می‌باشد. گروه مجموع Y به صورت رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید:

$$y(j) = \sum_{i=1}^j [x(i) - \langle x \rangle] \quad (۱)$$

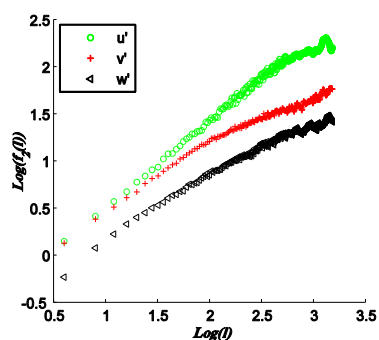
که در آن $\langle x \rangle$ میانگین گروه زمانی است. سپس می‌توان این گروه زمانی را به $N_l = (N/l)$ قسمت تقسیم نمود که با همپوشانی نداشته و دارای طول یکسان "1" می‌باشند. به هر قسمت از این مجموعه را می‌توان یک چند جمله‌ای برازش داد و خطای حاصل از این برازش را برای قسمت v ام به صورت زیر تعریف نمود:

$$F^2(v, l) = \frac{1}{l} \sum_{j=1}^l [y((v-1)l + j) - Y_v^n(j)]^2 \quad (۲)$$

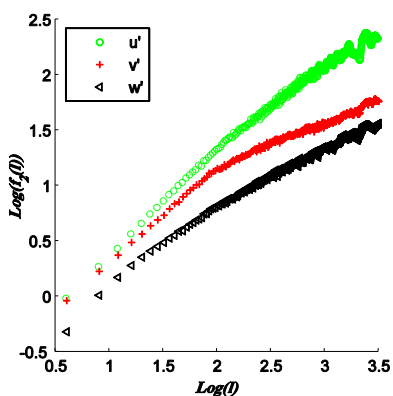
که در آن چند جمله‌ای برازش شده بر مجموعه‌ی نقاط موجود در قسمت v ام است. این کار برای کلیه‌ی قسمت‌ها انجام می‌شود. در نهایت برای زمانی که طول قسمت‌ها "1" است خطای کل به شکل زیر محاسبه می‌گردد:

¹ - fluctuation exponent

² - large-range power-law correlation



ب-



ج-

شکل ۳- تحلیل فراکتالی DFA برای سرعت‌های نوسان در عمق‌های مختلف. الف- فاصله‌ی ۱۵ میلیمتری از کف نهر. ب- فاصله‌ی ۲۵ میلیمتری از کف نهر. ج- فاصله‌ی ۴۰ میلیمتری از کف نهر

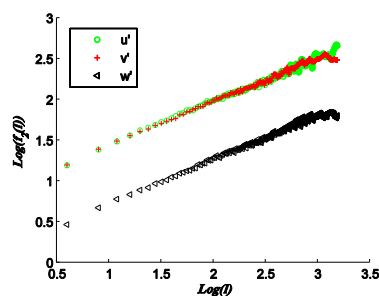
همان گونه که اشاره شد، در این تحقیق علاوه بر ماهیت تک فراکتالی گروه زمانی تلاطم، خاصیت چند فراکتالی این علامت نیز بررسی شده است. شکل (۴) بیانگر این واقعیت است که هر سه راستای سرعت تلاطم در هر سه عمق مورد بررسی، ماهیت چند فراکتالی دارند. در این شکل دیده می‌شود که $h(q)$ به شدت به q وابسته است؛ بنابراین، با یک نمای هرست واحد نمی‌توان مقیاس کل گروه زمانی را تعریف نمود و نیاز به نمای هرست تعمیم یافته است. همچنین، می‌توان دید که با افزایش مقدار q مقدار $h(q)$ کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر در توان‌های منفی و کوچک q اندازه‌ی $h(q)$ بزرگتر است. این بدان معنی است که احتمال نوسان‌های کوچک در گروه زمانی بیش از نوسان‌های بزرگ است. همچنین، هر چه از کف نهر فاصله بگیریم گروه زمانی مربوط به سرعت جریان تلاطم

متغیر است، نمای تعمیم یافته هرست^۱ می‌گویند. در واقع، برای پدیده‌های تک فراکتالی $h(q)$ مستقل از مقدار q است. اما اگر نماهای مختلف برای قسمت‌های گوناگون از نوسان‌های یک گروه زمانی لازم باشد، رفتار چند فراکتالی در پدیده قابل تشخیص بوده و q وابسته به q است.

نتایج و بحث

همان طور که گفته شد، پس از اندازه‌گیری سرعت جریان آشفته درون نهر، با استفاده از روش DFA گروه زمانی نوسان‌های سرعت مورد بررسی قرار می‌گیرد. این کار با نوشتن یک رمز مناسب در نرم افزار MATLAB انجام گرفته است.

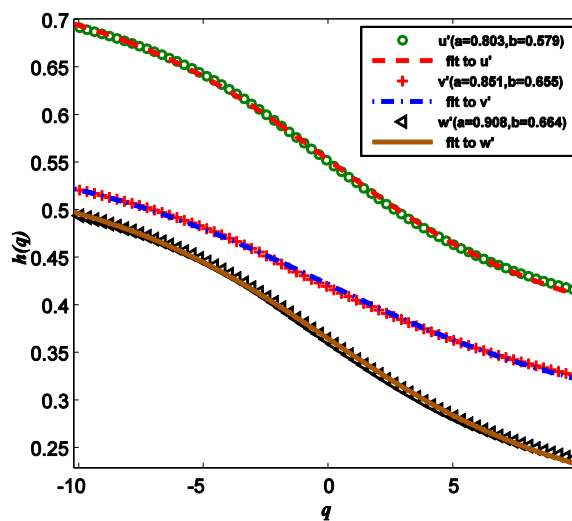
در شکل (۳) نمودار تحلیل DFA برای عمق‌های مختلف جریان نشان داده شده است. همان گونه که مشخص است، بطور کلی می‌توان گفت که نمای نوسان برای سرعت در جهت جریان بزرگتر از دو راستای دیگر می‌باشد. اما هر چه نقطه اندازه‌گیری به کف نهر نزدیکتر شده، و به عبارت دیگر اثر گرانروی قابل ملاحظه می‌شود این اختلاف کمتر است. در نقطه‌ای به فاصله ۴۰ میلی‌متر از کف نهر این اختلاف به وضوح دیده می‌شود. همچنین، می‌توان دید که با فاصله گرفتن از منطقه‌ی گرانروی اختصاص دادن یک خط منفرد به کل نمودار برای هر سه راستای سرعت مشکل‌تر می‌شود که این موضوع بیانگر افزایش خاصیت چند فراکتالی گروه زمانی است.



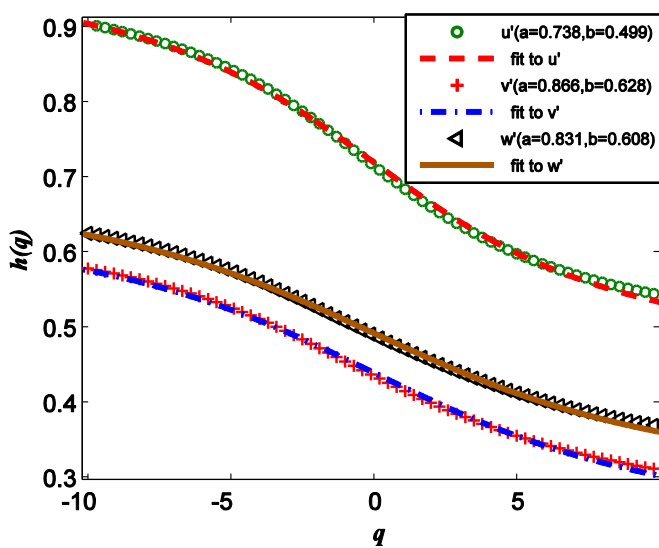
الف-

¹-Gneralized hurst exponent

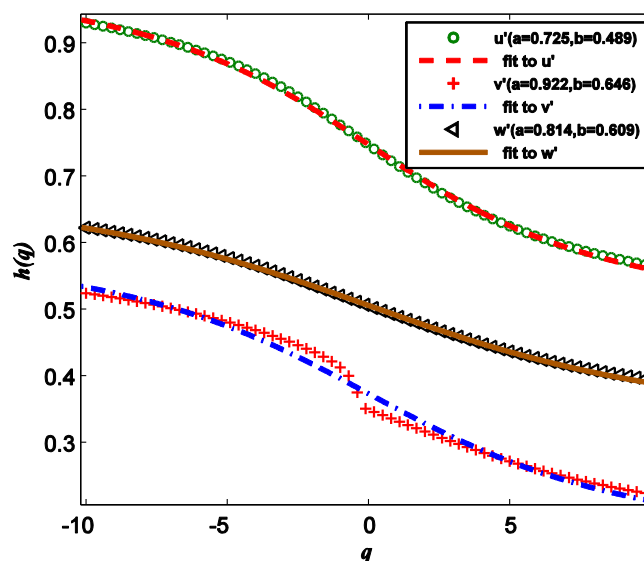
در راستای جریان وابستگی بیشتری را از $h(q)$ به نسبت q به دو راستای دیگر نشان می‌دهد.



الف-



ب-



ج-

شکل ۴- تغییرات $h(q)$ در مقابل q در عمقهای مختلف. الف- در فاصله‌ی ۱۵ میلیمتری از کف نهر. ب- در فاصله‌ی ۲۵ میلیمتری از کف نهر. ج- در فاصله‌ی ۴۰ میلیمتری از کف نهر.

$h(q)$ به شدت به q وابسته است، بنابراین با یک نمای هرست نمی‌توان مقیاس کل گروه زمانی را تعریف نمود و نیاز به نمای هرست تعمیم یافته است. همچنین، با توجه به نزولی بودن نمودار $h(q)$ در مقابل q می‌توان گفت که در توانهای منفی و کوچک q مقدار $h(q)$ بزرگتر است. این بدان معنی است که احتمال نوسانهای کوچک در گروه زمانی بیش از نوسانهای بزرگ است. همچنین، با توجه به نزولی بودن نمودار $h(q)$ در مقابل q می‌توان گفت که در توانهای منفی و کوچک q مقدار $h(q)$ بزرگتر است. این بدان معنی است که احتمال نوسانهای کوچک در گروه زمانی بیش از نوسانهای بزرگ است.

Reference

1. Ashkenazy, Y., P.Ch.Ivanov, S. Havlin, C.-K. Peng, A.L. Goldberger, H.E. Stanley, 2001. Magnitude and sign correlations in heartbeat fluctuations. Phys. Rev. Lett. 86: 1900–1903.
2. Buldyrev, S.V., A.L. Goldberger, S. Havlin, R.N., Mantegna, M., Matsu, C.-K., Peng, S., Simons, H.E. Stanley, 1995. Long-range

نتیجه گیری

در این تحقیق سعی گردید تا با دیدگاه فراکتالی پدیده‌ی تلاطم جریان مورد بررسی قرار گیرد. رویکرد فراکتالی به پدیده تلاطم در سالهای اخیر، به دلیل رفتار مقیاسمند، این پدیده بسیار مورد توجه بوده است. نکته‌ی قابل توجه در این تحقیقات آن است که اولاً کمتر به ماهیت چند فراکتالی این پدیده پرداخته شده، و ثانیاً، تعریف یک صافی مناسب قبل از شروع تحلیل فراکتالی همیشه مسئله ساز است. در این تحقیق از روش DFA و MF-DFA برای تحلیل فراکتالی و چند فراکتالی گروه زمانی جریان متلاطم در یک نهر استفاده شد، که این روشها با توجه به نحوه‌ی عملکردشان، برای گروههای زمانی غیر ایستا و دارای پارازیت قابل استفاده می‌باشند.

تحقیقات انجام شده نشان می‌دهند که نمای نوسان برای مولفه‌ی u' بزرگتر از دو راستای دیگر است. اما هر چه نقطه‌ی اندازه‌گیری به کف نهر نزدیکتر شده و به عبارت دیگر اثر گرانروی قابل ملاحظه می‌گردد، این اختلاف کمتر است. در نقطه‌ای به فاصله ۴۰ میلی‌متر از کف نهر این اختلاف به وضوح دیده می‌شود. استفاده از روش MF-DFA نشان می‌دهد که در گروه زمانی تلاطم

- bursting process in open channel flow. *Chaos, Solitons and Fractals*, 25: 307–318.
11. Koscielny- Bunde, E., J.W. Kantelhardt, P., Braun, A., Bunde, and S. Havlin, 2006. Long-term persistence and multifractality of river runoff records: Detrended fluctuation studies. *Hydro 322*: 120–137.
 12. Lesieur, M. 2008. *Turbulence in fluids*. the Netherlands: Springer.
 13. Livina, V., Z., Kizner, P., Braun, T., Molnar, A., Bunde, and S. Havlin, 2007. Temporal scaling comparison of real hydrological data and model runoff records. *Hydro 336*: 186– 198.
 14. Mantegna, R.N., and H.E., Stanley, 1999. *An Introduction to econophysics: Correlations and complexity in Finance*. Cambridge University Press, Cambridge.
 15. Marvasti, M., and W. Strahle, 1995. Fractal geometry analysis of turbulent data. *Signal Processing 41*:191-201.
 16. Matia, K., Y., Ashkenazy, and H.E. Stanley, 2003. Multifractal properties of price fluctuations of tock and commodities. *Europhysics Lett.* 61: 422–428.
 17. Nezu, I., and H. Nakagawa, 1993. *Turbulence in Open-channel flows*. Rotterdam: Balkema Publishers.
 18. Norouzzadeh, P., and G.R. Jafari, 2005. Application of multifractal measures to Tehran price index. *Physica A 356*: 609–627.
 19. Peng, C.-K., S.V., Buldyrev, S., Havlin, M., Simons, H.E., Stanley, and A.L. Goldberger, 1994. Mosaic organization of DNA nucleotides. *Phys. Rev. E*, 49: 1685–1689.
 20. Peng, C.-K., S., Havlin, H.E., Stanley, A.L. Goldberger, (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos 5*: 82–87.
 - correlations properties of coding and noncoding DNA sequences: GenBank analysis. *Phys. Rev. E*, 51: 5084–5087.
 3. Bunde, A., S., Havlin, J.W., Kantelhardt, T., Penzel, J.H., Peter, K. Voigt, 2000. Correlated and uncorrelated regions in heartrate fluctuations during sleep. *Phys. Rev. Lett.*, 85: 3736–3739.
 4. Davis, A., A., Marshak, W., Wiscombe, R. Cahalan, 1996. Multifractal characterization of intermittency in *nonstationary geophysical signals and fields*. In: G., Trevino, J., Harding, B., E. Douglas, Andreas, (Eds.), *Current topics in Nonstationary Analysis*. World Sci. Singapore: 97–158.
 5. Gheisi, A.R., and A. Keshavarzi, 2006. Quantifying flow structure in vortex chamber using fractal dimension. *Chaos, Solitons and Fractals 36*: 314–321.
 6. Gupta, V.K., O.J., Mesa, and D.R. Dawdy, 1994. Multiscaling theory of flood peaks: Regional quantile analysis. *Water Resour. Res*, 30: 3405–3421.
 7. Hurst, H.E. 1951. Long-term storage capacity of reservoirs. *Trans. Am. Soc. Civil Eng.*, 116: 770–799.
 8. Kantelhardt, J.W., E., Koscielny-Bunde, H.H.A., Rego, and S., Havlin, A. Bunde, 2001. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. *Physica A 295*: 441–454.
 9. Kantelhardt, J.W., S.A., Zschiegner, E., Koscielny-Bunde, S., Havlin, A., Bunde, and H.E. Stanley, 2002. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A 316*: 87–114.
 10. Keshavarzi, A., A., Ziaei, H., Emdad, and A. Shirvani, 2005. Fractal-Markovian scaling of turbulent

26. Shivamoggi, B. K. 2011. Compressible turbulence: Multi-fractal scaling in the transition to the dissipative regime. *Physica A* 390: 1534–1538.
27. Sreenivasan, K. R., and C. Meneveau, 1986. The fractal facets of turbulence.” *Fluid Mech.* 173: 357-386.
28. Tessier, Y., S., P., Lovejoy, D., Hubert, and S. Schertzer, Pecknold, 1996. Multifractal analysis and modelling of rainfall and river flows and scaling, causal transfer functions. *J. Geophys. Res. Atmosph.* 101 (D21): 26427–26440.
29. Turcotte, D.L., and L. Greene, 1993. A scale-invariant approach to flood-frequency analysis. *Stoch. Hydrol. Hydraul.* 7: 33–40.
30. Ziaei, A., Keshavarzi, A., Emdad, H. (2005). Fractal scaling and simulation of velocity components and turbulent shear stress in open channel flow. *Chaos, Solitons and Fractal.* 24: 1031–1045.
21. Rakhshandehroo, G. R., M. R., Shaghaghian, A. R., Keshavarzi, and N. Talebbeydokhti, (2009). Temporal variation of velocity components in a turbulent open channel flow: Identification of fractal dimensions. *Appl. Math. Model.* 33: 3815–3824.
22. Scotti, A., and C. Meneveau, (1999). A fractal model for large eddy simulation of turbulent flow. *Physica D* 127: 198–232.
23. Shang, P., and S. Kamae, (2005). Fractal nature of time series in the sediment transport phenomenon. *Chaos, Solitons and Fractals.* 20: 997-1007.
24. Shayeganfar, F. 2012. Levels of complexity in turbulent time series for weakly and high Reynolds number. *Physica A* 391: 3151–3158.
25. Shivamoggi, B. K. 2007. Multi-fractal formulation of compressible fully developed turbulence: Parabolic-profile approximation for the singularity spectrum. *Annals of Physics* 322 4:, 967–976.