

مقایسه بده آزمایشگاهی و روندیابی شده هیدرولیکی معکوس در نقطه اتصال یک انشعاب به نهر اصلی

علیرضا غلامی^۱، مجید حیدری^۲، بهرام رضایی^۳

چکیده

روندیابی یکی از قدیمی ترین روش های محاسبه آب نگار خروجی می باشد. روش موج پویا یکی از پیچیده ترین و دقیق ترین روش های روندیابی است که با حل عددی کامل معادلات سنت و نانت انجام می گردد. با در نظر گرفتن آب نگار خروجی یک جریان به عنوان معلومات مسئله و خصوصیات مسیر جریان، معادلات سنت و نانت با روش تفاضل محدود حل شده و آب نگار ورودی محاسبه گردید. این روش به عنوان روندیابی معکوس مورد بررسی قرار گرفت و نتایج آن با مشاهدات آزمایشگاهی مقایسه شد. یک جریان به صورت غیرماندگار ایجاد گردید و بدون در نظر گرفتن تلفات مسیر، برداشت آزمایشگاهی انجام شد و داده های آزمایشگاهی با برنامه نوشته شده جهت روندیابی تنظیم گردید. سپس با استفاده از فراسنجهای آماری نتایج بدست آمده، بررسی و نشان داده شد شبیه ایجاد شده جهت محاسبه آب نگارهای ورودی دقت بالایی دارد. نتایج روندیابی معکوس در نه آب نگار آزمایش شده نشان داد، بین خروجی های برنامه با مشاهدات آزمایشگاهی تطابق خوبی وجود دارد که این موضوع با بدست آمدن خطای نسبی بیشینه ۵ درصد در آب نگارهای شماره ۴ و ۵ نتیجه شد. همچنین در این پژوهش مشخص گردید با افزایش میزان بده ورودی میزان خطا افزایش که این مقادیر در آب نگار ۹ به پایین ترین مقدار رسیده است. به طور کلی این روش برای بده های آزمایشگاهی کمتر از ۴۰ لیتر در ثانیه دقت بالایی دارد.

واژه های کلیدی: روند یابی معکوس، معادلات سنت و نانت، موج پویا، روش تفاضل محدود

^۱ دانشجوی دکترای دانشگاه بو علی سینا همدان

^۲ استاد یار بخش آب دانشگاه بو علی سینا همدان

Email: mheydari_ir@yahoo.com

^۳ استادیار بخش مهندسی عمران دانشگاه بو علی سینا همدان

مقدمه

سیل از جمله پدیده‌هایی است که هر ساله در گوشه و کنار جهان، جان و مال بسیاری از مردم را به مخاطره می‌اندازد. از آنجایی که در طرح‌های بهره‌برداری از منابع آب، تنظیم سیلاب، سدسازی، عملیات آبخیزداری و اکثر مطالعات هیدرولوژی، دبی سیلاب اهمیت بسزایی دارد، لذا دقت مطالعات و درجه ایمنی طراحی تأسیسات و سازه‌های آبی بستگی زیادی به روش انجام مطالعات دارد. حل مسئله روندیابی سیلاب بسته به شرایط و اطلاعات موجود از رودخانه می‌تواند به روش‌های هیدرولیکی و آب شناسی انجام پذیرد. نبود آمار در بعضی حوضه‌ها، عملاً انجام پیش بینی‌های لازم جهت جلوگیری از خسارات سیل را غیر ممکن می‌کند. در بعضی از منطقه‌ها بعلاوه فاصله زیاد دو ایستگاه، اطلاعات نقاط میانی موجود نمی‌باشد. بنابراین برای پیشگیری از خسارات سیل باید آب نگار سیل در این نقاط روندیابی شود. تخمین آب نگار پایین دست با استفاده از مشخصات آب نگار بالادست و یا بالعکس، روندیابی است. بر این مبنا روندیابی به دو روش مستقیم یا معکوس انجام می‌گردد. اساس روندیابی بر نظریه جریان‌های غیردائمی استوار بوده که با فرض یک بعدی بودن جریان در رودخانه ها و یا نهرها می‌توان بر مبنای معادلات سنت و نانت (معادله پیوستگی^۱ جریان و معادله اندازه حرکت^۲) این مسئله را تحلیل نمود (عباسی‌زاده و همکاران، ۱۳۸۹ به نقل از شاو^۳، ۱۹۹۴). روندیابی مستقیم سیل به این صورت است که با استفاده از آب نگار ورودی یک رودخانه در بالادست (جریان ورودی)، آب نگار پایین دست (جریان خروجی) تولید می‌شود (ثقفیان و همکاران، ۲۰۱۴). به‌آئین (۱۳۸۰) در پژوهش با استفاده از روش تفاضل محدود و با به‌کار بردن روش حل تلویحی چهار نقطه‌ای به حل کامل معادلات سنت و نانت پرداخت و همچنین از طریق مقایسه این روش با روش‌های دیگر، کارایی این روش را اثبات نمود. اولاد غفاری و همکاران (۱۳۸۹) به مقایسه روش موجدینامیک و روندیابی هیدرولوژیکی ماسکینگام خطی و غیرخطی بر روی رودخانه لیقوانچای پرداختند. قبادیان و همکاران (۱۳۹۲) عملکرد روش برنامه

ریزی بیان ژن را در روندیابی سیلاب رودخانه زنگمار با شبیه موج پویایی مقایسه نمودند. پیرنیا و همکاران (۱۳۹۱) به بررسی جمله‌های مختلف معادله اندازه حرکت در روندیابی سیل پرداختند که در آن اختلاف میان روش‌های مختلف موج پویا، پخشیدگی و سینماتیک، در رودخانه مارون بررسی گردید. حسین و فردوس اما^۴ (۲۰۱۳) به حل عددی معادله موج سینماتیک به روش تفاضل محدود (کرانک نیکلسون) و واحد محدود پرداختند و نتیجه گرفتند که نظریه امواج سینماتیک برای وفق دادن شرایط عمومی مناسب‌تر است. در کاربردهای خاص، آب نگار بالادست در یک بازه رودخانه، با توجه به آب نگار اندازه‌گیری شده مشخص در پایین دست ایستگاه آب سنجی در فاصله‌ای دور، مورد نیاز است. علاوه بر این، اغلب، آب نگارهای طراحی سیل باید در مکان‌های مختلف رودخانه فاقد آمار، تنها با یک آب نگار محاسبه شده در پایین دست ایستگاه اندازه‌گیری جریان تولید شود. این کاربرد خاص به‌عنوان مسئله روندیابی معکوس مطرح می‌شود، که ممکن است از طریق روش‌های بهینه‌سازی^۵ حل گردد. مسئله روندیابی معکوس در تعداد محدودی از مقالات مطالعه شده است. شاما و کارکوری^۶ (۲۰۱۱) برای پیش‌بینی جریان بالادست با توجه به نیاز آب نگار جریان پایین دست، از یک طرح معکوس تفاضل محدود ضمنی بر اساس طرح ۴ نقطه‌ای استفاده کردند. ثقفیان و همکاران (۲۰۱۴) از شبیه بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک جهت روندیابی معکوس آب نگار سیل بر اساس روش موج سینماتیک استفاده کردند. آرتی چویچ^۷ و سمکویچ (۲۰۰۹) به مطالعه روندیابی معکوس سیلاب از طریق حل معادلات سنت و نانت و معادلات ذخیره پرداختند. عبدالوحید و نایف کریم^۸ (۲۰۱۴) مسئله روندیابی معکوس موج پویایی را مورد مطالعه قرار دادند. آن‌ها دو شبیه برای حل معکوس طرح تفاضل محدود معادلات سنت و نانت، از جمله طرح صریح و ضمنی در نظر گرفتند و سپس به بررسی عامل‌های وزنی مؤثر بر راه‌حل پایداری و دقت نتایج پرداختند. در این پژوهش مشاهده شد که پایداری طرح ضمنی نسبت

⁶ Shamaa and Karkuri

⁷ Artichowicz

⁸ Hamid Abdulwahid and NaiefKadhim

¹ Continuity Equation

² Momentum Equation

³ Show

⁴ Hossain and FerdousEma

⁵ Optimization model

(۵)

$$\bar{u} = \theta \frac{u_i^{j+1} + u_{i+1}^{j+1}}{2} + (1 - \theta) \frac{u_i^j + u_{i+1}^j}{2}$$

در این معادلات u می‌تواند یکی از فراسنجهای سرعت، عمق، بده یا مساحت باشد و θ ضریب وزنی است، که می‌تواند با در نظر گرفتن شکل صریح یا ضمنی معادلات تبیین صفر و یک داشته باشد. برای حالت صریح $\theta = 0$ است اما با توجه به ضمنی بودن روش حل، مقدار $\theta = 1$ در نظر گرفته شده است. بالا نویسنده (j) گام زمانی معلوم و (j+1) گام زمانی مجهول و (i+1) گام مکانی در راستای افق هستند. با گسسته‌سازی معادلات مومنتم و پیوستگی با استفاده از معادلات (۳ تا ۵) و ساده سازی آن به معادلات زیر میرسیم.

$$\frac{V_i^{j+1} - V_i^j}{\Delta t} + \frac{V_i^{j+1} + V_{i+1}^{j+1}}{2} * \frac{V_{i+1}^{j+1} - V_i^{j+1}}{\Delta x} + g * \frac{A_{i+1}^{j+1} - A_i^{j+1}}{\Delta x} - g * (s - \frac{(V_i^{j+1})^2}{(V_i^{j+1})^2} * n^2) = 0 \quad (۶)$$

$$\frac{A_i^{j+1} - A_i^j}{\Delta t} + \frac{V_{i+1}^{j+1} * A_{i+1}^{j+1} - V_i^{j+1} * A_i^{j+1}}{\Delta x} = 0 \quad (۷)$$

برای حل همزمان معادلات ۶ و ۷ در گام زمانی بعدی (j+1) با توجه به غیرخطی بودن آنها، نیازمند یک شرط اولیه (جریان پایه) و دو شرط مرزی (هیدرو گراف ورودی برای روندیابی مستقیم و آب نگار خروجی برای روندیابی معکوس) است. نتیجه بسط معادلات، نظامی از معادلات جبری غیرخطی با توجه به تعداد گره‌ها خواهد بود. بدین منظور برنامه‌ای در محیط برنامه نویسی متلب تهیه شد و دستگاه معادلات غیرخطی بر اساس روش تکراری ژاکوبین حل گردید. خروجی این برنامه مقادیر A و V در زمان (j+1) می‌باشد. برای بررسی صحت معادلات و برنامه نوشته شده از معادله ۸ و ۹ که به ترتیب خطای میانگین مربعات بین داده های واقعی و درصد خطای نسبی بین داده های واقعی و محاسباتی را بدست می آورد، استفاده شد. در این شکلولها N تعداد داده های آماری استفاده شده، f_i داده های آزمایشگاهی، y_i نتایج محاسباتی، MSE خطای میانگین مربعات و K درصد خطای نسبی است:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum (f_i - y_i)^2 \quad (۸)$$

$$K = \frac{f_i - y_i}{f_i} * 100 \quad (۹)$$

به طرح صریح بیشتر است. بررسی منابع مذکور نشان می‌دهد، بیشتر پژوهشگران به روندیابی در مسیر فاقد انشعاب پرداخته‌اند ولی در برخی از مواقع رودخانه‌ها یا نهرها انشعاب دارند که در این موارد روندیابی با حالت معمول متفاوت خواهد بود. لذا در پژوهش حاضر سعی بر آن است به مسئله روندیابی معکوس در نهر دارای یک انشعاب پرداخته شود. بدین منظور برنامه ای در محیط متلب جهت روندیابی معکوس با استفاده از روش تفاضل محدود و حل معادلات سنت و نانت تهیه گردید و نهایتاً خروجی این شبیه با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شد.

مواد و روش‌ها

معادله حاکم بر جریان و حل آن

معادله سنت و نانت (معادلات پیوستگی و اندازه حرکت) شامل یک دسته معادلات تفاضلات جزئی هذلولی به شکل زیر است:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} - g (S_0 - S_f) = 0 \quad (۲)$$

که در این معادلات، g شتاب جاذبه (m/s^2)، S_f شیب اصطکاکی، S_0 شیب کف نهر، t بازه زمانی (s)، x بازه مکانی (m)، Q بده جریان (m^3/s)، y عمق جریان (m)، V سرعت جریان (m/s)، A سطح مقطع جریان (m^2) است. حل مستقیم معادله سنت و نانت و حمل مواد معلق بعلت ماهیت غیرخطی این معادلات امکان پذیر نبوده و جهت حل آنها بایستی از روش‌های تحلیلی، ترسیمی و یا عددی استفاده شود. در حاضر جهت گسسته‌سازی معادله سنت و نانت از روش عددی تفاضلات محدود (روش گسسته سازی چهارنقطه وزنی) با رویکرد ضمنی استفاده شده است. استفاده از این رویکرد، موجب پایداری بی قید و شرط حل مسئله خواهد شد. در این روش گسسته‌سازی طبق الگوی زیر است:

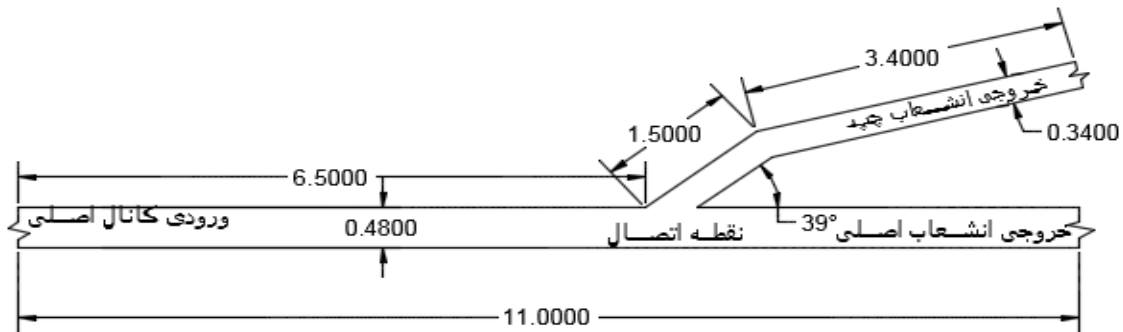
$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_i^{j+1} + u_{i+1}^{j+1} - u_i^j - u_{i+1}^j}{2\Delta t} \quad (۳)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \theta \frac{u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}}{\Delta x} + (1 - \theta) \frac{u_{i+1}^j - u_i^j}{\Delta x} \quad (۴)$$

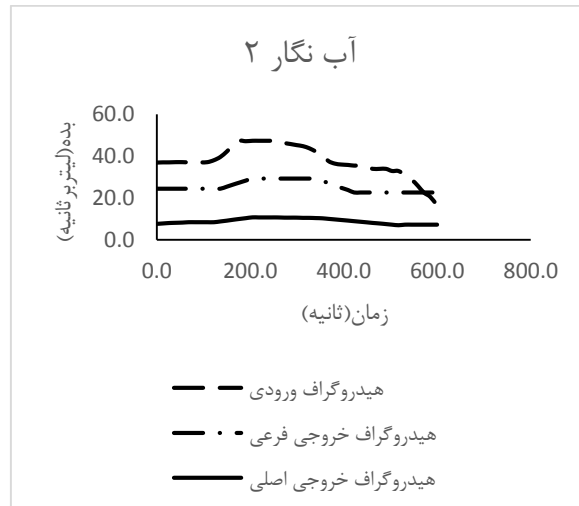
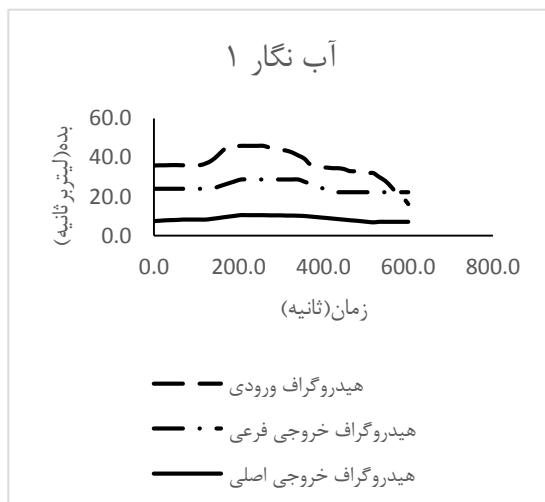
نحوه انجام آزمایش

برای انجام این پژوهش در آزمایشگاه گروه مهندسی آب دانشگاه بوعلی سینا همدان از یک نهر با طول ۱۱ متر، عرض ۴۸ سانتیمتر و شیب ۰/۰۰۳ استفاده شد که در فاصله ۶/۵ متری از ابتدای نهر یک انشعاب به سمت چپ به عرض ۳۴ سانتیمتر، طول ۴۹۰ سانتی متر، شیب ۰/۰۰۳ و با زاویه ۳۹ درجه انحراف ساخته شده بود. جریان آب به وسیله ی یک تلمبه از مخزن زمینی از طریق یک لوله ۶ اینچ که بر روی آن یک شیر دروازه ای نصب گردیده بود و بوسیله یک موتور الکتریکی و تابلو هوشمند تنظیم میشد، وارد نهر می گردید. همچنین برای اندازه گیری سرعت از یک دستگاه سرعت سنج صوتی تک نقطه ایی وکتورینو^۱ استفاده شد. تصویر افقی تقریبی نهر مورد استفاده در شکل ۱ ارائه شده است. در تمامی حالت‌های

آزمایشگاهی زمان انجام آزمایش ۱۰ دقیقه بوده بدین- ترتیب که ابتدا یک بده پایه به مدت ۲ دقیقه وارد شبیه شد سپس به کمک یک تابلو تنظیم میزان بده در مدت زمان ۹۰ ثانیه به بیشینه مقدار ممکن رسید بعد از آن به مدت ۲ دقیقه صبرکرده و سپس به کمک تابلو تنظیم بده را در مدت زمان ۲ دقیقه به بده پایه رساندیم. بعد از ۲ دقیقه تلمبه را خاموش کرده و منتظر ماندیم تا نهر تخلیه شود که این مدت زمان ۳۰ ثانیه شد (شکل ۲). در مدت انجام آزمایش میزان سرعت جریان و عمق جریان در زمان های یکسان در چهار نقطه ثابت، به ترتیب ابتدای ورودی نهر اصلی، قبل از نقطه تقسیم و خروجی انشعابات اندازه گیری گردید. سپس به کمک اعداد بدست آمده منحنی بده مقیاس و آب نگارهای ورودی و خروجی این نقاط بدست آمد. واسنجی به چه صورت انجام شده است؟



شکل ۱-نمایی از تصویر افقی نهر پایه دار آزمایشگاهی (پلان)



شکل ۲ - آب نگارهای اندازه گیری شده ورودی و خروجی در بده های مختلف

¹ Acoustic Doppler Velocimetry (vectrino)



ادامه شکل ۲ - آب نگارهای اندازه گیری شده ورودی و خروجی در بده های مختلف

نتایج و بحث

این پژوهش روی ۹ آب نگار ورودی و خروجی در بده های مختلف انجام گردید. که با توجه به بازه اندازه گیری دستگاه سرعت سنج و حداکثر ارتفاع نهر مقادیر عددی آب نگار ها نزدیک به یکدیگر بوده است.

آب نگارهای ورودی و خروجی نهر در شکل ۲ ارائه شده است. مجموع سطح زیر منحنی آب نگارهای خروجی اصلی و فرعی با سطح زیر منحنی آب نگار ورودی برابر است. بنابراین تلفات محسوس بده در سامانه آزمایشگاهی مشاهده نمی شود. افت جریان و اختلاف ایجاد شده در آب نگار ورودی در ثانیه ۵۷۰ ناشی از مکش معکوس مسیر جریان در زمان خاموش کردن تلمبه است. آب نگار خروجی در شاخه فرعی و انشعاب اصلی را به عنوان شرط مرزی پایین دست در نظر گرفته و سپس روندیابی معکوس تا نقطه اتصال انجام شد، آب نگار نقطه اتصال انشعاب فرعی و اصلی به نهر که در آزمایشگاه اندازه گیری شده بود با آب نگار محاسبه شده از برداشت های آزمایشگاهی پایین دست و معادله شماره ۶ و ۷ در روندیابی معکوس مقایسه گردید که نتایج آن در شکل ۴ ارائه شده است.

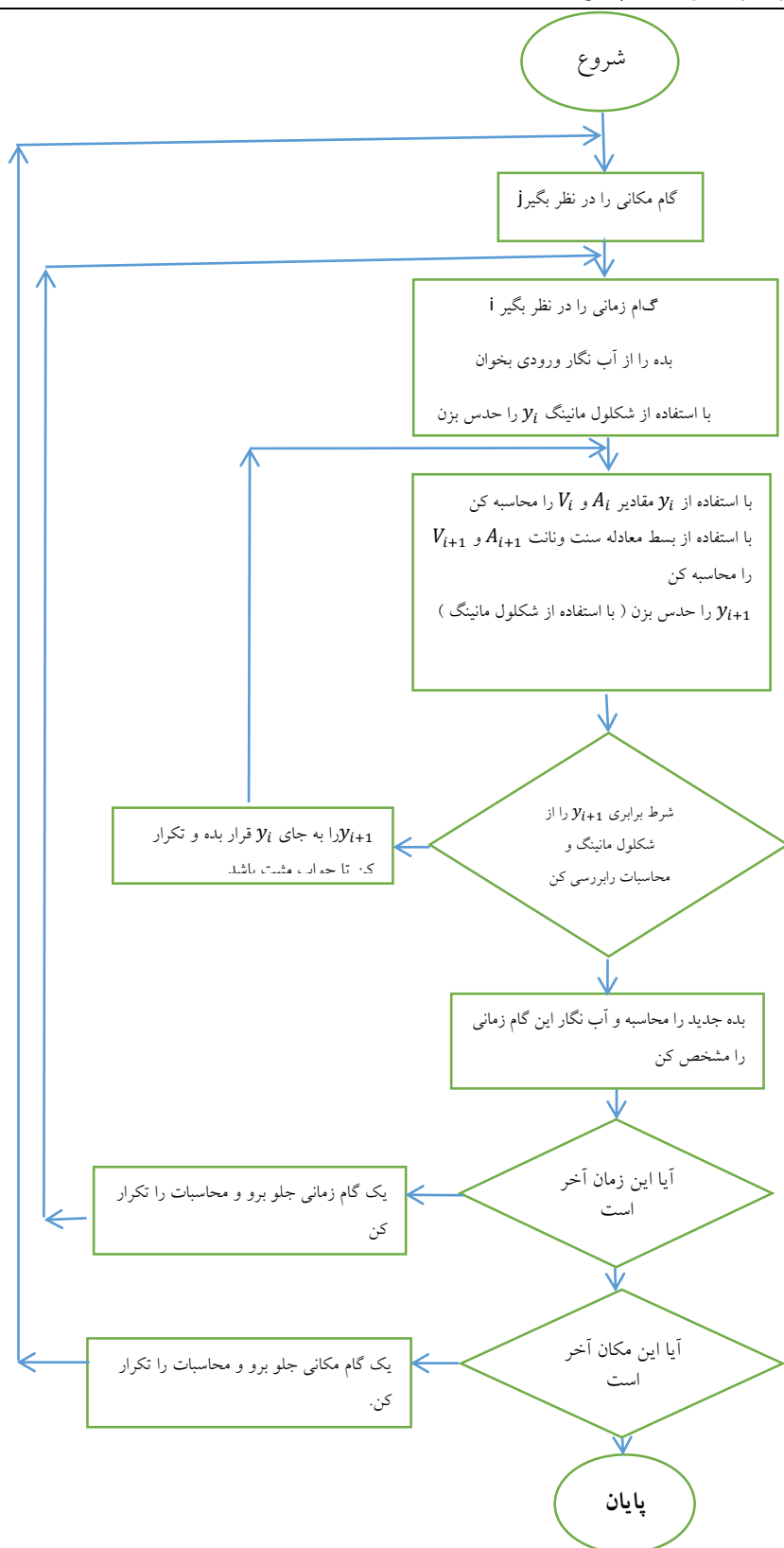
نتایج

نتایج حاصل از روندیابی معکوس سیلاب طراحی شده در سامانه آزمایشگاهی و مقایسه نتایج آن با روشهای عددی حاصل از معادلات سنت و نانت در شکل ۴ ارائه شده است. خط ممتد و خط چین به ترتیب بیانگر آب نگارهای

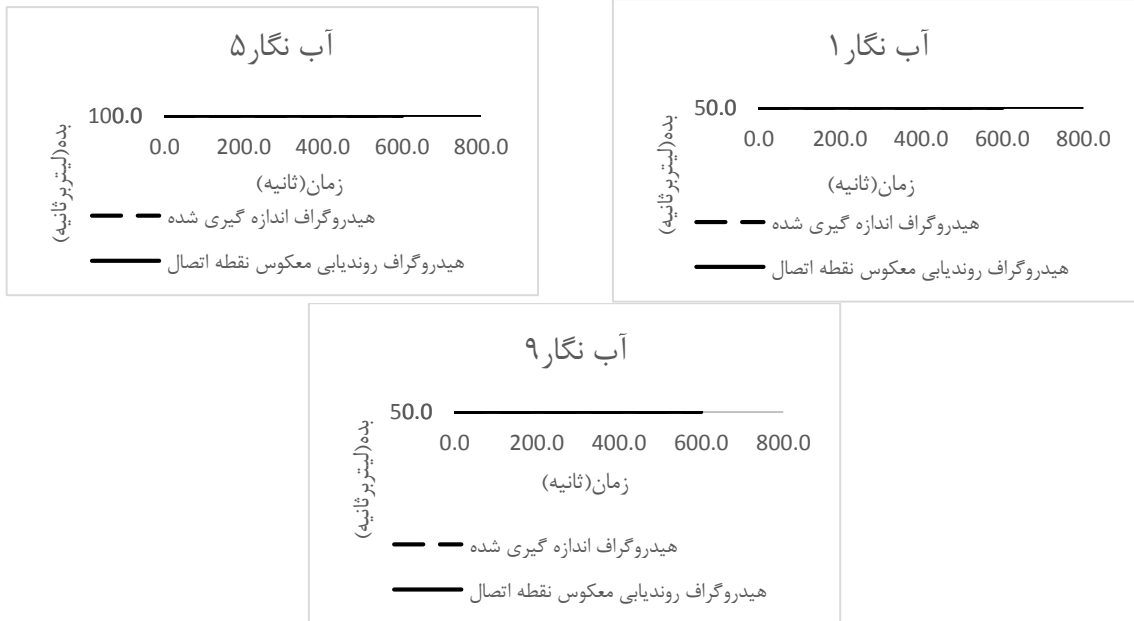
روندیابی شده عددی معکوس نقطه اتصال و آب نگار اندازه گیری شده نقطه اتصال است. همانگونه که شکل ۴ مشاهده می شود نمودارهای روندیابی و اندازه گیری شده تقریباً بر روی یکدیگر منطبق گردیده است. نمودار خط چین، آب نگار اندازه گیری شده در آزمایشگاه می باشد که برای آب نگار ۱ از بده پایه ۳۴ لیتر بر ثانیه شروع شده، در ثانیه ۱۲۰ موج سیلاب آغاز گشته در ثانیه ۲۰۵ به بیشینه مقدار بده که ۴۲ لیتر بر ثانیه است، رسیده است. پس از ۱۰۰ ثانیه بده افت کرده و در ثانیه ۴۰۰ مجدداً به بده پایه بازگشته و در نهایت در ثانیه ۵۷۰ جریان ورودی کاملاً قطع گردید. این مورد برای آب نگار شماره ۵ در شکل ۴ به این شرح است: بده پایه ۳۸ لیتر بر ثانیه شروع شده است، مقدار بده بیشینه ۴۲ لیتر بر ثانیه است، برای آب نگار شماره ۹ میزان بده پایه ۳۰ لیتر بر ثانیه و بده اوج ۳۷/۵ لیتر بر ثانیه است. زمان های اعمال شده در تمامی آب نگارها یکسان است. که این موضوع مبین آن است شبیه عددی استفاده شده در این پژوهش دقت بالایی دارد و همچنین شبیه عددی و شبیه آزمایشگاهی با یکدیگر همخوانی داشته اند. این مورد در جدول ۱ برای تمامی آب نگار های آزمایش شده بیان شده است، بنابر این در صورتی که اطلاعات بالا دست موجود نباشد با استفاده از اطلاعات موجود پایین دست و روندیابی هیدرولیکی معکوس امکان برآورد سیل بالا دست ممکن می باشد اولاد غفاری و همکاران (۱۳۸۹).

جدول ۱ مشخصات آب نگار اندازه گیری شده و محاسبه شده به روش موج پویایی معکوس در نقطه اتصال

مشخصات آب نگار	اندازه گیری شده	محاسبه شده	بیشینه خطای شبیه (درصد)
بده اوج (L/s)	۴۲/۷	۴۱	۳/۹
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۱۸	-۶/۳
حجم آب L	۲۱۲۵۶	۲۰۷۸۰	۲/۲
بده اوج (L/s)	۴۳/۷	۴۱/۹	۴/۱
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۲۰	-۶/۳
حجم آب L	۲۱۷۹۲	۲۱۲۵۲	۲/۴
بده اوج (L/s)	۴۴/۵	۴۲/۶	۴/۲
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۱۹	-۶/۳
حجم آب L	۲۲۱۶۴	۲۱۵۸۷	۲/۶
بده اوج (L/s)	۴۶	۴۳/۷	۵
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۲۰	-۶/۳
حجم آب L	۲۲۸۹۶	۲۲۱۳۰	۳/۳
بده اوج (L/s)	۴۸/۱	۴۵/۷	۵
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۱۹	-۶/۳
حجم آب L	۲۳۹۶۳	۲۳۱۳۶	۳/۳
بده اوج (L/s)	۴۱/۶	۴۰	۳/۶
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۱۸	-۶/۳
حجم آب L	۲۰۷۱۹	۲۰۳۰۹	۲
بده اوج (L/s)	۴۰/۸	۳۹/۴	۳/۵
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۱۸	-۶/۳
حجم آب L	۲۰۳۴۷	۱۹۹۷۲	۱/۸
بده اوج (L/s)	۳۹/۳	۳۸/۳	۲/۶
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۲۰	-۶/۳
حجم آب L	۱۹۶۱۵	۱۹۴۳۰	۱
بده اوج (L/s)	۳۷/۵	۳۶/۷	۲/۱
زمان اوج (s)	۲۰۵	۲۲۰	-۶/۳
حجم آب L	۱۸۷۰۷	۱۸۶۲۳	۰/۵



شکل ۳- نمودار گردش روندیابی



شکل ۴ آب نگارهای روندیابی شده معکوس و آزمایشگاهی

آسانتر است. قبادیان و همکاران (۱۳۹۲) روش برنامه ریزی بیان ژن را در روندیابی سیلاب رودخانه زنگمار با روش موج پویایی مقایسه کردند و نتیجه گرفتند که روش موج پویایی برای محاسبه بده اوج و زمان وقوع دقت بالاتری دارد. با روشی که برای روندیابی معکوس در این پژوهش انجام شد، مشخص گردید، در صورتی که اطلاعات بالادست موجود نباشد می توان با استفاده از اطلاعات مشاهده ای پایین دست، تحلیل عددی، شبیه ریاضی و برنامه رایانه ای، اطلاعات بالا دست را بازیابی نمود. در کل می توان گفت نتایج حاصل از روندیابی هیدرولیکی معکوس به روش موج پویا با وجودی که نسبت به سایر روشهای روندیابی به اطلاعات هیدرولیکی بیشتری از مسیر رودخانه نیاز دارد اما اطمینان بالاتری در خروجی دارد که همین امر باعث شده تا با استفاده از این روش برای مسیرهای فاقد آمار بتوانیم آب نگار بالادست را حدس بزنیم. که این نتایج با نتایج حاصل از پژوهش اولادغفاری و همکاران (۱۳۸۹) و قبادیان و همکاران (۱۳۹۲) مشابهت دارد.

منابع

۱) اولادغفاری، ابوالفتح، فاخری فرد، احمد، ناظمی، امیرحسین و قربانی، محمدعلی (۱۳۸۹). "روندیابی هیدرولیکی سیلاب به روش موج پویا و مقایسه با روندیابی آب شناسی ماسکینگام خطی و غیر خطی (مطالعه موردی:

بحث و نتیجه گیری

در این پژوهش روندیابی هیدرولیکی معکوس با روش تفاضل محدود چهار نقطه ای انجام شد. برای روندیابی معکوس از آب نگار خروجی انشعابات استفاده گردید و همچنین خصوصیات هیدرولیکی مسیر نیز در نظر گرفته شد. با توجه به فاصله کوتاه انشعابات تا نقطه اتصال و از نقطه اتصال دو انشعاب تا محل اندازه گیری آب نگار ورودی، شیب بالا رونده، نقطه اوج و شیب پایین رونده آب نگارهای آزمایشگاهی و محاسباتی تطابق خوبی بایکدیگر داشتند؛ که این مسئله در تمامی نمودارهای ارائه شده در شکل ۴ به طور وضوح قابل تشخیص است. از زمان شروع آزمایش تا زمان خاموش کردن تلمبه (ثانیه ۵۷۰) بیشترین خطای نسبی بین نتایج آزمایشگاهی و محاسباتی ۵ درصد است اما پس از خاموشی تلمبه بدلیل بروز پدیده برگشت جریان خطای بیشتری بین نتایج آزمایشگاهی و محاسباتی مشاهده شد. اولادغفاری و همکاران (۱۳۸۹) به مقایسه روش موج دینامیک و روندیابی هیدرولوژیکی ماسکینگام خطی و غیر خطی بر روی رودخانه ليقوانچای پرداختند و نتیجه گرفتند روندیابی هیدرولیکی به روش موج پویایی با وجود نیاز به استفاده از خصوصیات هیدرولیکی مسیر بهتر از روندیابی آب شناسی است و برای پیش بینی آب نگار های پایین دست در مجاری فاقد آمار دقت بالاتری دارد و به خاطر شباهت به روش ماسکینگام کاربرد آن نسبت به سایر روش های روندیابی هیدرولیکی

- 11) Maidment, D.R. (1993). "Handbook of Hydrology." Chapter 10: Flood Routing, McGraw-Hill Book Company.
- 12) Saghafian, B., Jannaty, M.H., and Ezami. N. (2014). "Inverse hydrograph routing optimization model based on the kinematic wave approach". Engineering Optimization, University of Southern California, 04 October.
- 13) Shamaa, M.T., and Karkuri, H.M. (2011). "Implicit Numerical Scheme For Regulating Unsteady Flow In Open Channel". Fifteenth International Water Technology Conference, Alexandria, Egypt.
- 14) Comparison of hydraulic and reverse hydraulic rotational velocity at the junction point of a branch to the main channel
- لیقوان چای". مجله دانش آب و خاک، جلد ۱، شماره ۳، صفحه ۴۸-۶۰.
- ۲) به‌آئین، فرزاد (۱۳۸۰). "روندیابی سیلاب رودخانه مرگ با استفاده از روش چهار نقطه‌ای روش تفاضل محدود". سومین کنفرانس هیدرولیک ایران، ۱۵ الی ۱۷ آبان‌ماه، دانشکده فنی دانشگاه تهران.
- ۳) قبادیان، رسول، قربانی، محمدعلی، خلیج، معصومه (۱۳۹۲). "بررسی عملکرد روش برنامه ریزی بیان ژن در روندیابی سیلاب رودخانه زنگمار در مقایسه با روش موج پویایی". نشریه آب و خاک، جلد ۲۷، شماره ۳، صفحه ۵۹۲-۶۰۲.
- ۴) پیرنیا، علی، رحیمی شوشتری، مصطفی، محمودیان شوشتری، محمد و رحیمی شوشتری، محسن (۱۳۹۱). "بررسی تأثیر جمله‌های مختلف معادله اندازه حرکت در روندیابی سیل در مطالعات مهندسی رودخانه (مطالعه موردی رودخانه مارون)". نهمین کنگره بین‌المللی مهندسی عمران، ۱۹ الی ۲۱ اردیبهشت. دانشگاه صنعتی اصفهان.
- ۵) عباسی‌زاده، مجید، مهدوی، محمد و سلاجقه، علی (۱۳۸۹). "ارزیابی کارایی روش‌های روندیابی آب شناسی سیل در رودخانه دز". فصل‌نامه جغرافیای طبیعی، سال سوم، شماره ۹، صفحه ۶۳-۷۶.
- 6) Artichowicz, W., and Szymkiewicz, R. (2009). "Inverse Integration of the Open Channel Flow Equations". International Symposium on water Management and Hydraulic Engineering, 89- 96.
- 7) Chaudhry, M.H. (1993). "Open Channel Flow". Prentice-Hall Inc. New Jersey, 483 pp.
- 8) Chow, V.T., Maidment, D.R., and Mays, L.W. (1988). "Applied hydrology". Mc Grew-Hill, 572p.
- 9) Hamid Abdulwahid, M., and NaiefKadhim, K. (2014). "Inverse Flood Wave Routing Using Saint Venant Equations". Journal of Babylon University, Engineering Sciences, Vol.(22): 60-66.
- 10) Hossain, M.M., and FerdousEma, J. (2013). "Soulution of Kinematic Wave Equation using Finite Difference Method and Finite Element Method". Global Journal of Science Frontier Resesearch Mathematics and Decision Sciences, Vol 13(6): 25-35.