

مکان‌یابی تسهیلات حساس با در نظر گرفتن اصول پدافند غیرعامل

جمال ارکات^{۱*}، شکوفه زمانی^۲

۱- دانشیار، ۲- دانشجوی دکتری، دانشگاه کردستان

(دریافت: ۹۳/۱۲/۲۷، پذیرش: ۹۴/۰۷/۲۰)

چکیده

در مکان‌یابی تسهیلات حیاتی و حساس، از یک سو ایجاد پوشش مناسب سبب کاهش صدمات ناشی از وقوع بحران یا حملات نظامی می‌شود و از سوی دیگر، استقرار تسهیلات در فواصل دور از یکدیگر، کاهش احتمال شناسایی و تخریب تسهیلات را به دنبال دارد. در این مقاله، یک مدل ریاضی دوهدفه برای مکان‌یابی تسهیلات حساس ارائه می‌شود که در آن، اصول پدافند غیرعامل در قالب توابع هدف کمینه کردن میزان عدم پوشش و بیشینه کردن کمینه فاصله تسهیلات از یکدیگر، در نظر گرفته می‌شوند. در مدل مذکور فرض می‌شود که هر یک از تسهیلات با احتمال مشخصی در زمان وقوع بحران یا جنگ، شناسایی و تخریب گردند. همچنین مصدومین یا متقاضیان دریافت خدمات می‌توانند خدمت مورد نیاز خود را از هر یک از تسهیلات مستقر در یک شعاع پوشش استاندارد دریافت نمایند. به دلیل ناچندجمله‌ای سخت بودن مسئله، یک الگوریتم ژنتیک دوهدفه برای حل آن در مقیاس بزرگ ارائه می‌شود.

کلید واژه‌ها: پدافند غیرعامل، مکان‌یابی تسهیلات، پراکندگی تسهیلات، الگوریتم ژنتیک دوهدفه.

Critical Facilities Location Considering Principles of Passive Defence

J. Arkat*, Sh. Zamani

University of Kurdistan

(Received: 18/03/2015; Accepted: 12/10/2015)

Abstract

For critical and sensitive facility location, finding an adequate coverage can reduce the amount of damages which are caused by disaster or military attacks; and also, locating the critical facilities far from each other can decrease the probability of identification and destruction of them. In this paper, a bi-objective mathematical model is derived for the critical facility location problem, in which the principals of passive defenses have been taken into account via the objective functions of minimizing the uncovered demand amount and maximizing the minimum distance between facilities. In the proposed model, it is assumed that each facility is identified and destructed based on a specific and known probability. Furthermore, it is supposed that injuries (customers) can be served by those facilities located within a predefined coverage distance. Since the proposed problem is NP-hard, a bi-objective genetic algorithm is presented in order to solve the large sized problems.

Keywords: Passive Defense, Facility Location, Facilities Dispersion, Bi-Objective Genetic Algorithm.

*Corresponding Author E-mail: j.arkat@uok.ac.ir

۱. مقدمه

تسهیلات باید در مکانی انجام شود که نیاز به تغییر شکل عوارض و محیط پیرامون نباشد. انتخاب مکان بهینه تسهیلات با توجه به چنین اصولی، از یک سو از کشف و شناسایی تسهیلات جلوگیری می‌کند و از سوی دیگر حجم خرابی‌های ناشی از حملات دشمن را کاهش می‌دهد.

ایران به دلیل موقعیت خاص جغرافیایی و سیاسی خود، همواره شاهد بلایای طبیعی و غیرطبیعی بسیاری بوده و خسارت‌های مالی و انسانی فراوانی را متحمل شده است. ایران جزء ده کشور بلاخیز و ششمین کشور زلزله‌خیز جهان محسوب می‌شود. صفحه عربستان از جنوب غربی، هندوستان از شرق و جنوب شرقی و سیبری از شمال شرقی به ایران فشار وارد آورده و منجر به بروز گسل‌ها و شکستگی‌های متعددی شده‌اند. فعالیت این گسل‌ها باعث شده که ایران از مناطق مهم زلزله‌خیز دنیا محسوب شود. زاگرس، البرز و ایران مرکزی، سه منطقه زلزله‌خیز ایران را تشکیل می‌دهند. از سوی دیگر، ایران در منطقه حساس و استراتژیک خاورمیانه قرار دارد. منطقه خاورمیانه از گذشته دور به دلیل وجود تنگه‌های استراتژیک موجود در آن، دارای نقش نظامی و اقتصادی بسیار حیاتی بوده است. مهم‌ترین و عمیق‌ترین بحران‌های سیاسی جهان معاصر در این منطقه، رقم می‌خورد و چالش‌های مهم ژئوپلیتیکی از عوامل شکل دهنده، تشدید کننده و تداوم‌گر بحران در این حوزه جغرافیایی است. از این رو جایگاه نظری و عملی پدافند در برابر بحران در این منطقه از اهمیت خاصی برخوردار است. مکان‌یابی مناسب تسهیلات حیاتی و حساس همچون پایگاه‌های نظامی، اسلحه‌خانه و انبار مهمات، مراکز خدمات اورژانس و آتش‌نشانی می‌تواند به بهبود توان پدافندی کشور در مقابله با حملات نظامی و بلایای طبیعی کمک نماید.

نوع تابع هدف، مهم‌ترین عامل در دسته‌بندی مسائل مکان‌یابی به شمار می‌رود و بر این اساس، این مسائل به چهار دسته شامل مسائل میانه^۶، پوششی^۷، مرکز^۸ و پراکندگی^۹ تقسیم می‌شوند. در مدل‌های میانه، توابع هدف بر حداقل نمودن مجموع هزینه‌ها دلالت دارند. کمینه نمودن هزینه‌های ثابت احداث تسهیلات، هزینه‌های متغیر عملیاتی، هزینه‌های بیکاری خدمت‌دهندگان و یا هزینه‌های سفر و انتظار مشتریان از جمله توابع معمول در مدل‌های مکان‌یابی میانه محسوب می‌شوند. مدل ارائه شده توسط تورگاس و همکاران [۱] از جمله نخستین مدل‌های مکان‌یابی میانه محسوب می‌شود که تابع هدف آن، تعداد تسهیلات لازم برای پوشش تمامی مشتریان را کمینه می‌کند. محققینی همچون وانگ و همکاران [۲] و برمن و درزور [۳] به ارائه مدل‌های مکان‌یابی میانه با در نظر گرفتن امکان وقوع ازدحام در مکان تسهیلات پرداخته‌اند. پسندیده و اخوان نیایکی [۴] و چمبری و همکاران [۵] نیز با در نظر گرفتن چنین فرضی به ارائه مدل‌های ریاضی چندهدفه پرداخته‌اند که هزینه‌های مشتری یا

بحران معرف وضعیتی است که به صورت طبیعی و یا توسط انسان به وجود می‌آید و طی آن الگوهای معمول زندگی از بین رفته و جامعه انسانی یا محیط زیست دچار خسارت می‌شود. قطع روند طبیعی زندگی، مرگ و میر، آسیب‌دیدگی و بروز بیماری‌ها، تخریب زیرساخت‌ها، سامانه‌های ارتباطی و خدمات اضطراری، نمونه‌هایی از آثار مخرب ناشی از وقوع بحران‌ها هستند. برطرف کردن چنین آثار گسترده و مخربی نیاز به مدیریت، برنامه‌ریزی و اقدامات اضطراری و فوق‌العاده دارد. امروزه مدیریت بحران^۱ به مدیریت هر دو جنبه مخاطرات و پیامدهای پیش و پس از وقوع بحران می‌پردازد و برخلاف گذشته، به امدادسانی پس از وقوع حادثه محدود نمی‌شود. بنابراین در مدیریت بحران از یک سو، از وقوع بحران جلوگیری می‌شود و از سوی دیگر اثرات مخرب ناشی از وقوع آن تا حد امکان کاهش می‌یابد. در یک تقسیم‌بندی کلی، بحران‌ها از دیدگاه عامل ایجاد به دو دسته تقسیم می‌شوند؛ در دسته نخست، سوانحی قرار می‌گیرند که توسط عناصر طبیعی رخ می‌دهند و انسان‌ها دخالتی در وقوع آن‌ها ندارند. دسته دوم شامل بحران‌هایی هستند که انسان‌ها (آگاهانه یا ناآگاهانه) در ایجاد آن‌ها نقش دارند. فجایع سیاسی همچون جنگ‌ها و حملات تروریستی، نمونه‌هایی از اقدامات آگاهانه انسان‌ها هستند که در طی تاریخ با اهداف سلطه‌جویی، قدرت‌طلبی، توسعه اراضی و بهره‌کشی از منابع و مواهب موجود در سایر سرزمین‌ها رخ داده‌اند. پدافند^۲ در مفهوم کلی به مجموعه روش‌ها، برنامه‌ریزی‌ها و فعالیت‌هایی گفته می‌شود که هر نظامی برای دفع و خنثی کردن یا کاهش اثرات اقدامات آفندی^۳ دشمن انجام می‌دهد. پدافند به دو دسته شامل پدافند عامل^۴ و پدافند غیرعامل^۵ تقسیم می‌شود. در پدافند عامل، مقابله مستقیم با دشمن و رویارویی با حملات آفندی از طریق به‌کارگیری جنگ‌افزارها صورت می‌پذیرد. پدافند غیرعامل به مجموعه اقداماتی اطلاق می‌شود که مستلزم به‌کارگیری جنگ‌افزار نیستند و با اجرای آن‌ها می‌توان از وارد شدن خسارات مالی به تجهیزات و تأسیسات حیاتی و حساس نظامی و غیرنظامی و تلفات جانی جلوگیری کرد و یا میزان خسارات و تلفات را تا حد امکان کاهش داد.

مکان‌یابی بهینه تجهیزات و تسهیلات حیاتی و حساس نظامی و غیرنظامی از جمله تمهیداتی است که در پدافند غیرعامل بدان پرداخته می‌شود. بر اساس اصول پدافند غیرعامل، تسهیلات باید در مکانی مستقر شوند که امکان اجرای مأموریت در مکان تعیین شده وجود داشته باشد. همچنین ایجاد پراکندگی و تمرکززدایی نیروها، تجهیزات و تأسیسات، اصل دیگر پدافند غیرعامل در مکان‌یابی تسهیلات حساس محسوب می‌شود. بر اساس اصل سوم، استقرار

¹ Crisis Management

² Defense

³ Offensive Attacks

⁴ Offensive Defense

⁵ Passive Defense

⁶ Median Problems

⁷ Covering Problems

⁸ Center Problems

⁹ Dispersion Problems

تحقیق از فرآیند تحلیل شبکه‌ای و روش طبقه‌بندی عددی به منظور ارزیابی و دسته‌بندی مکان‌های کاندیدا استفاده شده است. کرباسیان و همکاران [۱۷] نیز از تحلیل پوششی داده‌ها در ارائه یک مدل چندهدفه برای مکان‌یابی تسهیلات حساس استفاده کرده‌اند. حداکثر نمودن کارایی و افزایش پراکندگی تسهیلات، توابع هدف این تحقیق هستند. محققین برای حل مدل خود از روش برنامه‌ریزی آرمانی فازی استفاده کرده‌اند. محمدی و همکاران [۱۸] یک مدل دوهدفه برای استقرار هم‌زمان مراکز فوریت‌های پزشکی و دکل‌های مخابراتی ارائه نموده‌اند. تابع هدف اول شامل کمینه کردن تقاضا در زمان، مربوط به مراقبت‌های بهداشتی و درمانی و تابع هدف دوم در خصوص حداکثر کردن پوشش مخابراتی می‌باشد. محققین از روش محدودیت اسپیلون اصلاح شده برای حل این مدل استفاده کرده و از آن برای مطالعه موردی در شهر تهران استفاده کرده‌اند. ارکات و زمانی [۱۹] نیز به ارائه یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوهدفه برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات حساس پرداخته‌اند. تابع هدف نخست، مجموع مشتریان تحت پوشش را بیشینه می‌کند و تابع هدف دوم، با تأکید بر اصل پراکندگی تسهیلات، حداقل فاصله تسهیلات را از یکدیگر بیشینه می‌نماید.

مرور تحقیقات انجام شده در حوزه مسائل مکان‌یابی نشان می‌دهد که هرچند مطالعات بسیاری به ارائه انواع مدل‌های مکان‌یابی پرداخته‌اند، اما مطالعات اندکی به مسئله مکان‌یابی تسهیلات حساس اختصاص دارند. در زمان وقوع بحران بسیاری از تسهیلات به دلیل خرابی قادر به ارائه خدمت نخواهند بود. خرابی تسهیلات حساس ممکن است از دست رفتن تقاضای مشتریان و پیامدهای ناگوار بسیاری را در پی داشته باشد. بنابراین ارائه مدل‌های ریاضی با فرض خرابی تسهیلات در زمان بحران و پیامدهای ناشی از آن همچون از دست رفتن مشتریان، ضروری به نظر می‌رسد. ارکات و زمانی [۱۹] مدلی با فرض امکان خرابی تسهیلات حساس ارائه کرده و کمینه نمودن حجم مشتریان از دست رفته ناشی از خرابی تسهیلات را به عنوان تابع هدف در نظر گرفته‌اند. در این تحقیق برای هر مشتری یک تسهیل پشتیبان در نظر گرفته شده است. هر مشتری خدمت مورد نیاز خود را از نزدیک‌ترین تسهیل و در صورت خرابی از دومین نزدیک‌ترین تسهیل دریافت می‌کند و مشتریانی که نتوانند از هیچ یک از تسهیلات اولیه یا پشتیبان خود، خدمت دریافت نمایند مشتریان از دست رفته محسوب می‌شوند. در واقعیت، در زمان بحران، حوادث باید در زمان کوتاهی پاسخ داده شوند و ممکن است فاصله نزدیک‌ترین تسهیل به محل حادثه بیش از حد قابل قبول باشد. از سوی دیگر، هر یک از تسهیلاتی که در فاصله قابل قبولی از محل حادثه قرار دارند می‌توانند برای پوشش مشتریان اعزام شوند و بنابراین یک مشتری ممکن است توسط چندین تسهیل پشتیبانی شود.

با توجه به آنچه گفته شد، در این مقاله به بررسی مسئله مکان‌یابی تسهیلات حیاتی و حساس به منظور افزایش توان پدافندی در مواجهه

خدمت‌دهنده و یا هزینه‌های هم‌زمان مشتری و خدمت‌دهنده را کمینه می‌نمایند. برخلاف مدل‌های میانه که در آن‌ها تابع هدف بر کیفیت ارائه خدمات از دید مشتری یا خدمت‌دهنده تمرکز دارد، در مدل‌های پوششی بر روی حجم مشتریان تحت پوشش تأکید می‌شود. بیشینه کردن حجم مشتریان تحت پوشش و یا در مقابل کمینه نمودن مشتریان خارج از محدوده پوشش تسهیلات، توابع مرسوم در مدل‌های مکان‌یابی پوششی هستند. چارچ و رول [۶] مدلی با هدف حداکثر نمودن نقاط تحت پوشش با در نظر گرفتن تعداد مشخصی تسهیل ارائه کرده‌اند. در مدل ارائه شده توسط محمود و ایندرباساری [۷] برای هر تسهیل، شعاع پوشش مشخصی در نظر گرفته شده است. محققین از تحلیل شبکه به کمک نرم‌افزار GIS برای تعیین مناطق تحت پوشش هر تسهیل استفاده نموده‌اند. تابع هدف این مدل، مجموع مناطق تحت پوشش را بیشینه می‌کند. مدل‌های ارائه شده توسط چانگ و همکاران [۸]، پیرکال و شیلینگ [۹]، یین و مو [۱۰]، برمن و همکاران [۱۱] و مقدس و تقی‌زاده [۱۲] نیز از دسته مدل‌های مکان‌یابی پوششی محسوب می‌شوند. تابع هدف مدل‌های مکان‌یابی مرکز به عنوان دسته سوم مسائل مکان‌یابی از نوع کمینه کردن بیشینه^۱ فاصله یا زمان‌های خدمت‌دهی است. چنین توابع هدفی، توزیع عادلانه خدمات را مدنظر قرار می‌دهند و در مسائل مکان‌یابی تسهیلات اورژانسی متداول هستند؛ مسائلی که در آن‌ها لازم است در کوتاه‌ترین زمان ممکن به دورترین مشتری نیز خدمت‌رسانی انجام شود. مدل‌هایی که در تحقیقات آبولین [۱۳] و کانتراس و همکاران [۱۴] ارائه شده‌اند، از این نوع مدل‌ها محسوب می‌شوند. در دسته چهارم از مدل‌های مکان‌یابی، مدل‌های پراکندگی قرار دارند. تابع هدف چنین مدل‌هایی بر حداکثر کردن مجموع یا حداقل فواصل تأکید دارد. مدل‌های پراکندگی در مکان‌یابی تسهیلات نامطلوب و حساس کاربرد دارند. تسهیلات نامطلوب، تسهیلاتی هستند که اگرچه جامعه به وجود آن‌ها نیازمند است اما استقرار آن‌ها در نزدیکی مراکز جمعیتی می‌تواند آثار زیان‌بار جانی و یا نتایج زیان‌آور اجتماعی و اقتصادی به همراه داشته باشد. مکان‌های دفن زباله، زندان‌ها و مراکز تولیدی پرصدا مصادیقی از تسهیلات نامطلوب هستند. تسهیلات حیاتی و حساس به تسهیلاتی اطلاق می‌شوند که به ترتیب دارای گستره فعالیت‌های ملی و منطقه‌ای هستند و وجود و استمرار فعالیت‌های آن‌ها برای کشور و یا مناطقی از کشور، حیاتی و ضروری است و آسیب یا تصرف آن‌ها توسط دشمن، باعث اختلال کلی در اداره امور کشور و یا بخشی از آن می‌شود. نیروگاه‌ها، بیمارستان‌ها، آتش‌نشانی‌ها و مراکز نظامی، نمونه‌هایی از چنین تسهیلاتی هستند. زنجیرانی فراهانی و اصغری [۱۵] از ترکیب رویکرد تصمیم‌گیری چند معیاره و روش‌های پوشش، جهت ارائه یک مدل تحلیل سلسله‌مراتبی در مسأله مکان‌یابی مراکز توزیع محصولات نظامی استفاده کرده‌اند. جبل عاملی و همکاران [۱۶] یک مدل ترکیبی برای مکان‌یابی تسهیلات حساس ارائه نموده‌اند. در این

^۱ minimax

تأثیرگذار برآورد می‌شود. هر مشتری می‌تواند تقاضای خود را از تسهیلاتی تأمین کند که در شعاع پوشش استاندارد از وی قرار دارند. اندازه شعاع پوشش به شبکه راه‌ها و وسایل حمل و نقل موجود بستگی دارد. در مدل ریاضی ارائه شده، تابع هدف نخست، حجم مشتریان پوشش نیافته را کمینه می‌سازد. چنین تابع هدفی معادل با بیشینه کردن حجم مشتریان پوشش یافته است. تابع هدف دوم با تأکید بر اصل پراکندگی تسهیلات، کمترین فاصله میان جفت تسهیلات را بیشینه می‌سازد. مفروضات زیر در مدل‌سازی مسئله، مدنظر قرار می‌گیرند:

- مختصات گره‌های شبکه و در نتیجه، کوتاه‌ترین فاصله بین هر جفت گره از شبکه، از قبل مشخص است.
 - مشتریان در گره‌های شبکه مستقر هستند و مقدار تقاضای هر مشتری، ثابت و مشخص است.
 - هر یک از گره‌های شبکه، به عنوان یک مکان کاندیدا برای احداث یک تسهیل در نظر گرفته می‌شود.
 - احتمال شناسایی و تخریب هر یک از سایت‌های کاندیدا از قبل مشخص است.
 - هر مشتری می‌تواند تقاضای خود را از هر تسهیل سالمی که در شعاع پوشش استاندارد وی قرار دارد، دریافت کند.
- نمادگذاری مدل ریاضی به شرح زیر است:

مجموعه‌ها

V مجموعه گره‌های شبکه (i و z زانديس گره)

پارامترها

d_i حجم تقاضای مشتریان مستقر در گره i

t_{ij} فاصله گره i از گره j

P_j احتمال شناسایی و تخریب تسهیل مستقر در گره j

c تعداد تسهیلات

a_{ij} برابر یک است اگر گره i در شعاع پوشش گره j باشد و در غیر این صورت، صفر است.

M یک عدد مثبت بزرگ

متغیرهای تصمیم

y_j یک متغیر دودویی که برابر با یک است اگر تسهیلی در سایت j مستقر شود و در غیر این صورت، صفر است.

Q_{ij} برابر با P_j است اگر گره i در شعاع پوشش تسهیل مستقر در سایت j باشد و در غیر این صورت، یک است.

مدل ریاضی مسئله به صورت زیر ارائه می‌شود:

با عملیات تهاجمی دشمن پرداخته می‌شود. امکان پوشش چندگانه مشتریان با در نظر گرفتن امکان وجود چندین تسهیل پشتیبان از جمله نوآوری‌های این مدل محسوب می‌شود. علاوه بر این، مکان‌های احداث تسهیلات باید به گونه‌ای انتخاب شوند که احتمال شناسایی و تخریب آن‌ها توسط دشمن، اندک باشد. توپوگرافی منطقه، موقعیت جغرافیایی و هم‌رنگی با عوارض محیطی همچون پوشش‌های کوهستانی و جنگلی تأثیر قابل توجهی بر روی احتمال شناسایی و تخریب تسهیلات دارند. همچنین، تمرکز تسهیلات حیاتی و حساس در مجاورت یکدیگر باعث می‌شود که دشمن در زمان کوتاهی، مکان تمامی تسهیلات را شناسایی و مورد تهاجم قرار دهد و با صرف کمترین هزینه، بیشترین مقدار خسارت و تلفات را به وجود آورد. برای مسئله تحت بررسی، یک مدل ریاضی شامل دو هدف به صورت کمینه کردن حجم مشتریان پوشش نیافته و بیشینه کردن کمینه فاصله تسهیلات ارائه می‌گردد. مدل پیشنهادی می‌تواند در تعیین مکان بهینه استقرار مراکز همچون پایگاه‌های نظامی، مراکز فوریت‌های اورژانس و ایستگاه‌های آتش‌نشانی مورد استفاده قرار گیرد. توسعه الگوریتم حل فرابتکاری دوهدفه برای حل مسئله از دیگر نوآوری‌های تحقیق حاضر، محسوب می‌شود.

ساختار مقاله بدین صورت تنظیم شده است: در بخش آتی، ابتدا تعریف دقیق مسئله و مفروضات آن ارائه می‌شود و بر اساس مفروضات عنوان شده، یک مدل ریاضی ارائه می‌گردد. در بخش سوم، نحوه به کارگیری روش محدودیت اسیلون برای حل مدل ارائه شده، تشریح می‌گردد. از آنجایی که مسئله تحت بررسی، ناچندجمله‌ای سخت است، برای حل مسئله در اندازه بزرگ، یک الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب^۱ (NSGA) توسعه داده می‌شود. در بخش پنجم، با ارائه دو مثال عددی و حل آن‌ها توسط نرم‌افزار GAMS کارایی الگوریتم ژنتیک ارائه شده مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در بخش انتهایی مقاله، نتیجه‌گیری و پیشنهادهای برای مطالعات آتی، ارائه می‌شوند.

۲. بیان مسئله و ارائه مدل ریاضی

در این تحقیق، مسئله مکان‌یابی تسهیلات حیاتی و حساس با هدف افزایش توان پدافندی برای مقابله با حملات تهاجمی دشمن مورد بررسی قرار می‌گیرد. فرض می‌شود که شبکه‌ای از گره‌ها و مسیرهای ارتباطی میان آن‌ها موجود است و فاصله بین هر جفت گره به صورت طول کوتاه‌ترین مسیر موجود بین آن‌ها در نظر گرفته می‌شود. مشتریان در گره‌های شبکه مستقر هستند و تقاضای هر مشتری، مقداری ثابت و مشخص است. همچنین گره‌های شبکه به عنوان سایت‌های کاندیدا برای استقرار تعداد مشخصی تسهیل در نظر گرفته می‌شوند. احتمال شناسایی و تخریب هر سایت کاندیدا از قبل مشخص است. چنین احتمالی با توجه به عواملی همچون توپوگرافی منطقه، نزدیکی به جاده‌های اصلی، بزرگراه‌ها، مرزها و سایر عوامل

¹ Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

مدل ریاضی در ابعاد کوچک توسط نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده‌های غیرخطی همچون BARON وجود دارد. در بخش پنجم مقاله، یک مثال عددی در اندازه کوچک با توجه به این مدل، حل و تحلیل می‌شود.

در صورتی که احتمالات شناسایی و تخریب برای تمامی سایت‌های کاندیدا، یکسان در نظر گرفته شوند، می‌توان شکل خطی جدیدی از مدل ارائه شده را توسعه داد. در ادامه با در نظر گرفتن چنین فرضی و مفروضات پیشین، مدل ارائه شده، بازنویسی می‌شود. در مدل بازنویسی شده، علاوه بر نمادهای قبل، نمادهای زیر نیز استفاده می‌شوند:

K مجموعه تعداد تسهیلات مستقر در شعاع پوشش یک مشتری k اندیس تعداد تسهیلات مستقر در شعاع پوشش یک مشتری

P احتمال شناسایی و تخریب هر یک از تسهیلات

x_{ik} یک متغیر تصمیم دودویی که برابر با یک است اگر مشتری i در شعاع پوشش k تسهیل قرار داشته باشد و در غیر این صورت برابر صفر است.

شکل جدید مدل به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\min \sum_i \left(d_i \sum_k x_{ik} P^k \right) \quad (7)$$

$$\max \left\{ \min_{i,j \in V} \{ t_{ij} + M(1 - y_i y_j) \} \right\} \quad (8)$$

Subject to:

$$\sum_k k x_{ik} = \sum_j a_{ij} y_j \quad \forall i \in V \quad (9)$$

$$\sum_k x_{ik} = 1 \quad \forall i \in V \quad (10)$$

$$\sum_j y_j = c \quad (11)$$

$$x_{ik}, y_j \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, k \in K \quad (12)$$

رابطه (۷)، شکل جدید تابع هدف نخست می‌باشد. برخلاف رابطه ارائه شده در مدل اول که به دلیل ضرب متغیرهای پیوسته P_{ij} غیرخطی است، رابطه (۷) یک رابطه خطی است. رابطه (۸) تابع هدف دوم را نشان می‌دهد. محدودیت ارائه شده در رابطه (۹) تعداد تسهیلات مستقر در شعاع پوشش یک مشتری را مشخص می‌سازد. رابطه (۱۰) تضمین می‌کند که تعداد تسهیلات مستقر در شعاع پوشش هر مشتری، یکتا است. رابطه (۱۱) تعداد تسهیلات را مشخص می‌کند. رابطه (۱۲) دامنه متغیرهای تصمیم مدل را نشان می‌دهد.

در مدل جدید، تابع هدف دوم به دلیل ضرب دو متغیر دودویی و وجود عملگر کمینه، غیر خطی است. برای خطی‌سازی این رابطه، نخست متغیر دودویی جدیدی به صورت $z_{ij} = y_i y_j$ تعریف می‌شود.

$$\min \sum_{i \in V} \left(d_i \prod_{j \in V} Q_{ij} \right) \quad (1)$$

$$\max \left\{ \min_{i,j \in V} \{ t_{ij} + M(1 - y_i y_j) \} \right\} \quad (2)$$

Subject to:

$$Q_{ij} \geq P_j \quad \forall i, j \in V \quad (3)$$

$$Q_{ij} \geq 1 - a_{ij} y_j \quad \forall i, j \in V \quad (4)$$

$$\sum_j y_j = c \quad (5)$$

$$y_j \in \{0,1\} \quad Q_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j \in V \quad (6)$$

رابطه (۱) به عنوان تابع هدف نخست، میانگین مجموع تقاضای مشتریان پوشش نیافته را کمینه می‌کند. یک مشتری در صورتی پوشش نمی‌یابد که تمامی تسهیلاتی که در شعاع پوشش وی قرار دارند، تخریب شده باشند. در این رابطه، در صورتی که گره i در شعاع پوشش تسهیل مستقر در سایت j نباشد، مقدار Q_{ij} برابر با یک خواهد بود و بنابراین در ضرب احتمالات تخریب، تأثیری نخواهد داشت. رابطه (۲)، تابع هدف دوم را نشان می‌دهد که حداقل فاصله میان جفت تسهیلات را بیشینه می‌کند و موجب افزایش پراکندگی تسهیلات در سرتاسر شبکه می‌شود. در این رابطه، در صورتی که متغیرهای تصمیم y_i و y_j هر دو برابر با یک باشند (بدین معنی که در هر دو گره i و j یک تسهیل احداث شده باشد) فاصله بین دو تسهیل برابر با t_{ij} منظور خواهد شد. از سویی، در صورتی که حداقل یکی از دو متغیر تصمیم y_i و y_j برابر با صفر باشند، مقدار M به عنوان یک عدد بزرگ، در رابطه منظور می‌شود که تأثیری در عملگر کمینه‌سازی نخواهد داشت. روابط (۳) و (۴)، تعریف ارائه شده برای متغیر تصمیم Q_{ij} را تضمین می‌کنند. در صورتی که مقدار متغیر y_j و پارامتر a_{ij} هر دو برابر با یک باشند (بدین معنی که در سایت j تسهیلی احداث شده و گره i در شعاع پوشش این تسهیل قرار داشته باشد) محدودیت (۴) منفعل و محدودیت (۳) الزام‌آور خواهد شد. در این حالت، به دلیل آنکه تابع هدف اول از نوع کمینه‌سازی است، کمترین مقدار ممکن یعنی P_j به متغیر Q_{ij} تخصیص می‌یابد. در سوی مقابل، اگر مقدار متغیر y_j یا پارامتر a_{ij} صفر باشد (بدین معنی که در سایت j تسهیلی احداث نشده باشد یا گره i در شعاع پوشش تسهیل مستقر در سایت j نباشد) محدودیت (۴) الزام‌آور و مقدار متغیر Q_{ij} برابر با یک خواهد شد که تأثیری در ضرب احتمالات تخریب نخواهد داشت. رابطه (۵) تعداد تسهیلاتی که احداث می‌شوند را مشخص می‌کند. رابطه (۶) دامنه متغیرهای تصمیم را نشان می‌دهد. در مدل ریاضی ارائه شده، مقدار M را می‌توان برابر با بزرگ‌ترین مقدار t_{ij} در نظر گرفت.

اگرچه تابع هدف دوم، قابلیت خطی‌سازی را دارد اما در تابع هدف اول، به دلیل ضرب تعدادی متغیر پیوسته، امکان خطی‌سازی کامل مدل ریاضی وجود ندارد. تحت چنین شرایطی، صرفاً امکان حل دقیق

بهینه پارتویی راه‌حلی است که در آن با بهتر شدن مقدار یکی از توابع هدف، برای حداقل یکی دیگر از توابع هدف، مقداری بدتر به دست می‌آید. یک راه‌حل بهینه پارتویی را راه‌حل مؤثر نیز می‌نامند. مجموعه مؤثر به مجموعه تمامی راه‌حل‌های مؤثر مسئله گفته می‌شود.

روش محدودیت افسیلون یکی از معروف‌ترین روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه است. در این روش، به جای ترکیب نمودن توابع هدف در قالب یک تابع، بهینه‌سازی یک هدف مدنظر قرار می‌گیرد و سایر توابع هدف به محدودیت‌هایی که محدودیت افسیلون نامیده می‌شوند، تبدیل می‌شوند [۲۰]. این روش نخستین بار توسط هیمز و همکاران [۲۱] توسعه داده شد و جزئیات آن در تحقیق چانگونگ و هیمز [۲۲] تشریح شده است. در حالتی که مدل ریاضی دارای دو تابع هدف و مسئله از نوع ترکیباتی باشد، روش کار الگوریتم ساده و سرراست است و در این حالت، مجموعه دقیق و کامل نقاط مؤثر به دست می‌آیند [۲۳].

در صورتی که فرم کلی مدل ارائه شده به صورت زیر در نظر گرفته شود:

$$\begin{aligned} \min f_1(X) \\ \max f_2(X) \\ \text{s. t. } X \in D \end{aligned} \quad (17)$$

مراحل روش محدودیت افسیلون به شرح جدول (۱) می‌باشد. بر اساس این جدول، الگوریتم با انتخاب یکی از توابع هدف به عنوان تابع اصلی (f_1) و به دست آوردن راه‌حل بهینه آن، شروع می‌شود. در مرحله ۳ (الف) بهترین مقدار برای تابع هدف دوم به دست می‌آید، مشروط بر آنکه مقدار تابع هدف اول از مقدار بهینه فعلی، بدتر نگردد. در مرحله ۳ (ب) مقدار تابع هدف دوم بهبود می‌یابد که به دلیل وجود تعارض بین توابع هدف، چنین بهبودی باعث بدتر شدن تابع هدف اول خواهد شد. نکته حائز اهمیت در رویه ذکر شده این است که به دلیل امکان وجود بهینه‌های چندگانه در مرحله ۳ (ب) این احتمال وجود دارد که بهترین مقدار برای تابع دوم در سطح بهینه فعلی برای تابع اول، به دست نیاید، بنابراین راه‌حل‌های مرحله ۳ (ب) ممکن است مؤثر نباشند.

انتخاب مقدار عددی Δ در انجام مراحل فوق از اهمیت زیادی برخوردار است. هرچه این مقدار، کوچک‌تر انتخاب شود، احتمال آنکه یکی از راه‌حل‌های مؤثر در روند اجرای الگوریتم به دست نیاید، کمتر خواهد بود. در صورتی که مقدار عددی تابع هدف دوم به ازای هر راه‌حل شدنی، عدد صحیح باشد، آنگاه می‌توان مقدار Δ را برابر با عدد یک در نظر گرفت [۲۳]. در این حالت، روش محدودیت افسیلون، به دست آوردن کلیه راه‌حل‌های مؤثر مسئله را تضمین می‌نماید. در مدل ریاضی ارائه شده، مقادیر عددی تابع هدف اول به دلیل وجود عبارات‌های احتمالی، ممکن است عدد صحیح نباشد. در مقابل، تابع هدف دوم مقدار کوتاه‌ترین فاصله میان تسهیلات را

با توجه به این تعریف، متغیر جدید Z_{ij} برابر با یک است اگر در هر دو سایت i و j یک تسهیل مستقر شود و در غیر این صورت برابر صفر است. متغیر Z_{ij} در تابع هدف دوم جایگزین عبارت $y_i y_j$ می‌گردد و محدودیت‌های زیر به مدل اضافه می‌شوند.

$$y_i + y_j \geq 2Z_{ij} \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (13)$$

$$y_i + y_j - Z_{ij} \leq 1 \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (14)$$

رابطه (۱۳) تضمین می‌کند که در صورتی که حداقل یکی از متغیرهای اولیه، مقدار صفر بگیرد، مقدار متغیر جدید نیز برابر با صفر شود. رابطه (۱۴) تضمین می‌کند که اگر هر دو متغیر اولیه، مقدار یک بگیرند، مقدار متغیر جدید نیز برابر با یک شود.

برای خطی‌سازی عملگر کمینه در تابع هدف دوم، متغیر تصمیم جدیدی به صورت $T = \min_{i,j \in V} \{t_{ij} + M(1 - Z_{ij})\}$ تعریف می‌شود. متغیر T در تابع هدف دوم جایگزین عبارت $\min_{i,j \in V} \{t_{ij} + M(1 - Z_{ij})\}$ می‌گردد و محدودیت زیر به مدل اضافه می‌شود:

$$T \leq t_{ij} + M(1 - Z_{ij}) \quad \forall i, j \in V, i \neq j \quad (15)$$

از آنجایی که تابع هدف دوم از نوع بیشینه‌سازی است، مقدار T در بیشترین مقدار ممکن خود یعنی کمینه مقادیر سمت راست رابطه (۱۵) قرار می‌گیرد.

با انجام رویه‌های خطی‌سازی اشاره شده، مدل دوم به یک مدل کاملاً خطی تبدیل شده و بنابراین می‌توان از حل‌کننده‌های عدد صحیح نرم‌افزار GAMS (مانند CPLEX) برای حل آن استفاده نمود.

۳. روش محدودیت افسیلون

به طور کلی یک مسئله کمینه‌سازی دوهدفه را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{aligned} \min f(X) = (f_1(X), f_2(X)) \\ \text{s. t. } X \in D \end{aligned} \quad (16)$$

که در آن، $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ برداری از متغیرهای تصمیم و D فضای شدنی مسئله است. در یک مسئله چندهدفه، مقایسه دو راه‌حل مختلف به مراتب پیچیده‌تر از مسائل یک‌هدفه است. مسائل چندهدفه اغلب فاقد یک راه‌حل بهینه واحد هستند و بنابراین مجموعه‌ای از راه‌حل‌های بهینه پارتویی به عنوان مجموعه راه‌حل‌های مؤثر^۱ مسئله ارائه می‌شوند. در یک مسئله کمینه‌سازی با m تابع هدف، راه‌حل $u \in D$ بر راه‌حل $v \in D$ غالب پارتویی^۲ می‌گویند اگر و فقط اگر راه‌حل u در تمامی توابع هدف، معادل یا بهتر از راه‌حل v باشد و حداقل به ازای یکی از توابع هدف، اکیداً بهتر از آن باشد. همچنین راه‌حل u را راه‌حل بهینه پارتویی^۳ می‌نامند اگر و فقط اگر هیچ راه‌حلی همچون v بر آن غالب نباشد. به عبارت دیگر یک راه‌حل

¹ Efficient Solution

² Pareto Dominance

³ Pareto Optimal Solution

ژنتیک مبتنی بر مرتب‌سازی نامغلوب یا به اختصار NSGAI است. نسخه اولیه NSGAI توسط سرینیواس و دب [۲۴] توسعه داده شده است. مهم‌ترین ویژگی این الگوریتم که آن را در مقابل الگوریتم ژنتیک متعارف (برای مسائل یک‌هدفه) قرار می‌دهد، مرتب نمودن راه‌حل‌ها بر اساس معیار غلبگی (به جای شایستگی) است. در هر نسل، کروموزوم‌هایی که توسط هیچ یک از کروموزوم‌های موجود در نسل فعلی، مغلوب نیستند، سطح اول غلبگی را تشکیل می‌دهند. با حذف موقتی کروموزوم‌های سطح اول، به طریقی مشابه کروموزوم‌های سطح دوم غلبگی مشخص می‌شوند. روند تشکیل یک سطح غلبگی، حذف موقتی کروموزوم‌های سطح فعلی و جستجو برای یافتن کروموزوم‌های نامغلوب، تا زمانی که تمامی راه‌حل‌ها سطح‌بندی شوند، ادامه می‌یابد. نسخه دوم NSGA توسط دب و همکاران [۲۵] برای رفع نواقص نسخه اولیه توسعه داده شد. مهم‌ترین ویژگی‌هایی که باعث برتری NSGAI بر NSGA شده‌اند، استفاده از روشی سریع‌تر برای تشکیل سطوح غلبگی، استفاده از معیار فاصله ازدحامی^۱ برای مرتب‌سازی کروموزوم‌های موجود در یک سطح غلبگی، استفاده از عملگر انتخاب رقابت دودویی^۲ و انتخاب مبتنی بر نخبه‌گرایی^۳ است.

ساختار کلی NSGAI به این صورت است: نخست بر اساس شیوه‌ای کاملاً تصادفی یا نظام‌مند، جمعیت نسل اول تولید می‌شود. در هر نسل، بر اساس روش انتخاب رقابت دودویی، والدین برای شرکت در عملگرهای هم‌گذری و جهش انتخاب می‌شوند. در این نوع انتخاب، هر بار دو کروموزوم به صورت تصادفی انتخاب و به ترتیب نخست بر مبنای رتبه (سطح غلبگی) و سپس فاصله ازدحامی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. با تکرار این عملگر، تعداد مشخصی از کروموزوم‌های نسل فعلی برای تولید فرزندان انتخاب می‌شوند. والدین انتخاب شده به دو دسته جهت انجام عملیات جهش و هم‌گذری تقسیم می‌شوند. این دسته‌بندی به گونه‌ای انجام می‌گیرد که تعداد فرزندان تولید شده برابر با اندازه جمعیت هر نسل گردد.

آخرین مرحله از حلقه تکرار الگوریتم، انتخاب کروموزوم‌های نسل آتی از مجموعه کروموزوم‌های نسل فعلی و فرزندان تولید شده است. استراتژی انتخاب در NSGAI استراتژی نخبه‌گرا است. در این استراتژی، نخست کروموزوم‌های موجود در استخر بر مبنای سطح غلبگی و سپس فاصله ازدحامی، مرتب‌سازی می‌شوند. ایجاد نسل آتی با انتقال کروموزوم‌های موجود در سطح غلبگی اول، آغاز می‌گردد. سپس کروموزوم‌های سطح دوم و به همین ترتیب، کروموزوم‌های سایر سطوح به نسل آتی منتقل می‌شوند. این رویه تا جایی ادامه می‌یابد که کروموزوم‌های موجود در سطح غلبگی فعلی از تعداد کروموزوم‌های لازم برای تکمیل نسل آتی، بیشتر باشد. در این شرایط، از معیار فاصله ازدحامی برای انتخاب کروموزوم‌های سطح

بیشینه می‌کند و در صورتی که مقادیر طول کمان‌ها به صورت عدد صحیح در نظر گرفته شوند، مقدار تابع هدف دوم، همواره عدد صحیح خواهد بود. در صورتی که در داده‌های مسئله، طول برخی از کمان‌ها دارای ارقام اعشاری باشند، می‌توان با ضرب کردن طول تمامی کمان‌ها در توان مناسبی از ۱۰، طول کلیه کمان‌ها را به عدد صحیح تبدیل کرد، بدون آنکه راه‌حل‌های مؤثر مسئله تغییر کنند. با این اوصاف، برای پیاده‌سازی روش محدودیت افسیلون، تابع هدف اول (کمینه‌سازی تقاضای پوشش نیافته) به عنوان تابع اصلی و تابع هدف دوم (بیشینه‌سازی کمینه فاصله میان تسهیلات) به عنوان تابع فرعی در نظر گرفته می‌شوند.

جدول ۱. مراحل روش محدودیت افسیلون

- (۱) تابع هدف اول را با در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌های مسئله، کمینه نمایند تا راه‌حل بهینه X_1 به دست آید.
- (۲) قرار دهید $i = 1$.
- (۳) مراحل زیر را تا رسیدن به شرط توقف تکرار کنید:
 - (الف) تابع هدف دوم را با در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌های مسئله و محدودیت جدید $f_1(X) \leq f_1(X_{2i-1})$ بیشینه نمایند تا راه‌حل بهینه X_{2i} به دست آید.
 - (ب) تابع هدف اول را با در نظر گرفتن تمامی محدودیت‌های مسئله و محدودیت جدید $f_2(X) \geq f_2(X_{2i}) + \Delta$ کمینه نمایند. در صورتی که برنامه جدید دارای راه‌حل شدنی است، راه‌حل بهینه آن را X_{2i+1} بنامید، قرار دهید $i = i + 1$ و به مرحله ۳ (الف) برگردید؛ در غیر این صورت، به مرحله بعد بروید.
- (۴) کلیه راه‌حل‌های X_i که در آنها، i عددی زوج است، راه‌حل‌های مؤثر مسئله می‌باشند.

۴. الگوریتم ژنتیک دوهدفه

الگوریتم ژنتیک یکی از الگوریتم‌های جستجوی مبتنی بر جمعیت است که با الهام از رویه‌های تکامل طبیعی همچون جهش، هم‌گذری و انتخاب، از ژنتیک طبیعی تقلید می‌کند. در یک الگوریتم ژنتیک، مجموعه‌ای از راه‌حل‌های رمزگذاری شده که کروموزوم نامیده می‌شوند، در مسیر دستیابی به نسلی بهتر، تکامل می‌یابند. این رویه تکامل با نسل اول که معمولاً به صورت تصادفی تولید می‌شود، آغاز می‌گردد. در هر نسل، کروموزوم‌های جمعیت فعلی بر اساس معیار برازندگی، انتخاب و از طریق عملگرهای ژنتیکی، تغییر داده یا ترکیب می‌شوند. نسل آتی به گونه‌ای از نسل فعلی انتخاب می‌شود که میزان برازندگی کل جمعیت بهبود یابد. این حلقه بهبود تا رسیدن به معیار خاتمه مشخصی، تکرار می‌شود.

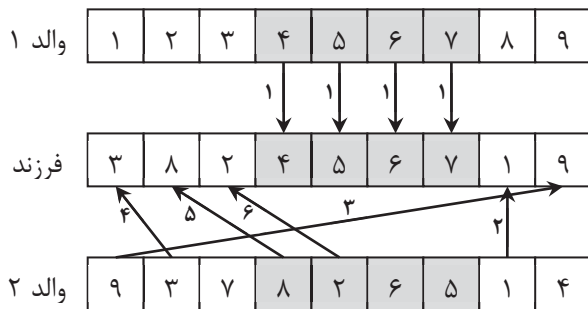
همانند مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی یک‌هدفه، الگوریتم‌های تکاملی و به ویژه الگوریتم ژنتیک، در مسائل بهینه‌سازی چندهدفه نیز حضور موفقی داشته‌اند. به جرأت می‌توان گفت که رایج‌ترین الگوریتم فراابتکاری چندهدفه که طی دهه اخیر در مسائل بهینه‌سازی چندهدفه به کار گرفته شده است، نسخه دوم الگوریتم

¹ Crowding-Distance

² Binary Tournament

³ Elitist-Preserving Approach

بخش انتهایی و سپس با شروع از ابتدای کروموزوم، سایر ژن‌ها، یک‌به‌یک کنترل می‌شوند و هر ژنی که در فرزند اول وجود نداشته باشد، به ترتیب گفته شده، کپی می‌شود. به روشی مشابه، فرزند دوم با تعویض نقش والدین اول و دوم، تولید می‌شود. مثالی از همگذری ترتیبی در شکل (۱) نشان داده شده است که در آن، اعدادی که بر روی خطوط نوشته شده‌اند، ترتیب انتخاب و جایگذاری ژن‌ها را نشان می‌دهند.



شکل ۱. مثالی از نحوه انجام همگذری

عملگر جهش بر روی یک کروموزوم اعمال می‌شود و با تغییر مقادیر یک یا چند ژن از کروموزوم انتخاب شده، آن را به یک کروموزوم جدید تبدیل می‌کند. رویه انجام عملگر جهش در الگوریتم ارائه شده بدین صورت است که نخست یکی از ژن‌های کروموزوم والد به صورت تصادفی انتخاب و سپس مقدار آن به صورت تصادفی به یکی از مقادیری که در کروموزوم وجود ندارند، تغییر داده می‌شود.

۵. نتایج و بحث

در این بخش، به منظور ارزیابی صحت مدل ریاضی و کارایی الگوریتم ارائه شده، دو مثال عددی ارائه می‌شود. در هر دو مثال، نخست یک شبکه متصل به صورت تصادفی تولید و سپس برای هر جفت گره، طول کوتاه‌ترین مسیر محاسبه شده است. مثال نخست در مقیاس کوچک ارائه و در آن فرض شده است که احتمالات خرابی تسهیلات، مقادیر متفاوتی هستند. بنابراین برای حل مثال نخست از مدل ریاضی اول استفاده می‌شود. در این مثال، ۱۲ سایت برای استقرار چهار تسهیل در نظر گرفته شده است. برای به‌دست آوردن مجموعه دقیق نقاط مؤثر توسط روش محدودیت آپسیلون، از نرم‌افزار GAMS حل‌کننده BARON استفاده شده است. در مسائل کوچک، حل‌کننده مذکور به‌دست آوردن راه‌حل بهینه سراسری را تضمین می‌نماید. BARON از جمله حل‌کننده‌هایی است که برای یافتن راه‌حل‌های بهینه سراسری در مسائل غیر خطی و مسائل غیر خطی عدد صحیح آمیخته توسعه داده شده است. این الگوریتم بر خلاف الگوریتم‌های مشابهی که بهینه‌سازی راه‌حل مسائل غیر خطی و غیر خطی عدد صحیح آمیخته را صرفاً تحت شرایط محدب بودن تضمین می‌کنند، مفروضات کلی اندکی را برای تضمین بهینه‌سازی راه‌حل در نظر می‌گیرد. محدود بودن متغیرها و عبارات غیر خطی و استفاده از

غلبگی مذکور استفاده می‌شود. حلقه بهبود الگوریتم تا رسیدن به معیار توقف ادامه می‌یابد و در آخرین نسل، کروموزوم‌های سطح اول غلبگی به عنوان خروجی الگوریتم گزارش می‌شوند. در ادامه، اجزای اصلی NSGAI برای پیاده‌سازی در مسئله تحت بررسی، تشریح می‌شوند.

۴-۱. نمایش راه‌حل

یکی از مهم‌ترین مراحل در طراحی الگوریتم‌های فراابتکاری، انتخاب روش مناسب برای نمایش راه‌حل یا به اصطلاح رمزنگاری^۱ راه‌حل‌ها است. در الگوریتم‌های تکاملی، به هر راه‌حل رمزنگاری شده یک کروموزوم گفته می‌شود. در مسئله تحت بررسی، هر راه‌حل با تعیین سایت‌های انتخاب شده برای استقرار تسهیلات، کاملاً مشخص می‌شود. بنابراین، هر کروموزوم به صورت برداری از C (تعداد تسهیلات) عنصر صحیح غیر تکراری که از بین اعداد ۱ تا N (تعداد سایت‌های کاندیدا) انتخاب شده‌اند، نمایش داده می‌شود. به طور مثال در یک مسئله با ده سایت کاندیدا و پنج تسهیل، کروموزوم [۱ ۳ ۴ ۷ ۹] نشان‌دهنده آن است که سایت‌های ۱، ۳، ۴، ۷ و ۹ برای استقرار پنج تسهیل انتخاب شده‌اند. جمعیت نسل اول به صورت کاملاً تصادفی تولید می‌شود و روند تولید هر کروموزوم در این نسل به گونه‌ای است که صرفاً کروموزوم‌های شدنی تولید می‌شوند. از آنجایی که عملگرهای ژنتیکی طراحی شده برای الگوریتم نیز تضمین می‌کنند که فرزندان تولید شده، شدنی باشند، در تمامی مراحل الگوریتم، کروموزوم نشدنی تولید نمی‌شود.

با مشخص شدن محل استقرار تسهیلات، می‌توان مقادیر توابع هدف را به ازای هر کروموزوم، محاسبه کرد. از مقادیر توابع هدف به عنوان بردار شایستگی به ازای هر کروموزوم استفاده می‌شود.

۴-۲. عملگرهای ژنتیکی

همگذری و جهش، عملگرهای اصلی الگوریتم ژنتیک برای تولید فرزندان می‌باشند. همگذری فرآیندی است که در آن، با ترکیب اطلاعات دو والد، یک (یا چند) راه‌حل جدید به عنوان فرزند، تولید می‌شوند. از آنجایی که هر یک از کروموزوم‌ها، بخشی از یک بردار جایگشت هستند، می‌توان از برخی از عملگرهای همگذری جایگشتی، استفاده کرد. در الگوریتم ارائه شده از همگذری «order 1» استفاده می‌شود که نخستین بار توسط دیویس [۲۶] ارائه شده است. در این همگذری، نخست دو نقطه برش بر روی هر یک از والدین، تعیین شده و سپس مقادیر ژن‌هایی که بین دو نقطه مذکور از والد اول، قرار دارند، در ژن‌های فرزند اول، کپی می‌شوند. برای تکمیل فرزند اول، نخست بخش انتهایی آن که بعد از نقطه برش دوم قرار گرفته است و سپس بخش ابتدایی که قبل از نقطه برش اول قرار گرفته است، توسط ژن‌های والد دوم، تکمیل می‌شوند. در انتخاب ژن‌های والد دوم برای جایگذاری در فرزند اول نیز به روشی مشابه، نخست ژن‌های

¹ Encoding

مشابه ۳۰ درصد از کروموزوم‌های هر نسل برای انجام عملیات جهش انتخاب می‌شوند و از آنجایی که در عملیات جهش از هر کروموزوم والد یک فرزند تولید می‌شود، تعداد فرزندان تولید شده از طریق جهش برابر با ۳۰ درصد اندازه جمعیت می‌باشد. اندازه جمعیت در الگوریتم طراحی شده برابر با $2N$ (دو برابر تعداد سایت‌های کانیدها) در نظر گرفته شده است. معیار توقف الگوریتم بر مبنای همگرا شدن و عدم تغییر کروموزوم‌های سطح اول غلبگی، تنظیم شده است. صورتی که در ۲۰ تکرار آخر الگوریتم، هیچ راه‌حل نامغلوب جدیدی به مجموعه راه‌حل‌های سطح اول غلبگی، افزوده نشود، الگوریتم متوقف و کروموزوم‌های سطح اول غلبگی به عنوان خروجی الگوریتم، گزارش می‌شوند. برای هر مسئله، الگوریتم ژنتیک ده بار اجرا شده است. شایان ذکر است که الگوریتم طراحی شده در محیط برنامه‌نویسی C# کدنویسی و کلیه محاسبات بر روی یک رایانه با مشخصات Intel Core i3, 3.1 GHz و 6 GB RAM انجام شده است.

جدول‌های (۲ و ۳) به ترتیب مجموعه نقاط مؤثر را برای مثال‌های عددی اول و دوم نشان می‌دهند. در این جدول‌ها، ستون‌های دوم و سوم مقادیر توابع هدف را به ازای راه‌حل‌های مؤثر به‌دست آمده از روش محدودیت اسپیلون، نشان می‌دهند. همچنین دوایر موجود در هر سطر، نشان‌دهنده نقاط مؤثری هستند که در هر بار اجرای الگوریتم ژنتیک به‌دست آمده‌اند. مجموع زمان اجرای الگوریتم ارائه شده برای ده بار اجرا در مثال‌های عددی اول و دوم به ترتیب حدود ۵ ثانیه و ۱۲ ثانیه بوده است. نتایج نشان می‌دهند که در مثال عددی اول، الگوریتم ژنتیک توانسته است در شش اجرا از ده اجرا، تمامی نقاط مؤثر را به‌دست آورد و در چهار اجرا دیگر موفق شده است هفت نقطه از هشت نقطه مؤثر را به‌دست آورد. در مثال عددی دوم، متوسط تعداد نقاط مؤثر به‌دست آمده توسط الگوریتم، ۱۳ نقطه از ۱۶ راه‌حل بوده است. اجتماع نتایج به‌دست آمده از ده بار اجرای الگوریتم ژنتیک، نشان می‌دهد که الگوریتم توانسته است تمامی نقاط مؤثر هر دو مثال عددی را به‌دست آورد.

جدول ۲. مجموعه نقاط مؤثر به‌دست آمده برای مثال عددی اول

NSGAI										OF2	OF1		
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱				
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۶	۳۴/۹۱	۱
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۳۷	۳۸/۴۲	۲
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۴۱	۴۷/۴۹	۳
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۴۷	۴۸/۵۲	۴
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۵۷	۵۴/۳۷	۵
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۶۰	۶۸/۶۱	۶
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۶۳	۷۳/۳۶	۷
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۶۹	۸۶/۸۷	۸
۸	۸	۸	۸	۷	۷	۸	۷	۷	۸	تعداد نقاط مؤثر			

توابع مجاز، مفروضات کلی هستند که BARON را قادر به ارائه راه‌حل‌های بهینه سراسری می‌نمایند [۲۷]. با توجه به آنکه در مدل اول (مدل غیر خطی) تمام مفروضات گفته شده صادق می‌باشد، حل‌کننده BARON بهینگی سراسری راه‌حل‌ها را تضمین می‌کند. در مجموع، هشت نقطه مؤثر توسط نرم‌افزار به‌دست آمده و مجموع کل زمان‌های حل در حدود ۱۵ دقیقه بوده است.

در مثال دوم که دارای اندازه‌ای نسبتاً بزرگ است، فرض شده است که احتمالات خرابی تسهیلات با یکدیگر برابر باشند و بنابراین از مدل دوم برای حل آن استفاده می‌شود. از آنجایی که مدل دوم یک مدل کاملاً خطی است، برای حل مثال دوم، از حل‌کننده CPLEX استفاده شده است. در این مثال، ۵۰ سایت برای استقرار ده تسهیلات در نظر گرفته شده است. با استفاده از روش محدودیت اسپیلون، در مجموع ۱۶ نقطه مؤثر به‌دست آمده و مجموع کل زمان‌های حل نرم‌افزار در حدود هشت دقیقه بوده است.

با توجه به مفروضات مدل اول، از این مدل می‌توان برای حل مسائلی که در آن‌ها احتمالات خرابی تسهیلات یکسان هستند نیز استفاده کرد. بنابراین برای ارزیابی میزان کارایی رویه خطی‌سازی به‌کار گرفته شده در مدل دوم، مثال دوم با استفاده از مدل نخست، حل شد. نتیجه حل این مسئله (با مقیاس نسبتاً بزرگ) نشان می‌دهد که امکان استفاده از مدل غیر خطی بر خلاف مدل خطی برای حل مسائل بزرگ، وجود ندارد. در به‌کارگیری مدل دوم، برای یافتن اولین نقطه مؤثر، نرم‌افزار بهینه‌سازی به مدت ده ساعت اجرا و در نهایت بدون یافتن هیچ یک از نقاط مؤثر متوقف شد.

برای اجرای الگوریتم ژنتیک ارائه شده بر روی مثال‌های عددی، لازم است نخست پارامترهای ورودی الگوریتم تنظیم شوند. برای تنظیم پارامترهای نرخ هم‌گذری، نرخ جهش و اندازه جمعیت از طراحی آزمایش فاکتوریل کامل استفاده شده است. سطوح مربوط به نرخ هم‌گذری از ۳۰ تا ۹۰ درصد (و در مقابل نرخ جهش از ۱۰ تا ۷۰ درصد) در نظر گرفته شده است، به گونه‌ای که مجموع نرخ‌های هم‌گذری و جهش برابر ۱۰۰ درصد گردد. همچنین سطوح $2N$ ، $1N$ و $3N$ برای اندازه جمعیت در نظر گرفته شده است که در آن تعداد تسهیلات است. پس از انجام آزمایش‌ها، مقادیر ۷۰ درصد، ۳۰ درصد و $2N$ به ترتیب به عنوان سطوح مناسب برای نرخ هم‌گذری، نرخ جهش و اندازه جمعیت، انتخاب شده‌اند.

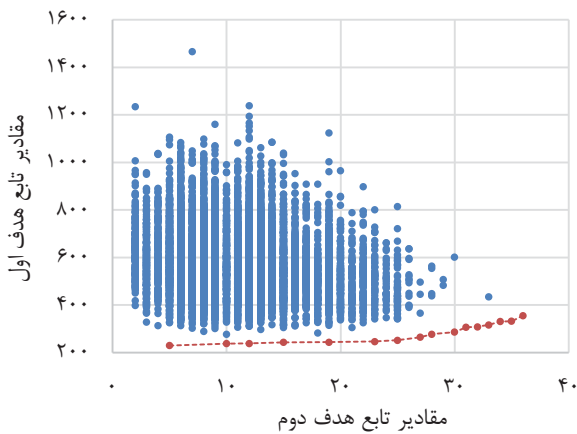
در الگوریتم طراحی شده، سهم فرزندان تولید شده از طریق هم‌گذری از کل فرزندان تولید شده برابر با ۷۰ درصد در نظر گرفته شده است. بنابراین در هر تکرار الگوریتم، نخست هفتاد درصد کروموزوم‌های نسل فعلی از طریق رقابت دودویی برای شرکت در عملیات هم‌گذری انتخاب می‌شوند. از هر دو والد انتخاب شده، دو فرزند به‌دست می‌آید و بنابراین در هر نسل، تعداد فرزندان تولید شده از هم‌گذری برابر با ۷۰ درصد اندازه جمعیت می‌باشد. به طریقی

جدول ۳. مجموعه نقاط مؤثر به‌دست آمده برای مثال عددی دوم

NSGAI										OF2	OF1	
۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱			
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۵	۲۲۹/۹۰	۱
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۰	۲۳۷/۹۳	۲
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۲	۲۳۸/۷۰	۳
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۵	۲۴۳/۱۸	۴
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۹	۲۴۳/۹۱	۵
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۲۳	۲۴۶/۹۸	۶
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۲۵	۲۵۲/۱۰	۷
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۲۷	۲۶۵/۱۹	۸
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۲۸	۲۷۷/۹۶	۹
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۳۰	۲۸۶/۷۳	۱۰
		•					•			۳۱	۳۰۶/۲۸	۱۱
•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۳۲	۳۰۸/۴۹	۱۲
	•	•		•	•	•		•		۳۳	۳۱۶/۴۹	۱۳
	•			•		•		•		۳۴	۳۳۰/۵۷	۱۴
•	•			•		•		•		۳۵	۳۳۲/۴۹	۱۵
•			•							۳۶	۳۵۶/۰۴	۱۶
۱۲	۱۴	۱۳	۱۱	۱۴	۱۲	۱۴	۱۳	۱۳	۱۴	تعداد نقاط مؤثر		

محدودیت اپسیلون، صرفاً راه‌حل اول را به‌دست آورده است. تفاوتی که در دو راه‌حل مذکور وجود دارد، انتخاب سایت شماره ۸ در راه‌حل اول و سایت شماره ۱۸ در راه‌حل دوم است. بررسی شبکه طراحی شده برای این مثال، نشان‌دهنده آن است که این دو سایت در مجاورت یکدیگر قرار دارند و به همین دلیل، مقادیر توابع هدف به ازای انتخاب هر یک از این دو سایت، یکسان می‌باشد. وجود نقاط مؤثر چندگانه باعث می‌شود تصمیم‌گیرنده در انتخاب یکی از نقاط مؤثر در سطح مشخصی از توابع هدف، آزادی بیشتری داشته باشد.

نکته اساسی دوم به تمایل الگوریتم برای به‌دست آوردن راه‌حل‌های نامغلوبی که دارای مقادیر پایین تابع هدف دوم می‌باشند، اشاره دارد. در نسخه اولیه الگوریتم طراحی شده، تقریباً در تمامی اجراهای الگوریتم، هشت راه‌حل مؤثر نخست که در جدول (۳) گزارش شده‌اند، به‌دست آمده و در مقابل، هرچه مقدار تابع هدف دوم یک راه‌حل مؤثر بیشتر باشد، احتمال به‌دست آمدن راه‌حل مذکور، کمتر بوده است. برای بررسی دلیل بروز چنین پیشامدی در مثال عددی دوم، نمودار پراکندگی برای ۱۰۰۰۰ راه‌حل شدنی تصادفی، ترسیم و در شکل (۲) نشان داده شده است. همان‌گونه که این شکل نشان می‌دهد، ساختار مسئله به گونه‌ای است که تراکم نقاط شدنی در ابتدای محور افقی که متناظر با مقادیر پایین تابع هدف دوم می‌باشد، بسیار بیشتر از تراکم در سمت راست این محور است. در نسخه بهبود یافته الگوریتم ژنتیک ارائه شده، ساختار پراکنش راه‌حل‌های شدنی، از طریق افزایش احتمال جهش و همگذری کروموزوم‌هایی که دارای مقادیر بیشتر تابع هدف دوم هستند، بهبود یافته است. چنین تغییری به نحوی مطلوب باعث شده است که در اجراهای متوالی الگوریتم، تعداد بیشتری از راه‌حل‌های مؤثری که در نیمه دوم جدول (۳) گزارش شده‌اند، به‌دست آیند.



شکل ۲. نمودار پراکندگی برای تعدادی راه‌حل تصادفی در مثال دوم

در شکل (۲) علاوه بر نمودار پراکندگی مربوط به راه‌حل‌های تصادفی، مجموعه کامل نقاط مؤثر (که با خط‌چین به یکدیگر متصل شده‌اند) نشان داده شده است.

دو نکته اساسی در مثال عددی دوم از اهمیت کلیدی برخوردار است و لازم است قدری در مورد آن‌ها توضیح داده شود. نکته نخست به تعداد راه‌حل‌های مؤثر به‌دست آمده از حل دقیق مدل ریاضی توسط روش محدودیت اپسیلون و تعداد راه‌حل‌های نامغلوب به‌دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک اشاره دارد. آنچه در جدول‌های مربوط به نتایج مثال‌های عددی گزارش شده است، مقادیر توابع هدف به ازای هر یک از راه‌حل‌های مؤثر است و به دلیل حجیم بودن اطلاعات، از نمایش راه‌حل‌های مسئله یعنی شماره سایت‌های کاندیدایی که برای احداث تسهیل انتخاب شده‌اند، خودداری شده است. در نتایج به‌دست آمده از روش محدودیت اپسیلون، هر زوج مرتب از مقادیر توابع هدف، نشان دهنده یک نقطه مؤثر هستند. این در حالی است که الگوریتم ژنتیک توانسته است در اجراهای متوالی، به ازای برخی از زوج‌های مرتب مقادیر توابع هدف، راه‌حل‌های مؤثر چندگانه را به‌دست آورد. به عبارت دیگر، الگوریتم ژنتیک توانسته است راه‌حل‌هایی را به‌دست آورد که اگرچه از لحاظ مقادیر متغیرهای تصمیم (مکان‌های انتخاب شده برای استقرار تسهیلات) متفاوت هستند، مقادیر هر دو تابع هدف آن‌ها برابر است. به عنوان نمونه، در اجرای نخست الگوریتم ژنتیک، ۳۵ راه‌حل مؤثر به‌دست آمده است که دارای ۱۴ زوج مرتب یکتا برای توابع هدف می‌باشند. به طور مثال، در دو راه‌حل اول از این مجموعه که دارای مقادیر توابع هدف ۲۲۹/۹۰ و ۵ می‌باشند، سایت‌های انتخاب شده در یکی از راه‌حل‌ها به صورت [۲ ۴ ۸ ۹ ۱۵ ۲۴ ۲۶ ۲۸ ۳۳ ۴۱] و در راه‌حل دیگر به صورت [۲ ۴ ۹ ۱۵ ۱۸ ۲۴ ۲۶ ۲۸ ۳۳ ۴۱] است که روش

تسهیل مذکور، سالم باشد. با توجه به آنکه در بیشتر مسائل دنیای واقعی، ظرفیت تسهیلات، محدود است، در نظر گرفتن ظرفیت محدود برای تسهیلات، باعث نزدیک شدن مدل‌های ریاضی به شرایط دنیای واقعی می‌شود. همچنین در مدل ریاضی ارائه شده، صرفاً کمیت پوشش مدنظر قرار گرفته است بدین معنی که تابع هدف نخست مدل ریاضی درصدد بیشینه کردن حجم پوشش است. در نظر گرفتن کیفیت پوشش مشتریان در قالب معیارهایی نظیر میانگین مسافت پیموده شده توسط مشتریان تا دستیابی به یک تسهیل سالم، می‌تواند کارایی مدل ریاضی را ارتقا بخشد و زمینه مناسبی برای مطالعات آتی در این حوزه باشد.

۷. مراجع

- [1] Toregas, C.; Swain, R.; ReVelle, C.; Bergman, L. "The Location of Emergency Service Facilities"; *Oper. Res.* 1971, 19, 1363-1373.
- [2] Wang, Q.; Batta, R.; Rump, C. "Algorithms for a Facility Location Problem with Stochastic Customer Demand and Immobile Servers"; *Ann. Oper. Res.* 2002, 111, 17-34.
- [3] Berman, O.; Drezner, Z. "The Multiple Server Location Problem"; *J. Oper. Res. Soc.* 2007, 58, 91-99.
- [4] Pasandideh, S. H. R.; Akhavan Niaki, S. T. "Genetic Application in a Facility Location Problem with Random Demand within Queuing Framework"; *J. Intell. Manuf.* 2010, 23, 651-659.
- [5] Chambari, A. H.; Rahmati, S. H.; Hajipour, V.; Karimi, A. "A Bi-Objective Model for Location-Allocation Problem within Queuing Framework"; *World. Acad. Sci. Eng. Tech.* 2011, 54, 138-145.
- [6] Church, R.; ReVelle, C. "The Maximal Covering Location Problem"; *Pap. Reg. Sci.* 1974, 32, 101-118.
- [7] Mahmud, A. R.; Indriasari, V. "Facility Location Models Development to Maximize Total Service Area"; *Theor. Empir. Res. Urban. Manage.* 2009, 87-100.
- [8] Chung, C. H.; Schilling, D. A.; Carbone, R. "The Capacitated Maximal Covering Problem, A Heuristic"; In *Proc. of Ann. Pittsburgh Conf. on Modeling and Simulation*, 1983, 1423-1428.
- [9] Pirkul, H.; Schilling, D. A. "The Maximal Covering Location Problem with Capacities on Total Workload"; *Manage. Sci.* 1991, 37, 233-248.
- [10] Yin, P.; Mu, L. "Modular Capacitated Maximal Covering Location Problem for the Optimal Siting of Emergency Vehicles"; *Appl. Geogr.* 2012, 34, 247-254.
- [11] Berman, O.; Huang, R.; Kim, S. M. "Locating Capacitated Facilities to Maximize Captured Demand"; *IIE Trans.* 2007, 39, 1015-1029.
- [12] Moghadas, F. M.; Taghizadeh, K. "Maximal Covering Location-Allocation Problem with M/M/K Queuing System and Side Constraints"; *Iran. J. Oper. Res.* 2011, 2, 1-16.
- [13] Abolian, R.; Berman, O.; Drezner, Z. "The Multiple Server Center Location Problem"; *J. Oper. Res.* 2009, 167, 337-52.
- [14] Contreras, I.; Fernandez, E.; Reinelt, G. "Minimizing the Maximum Travel Time in a Combined Model of Facility Location and Network Design"; *Omega.* 2012, 40, 847-860.
- [15] Zanjirani Farahani, R.; Asgari, N. "Combination of MCDM and Covering Techniques in a Hierarchical Model for Facility Location: a Case Study"; *Eur. J. Oper. Res.* 2007, 176, 1839-1858.

۶. نتیجه‌گیری

انتخاب مکان‌های مناسب برای استقرار تسهیلات حساس و حیاتی همچون مراکز نظامی، نیروگاه‌ها، پالایشگاه‌ها، بیمارستان‌ها، مراکز آتش‌نشانی و مراکز صنعتی از جمله مهم‌ترین موضوعات مطرح در تحقیقات پدافند غیرعامل محسوب می‌شود. افزایش پراکندگی و استقرار تسهیلات در مکان‌هایی که احتمال شناسایی و تخریب آن‌ها کم باشد، به افزایش ایمنی و توان پدافندی در مقابل تهاجم کمک می‌کند. در این مقاله، با در نظر گرفتن اصول پدافند غیرعامل، یک مدل ریاضی دوهدفه برای مسئله مکان‌یابی تسهیلات حیاتی و حساس ارائه شد. در مدل ارائه شده، فرض شده است که هر یک از سایت‌های کاندیدا با احتمال مشخصی که تابعی از شرایط جغرافیایی منطقه است، شناسایی و تخریب می‌شوند. مشتریان در گره‌های شبکه، مستقر هستند و هر مشتری می‌تواند خدمات اضطراری مورد نیاز خود را از هر تسهیلی که در شعاع پوشش استاندارد از وی قرار دارند، دریافت نماید. تابع هدف اول مدل ریاضی، امید مجموع تقاضای مشتریان پوشش نیافته را کمینه می‌سازد. تقاضای یک مشتری در صورتی از دست رفته تلقی می‌شود که تمامی تسهیلاتی که در شعاع پوشش وی قرار دارند، تخریب شده باشند. تابع هدف دوم به صورت بیشینه کردن کمینه فاصله تسهیلات از یکدیگر، تعریف شده است و از طریق آن، اصل پراکندگی تسهیلات اعمال می‌شود. با توجه به آنکه مدل ریاضی ارائه شده از نوع غیر خطی عدد صحیح است، در ادامه، با در نظر گرفتن فرض یکسان بودن احتمالات شناسایی برای تمامی سایت‌های کاندیدا، حالت خاصی از مسئله به صورت یک مدل ریاضی خطی عدد صحیح آمیخته مدل‌سازی گردید. هر دو مدل ارائه شده، قابلیت آن را دارند که برای مسائل دارای اندازه کوچک، به صورت دقیق حل شده و مجموعه کامل راه‌حل‌های مؤثر را به دست آورند. با این حال، به دلیل ناچندجمله‌ای سخت بودن مسئله تحت بررسی، امکان حل دقیق مدل ریاضی برای مسائل دارای اندازه بزرگ، وجود ندارد و بنابراین، یک الگوریتم ژنتیک چندهدفه نیز برای حل مسئله، ارائه شد. ساختار الگوریتم طراحی شده مبتنی بر رویه استاندارد NSGAI است با این تفاوت که با توجه به ساختار مسئله، تغییراتی در نحوه محاسبه احتمال انتخاب کروموزوم‌ها برای شرکت در عملگرهای هم‌گذری و جهش ایجاد شده است. به منظور ارزیابی عملکرد الگوریتم طراحی شده، دو مثال عددی، ارائه و مجموعه راه‌حل‌های نامغلوب به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک با مجموعه نقاط مؤثر به دست آمده توسط روش محدودیت افسیلون مقایسه شد. نتایج حل مثال‌های عددی، حاکی از آن است که الگوریتم ژنتیک توانایی به دست آوردن مجموعه دقیق راه‌حل‌های مؤثر را در زمان‌های اجرای بسیار کم در مقایسه با روش دقیق، دارا است.

در مدل ارائه شده، ظرفیت هر یک از تسهیلات، نامحدود در نظر گرفته شده است بدین معنی که هر تسهیل می‌تواند به تقاضای تعداد نامحدودی مشتری در شعاع پوشش خود، پاسخ دهد مشروط بر آنکه

- [22] Chankong, V.; Haimes, Y. Y. "Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology"; Elsevier Science Publishing, 1983.
- [23] Bérubé, J. F.; Gendreau, M.; Potvin, J. Y. "An Exact ϵ -Constraint Method for Bi-Objective Combinatorial Optimization Problems: Application to the Traveling Salesman Problem with Profits"; Eur. J. Oper. Res. 2009, 194, 39-50.
- [24] Srinivas, N.; Deb, K. "Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting Genetic Algorithms"; Evol. Comput. 1995, 2, 221-248.
- [25] Deb, K.; Pratap, A.; Agarwal, S.; Meyarivan, T. A. M. T. "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II"; Evol. Comput. 2002, 6, 182-197.
- [26] Davis, L. "Handbook of Genetic Algorithms"; Van Nostrand Reinhold New York, 1991.
- [27] GAMS- The Solver Manuals. GAMS Development Corporation, Washington, DC, U SA. 2008.
- [16] Jabal Ameli, M. S.; Shahanaghi, K.; Hosnavi, R.; Nasiri, M. R. "A Combined Model for Locating Critical Centers (HAPIT)"; Int. J. Ind. Eng. Prod. Manag. 2010, 20, 65-76 (In Persian).
- [17] Karbasian, M.; Dashti, M.; Asadollahi, A. R. "Providing a Combination Facility Location Model for Locating Critical and Important Facilities with Consider of Passive Defense Principles"; J. Passive Defence Sci. Tech. 2012, 2, 161-167 (In Persian).
- [18] Mohammadi, A.; Nahofti Kohne, J.; Yaghoubi, S.; Khosrojerdi, A. "Location of Cretical Facilities in Times of Disaster"; In Proc. of the 11th Int. Industrial Eng. Conf., 2015 (In Persian).
- [19] Arkat, J.; Zamani, Sh. "Location Problem for Critical Facilities Considering Backup Coverage and Principles of Passive Defence"; In Proc. of the 11th Int. Industrial Eng. Conf., 2015 (In Persian).
- [20] Ehrgott, M. "Multicriteria Optimization"; Berlin: Springer, 2005.
- [21] Haimes, Y. Y.; Ladson, L. S.; Wismer, D. "A Bicriterion Formulation of Problems of Integrated System Identification and System Optimization"; IEEE T. Syst. Man Cy. 1971, 3, 296-297.