

## فیلتر ذره مبتنی بر MCMC به منظور ردگیری چندهدفه در میان مشاهدات خام و آشکار نشده

میشم رئیس دانایی\*

۱- استادیار دانشگاه جامع امام حسین (ع)

(دریافت: ۹۴/۰۶/۰۸، پذیرش: ۹۴/۱۰/۲۷)

### چکیده

در این مقاله به مسئله پرچالش ردگیری چندهدفه در میان داده‌های آشکار نشده پرداخته می‌شود. برای انجام این کار، ابتدا با تقسیم فضای حالت به دو زیر فضای خطی و غیرخطی و با به کارگیری اصل Rao-Blackwellization، چگالی اهمیتی بهینه را برای نوع خاصی از مدل سنسور، که مشاهدات منشعب و در هم ادغام شده را برای ناحیه مشاهده مشبک شده تولید می‌نماید، به دست آمد. در ادامه، برای کاهش پیچیدگی محاسباتی نمونه برداری از چگالی اهمیتی بهینه، از معروفترین نمونه بردار خانواده MCMC یعنی نمونه بردار Gibbs برای نمونه برداری از چگالی اهمیتی بهینه استفاده شد و سپس با مقایسه عملکرد این دو در یک محیط ردگیری چندهدفه و در میان مشاهدات خام و آشکار نشده، نشان داده شد که نمونه بردار Gibbs به مبادله‌ای بین کاهش حجم محاسبات و میزان دقت در ردگیری دست می‌یابد. ایده مطرح شده را می‌توان به عنوان جایگزین برای مواقعی که نمونه برداری از چگالی اهمیتی بهینه عملاً غیرممکن است، استفاده نمود.

**کلیدواژه‌ها:** ردگیری چندهدفه، نمونه بردار Gibbs، اصل Rao-Blackwellization، چگالی اهمیتی بهینه، فیلتر ذره‌ای.

## An MCMC-based Particle Filter for Multitarget Tracking within Raw Measurements

M. R. Danaee\*

Imam Hossein University

(Received: 30/08/2015, Accepted: 17/01/2016)

### Abstract

This paper examines multitarget tracking within raw measurements which has always been considered to be a hassle. This was achieved by separating the state space model of each target into linear and nonlinear subspaces. Then, the Rao-Blackwellization principle was utilized to derive the optimum importance density for special kind of sensor which generates both split and merged measurements within a pixelized observation area. To relieve the complexity associated with the achieved optimum importance, the Gibbs sampler, the well-known sampler from MCMC family, is used to sample from the optimal importance density. The synthetic multitarget tracking scenario using raw data will then be used to show that our new Gibbs sampling method could reach a compromise between accuracy of tracking and computational expense. The proposed idea is motivating to be used in applications where sampling from the optimum proposal density is practically impossible.

**Keywords:** Multitarget tracking, Gibbs Sampler, Rao-Blackwellization, Optimal Importance Density, Particle Filter.

\* Corresponding author Email: mrdanaee@gmail.com

## ۱. مقدمه

Rao-Blackwellization، نمونه‌بردار اهمیتی بهینه (OPS<sup>۸</sup>) را برای ردگیری چندهدفه در میان داده‌های خام و آشکارنشده به دست می‌آوریم. این داده‌های آشکارنشده از ناحیه مشاهده مشبکی و پیکسل‌بندی‌شده‌ای به دست خواهند آمد که در بخش ۲ به تفصیل شرح داده خواهد شد. مشکل اینجاست که برای نمونه‌برداری از OPS، نیازمند شمردن و در نظر گرفتن تمامی حالات ممکن برای قرار گرفتن هدف در این ناحیه مشبک می‌باشیم. در نتیجه حجم محاسبات به صورت نمایی بر حسب تعداد اهداف زیاد خواهد گشت. این امر، نمونه‌برداری از OPS را در ردیف خانواده مسایل NP-hard قرار می‌دهد و در نتیجه هیچ راهی برای کاهش حجم محاسبات بر حسب مرتبه خطی از تعداد اهداف وجود نخواهد داشت و باید به دنبال روش‌های شبه‌بهینه<sup>۹</sup> باشیم.

ما در این مقاله از نمونه‌بردار Gibbs به عنوان روشی شبه‌بهینه برای نمونه‌برداری از فضای تعریف‌شده توسط متغیرهای تصادفی در دامنه OPS استفاده می‌نماییم. نمونه‌بردار Gibbs متعلق به خانواده MCMC<sup>۱۰</sup> می‌باشد [۲۱]. مزیت استفاده از نمونه‌بردار Gibbs این است که این نمونه‌بردار حالت چندهدفه مشترک را در هر چرخه<sup>۱۱</sup> الگوریتم خود، به مولفه‌های مجزایی تقسیم می‌نماید و سپس به روزرسانی آن‌ها را به صورت متوالی انجام می‌دهد. این امر منجر به کاهش حجم محاسبات خواهد گشت زیرا به جای شمردن تمامی حالات ممکن از جایگشت‌های قرار گرفتن اهداف در سلول‌های مشاهده، تابع چگالی پسین هر هدف به صورت مجزا به روزرسانی خواهد شد. این امر منجر به دستیابی به مصالحه‌ای مابین دقت ردگیری و حجم محاسبات خواهد گشت.

ساختار این مقاله بدین نحو است که ابتدا در بخش ۲ ابتدا دینامیک حرکت و مدل سنسورها معرفی خواهند شد. سپس به به دست آوردن تابع چگالی اهمیتی بهینه خواهیم پرداخت. در نهایت در این بخش دو استراتژی برای کاهش حجم محاسبات که به ترتیب دروازه‌بندی<sup>۱۲</sup> و استفاده از نمونه‌بردار Gibbs می‌باشند، به تفصیل معرفی خواهند شد. نتایج شبیه‌سازی در بخش ۳ نمایش داده خواهند شد تا عملکرد الگوریتم شبه‌بهینه پیشنهادی ما در برابر عملکرد OPS بررسی گردد. نتایج از کاهش شدید حجم محاسبات در برابر افت اندک عملکرد حکایت دارند. در نهایت، در بخش ۴ نتیجه‌گیری مقاله ارائه خواهد شد.

فیلتر ذره که شاخه‌ای مشهور از خانواده فیلترهای مونت کارلو<sup>۱</sup> [۱] می‌باشد، برای حل مسئله ردگیری چندهدفه (MTT<sup>۲</sup>)، در دو دهه اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته است [۲-۶]. این فیلتر در زمینه‌های گوناگونی از مسئله MTT مانند سناریوهایی با اهداف متغیر با زمان [۷-۹]، استفاده در حالت ترکیبی به همراه شیوه‌های کلاسیک الحاق داده<sup>۳</sup> همانند الحاق داده احتمالی مشترک (JPDAF<sup>۴</sup>) [۱۰] و ردگیر فرض چندگانه احتمالی (PMHT<sup>۵</sup>) [۳]، [۱۱] و در نهایت استفاده به صورت رهیافت یکپارچه‌ای که هم نقش فیلترینگ و هم نقش الحاق داده را ایفا می‌نماید [۱۲-۱۵]، به کار گرفته می‌شود. در حالتی که استفاده از فیلتر ذره به صورت رهیافت یکپارچه هم برای فیلترینگ و هم برای الحاق داده است، هر ذره نماینده هم حالت اهداف و هم نحوه الحاق داده (نحوه انتساب مشاهدات به اهداف) می‌باشد. حسن رهیافت ارائه‌شده در این مقاله در توانایی آن برای کارکردن با مدل مشاهدات غیرایده‌آل است. در مشاهدات ایده‌آل، در خروجی یک سنسور در یک اسکن معین برای یک هدف بیش از یک مشاهده تولید نمی‌شود و هیچ مشاهده‌ای نیز به بیش از یک سنسور تخصیص داده نمی‌شود. اما در این مقاله سیستم ردگیری ارائه‌شده توانایی کار با مشاهدات در هم ادغام‌شده<sup>۶</sup>، یعنی یک مشاهده به تنهایی معرف چند هدف باشد، و مشاهدات منشعب شده<sup>۷</sup>، یعنی به ازای یک هدف بیش از یک مشاهده تولید شود، را دارا می‌باشد. در اینگونه مشاهدات، فرض‌های پایه برای الحاق داده کلاسیک نقض می‌گردد [۱۶-۱۷]. فیلتر ذره همچنین کار با داده‌های آشکارنشده را ممکن می‌سازد [۵]، [۱۸-۱۹]. مزیت کار با داده‌های آشکارنشده این است که سیستم MTT می‌تواند اهداف را در SNR های پایین تر با دقت بیشتری ردگیری نماید. علت این امر این است که آستانه‌گذاری خود بخشی از اطلاعات را بدور خواهد ریخت.

در طراحی یک فیلتر ذره مناسب برای مسئله MTT، مهمترین نکته انتخاب چگالی اهمیتی مناسب می‌باشد. نشان داده شده است که بهترین انتخاب برای چگالی اهمیتی آن است که وزن‌های اهمیتی ناشی از فیلتر ذره دارای حداقل واریانس (و در حقیقت واریانس صفر) گردند [۲۰]. چگالی اهمیتی که چنین وزن‌های اهمیتی را به دست می‌دهد را چگالی اهمیتی بهینه می‌خوانند. در این مقاله، با به کارگیری اصل

<sup>۱</sup>Monte Carlo

<sup>۲</sup>Multi Target Tracking (MTT)

<sup>۳</sup>Data Association

<sup>۴</sup>Joint Probabilistic Data Association (JPDAF)

<sup>۵</sup>Probabilistic Multiple Hypothesis Tracker (PMHT)

<sup>۶</sup>Merged

<sup>۷</sup>Split

<sup>۸</sup>Optimal Importance Sampler(OPS)

<sup>۹</sup>Sub Optimal

<sup>۱۰</sup>Markov Chain Monte Carlo (MCMC)

<sup>۱۱</sup>Cycle

<sup>۱۲</sup>Gating

هستند [۱۷]. اما آنچه در عمل رخ می‌دهد این است که مشاهدات یک هدف در هر زمان، ممکن است بیش از یکی باشند [۲۴]. به علاوه مشاهدات ممکن است در هم ادغام شوند و هر چند هدف با هم تنها یک مشاهده در هر زمان تولید نمایند [۲۵-۲۶].

فرض می‌کنیم که سنسور دریافت‌کننده تشعشعات راداری، ناحیه مشاهده را به نواحی مستطیل‌شکلی به نام سلول‌های مشاهده تقسیم می‌نماید به نحوی که ابعاد این سلول‌ها بزرگ‌تر از ابعاد هدف می‌باشند و هیچ هدفی همزمان در دو سلول قرار نمی‌گیرد.

سیگنال دریافتی ناشی از چند هدف در هر سلول مشاهده با نویز حرارتی سنسور در باند رادیویی جمع شده و نتیجه به باند پایه برگردان می‌شود و قدرمطلق آن محاسبه می‌گردد. نتیجه این محاسبات را با  $o_{m,n}^t$  نشان می‌دهیم که پوش یک سیگنال مختلط می‌باشد. مجموعه تمامی مشاهدات، یعنی  $\mathcal{L}_x$  سلول مشاهده در راستای  $x$  و  $\mathcal{L}_y$  سلول مشاهده در راستای  $y$  را به صورت ماتریس  $\mathcal{O}^t$  نمایش می‌دهیم به نحوی که:

$$\mathcal{O} = (o_{m,n}^t), \quad m=1, \dots, \mathcal{L}_y, n=1, \dots, \mathcal{L}_x \quad (5)$$

که،  $\mathcal{L}_x$  و  $\mathcal{L}_y$  تعداد سلول‌ها در جهت‌های  $x$  و  $y$  هستند. در [۲۷] ماتریس  $\mathcal{O}^t$  را ماتریس تصویر نامیده است و عناصر آن را پیکسل می‌نامند. ماتریس  $\mathcal{O}^t$  را با تمامی مولفه‌هایش قبل از عمل آشکارسازی در مقالات با نام داده‌های خام یا آشکار نشده می‌شناسند.

در ادامه، ما متغیر  $\zeta$  را به عنوان اندیسی اسکالر از سلول‌ها معرفی می‌کنیم که با اندیس‌های سطر و ستون  $m$  و  $n$  به صورت زیر ارتباط پیدا می‌کند:

$$\zeta = (n-1) \cdot \mathcal{L}_y + m, \quad 1 \leq n \leq \mathcal{L}_x, 1 \leq m \leq \mathcal{L}_y \quad (6)$$

وقتی یک یا بیش از یک هدف در درون سلول  $\zeta$  قرار می‌گیرند و یا پاسخ سنسور به اهداف قرار گرفته در سلول‌های همسایه‌اش به درون آن سلول نشت می‌کند، مولفه متناظر آن سلول در ماتریس  $\mathcal{O}^t$  یعنی  $o_{\zeta}^t$  دارای چگالی رایسین<sup>۲</sup> خواهد بود. در غیراین صورت چگالی احتمال برای مولفه  $o_{\zeta}^t$  به فرم ریلی<sup>۳</sup> خواهد بود. برای راحتی کار فرض نماییم که یک هدف با بردار حالت  $\mathbf{s}_1^t$  در درون سلول  $\zeta$  قرار گرفته است. در این صورت تابع درست‌نمایی<sup>۴</sup> دارای فرم زیر خواهد بود:

## ۲. فیلتر ذره مبتنی بر MCMC برای ردگیری چندهدفه در میان داده‌های آشکار نشده

### ۲-۱. دینامیک حرکت و مدل سنسور

بردار حالت هر هدف از مولفه‌های موقعیت و سرعت در فضای دوبعدی تشکیل می‌گردد. مولفه‌های موقعیت هر هدف بردار  $\rho^t$  و مولفه‌های سرعت بردار  $\mathbf{v}^t$  را در جهت‌های  $x$  و  $y$  می‌سازند. بدین صورت بردارهای  $\rho^t$  و  $\mathbf{v}^t$  فضای حالت هدف

$$\mathbf{s}^t \text{ را به صورت } \mathbf{s}^t = [x^t, v_x^t, y^t, v_y^t]^T \text{ تولید می‌نمایند.}$$

برای مدل سرعت ثابت [۲۲]، فرایند دینامیک حرکت دارای چگالی انتقال حالت زیر خواهد بود:

$$\mathbf{s}^t | \mathbf{s}^{t-1} \sim \mathcal{N}(\cdot; \mathbf{F}\mathbf{s}^{t-1}, \mathbf{Q}) \quad (1)$$

که،  $\mathcal{N}(\mathbf{a}; \mathbf{m}, \Theta)$  یک تابع چگالی احتمال گوسی ارزیابی شده در  $\mathbf{a}$  با میانگین  $\mathbf{m}$  و ماتریس کواریانس  $\Theta$  می‌باشد، و

$$\mathbf{F} = \mathbf{I}_2 \otimes \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{I}_2 \otimes \rho \cdot \begin{pmatrix} T^3/3 & T^2/2 \\ T^2/2 & T \end{pmatrix}$$

که،  $\mathbf{I}_n$  بیانگر ماتریس همانی  $n \times n$ ،  $\otimes$  بیانگر ضرب Kronecker،  $T$  نشانگر فاصله دو نمونه برداری متوالی در سنسور مشاهده و در نهایت  $\rho$  بیانگر واریانس نرمالیزه شده از انحراف سرعت است.

با فرض وجود  $\tau$  هدف متفاوت، حالت مشترک  $\mathbf{S}^t$  با ضمیمه نمودن حالات تک تک اهداف به هم به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$\mathbf{S}^t = (\mathbf{s}_1^t, \mathbf{s}_2^t, \dots, \mathbf{s}_\tau^t) \quad (3)$$

با در نظر گرفتن دینامیک حرکت مستقل هر هدف از دیگر اهداف، حالت مشترک  $\mathbf{S}^t$  دارای تابع چگالی انتقال حالت به فرم زیر خواهد بود:

$$p(\mathbf{S}^t | \mathbf{S}^{t-1}) = \prod_{i=1}^{\tau} \mathcal{N}(\mathbf{s}_i^t; \mathbf{F}\mathbf{s}_i^{t-1}, \mathbf{Q}) \quad (4)$$

رهیافت‌های کلاسیک الحاق داده در برابر مشاهدات تفکیک شده و یا در هم ادغام شده به مشکل بر خواهند خورد. اینگونه رهیافت‌ها فرض می‌کنند که در زمان نمونه برداری سنسور از محیط مشاهده، هیچ هدفی بیش از یک مشاهده را تولید نمی‌نماید و به عبارتی مشاهدات به صورت انحصاری و جامع<sup>۱</sup>

<sup>۲</sup> Rician

<sup>۳</sup> Rayleigh

<sup>۴</sup> Likelihood

<sup>۱</sup> Exclusive and Exhaustive

که، تابع  $\chi_{\nu}^2(\kappa)$  بدین صورت تعریف می شود که مقدار آن تنها وقتی برابر یک خواهد بود که در زمان  $t$  ام، هدف  $\kappa$  ام درون سلول مشاهده  $\zeta$  ام واقع شده باشد و در غیراین صورت مقدار آن برابر با صفر خواهد بود. از آنجایی که این مدل، تقریبی از مدل نشتی پاسخ سنسور به صورت تبدیل IFFT دوبعدی [۲۷] می باشد، تابع  $T^\zeta(\gamma)$  دارای خاصیت برهم نهی بوده و امکان مدل نمودن مشاهدات در هم ادغام شده را دارد. بنابراین پاسخ سنسور به حالت مشترک  $\mathcal{S}^t$  در سلول مشاهده  $\zeta$  ام برابر با پاسخ سنسور به بردار حالت تک تک اهداف می باشد یعنی:

$$T^\zeta(\mathcal{S}^t) = \sum_{\kappa=1, \dots, \tau_t} T^\zeta(\mathcal{S}_\kappa^t) \quad (9)$$

خاصیت برهم نهی تابع  $T^\zeta(\cdot)$  برای سه هدف در ناحیه مشاهده ای که به سلول های مشاهده  $5 \times 5$  تقسیم شده است، در شکل (۱) نمایش داده شده است. با  $\tau$  هدف که به صورت تصادفی در ناحیه مشاهده پراکنده اند، تابع درست نمایی، برای سلول مشاهده  $\zeta$  ام به فرم زیر خواهد بود:

$$p(o_\zeta^t | \mathcal{S}^t) = \frac{o_\zeta^t}{\sigma_v^2} \exp\left(-\frac{[o_\zeta^t]^2 + [T^\zeta(\mathcal{S}^t)]^2}{2\sigma_v^2}\right) \times I_0\left(\frac{o_\zeta^t T^\zeta(\mathcal{S}^t)}{\sigma_v^2}\right) \quad (10)$$

با فرض آن که هیچ هدفی در سلول مشاهده  $\zeta$  ام وجود ندارد و یا هیچ نشتی به سلول مشاهده  $\zeta$  ام نرسیده است، خواهیم داشت:  $T^\zeta(\mathcal{S}_\kappa^t) = 0$  و  $(\gamma)$  منجر به چگالی رایلی خواهد گشت. توجه به این نکته مهم است که نویز مشاهده سلول های گوناگون از یکدیگر مستقل می باشند و در نتیجه تابع درست نمایی کلی برای ماتریس مشاهدات خام  $\mathcal{O}^t$  را می توان به صورت حاصل ضرب توابع درست نمایی تک تک سلول های مشاهده نوشت:

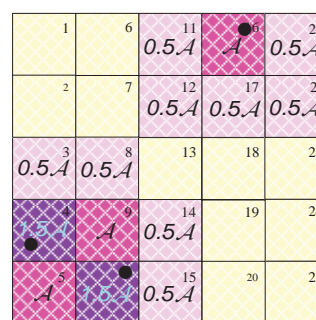
$$p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t) = \prod_{\zeta=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} p(o_\zeta^t | \mathcal{S}^t) \quad (11)$$

از آنجایی که دقت در تعیین موقعیت اهداف، محدود به ابعاد سلول مشاهده می گردد و تا زمانی که هدفی در درون سلول  $\zeta$  ام واقع شده است پاسخ سنسور نسبت به جابجایی هدف در درون سلول بی تفاوت و یکسان است، می توان تابع درست نمایی رابطه (۱۱) را تنها وابسته به اندیس سلول هایی دانست که اهداف را دربر می گیرند. حال با فرض آن که  $\zeta_i$  سلول دربرگیرنده هدف  $i$  ام باشد، برای  $\tau_t$  هدف با بردار حالت های در دسترس، اندیس

$$p(o_\zeta^t | \mathcal{S}_1^t, \tau_t = 1) = \frac{o_\zeta^t}{\sigma_v^2} \exp\left(-\frac{[o_\zeta^t]^2 + [T^\zeta(\mathcal{S}_1^t)]^2}{2\sigma_v^2}\right) \times I_0\left(\frac{o_\zeta^t T^\zeta(\mathcal{S}_1^t)}{\sigma_v^2}\right) \quad (7)$$

که،  $\sigma_v^2$  برابر با واریانس نویز حرارتی سنسور، و  $T^\zeta(\mathcal{S}_1^t)$  برابر با پاسخ سنسور به هدف واقع شده در درون سلول  $\zeta$  ام با بردار حالت  $\mathcal{S}_1^t$  می باشد.

در شکل (۱)، اصل برهم نهی برای تابع  $T^\zeta(\gamma)$  که برای ناحیه مشاهده سلولی  $5 \times 5$  نمایش داده شده است. سه هدف با نقاط سیاه نمایش داده شده اند و در سلول های  $\{1,4\}$ ،  $\{4,1\}$  و  $\{5,2\}$  قرار گرفته اند. نشتی با دامنه به سلول های همسایه می رسد. توجه شود که  $T^\zeta(\gamma)$  تنها در این سلول ها و سلول های مجاور آن ها دارای مقادیر غیر صفر می باشد.



شکل ۱. اصل برهم نهی برای تابع  $T^\zeta(\gamma)$  برای ناحیه مشاهده سلولی  $5 \times 5$

پاسخ سنسور به هدفی که در هر سلول است تنها به آن سلول محدود نخواهد شد و دارای نشتی به سلول های مجاور نیز خواهد بود. به علت شکل مستطیلی سلول های مشاهده، فرض می کنیم که نشتی پاسخ سنسور به هر سلول تنها در ۸ سلول مجاور و کناری آن با نصف توان سلول اصلی سرایت می نماید و بعد از آن صفر می گردد. این مدل در اصل ساده شده مدل پاسخ سنسور با نشتی مدل شده به صورت IFFT دوبعدی است که در [۲۷] مطرح شده است ولی با وجود این ساده شدن مدل، همچنان از مدل بدون نشتی که در [۵] و [۱۹] مطرح شده است دقیق تر است. پاسخ به سنسور  $T^\zeta(\mathcal{S}_\kappa^t)$  برای مدل نمودن نشتی سنسور، به فرم زیر فرموله می گردد:

$$T^\zeta(\mathcal{S}_\kappa^t) = \begin{cases} A & \text{if } \chi_{\nu}^2(\kappa) = 1 \\ A/2 & \text{if } \sum_{\alpha} \chi_{\nu}^2(\kappa - \alpha) = 1 \\ & \alpha \in \{\pm \mathcal{L}_x, \pm \mathcal{L}_y, \pm 1, \pm 1\} \\ 0 & \text{if } \sum_{\alpha, \beta} \chi_{\nu}^2(\kappa - \alpha, \beta) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

در مرحله بعدی متغیر کمکی  $i$  از روی تابع جرم احتمال ۴ (که در [۲۸] از آن با وزن‌های مرتبه اول ۵ نام برده می‌شود) انتخاب می‌شود تا محتمل‌ترین مولفه‌های احتمال ترکیبی (۱۴) انتخاب گردد. در ادامه، نمونه  $\mathcal{S}^{i,t}$  توسط چگالی اهمیتی  $q(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1}, \mathcal{O}^t)$  تولید گشته و به آن وزن مرتبه دوم زیر اختصاص داده می‌شود [۲۸]:

$$w^{i,t} = \frac{p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t) p(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1})}{\lambda(i | \mathcal{O}^t) q(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1}, \mathcal{O}^t)} \quad (15)$$

که در اینجا وزن‌های مرتبه اول را با  $\lambda(i | \mathcal{O}^t)$  نمایش می‌دهیم. اگر انتخاب زیر را برای چگالی اهمیتی AVPF داشته باشیم:

$$q(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1}, \mathcal{O}^t) = p(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1}, \mathcal{O}^t) \quad (16)$$

آنگاه تابع چگالی اهمیتی به نام چگالی اهمیتی بهینه خوانده می‌شود. دلیل این نام‌گذاری برای این است که انتخاب (۱۶) منجر به حداقل نمودن واریانس وزن‌های اهمیتی خواهد گشت [۲۰]. در نتیجه این انتخاب، وزن‌های مرتبه اول  $\lambda(i | \mathcal{O}^t)$  به فرم زیر در خواهند آمد:

$$\lambda(i | \mathcal{O}^t) = \frac{p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t) p(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1})}{q(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{i,t-1}, \mathcal{O}^t)} \quad (17)$$

رابطه (۱۷) بیانگر چگالی احتمال  $p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^{i,t-1})$  می‌باشد. با انتخاب چگالی اهمیتی بهینه، وزن‌های مرتبه دوم برابر با واحد خواهند شد [۲۸]. در نتیجه مرحله resampling می‌تواند قبل از مرحله نمونه‌برداری انجام گیرد.

در این مقاله نشان خواهیم داد که تابع چگالی اهمیتی بهینه برای دینامیک حرکت و مدل سنسور معرفی شده در بخش ۲ به چه صورت خواهد گشت. برای این منظور به این حقیقت توجه می‌کنیم که برای فرایندهای گوسی و خطی، فیلتر Kalman از فیلتر ذره با تعداد نمونه‌های محدود بهتر عمل می‌نماید. این حقیقت پایه و اساس اصل Rao-Blackwellization می‌باشد. اصلی که خود موجب کاهش واریانس خطای تخمین خواهد گشت.

اصل Rao-Blackwellization بر اساس این اصل، اگر فضای حالت را بتوان به دو زیر فضای خطی و غیرخطی تقسیم نمود آنگاه لازم نیست که چگالی احتمال برای بردار حالت تمامی توسط فیلتر ذره تخمین زده شود. بلکه می‌توان از فیلتر Kalman که برای فضای خطی و نویز گوسی فیلتر تخمین بهینه است بهره جست و چگالی احتمال بخش خطی از فضای حالت را تخمین زد و برای بخش غیرخطی از فیلتر ذره استفاده نمود [۲۹].

سلول‌هایی که اهداف را در لحظه  $t$  بر می‌گیرند معلوم خواهند بود و می‌توان تابع درست‌نمایی را به صورت زیر نوشت:

$$p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t) = p(\mathcal{O}^t | \zeta_1, \dots, \zeta_t) \quad (12)$$

## ۲-۲. الگوریتم ردگیری چندهدفه به وسیله فیلتر ذره

هدف الگوریتم ردگیری چندهدفه، تخمین تابع چگالی احتمال پسین  $p(\mathcal{S}^t | \mathcal{O}^{1:t})$  از حالت مشترک اهداف  $\mathcal{S}^t$  بر اساس ماتریس‌های مشاهدات  $\mathcal{O}^{1:t}$  می‌باشد. بدین منظور، با به کارگیری استنتاج بیزین [۱]، چگالی احتمال پسین به صورت بازگشتی از طریق معادله زیر محاسبه می‌گردد:

$$p(\mathcal{S}^t | \mathcal{O}^{1:t}) = \frac{p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t)}{p(\mathcal{O}^t | \mathcal{O}^{1:t-1})} \times \int_{\mathcal{S}^{t-1}} p(\mathcal{S}^t | \mathcal{S}^{t-1}) p(\mathcal{S}^t | \mathcal{O}^{1:t-1}) d\mathcal{S}^{t-1} \quad (13)$$

صرف نظر از حالاتی خاص، رابطه بازگشتی (۱۳) به فرم بسته قابل محاسبه نمی‌باشد و نیازمند به کارگیری الگوریتم‌های عددی همانند خانواده فیلترهای مونت کارلو [۲۰-۲۱]، هستیم. به طور مثال، در فیلتر ذره که یکی از اعضای معروف این خانواده است، چگالی احتمال پسین را به صورت بازگشتی در هر زمان به وسیله تعدادی محدود از ذرات (به طور مثال  $N_p$  ذره) که برای هر کدام وزنی (به نام وزن اهمیتی) اختصاص یافته است، همانند مجموعه  $\{\mathcal{S}^{i,t}, w^{i,t}, i = 1, \dots, N_p\}$  تقریب زده می‌شود. خوانندگان علاقمند به نحوه عملکرد فیلتر ذره، می‌توانند به [۱] برای اطلاعات جامع‌تر مراجعه فرمایند.

الگوریتم فیلتر ذره با متغیر کمکی<sup>۴</sup> (AVPF) یکی از پیشرفته‌ترین الگوریتم‌های موجود برای پیاده‌سازی یک فیلتر ذره می‌باشد [۲۸]. در این الگوریتم از متغیرهای کمکی برای نمونه‌برداری از ذراتی استفاده می‌شود که متناظر تابع درست‌نمایی پیش‌بینی شده بزرگ‌تری هستند و این کار به این امید صورت می‌گیرد که واریانس وزن‌های اهمیتی کاهش یابد. با تقریب تابع چگالی پسین اهداف در زمان  $t$ ، به صورت

$$p(\mathcal{S}^t | \mathcal{O}^{1:t}) = \sum_{i=1}^{N_p} w^{i,t} \delta(\mathcal{S}^t - \mathcal{S}^{i,t}) \quad (13)$$

تابع چگالی پسین اهداف در زمان  $t+1$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$p(\mathcal{S}^{t+1} | \mathcal{O}^{1:t+1}) \propto p(\mathcal{O}^{t+1} | \mathcal{S}^{t+1}) \sum_{i=1}^{N_p} w^{i,t} p(\mathcal{S}^{t+1} | \mathcal{S}^{i,t}) \quad (14)$$

<sup>1</sup> Posterior Density

<sup>2</sup> Importance Weight

<sup>3</sup> Auxiliary Variable Particle Filter (AVPF)

<sup>4</sup> Probability Mass Function

<sup>5</sup> First Stage Weights

$$p(\rho^t | \rho^{t-1}) = \sum_{\zeta_K=1}^{L_x \times L_y} (p(\rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) \quad (25)$$

که،  $\zeta_K$  اندیس سلول اشغال شده توسط هدف و  $\mathcal{V}_{\zeta_K}$  گستره سطحی سلول مشاهده  $\zeta_K$  است.  $\rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}$  بیانگر آن است که بردار موقعیت از هدف  $K$  ام در درون سلول مشاهده  $\zeta_K$  در زمان  $t$  واقع شده است. بنابراین، مولفه چگالی ترکیبی  $p(\rho^t | \rho^{t-1}, \rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K})$  در (۲۵) یک چگالی احتمال گوسی قطع شده<sup>۱</sup> دوبعدی خواهد بود که به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$p(\rho^t | \rho^{t-1}, \rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) = \frac{\chi_{\mathcal{V}_{\zeta_K}}(\kappa^t)}{\Upsilon_{\kappa, \zeta_K}} \quad (26)$$

$$\times \mathcal{N}(x_k^t; x_k^{t-1} + T\bar{v}_x^{t-1/t-2}, \rho T^3 / 3)$$

$$\times \mathcal{N}(y_k^t; y_k^{t-1} + T\bar{v}_y^{t-1/t-2}, \rho T^3 / 3)$$

که در آن، تابع  $\chi_{\mathcal{V}_{\zeta_K}}(\kappa^t)$  تنها برای وقتی که هدف  $K$  ام برای زمان  $t$  در درون سلول  $\zeta_K$  واقع شده باشد، یک است و در غیراین صورت برابر صفر است و همچنین تابع  $\Upsilon_{\kappa, \zeta_K}$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\Upsilon_{\kappa, \zeta_K} = p(\rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) = \prod_{\eta=1}^2 \int_{\mathcal{V}_{\zeta_K}} \mathcal{N}(\rho_k^{\eta,t}; \mathbf{m}, \sigma^2) d\rho_k^{\eta,t} \quad (27)$$

$$\mathbf{m} = \rho_k^{\eta,t-1} + T\bar{v}_\eta;$$

$$\sigma^2 = \rho T^3 / 3;$$

$\rho_k^{1,t} = x_k^t, \rho_k^{2,t} = y_k^t$   
 $v^1 = \bar{v}_x^{t-1/t-2}, v^2 = \bar{v}_y^{t-1/t-2}$   
 با توجه به روابط (۲۵و۴)، چگالی انتقال حالت برای مولفه‌های موقعیت یعنی بردار  $\rho^t$  به صورت زیر در خواهد آمد:

$$p(\rho^t | \rho^{i,t-1}) = \prod_{\kappa=1}^{\tau} \sum_{\zeta_K=1}^{L_x \times L_y} p(\rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) \times p(\rho^t | \rho^{i,t-1}, \rho^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) \quad (28)$$

$$= \sum_{\zeta_1=1}^{L_x \times L_y} \dots \sum_{\zeta_\tau=1}^{L_x \times L_y} \varphi_{\zeta_1 \dots \zeta_\tau}.$$

در حالی که تابع  $\varphi_{\zeta_1 \dots \zeta_\tau}$  به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\varphi_{\zeta_1 \dots \zeta_\tau} = \prod_{\kappa=1}^{\tau} [\chi_{\mathcal{V}_{\zeta_K}}(\kappa^t) \times \prod_{\eta=1}^2 \mathcal{N}(\rho_k^{\eta,t}; \mathbf{m}, \sigma^2)] \quad (29)$$

که،  $\rho_k^{i,t-1}$  و  $v^{i,t-1}$  به ترتیب موقعیت در راستای  $X$

چگالی احتمال پسین مولفه‌های موقعیت را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت:

$$p(\rho^t | \mathcal{O}^{1:t}) = \int p(\rho^t, v^t | \mathcal{O}^{1:t}) dv^t \quad (18)$$

$$\propto \int \left\{ \int p(v^t, \mathcal{O}^t | \rho^{1:t}, \mathcal{O}^{1:t-1}) dv^t \right\}$$

$$\times p(\rho^t | \rho^{t-1}) p(\rho^{1:t-1} | \mathcal{O}^{1:t-1}) d\rho^{1:t-1}.$$

بر اساس اصل Rao-Blackwellization، حاصل انتگرال  $\int p(v^t, \mathcal{O}^t | \rho^{1:t}, \mathcal{O}^{1:t-1}) dv^t$  می‌تواند با فیلتر Kalman محاسبه گردد. برای نشان دادن این امر، تنها به محاسبات مربوطه برای سرعت در راستای  $X$  می‌پردازیم و می‌پذیریم که بنابر تقارن مسئله، محاسبات در راستای  $Y$  نیز مشابه آن خواهد بود.

با دوباره نویسی معادلات رابطه (۱) به نحوی که معادله بروز رسانی زمان برای مولفه سرعت تعریف گردد، خواهیم داشت:

$$v_x^t = v_x^{t-1} + \beta^{t-1} \quad (19)$$

$$x^t - x^{t-1} = T v_x^{t-1} + \alpha^{t-1} \quad (20)$$

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \alpha^{t-1} \\ \beta^{t-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha^{t-1} & \beta^{t-1} \end{bmatrix} \right\} = \mathbf{Q} \cdot \delta(t-t') \quad (21)$$

از آنجا که نویز ناشی از معادله تکامل فرایند در گذر زمان (۱۹) یعنی  $\beta^t$  و نویز ناشی از معادله مشاهده (۲۰) یعنی  $\alpha^t$  با یکدیگر دارای همبستگی خواهند بود، معادلات بازگشتی فیلتر Kalman استاندارد باید به صورت زیر تغییر یابند تا همبستگی نویزها را لحاظ نمایند [۳۰]:

$$\mathcal{K}_t = \frac{(\sum_{i/t-1} \rho T / 2)}{(T \sum_{i/t-1} \rho)} \quad (22)$$

$$\bar{v}_x^{t+1/t} = \bar{v}_x^{t/t-1} + \mathcal{K}_t (x^{t+1} - x^t - T \bar{v}_x^{t/t-1}) \quad (23)$$

$$\sum_{i/t+1/t} = (1 - \mathcal{K}_t T)^2 \sum_{i/t-1} + \rho T (T^2 / 3 - \mathcal{K}_t T + \mathcal{K}_t^2) \quad (24)$$

که در آن،  $\mathcal{K}_t$  برابر با بهره فیلتر کالمن در زمان  $t$  می‌باشد. کمیت‌های  $\bar{v}_x^{t+1/t}$  و  $\bar{v}_x^{t/t-1}$  به ترتیب برابر با تخمین مولفه سرعت در راستای محور  $X$  در زمان‌های  $t$  و  $t+1$  به شرط دریافت مشاهدات در زمان‌های  $t-1$  و  $t$  می‌باشند. به وسیله معادلات (۲۲) تا (۲۴)، چگالی احتمال پسین برای مولفه سرعت در راستای  $X$  به صورت بازگشتی برحسب میانگین و کواریانس آن محاسبه و به روز رسانی خواهد گشت.

با فرض آن که ناحیه مشاهده که به عنوان دامنه دوبعدی چگالی احتمال موقعیت هدف به شمار می‌آید، به اندازه کافی بزرگ باشد، می‌توانیم چگالی احتمال پیشین از بردار موقعیت هدف را به صورت زیر نشان دهیم:

<sup>1</sup> Truncated



**جدول ۱.** چرخه‌های کامل از فیلتر ذره OPS بر اساس اصل Rao-Blackwellization

شروع:  
 برای هر ذره  $(i = 1 : \mathcal{N}_p)$   
 برای هر هدف  $(\kappa = 1 : \tau)$   
 بردار سرعت اولیه را به صورت زیر قرار دهید:  

$$\mathbf{s}_\kappa^{i,0} = [x_\kappa^{i,0}, \widehat{v}_x^{i,0/t-1}, y_\kappa^{i,0}, \widehat{v}_y^{i,0/t-1}]'$$
 پایان حلقه دوم.  
 پایان حلقه اول.  
 برای  $t > 0$   
 به تعداد  $\mathcal{N}_p$  اندیس ذره بر مبنای تابع جرم احتمال (۳۲) انتخاب کنید:  
 برای هر اندیس انتخاب شده  $(i = 1 : \mathcal{N}_p)$   
 برای هر هدف  $(\kappa = 1 : \tau)$   
 از روی (۳۳)،  $\rho_\kappa^{i,t}$  را نمونه برداری کنید.  
 بر اساس روابط (۲۲) تا (۲۴)، هم  $\widehat{v}_x^{i,t/t-1}$  و هم  $\widehat{v}_y^{i,t/t-1}$  را به روزرسانی نمایید.  
 پایان حلقه دوم.  
 پایان حلقه اول.

اگرچه چگالی اهمیتی بهینه‌ای که ما در این بخش برای مشاهدات خام و آشکارنشده به دست آوردیم، برای تعداد اهداف ثابت و از قبل معلوم صادق است اما می‌توان با ایده‌های مطرح شده در [۱۹] و [۳۱]، آنرا برای تعداد اهداف متغیر با زمان و نامعلوم نیز توسعه داد که البته خارج از اهداف مطرح شده در این مقاله می‌باشد.

**حجم محاسبات نمونه برداری از تابع چگالی احتمال بهینه:**  
 فرض می‌کنیم که به تعداد  $\mathcal{N}_p$  ذره می‌خواهیم از تابع چگالی احتمال بهینه نمونه برداری کنیم. در نتیجه نمونه بردار نیازمند به محاسبه  $\mathcal{N}_p$  عدد وزن مرتبه اول می‌باشد. برای هر وزن مرتبه اول رابطه (۳۲)،  $(\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^\tau$  تابع درست‌نمایی متفاوت باید ارزیابی گردند. این امر نشان‌دهنده این است که این مسئله از نوع NP-hard می‌باشد. تعداد ارزیابی‌ها می‌تواند توسط آستانه-گذاری در خروجی سلول‌های مشاهده (عمل آشکارسازی) بسیار محدودتر شود ولی این امر به قیمت کاهش توانایی ردگیری در SNR های پایین‌تر است. در عوض در این مقاله، برای آن‌که مزیت استفاده از اطلاعات نهفته در داده‌های خام حفظ گردد، با دروازه‌گذاری سلول‌های همسایه [۲۲ و ۳۲] و به کارگیری نمونه بردار Gibbs برای نمونه برداری از چگالی ترکیبی ناشی از گوسی‌های قطع شده، سعی در کاهش حجم محاسبات خواهیم داشت.

سرعت در راستای  $x$  از هدف  $\kappa$  ام ذره  $i$  ام برای زمان  $t-1$  می‌باشند.

توجه شود که رابطه (۲۹) را می‌توان به صورت حاصلضرب  $\tau$  عدد توزیع گوسی قطع شده در نظر گرفت. در نتیجه به تعداد  $(\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^\tau$  جایگشت متفاوت، از نحوه اشغال  $\tau$  هدف در میان  $\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  سلول مشاهده، وجود خواهد داشت. برای هر جایگشت نوعی، تابع درست‌نمایی کلی در رابطه (۱۲) مقداری متفاوت خواهد داشت. به عبارت دیگر، مقادیری که تابع درست‌نمایی کلی در رابطه (۱۲) می‌پذیرد مقادیری گسسته و کلا به تعداد  $(\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^\tau$  مقدار متفاوت می‌باشند. این نتیجه در رابطه زیر بیان شده است:

$$p(\mathcal{O}^t | \mathcal{S}^t) = p(\mathcal{O}^t | \rho^t) = \sum_{\zeta_1=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} \dots \sum_{\zeta_\tau=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} \prod_{\kappa=1}^{\tau} \chi_{V_{\zeta_\kappa}}(\kappa^t) \quad (30)$$

از آنجا که وزن مرتبه اول  $p(\mathcal{O}^t | \rho^{i,t-1})$  به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$p(\mathcal{O}^t | \rho^{i,t-1}) = \int_{\rho^t} p(\mathcal{O}^t | \rho^t) p(\rho^t | \rho^{i,t-1}) d\rho^t \quad (31)$$

پس می‌توان با قراردادن ۲۸، ۳۰ و ۳۱، وزن‌های مرتبه اول را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$p(\mathcal{O}^t | \rho^{i,t-1}) = \sum_{\zeta_1=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} \dots \sum_{\zeta_\tau=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} p(\mathcal{O}^t | \zeta_1, \dots, \zeta_\tau) \cdot \prod_{\kappa=1}^{\tau} \Upsilon_{\kappa, \zeta_\kappa} \quad (32)$$

به علاوه، باتوجه به روابط (۲۸ و ۳۰)، می‌توان تابع چگالی اهمیتی بهینه را به صورت زیر نوشت:

$$p(\rho^t | \rho^{i,t-1}, \mathcal{O}^{1:t}) = \sum_{\zeta_1=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} \dots \sum_{\zeta_\tau=1}^{\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y} \prod_{\kappa=1}^{\tau} \chi_{V_{\zeta_\kappa}}(\kappa^t) \cdot p(\mathcal{O}^t | \zeta_1, \dots, \zeta_\tau) \times \prod_{\eta=1}^2 \mathcal{N}(\rho_\kappa^{\eta,t}; \rho_\kappa^{i,\eta,t-1} + T v^{i,\eta}, \rho T^3 / 3) \quad (33)$$

چگالی احتمال نشان‌دهنده در رابطه (۳۳) ترکیبی از مولفه‌های گوسی قطع شده می‌باشد. بردار موقعیت نمونه برداری شده توسط این چگالی احتمال را می‌توان در رابطه (۲۰) به عنوان مشاهده ورودی در رابطه به روزرسانی مشاهدات به کار برد تا مولفه‌های سرعت پیش‌بینی شده برای تکرار بعدی از طریق رابطه (۲۳) به دست آیند. یک چرخه کامل از فیلتر ذره با چگالی اهمیتی بهینه (OPS) بر اساس اصل Rao-Blackwellization در میان داده‌های مشاهده خام و آشکارنشده در جدول (۱) شرح داده شده است.

بدل می‌سازد. البته فرض دور بودن اهداف از یکدیگر همیشه واقع‌بینانه نیست. مخصوصاً وقتی که اهداف از کنار یکدیگر رد شده یا مدت مدیدی در موازات هم حرکت می‌نمایند. به هر حال، این که بتوان در مسئله MTT، به‌روزرسانی چگالی احتمال پسین  $\tau$  هدفه را با به‌روزرسانی جداگانه چگالی احتمال پسین تک‌تک اهداف و یکی پس از دیگری انجام داد، بدون آن که هیچ‌گونه فرض مستقل بودن بین آن‌ها (و مابین توابع درست‌نمایی  $\tau$  هدف) را لحاظ کرده باشیم، ایده هیجان‌انگیزی به‌شمار می‌رود. رهیافت ما برای محقق‌نمودن این ایده، استفاده‌نمودن از روش Metropolis-Hastings تک‌مولفه‌ای<sup>۱</sup> است که به نام نمونه‌بردار Gibbs معروف است و از خانواده روش‌های استنتاجی MCMC می‌باشد [۲۱]. اگرچه این روش پیچیدگی محاسباتی را از حالت NP-hard به حالت نمو چندجمله‌ای در نمی‌آورد اما به مصالحه قابل قبولی بین زمان محاسبات و دقت در تخمین تابع چگالی احتمال پسین چندهدفه دست می‌یابد. در الگوریتم MCMC، یک زنجیر مارکف غیرقابل تفکیک<sup>۲</sup> و غیرمتناوب<sup>۳</sup> توسط یک هسته<sup>۴</sup> تحقق پیدا می‌نماید به‌نحوی که این زنجیر در نهایت به توزیع پسین مطلوب همگرا خواهد گشت و نکته مهم این است که این همگرایی مستقل از نمونه اولیه برای زنجیر و یا توزیع اهمیتی انتخابی، رخ می‌دهد.

شیوه MCMC به‌صورت ذاتی در استنتاج یکپارچه<sup>۵</sup> مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۱]. ولی در استنتاج‌های متوالی نیز از MCMC استفاده شده است [۳۳ و ۱۵]. در بعضی از کاربردها از نمونه‌بردار Gibbs برای جوانگرایی<sup>۶</sup> نمونه‌های فرسوده‌شده<sup>۷</sup> بعد از انجام مرحله resampling استفاده می‌گردد [۳۴]. در این مقاله، سعی داریم تا از آن برای نمونه‌برداری از تابع چگالی اهمیتی بهینه OPS استفاده نماییم و بدین نحو حجم محاسبات را کاهش دهیم.

در الگوریتم Metropolis-Hastings (MH) که یکی از معروفترین الگوریتم‌های MCMC می‌باشد، هسته‌ای مانند  $k$ ، تولید زنجیری مارکفی می‌نماید که این زنجیر مارکف در نهایت به چگالی بی‌تغییر<sup>۸</sup>  $\pi(\mathcal{S}^t) = \mathbb{P}(\mathcal{S}^t | \mathcal{O}^{1:t})$  همگرا می‌گردد (یعنی نمونه‌های تولیدی از این زنجیر همانند آن هستند که از چگالی بی‌تغییر مذکور نمونه‌برداری شده‌اند). وقوع این امر

### ۳-۲. دروازه‌گذاری سلول‌های همسایه

تا بدین بخش از مقاله، هر کدام از  $\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  سلول مشاهده می‌توانستند کاندیدی محتمل برای اشغال شدن توسط هدفی نوعی و موجود در ناحیه مشاهده، در زمان فعلی دریافت مشاهدات توسط سنسور باشند. با این حال سلول‌های بسیار دور از هدف دارای احتمال اندکی برای اشغال شدن توسط آن هدف در زمان جدید خواهند بود. همان‌طور که می‌دانیم، دروازه‌بندی در الحاق داده کلاسیک ابزاری برای کاهش مشاهدات کاندید برای الحاق شدن به اهداف بود [۲۲]، ولی در اینجا دروازه‌بندی به‌منظور محدود کردن تعداد سلول‌هایی است که بسیار محتمل هستند که توسط هدف  $K$  اشغال شوند. در واقع سلول‌هایی کاندید خواهند بود که احتمال اشغال شدن آن‌ها از آستانه پیش‌فرضی مانند  $\Gamma$  بیش‌تر باشد. اندیس آن‌ها مجموعه  $\mathcal{G}_{K,t}$  را تشکیل می‌دهد، به‌نحوی که:

$$\mathcal{G}_{K,t} = \{j \in \{1, \dots, \mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y\} : Y_{K,j} > \Gamma\} \quad (34)$$

برای آن که در یابیم دروازه‌گذاری سلول‌های همسایه چقدر در کاهش حجم محاسبات موثر است، فرض می‌کنیم ۳ هدف در ناحیه مشاهده‌ای که به  $30 \times 30$  سلول مشاهده تقسیم شده است، وجود دارند. تعداد جایگشت‌های ممکن قبل از دروازه‌گذاری برابر با  $(30 \times 30)^3$  است. حال فرض می‌کنیم که برای هر هدف ۱۰ سلول مشاهده محتمل اشغال شدن در زمان جدید وجود دارد. در نتیجه تعداد جایگشت‌های ممکن بعد از دروازه‌گذاری برابر با ۱۰۰۰ حالت خواهد بود. این یعنی ۷۲۹۰۰۰ برابر کاهش در بررسی جایگشت‌های ممکن!

برای اعمال دروازه‌گذاری سلول‌های همسایه نیازمند اصلاح چگالی احتمال پیشین بردار موقعیت که در (۲۵) معرفی شده است، به‌صورت زیر می‌باشیم:

$$\begin{aligned} & \mathbb{P}(\boldsymbol{\rho}_K^t | \boldsymbol{\rho}_K^{t-1}) \\ &= \mathcal{U}_\Gamma \sum_{\zeta_K \in A_\Gamma^{t,K}} \mathbb{P}(\boldsymbol{\rho}_K^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) \\ & \quad \times \mathbb{P}(\boldsymbol{\rho}_K^t | \boldsymbol{\rho}_K^{t-1}, \boldsymbol{\rho}_K^t \in \mathcal{V}_{\zeta_K}) \end{aligned} \quad (35)$$

جایی که  $\mathcal{U}_\Gamma$  ثابتی معین (برای واحد نمودن سطح زیر چگالی احتمال) است و  $A_\Gamma^{t,K}$  مجموعه اندیس‌های سلول‌های انتخاب‌شده در دروازه‌گذاری برای هدف  $K$  ام در زمان  $t$  و با سطح آستانه  $\Gamma$  می‌باشد.

### ۴-۲. نمونه بردار Gibbs

وقتی که اهداف از یکدیگر دور هستند، توابع چگالی احتمال پیشین (انتقال حالت) اهداف از هم مستقل خواهند شد. این امر مسئله MTT را به  $\tau$  مسئله ردگیری تک‌هدفه متفاوت،

<sup>1</sup> Single-Component Metropolis-Hastings

<sup>2</sup> Irreducible

<sup>3</sup> Aperiodic

<sup>4</sup> Kernel

<sup>5</sup> Batch

<sup>6</sup> Rejuvenate

<sup>7</sup> Degenerated

<sup>8</sup> Invariant



که،  $Y_{k,t}$  پیشنهادی برای مولفه  $K$  ام بوده و  $\pi(\mathcal{S}_{k,t}^i | \mathcal{S}_{k,t}^{i-k}, \mathcal{O}^{i,t})$  توزیع شرطی کامل<sup>۱</sup> برای  $\mathcal{S}_{k,t}^i$  تحت  $\pi(\cdot)$  نامیده می‌شود. تابع  $q_{k,t}(Y_{k,t} | \mathcal{S}_{k,t}^i, \mathcal{S}_{k,t}^{i-k}, \mathcal{O}^{i,t})$  چگالی پیشنهادی مولفه  $K$  ام می‌باشد. در نتیجه، هر تکرار شامل  $h$  قدم متوالی خواهد بود. اگرچه شیوه single-component Metropolis-Hastings به تعداد  $h$  برابر نیازمند تعداد پیشنهاد بیش‌تری از شیوه Metropolis-Hastings نیازمند است، اما مزیت اصلی آن در جست‌وجو در فضاهایی با ابعاد به مراتب کم‌تر است. مزیتی که بی‌شک کارایی محاسباتی بسیار زیادی تولید می‌نماید.

احتمال پذیرش برای تمامی مولفه‌ها برابر با یک خواهد بود اگر چگالی پیشنهادی مولفه  $K$  ام برابر با توزیع شرطی کامل آن مولفه باشد:

$$q_{k,t}(Y_{k,t} | \mathcal{S}_{k,t}^i, \mathcal{S}_{k,t}^{i-k}, \mathcal{O}^{i,t}) = \pi(Y_{k,t} | \mathcal{S}_{k,t}^i, \mathcal{O}^{i,t}) \quad (39)$$

این حالت خاص از الگوریتم single-component Metropolis-Hastings را نمونه‌بردار Gibbs می‌نامند.

در این مقاله تقریب چگالی پسین با ذراتی که توسط نمونه‌بردار Gibbs (که توزیع invariant آن در اصل همان چگالی اهمیتی بهینه مطرح‌شده در رابطه (۳۳) است) تولید می‌گردند، انجام می‌شود.

در MCMC رسم بر این است که برای اجتناب از اثرات شرایط اولیه بر همگرایی زنجیره مارکف، نمونه‌های تولیدشده در  $N_{burn}$  تکرار ابتدایی را، که دوره burn in می‌نامند، دور می‌ریزند. در تکرار  $\eta$  ام و برای مولفه  $K$  ام در زمان  $t$ ، باید از چگالی زیر نمونه‌برداری نماییم:

$$\pi(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k} | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k-1}, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k+1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,h}, \mathcal{O}^{i,t}) \quad (40)$$

به علاوه، مجموعه  $[\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k-1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k+1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,h}]$  را به نام  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}$  در نظر می‌گیریم. هر مولفه‌ای از  $\mathcal{S}_{\eta,t}^i$  یک بردار حالت از هدفی مجزا است. به عبارت دیگر،  $h$  برابر با  $\tau$  می‌باشد یا  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,k} = \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}$ .

با توجه به رابطه (۳۳)، چگالی مطرح‌شده در رابطه (۴۰) می‌تواند برای ذره  $\eta$  ام به صورت زیر نوشته شود:

$$\begin{aligned} & \pi(\rho_{\eta,t}^{i,k} | \rho_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{O}^{i,t}) \\ & \propto \sum_{\zeta_{k,t}^i=1}^{L_{\zeta_{k,t}^i}} \chi_{\zeta_{k,t}^i}(\kappa^i) \\ & \times \prod_{m=1}^2 \mathcal{N}(\rho_{\eta,t}^{i,m}; \rho_{\eta,t}^{i,m,t-1} + Tv_{\eta,t}^i, \rho T^3 / 3) \\ & \times \mathcal{P}(\mathcal{O}^i | \zeta_{\eta,t}^{i,1}, \dots, \zeta_{\eta,t}^{i,k}, \dots, \zeta_{\eta,t}^{i,t}) \end{aligned} \quad (41)$$

به شرطی خواهد بود که در زمان  $t$  و برای تکرار  $\eta$  ام داشته باشیم:

$$\begin{aligned} & K(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}) \\ & = q(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{O}^{i,t}) \alpha(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{S}_{\eta,t}^i) \\ & \quad + \delta[\mathcal{S}_{\eta,t}^i - \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}] \\ & \quad \times \left(1 - \int q(Y | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{O}^{i,t}) \alpha(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, Y) dY \right) \end{aligned} \quad (36)$$

که،  $q(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{O}^{i,t})$  چگالی اهمیتی انتخابی و  $\alpha(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{S}_{\eta,t}^i)$  احتمال پذیرش است:

$$\begin{aligned} & \alpha(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, Y) \\ & = \min\left(1, \frac{p(Y | \mathcal{O}^{i,t}) q(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | Y, \mathcal{O}^{i,t})}{p(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1} | \mathcal{O}^{i,t}) q(Y | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{O}^{i,t})}\right) \end{aligned} \quad (37)$$

احتمال پذیرش (۳۷) به معنی این است که، در تکرار  $\eta$  ام، حرکت از حالت مشترک فعلی  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}$  به سمت حالت مشترک پیشنهاد شده  $Y$  با احتمال (۳۷) صورت خواهد پذیرفت (و خواهیم داشت  $\mathcal{S}_{\eta,t}^i = Y$ )، و در غیراین صورت هیچ انتقال حالتی در زنجیر رخ نخواهد داد و در نتیجه  $\mathcal{S}_{\eta,t}^i = \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}$ . چگالی اهمیتی  $q(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-1}, \mathcal{O}^{i,t})$  نقشی کلیدی در سرعت همگرایی (و نه خودهمگرایی) زنجیر مارکف ایفا می‌نماید.

البته راه بهتری نیز برای همگرانمودن زنجیر مارکف وجود دارد. به جای آن که برای کل حالت مشترک، در هر تکرار، یک پیشنهاد جابجایی ارائه دهیم، مولفه‌های آن می‌توانند در قدم‌های متوالی و پشت سر هم به‌روزرسانی گردند. این روش به نام single-component Metropolis-Hastings معروف است. برای شرح این روش فرض نماییم که حالت مشترک در زمان  $t$  به  $h$  مولفه به صورت  $\mathcal{S}^t = \{\mathcal{S}_{\eta,t}^1, \mathcal{S}_{\eta,t}^2, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^h\}$  تفکیک می‌گردد. اکنون،  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k} = \{\mathcal{S}_{\eta,t}^1, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i-k-1}, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i-k+1}, \dots, \mathcal{S}_{\eta,t}^h\}$  را حالتی تعریف می‌کنیم که تمامی مولفه‌های  $\mathcal{S}^t$  به جز  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}$  در آن وجود دارند. می‌توان نشان داد که به‌روزرسانی متوالی مولفه‌ها به جای به‌روزرسانی یک‌باره کل حالت مشترک در همگرایی زنجیر مارکف خللی به‌وجود نخواهد آورد به شرطی که احتمال پذیرش مولفه  $\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}$  مطابق مرجع [۲۱] به صورت زیر تعریف گردد:

$$\begin{aligned} & \alpha(\mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{S}_{\eta,t}^i, Y_{k,t}) \\ & = \min\left(1, \frac{\pi(Y_{k,t} | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{O}^{i,t})}{\pi(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{O}^{i,t})}\right) \\ & \quad \times \frac{q_{k,t}(\mathcal{S}_{\eta,t}^i | Y_{k,t}, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{O}^{i,t})}{q_{k,t}(Y_{k,t} | \mathcal{S}_{\eta,t}^i, \mathcal{S}_{\eta,t}^{i,-k}, \mathcal{O}^{i,t})} \end{aligned} \quad (38)$$

<sup>۱</sup> Full Conditional Distribution

**جدول ۲. چرخه کاملی از الگوریتم GPF**

برای هر ذره  $(i = 1 : \mathcal{N}_p)$  :

قرار بدهید:  $\rho^{i,0,t} = \rho^{i,\mathcal{N}_{it},t-1} + T\nu^{i,\mathcal{N}_{it}}$ .

برای هر تکرار  $(\eta = 1 : \mathcal{N}_{it} - 1)$  :

برای هر هدف  $(\kappa = 1 : \tau)$  :

از روی (۴۱)،  $\rho_{\eta,\kappa}^{i,t}$  را تولید نمایید.

تابع درست‌نمایی را بروز رسانی نمایید.

پایان حلقه سوم

پایان حلقه دوم

پایان حلقه اول

در تکرار آخر  $(\eta = \mathcal{N}_{it})$  :

برای هر ذره  $(i = 1 : \mathcal{N}_p)$  :

برای هر هدف  $(\kappa = 1 : \tau)$  :

از روی (۴۱)،  $\rho_{\eta,\kappa}^{i,t}$  را تولید نمایید.

مطابق با (۲۲) الی (۲۴)، مقادیر  $\hat{v}_x^{i,t+1/t}$  و  $\hat{v}_y^{i,t+1/t}$  را به‌روزرسانی نمایید.

تابع درست‌نمایی را به‌روزرسانی نمایید.

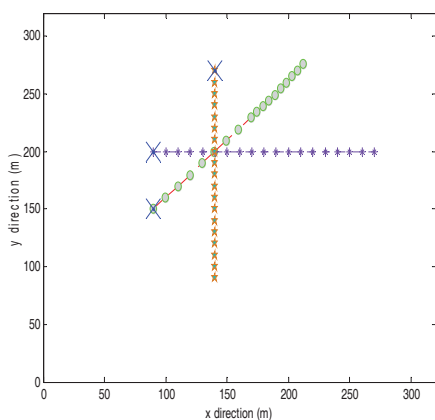
پایان حلقه دوم

وزن‌های مرتبه اول را مطابق رابطه (۴۲) محاسبه نمایید.

پایان حلقه اول

بر مبنای وزن‌های مرتبه اول،  $\mathcal{N}_p$  ذره را انتخاب می‌نماییم.

نکته اینجاست که الگوریتم GPF تنها زمانی به‌عنوان کاهش‌دهنده حجم محاسبات عمل خواهد کرد که مقدار  $\mathcal{N}_p \cdot \mathcal{N}_{it} \cdot \tau \cdot \mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  از  $\mathcal{N}_p \cdot (\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^F$  کم‌تر باشد. در جدول (۲) چرخه‌ای کامل از نکته اینجاست که الگوریتم GPF تنها زمانی به‌عنوان کاهش‌دهنده حجم محاسبات عمل خواهد کرد که مقدار از کم‌تر باشد. در جدول (۲) چرخه‌ای کامل از الگوریتم GPF نشان داده شده است.



شکل ۲. مسیر اهداف شبیه‌سازی‌شده برای سناریوی تحت بررسی

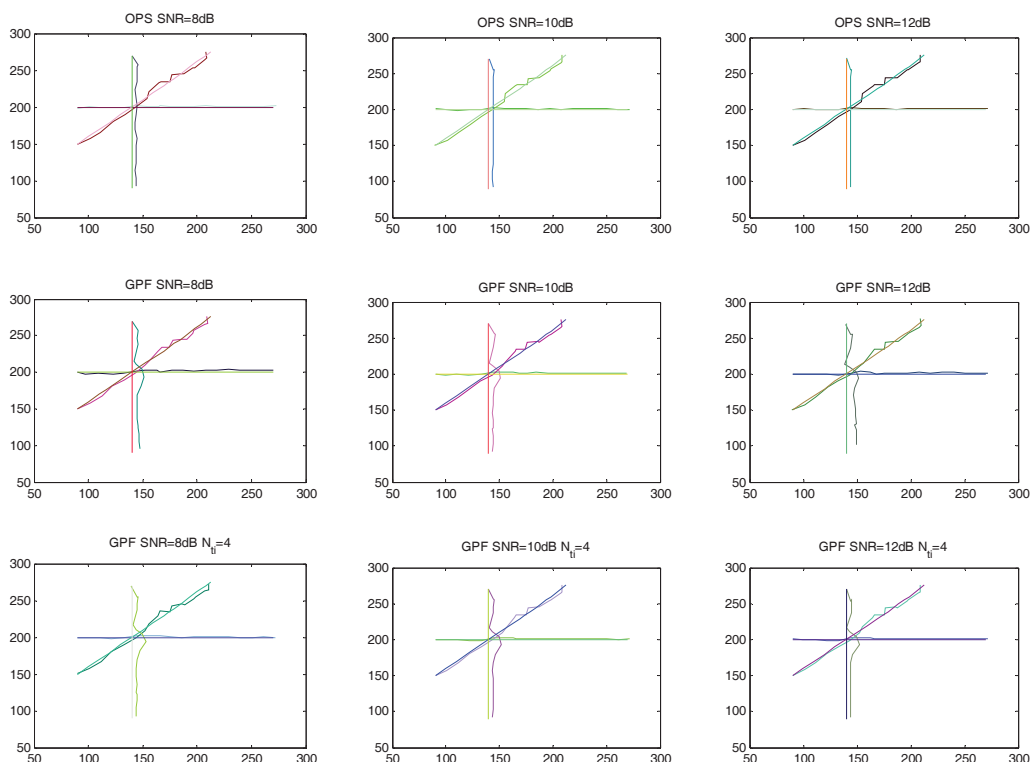
که،  $\zeta_{\eta,\kappa}^{i,t}$  در رابطه (۴۱) برابر با اندیس سلولی است که هدف با بردار حالت  $S_{\eta,\kappa}^{i,t}$  در آن واقع گردیده است. بعد از نمونه‌برداری از (۴۱) و به‌روزرسانی مولفه‌های سرعت با توجه به روابط (۲۴-۲۲)، الگوریتم به سراغ مولفه بعدی رفته و توزیع چگالی شرطی کامل برای هدف  $(\kappa + 1)$  ام و با بردار حالت  $S_{\eta,(\kappa+1)}^t$  مورد توجه قرار می‌گیرد. یک تکرار از  $\tau$  قدم تشکیل شده است که در هر قدم تابع چگالی احتمال رابطه (۴۱) ترکیبی از تنها  $\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  چگالی قطع شده (ناشی از جایگشت‌های موجود برای نحوه اشغال شدن سلول‌های مشاهده توسط هدف) به‌جای  $(\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^F$  چگالی قطع شده در رابطه (۳۳) می‌باشد. در این روش، در اصل ذرات فیلتر ذره توسط نمونه‌برداری Gibbs تولید می‌گردند، بنابراین آن را  $GPF^1$  می‌نامیم. وزن‌های مرتبه اول الگوریتم GPF از روی رابطه زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{O}^t | \rho^{i,t-1} \\
 &= \sum_{\kappa=1}^{\tau} \left( \left( \prod_{m=1}^{\kappa-1} \Upsilon_{m,\zeta_{\eta,m}^{i,t}} \right) \cdot \left( \prod_{m=\kappa+1}^{\tau} \Upsilon_{m,\zeta_{\eta,m}^{i,t}} \right) \right) \\
 & \times \sum_{\zeta_{\kappa} \in \mathcal{A}_{\eta,\kappa}^{i,t}} \left( \mathbb{P}(\mathcal{O}^t | \zeta_{\eta,1}^{i,t}, \dots, \zeta_{\kappa}, \dots, \zeta_{\eta-1,\tau}^{i,t}) \cdot \Upsilon_{\kappa,\zeta_{\kappa}} \right)
 \end{aligned} \tag{42}$$

نکته مهم این است که مولفه درست‌نمایی  $\mathbb{P}(\mathcal{O}^t | \zeta_{\eta,1}^{i,t}, \dots, \zeta_{\kappa}, \dots, \zeta_{\eta-1,\tau}^{i,t})$  در رابطه (۴۲) برای قدم  $\kappa + 1$  ام، با جایگذاری  $S_{\eta,\kappa}^{i,t}$  (که همان اندیس سلولی است که  $\rho_{\eta,\kappa}^{i,t}$  در فضای آن قرار دارد) به‌جای  $\zeta_{\kappa}$  و قراردادن  $\zeta_{\kappa+1}$  به‌جای  $\zeta_{\eta-1,\kappa+1}^{i,t}$ ، به‌روز می‌گردد و به‌عبارت دیگر برخلاف OPS که وزن‌های مرتبه اول در زمان  $t$  از قبل معلوم بودند، برای GPF وزن‌های مرتبه اول در هر قدم و هر تکرار باید عوض شوند. جدول (۲) یک چرخه کامل از GPF را نشان می‌دهد.

برای هر قدم، توزیع شرطی کامل رابطه (۴۱)، به شرط آن که دروازه‌گذاری سلول‌های همسایه اجرا نشده باشد، یک چگالی ترکیبی با  $\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  مولفه تابع چگالی احتمال است. جدای از آن، هر تکرار خود دارای  $\tau$  قدم خواهد بود و برای یک چگالی اهمیت  $\mathcal{N}_{it}$  تکرار قرار می‌دهیم (یعنی فرض می‌کنیم بعد از  $\mathcal{N}_{it}$  تکرار، زنجیر مارکف همگرا شده است). از طرفی، تعداد ذرات فیلتر ذره برابر با  $\mathcal{N}_p$  می‌باشد. با این مقادیر، الگوریتم GPF باید به تعداد  $\mathcal{N}_p \cdot \mathcal{N}_{it} \cdot \tau \cdot \mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y$  مولفه تابع چگالی احتمال قطع‌شده را ارزیابی نماید. این مقدار برای نمونه‌برداری مستقیم از تابع چگالی اهمیت بهینه (۳۳) برابر با  $\mathcal{N}_p \cdot (\mathcal{L}_x \times \mathcal{L}_y)^F$  مولفه می‌باشد.

<sup>1</sup> Gibbs Particle Filter



شکل ۳. متوسط مسیرهای تخمین زده شده به ازای مقادیر SNR برابر با ۸، ۱۰ و ۱۲ dB: (سه نمودار بالا) نتایج الگوریتم OSP با  $N_p = 50$ ، (سه نمودار وسط) نتایج الگوریتم GPF با  $N_p = 50$  و  $N_{ii} = 1$ ، (سه نمودار پایین) نتایج الگوریتم GPF با  $N_p = 50$  و  $N_{ii} = 4$ .

سلول مشاهده مجاور هم را طی نمی کند. دروازه گذاری سلول های همسایه برای هر دو روش OPS و GPF با مقدار آستانه 0.02 به کار می رود. این مقدار به این نحو به دست آمده است که برای بقیه پارامترهای سناریو و بالخصوص با  $\rho$  داده شده، حدود ۱۰ الی ۱۵ سلول مشاهده کاندید برای هر هدف در هر زمان به دست می دهد. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ها، دو معیار را به کار می گیریم. اولین معیار در [۱۹] و به نام قابلیت اطمینان<sup>۱</sup> معرفی شده است و تعداد میانگین اهدافی را که مسیر تخمین زده شده آن ها از سطح آستانه ای معین به نام thr (در این مقاله thr را ۱/۵ برابر قطر سلول مشاهده انتخاب نموده ایم) از مسیر واقعی آن ها دورتر نیست را محاسبه می نماید. قابلیت اطمینان ردگیری بر روی تمامی زمان های شبیه سازی  $T$ ، تعداد تحقق های مستقل  $m$  و تعداد اهداف واقعی  $\tau$  به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$\bar{\tau} = \frac{1}{T \cdot \tau} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^m \sum_{\kappa=1}^{\tau} \chi_{[0, \text{thr}]} \left( \left\| \rho_{\kappa}^t - \hat{\rho}_{\kappa}^t(j) \right\|_2 \right) \quad (۴۳)$$

که بردار موقعیت  $\rho_{\kappa}^t$  هدف  $\kappa$ ام در زمان  $t$  و  $\hat{\rho}_{\kappa}^t(j)$  تخمین الگوریتم مورد نظر از  $\rho_{\kappa}^t$  در شماره تحقق  $j$ ام می باشد.

شکل (۳) متوسط مسیرهای تخمین زده شده (بر روی ۵۰

### ۳. نتایج شبیه سازی

سناریوی حرکتی اهداف برای ارزیابی الگوریتم های پیشنهاد شده در شکل (۲) نمایش داده شده است. در این سناریو، سه هدف مختلف درحالی که از هم دورند شروع به حرکت نموده، به هم نزدیک شده و سپس دوباره از هم دور می گردند. نقطه شروع حرکت هر هدف با ضربدر نمایش داده شده است. هدفی که دارای مسیر مایل در شکل (۲) است دارای سرعت ثابت نمی باشد و مانوری با شتاب منفی (سرعتی کم شونده) در طول مسیر حرکتی خود دارد. فاصله زمانی دریافت دو مشاهده متوالی برابر با  $T = 1s$  است.

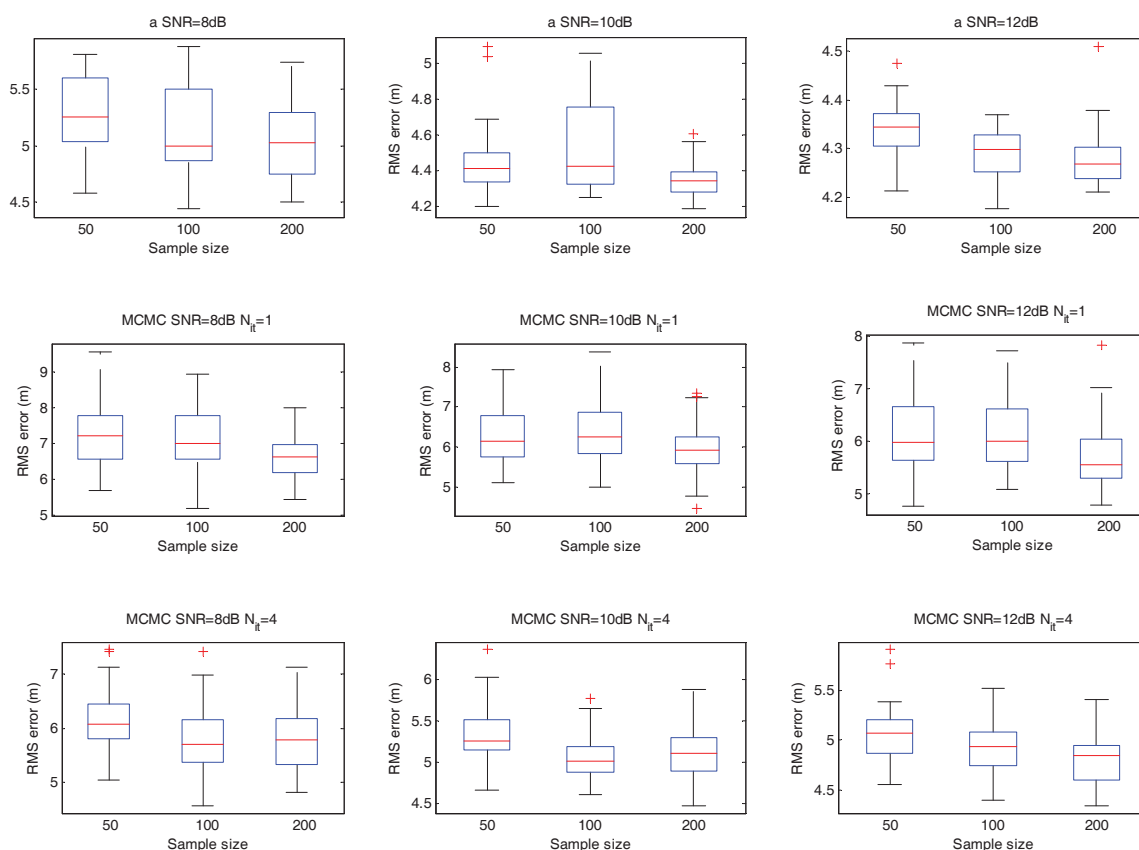
اهداف در محیطی با ابعاد  $320m \times 320m$  برای مجموعاً ۱۹ ثانیه در حال حرکت هستند. ناحیه مشاهده به سلول های  $10.7m \times 10.7m$  تقسیم شده است و این یعنی ۳۰ سلول در هر جهت. همچنین فرض بر آن است که فیلتر ردگیر، مقدار دقیق دامنه بازگشتی A را در رابطه (۸)، می داند.

به علاوه،  $\sigma_v^2$  همواره برابر با ۱ قرار داده می شود تا مقایسه مابین SNR های مختلف به صورت نرمالیزه شده و تنها به تغییرات توان سیگنال محدود گردد. اندازه واریانس نرمالیزه شده از انحرافات سرعت یعنی  $\rho$  در رابطه (۲) برابر با اندازه توان دوم از نصف قطر سلول مشاهده قرار داده می شود زیرا مشاهده شد که به ازای این مقدار، اهداف در دو زمان متوالی، بیش از ابعاد دو

<sup>۱</sup> Reliability

تفاوت در عملکردها با افزایش مقدار SNR کاهش می‌یابد. از آنجایی که الگوریتم GPF به‌ازای تکرارهای محدود  $N_{it} = 1$  و  $N_{it} = 4$ ، شبیه به انجام سه‌هدفه با سه ردگیری تک‌هدفه است، در زمان‌هایی که اهداف از کنار هم عبور می‌کنند با دشواری مواجه می‌گردد و دقت ردگیری کاهش می‌یابد. منتهی بهبود عملکرد در تخمین مسیر حرکتی اهداف (به‌طور مثال هدف با مسیر افقی) برای الگوریتم GPF با  $N_{it} = 4$  نسبت به الگوریتم GPF با  $N_{it} = 1$  مشخص است.

تحقق مستقل از هم) برای الگوریتم‌های GPF (برای  $N_{it} = 1, 4$ ) و OPS را نشان می‌دهد. تعداد ذرات برابر با ۵۰ عدد و مقادیر SNR برابر با ۸، ۱۰ و ۱۲ dB است. از روی شکل (۳) مشخص است که متوسط مسیرهای تخمین‌زده‌شده برای  $N_{it} = 4$  نسبت به  $N_{it} = 1$  دارای بهبود است. بر مبنای تمامی نمودارهای شکل (۳)، مستقل از الگوریتم OPS و یا GPF، با افزایش SNR تخمین مسیر حرکتی اهداف بهتر می‌شود. الگوریتم OPS دقیق‌تر ردگیری می‌کند اما این



شکل ۴. نمودار Box-and-whiskers، از RMSE موقعیت به‌ازای مقادیر SNR برابر با ۸، ۱۰ و ۱۲ dB، که برای  $thr=22.7m$  محاسبه شده است. (سه نمودار بالا) نتایج الگوریتم OPS با  $N_p = 50$ ، (سه نمودار وسط) نتایج الگوریتم GPF با  $N_p = 50$  و  $N_{it} = 1$ ، (سه نمودار پایین) نتایج الگوریتم GPF با  $N_p = 50$  و  $N_{it} = 4$ .

کلی انجام شبیه‌سازی و  $\chi_{[a,b]}$  (c) برابر یک است اگر c بین a و b واقع شده باشد و در غیر این صورت صفر است. منظور از "تنها برای اهدافی که سیستم توانسته است آن‌ها را ردگیری کند" این است که تنها اهدافی لحاظ می‌گردند که مسیر تخمین‌زده‌شده آن‌ها از مسیر واقعی فاصله‌ای بیش از thr نداشته باشد.

شکل (۴) RMSE موقعیت را به‌وسیله نمودارهای box-and-whiskers نشان می‌دهد. این نمودارها برای دو الگوریتم OPS و GPF و برای مقادیر SNR برابر با ۸، ۱۰ و ۱۲ dB رسم شده‌اند.

معیار بعدی برای سنجش عملکرد دو الگوریتم، جذر میانگین مجذور خطای  $RMSE^1$  موقعیت است که تنها برای اهدافی که سیستم توانسته است آن‌ها را ردگیری کند و در تحقق  $J$  ام به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$RMS(j) = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T \sum_{\kappa=1}^{\tau} \|\rho^{\kappa} - \hat{\rho}^{\kappa}(j)\|_2 \chi_{[0,thr]}(\|\rho^{\kappa} - \hat{\rho}^{\kappa}(j)\|_2)}{\tau T}} \quad (44)$$

که،  $\tau = 3$  برابر تعداد اهداف سناریو و  $T = 19$  برابر با زمان

<sup>1</sup> Root Mean Square Error (RMSE)

همچنان که شکل (۵) نشان می‌دهد متوسط زمان‌های محاسبه شده مستقل از مقادیر SNR بوده و با افزایش تعداد ذرات، بیش‌تر می‌گردد. الگوریتم GPF با  $N_{it} = 4$  برای تعداد نمونه برابر با ۲۰۰، به‌طور متوسط ۸۷ ثانیه سریع‌تر از OPS کار می‌کند و این یعنی ۱۰/۷ برابر سریع‌تر از الگوریتم OPS. این در حالی است که الگوریتم GPF با  $N_{it} = 1$  برای تعداد نمونه برابر با ۲۰۰، به‌طور متوسط ۹۳/۵ ثانیه سریع‌تر از OPS کار می‌کند و این یعنی ۳۸/۴ برابر سریع‌تر از الگوریتم OPS.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله به ردگیری چندهدفه با داده‌های آشکارنشده توسط فیلتر ذره‌ای پرداختیم. نشان دادیم که تابع چگالی اهمیتی بهینه برای فیلتر ذره‌ای در صورتی که داده‌ها ناشی از شدت سیگنال‌های دریافتی از ناحیه مشاهده‌ای مشبک شده باشند و این داده‌ها به‌صورت خام مورد ارزیابی قرار گرفته شده باشند، به چه صورت به‌دست می‌آید. سپس نشان دادیم که نمونه‌برداری از این تابع چگالی اهمیتی چقدر سنگین و پرهزینه است و با استفاده از نمونه‌بردار Gibbs، فیلتر ذره‌ای مبتنی بر MCMC طراحی نمودیم که به‌ازای افت عملکرد اندکی نسبت به تابع چگالی اهمیتی بهینه، حجم محاسباتی را بسیار کاهش می‌داد. به‌طور نمونه، برای فیلتر ذره‌ای با ۲۰۰ ذره، الگوریتم MCMC ارائه شده توسط ما با تعداد تکرارهای ۴ تایی و تکی به‌ترتیب برابر با ۱۰/۷ و ۳۸/۴ مرتبه سریع‌تر از الگوریتم OPS کار می‌کردند و این در حالی بود که خطای RMS موقعیت در این دو روش حداکثر سه الی چهار متر از خطای RMS موقعیت در روش OPS بیش‌تر بود. این امر ایده استفاده از الگوریتم‌های خانواده MCMC را برای کاهش حجم محاسبات در دیگر کاربردهای فیلتر ذره که هزینه نمونه‌برداری بالایی در ازای دقت به‌دست آمده دارند، همانند مسئله الحاق مشاهده به مشاهده در مسئله ردگیری غیرفعال توسط سیگنال‌های DVBT، تشویق می‌نماید.

#### ۵. مراجع

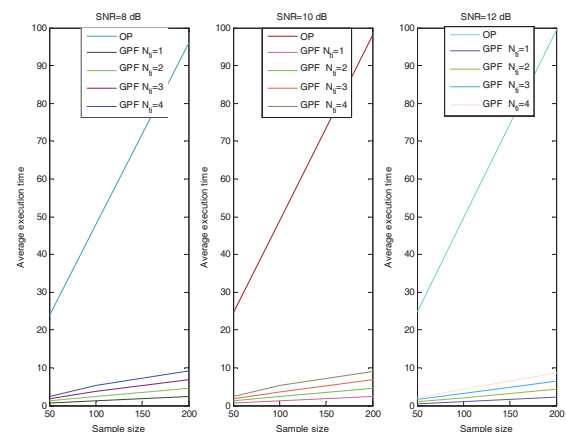
- [1] Doucet, A.; De Fiestas, N.; Gordon, N.; Eds, J. "Sequential Monte Carlo Methods in Practice"; New York: Springer-Verlag, 2001.
- [2] Orton, M.; Fitzgerald, W. "A Bayesian Approach to Tracking Multiple Targets Using Sensor Arrays and Particle Filters"; IEEE Transactions on Signal Processing 2005, 50, 216-223.
- [3] Hue, C.; Le Cadre, J.-P.; Perez, P. "Sequential Monte Carlo Methods for Multiple Target Tracking and Data Fusion"; IEEE Transactions on Signal Processing 2002, 50, 309-325.
- [4] Rezatofighi, S. H.; Gould, S.; Ba Truong, Vo.; Ba-Ngu, Vo.; Mele, K.; Hartley, R. "Multi-Target Tracking With

آنچه که از نتایج این نمودارها بر می‌آید این است که با افزایش مقدار SNR، مقدار RMSE موقعیت برای هر دو الگوریتم کاهش می‌یابد.

به‌علاوه، هر دو روش GPF و OPS تخمین‌گرهایی سازگار<sup>۱</sup> هستند زیرا با افزایش تعداد نمونه‌ها، میانگین و واریانس توزیع مقادیر RMSE کاهش می‌یابد. نکته آخر در مورد این نمودارها این است که با افزایش مقدار SNR تفاوت مابین الگوریتم‌های OPS و GPF در تعداد نمونه ثابت، کم می‌گردد.

اما تا بدین‌جا، نشان دادیم که نتایج الگوریتم چگالی اهمیتی بهینه بهتر از نتایج الگوریتم GPF بوده است، که چنین انتظاری از یک الگوریتم بهینه نیز می‌رود. اما هدف از معرفی GPF، به‌دست دادن جایگزینی برای سریع و آسان کردن نمونه‌برداری از OPS ولو با اندکی افت دقت بوده است. در ادامه به مقایسه حجم محاسباتی این دو الگوریتم می‌پردازیم تا مشاهده شود آیا دقت اندک از دست‌رفته به‌ازای کاهش قابل ملاحظه‌ای از حجم محاسبات پدید می‌آید و یا نه؟ اگر چنین باشد، استفاده از الگوریتم GPF به‌عنوان جایگزینی برای OPS توجیه‌پذیر خواهد بود.

شکل (۵) نمایانگر زمان محاسبه (متوسط گرفته شده بر روی ۵۰ تحقق مستقل) یک چرخه از الگوریتم‌های OPS و GPF (با  $N_{it} = 1, \dots, 4$ ) می‌باشد. مقادیر SNR برابر با ۸، ۱۰ و ۱۲ dB و تعداد ذرات برابر با ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ نمونه انتخاب شده‌اند. پردازنده به‌کاررفته Core(TM) i3 3.06 GHz می‌باشد.



شکل ۵. متوسط زمان محاسبه یک چرخه از الگوریتم‌های OPS و GPF (ب) در مقادیر SNR گوناگون و تعداد ذرات ۵۰، ۱۰۰، ۱۵۰، و ۲۰۰ تایی.

<sup>1</sup> Consistent

- [19] Moreland, M. R.; Kreucher, C. M.; Kastella, K. "A Bayesian Approach to Multiple Target Detection and Tracking"; *Signal Processing, IEEE Transactions on*; 2007, 55 (5), 1589-1604.
- [20] Doucet, A.; Goodwill, S.; Angrier, C. "On sequential Monte Carlo Sampling Methods for Bayesian Filtering"; *Stat. Comput.* 2000, 10, 197-208.
- [21] Gilks, W. R.; Richardson, S.; Spiegelhalter, D. J. "Markov Chain Monte Carlo in Practice"; Chapman and Hall. 1996.
- [22] Blackman, S.; Popoli, R. "Design and Analysis of Modern Tracking Systems"; Artech House. 1999.
- [23] Danaee, M. R.; Behnia, F. "Extension of Particle Filters for Time-Varying Target Presence Through Split and Raw Measurements"; *IEE Proceeding Radar, Sonar & Navigation* 2013, 7, 517-526.
- [24] Genovesio, A.; Olivo-Marin, J.-C. "Split and Merge Data Association Filter for Dense Multi-Target Tracking"; *Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition* 2004, 4, 677- 680.
- [25] Koch, W.; Van Keuk, G. "Multiple Hypothesis Track Maintenance with Possibly Unresolved Measurements"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 1997, 33, 883-892.
- [26] Chang, Kuo-Chu.; Bar-Shalom, Y. "Joint Probabilistic Data Association for Multitarget Tracking with Possibly Unresolved Measurements and Maneuvers"; *IEEE Transactions on Automatic Control* 1984, 29, 585- 594.
- [27] Rotten, M. G.; Gordon, N. J.; Maskell, S. "Recursive Track-Before-Detect with Target Amplitude Fluctuations"; *IEE Proceedings Radar, Sonar and Navigation* 2005, 152, 345- 352.
- [28] Pitt, M. K.; Shepard, N. "Filtering via Simulation: Auxiliary Particle Filters"; Technical Report, Nuffield College, Oxford University. September 1997.
- [29] Särkkä, S.; Vehtari, A.; Lampinen, J. "Rao-Blackwellized Particle Filter for Multiple Target Tracking"; *Information Fusion.* 2007, 8, 2-15.
- [30] Anderson, B. D. O.; Moore, J. B. "Optimal Filtering"; Englewood Cliffs: Prentice-Hall. 1979.
- [31] Doucet, A.; Vo, B.-N.; Angrier, C.; Davy, M. "Particle Filtering for Multi-Target Tracking and Sensor Management"; *Information Fusion, Proceedings of the Fifth International Conference on.* 2002, 1, 474- 481.
- [32] Bar-Shalom Y. "Tracking and Data Association"; San Diego, CA, USA: Academic Press Professional, Inc. 1987.
- [33] Khan, Zia; Balch, T.; Dellaert, F. "MCMC-Based Particle Filtering for Tracking a Variable Number of Interacting Targets"; *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 2005, 27, 1805-1819.
- [34] Gilks, W. R.; Berzuini, C. "Following a Moving Target—Monte Carlo Inference for Dynamic Bayesian Models"; *Journal of the Royal Statistical Society*, 2001, 63, 127-146.
- [5] Kreucher, C.; Kastella, K.; Hero, A. O. "Multitarget Tracking Using the Joint Multitarget Probability Density"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 2005, 41, 1396- 1414.
- [6] Vo, B. T.; Vo, B. N. "Labeled Random Finite Sets and Multi-Object Conjugate Priors"; *IEEE Transactions on Signal Processing* 2013, 61, 3460-3475.
- [7] Vo, B. N.; Singh, S.; Doucet, A. "Sequential Monte Carlo Methods for Multi-Target Filtering with Random Finite Sets"; *IEEE Transactions Aerospace & Electronic Systems* 2005, 41, 1224-1245.
- [8] Whitley, N.; Singh, S.; Goodwill, S. "Auxiliary Particle Implementation of Probability Hypothesis Density Filter"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 2010, 46, 1437-1454.
- [9] Rustic, B.; Clark, D.; Vo, B.-N. "Improved SMC Implementation of the PHD Filter"; in *Proc. 13th Annual Conf. Information Fusion*, Edinburgh, UK, 2010.
- [10] Vermaak, J.; Goodwill, S. J.; Pérez, P. "Monte Carlo Filtering for Multi Target Tracking and Data Association"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 2005, 41, 309-332.
- [11] Hue, C.; Le Cadre, J.-P.; Pérez, P. "Tracking Multiple Objects with Particle Filtering"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 2002, 38, 791- 812.
- [12] Khan, Z.; Bach, T.; Dellaert, F. "Multitarget Tracking with Split and Merged Measurements"; *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, 1, 605- 610.
- [13] Jianru, Xue; Nanning, Zhang; Xiaopin, Zhang. "An Integrated Monte Carlo Data Association Framework for Multi-Object Tracking"; *18<sup>th</sup> International Conference on Pattern Recognition* 2006, 1, 703-706.
- [14] Hwang, R. R.; Huber, M. "A Particle Filter Approach for Multi-Target Tracking"; *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* 2007, 2753- 2760.
- [15] Scepter, F.; Pang Sze Kim; Carmi, A.; Goodwill, S. "On MCMC-Based Particle Methods for Bayesian Filtering: Application to Multitarget Tracking"; *3rd IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, 2009, 360-363.
- [16] Cox, I. J. "A Review of Statistical Data Association Techniques for Motion Correspondence"; *International Journal of Computer Vision* 1993, 10, 53-66.
- [17] Gauvrit, H.; Cadre, J.P.; Jauffret C. "A formulation of Multitarget Tracking As an Incomplete Data Problem"; *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 1997, 33, 1242-1257.
- [18] Boers, Y.; Dresden, J. N. "Multitarget Particle Filter Track Before Detect Application"; *Radar, Sonar and Navigation, IEE Proceedings.* 2004, 151 (6), 351- 357.