

## بررسی الگوریتم برد-دایپلر در رادارهای تصویربردار روزنیه مصنوعی با شکل موج OFDM

محمد ضیغمی<sup>\*</sup>، محمد حسن باستانی<sup>۲</sup>، فریدون بهنیا<sup>۳</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران، ۲- دانشیار، ۳- استادیار، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت: ۹۳/۰۲/۱۶، پذیرش: ۹۵/۱۲/۰۸)

### چکیده

از جمله مباحث جدید در پردازش SAR استفاده از شکل موج OFDM به جای سیگنال LFM است. روش OFDM یک الگوی مدولاسیون دیجیتال است که در آن از چندین زیرکریر نسبت به یکدیگر عمود، استفاده و به صورت همزمان بر روی یک مسیر ارسال می‌شود. با استفاده از زیرکریرها، پهنای باند موجود به چندین زیرباند نسبت به هم عمود فشرده تقسیم می‌شود. مزایای تصویربرداری با استفاده از این روش شامل: مقاوم بودن در برابر جمینگ، کاهش ایهام در دایپلر با افزایش تعداد زیرباندها و استخراج سابقه فازی هدف بر اساس تخمین فاز همه زیرکریرها OFDM است. در این مقاله ضمن مرور روابط تولید شکل موج OFDM، نحوه تصویربرداری در برد و سمت با استفاده از این سیگنال در قالب الگوریتم RDA شرح داده شده و درنهایت الگوریتم RDA در حالت استفاده از سیگنال OFDM در شرایط استفاده از تمامی زیرکریرها و نصف تعداد کل زیرکریرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، برای ایجاد تصویر برای یک هدف نقطه‌ای در محیط مطلب شبیه‌سازی شده است.

**کلیدواژه‌ها:** RDA، OFDM، SAR، الگوریتم

## RDA Algorithm in SAR with OFDM Waveform

M. Zeighami\*, M. H. Bastani, F. Behnia

Sharif University of Technology

(Received: 06/05/2014; Accepted: 26/02/2017)

### Abstract

One of the modern issues in SAR processing is the use of the OFDM waveform instead of the conventional LFM signal. OFDM is a digital modulation scheme in which some orthogonal sub carriers are used simultaneously dividing the available bandwidth into several narrowband and parallel sub channels. The advantages of using OFDM waveform for synthetic Aperture radar (SAR) imaging include enhanced resistance against jamming, lower Doppler ambiguity and the possibility of extracting phase background of the target on the basis of phase estimation of the OFDM sub carriers. In this paper, the basic relations of OFDM waveform generation was reviewed firstly, and then the form of imaging in the range and azimuth by using this signal in the form of RDA algorithm was described.

**Keywords:** SAR, OFDM, RDA Algorithm

\* Corresponding Author E-mail: moh.ze57@gmail.com

Advanced Defence Sci. & Tech. 2017, 10, 275-284.

## ۲. مدل‌سازی شکل موج OFDM

شکل موج رایج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابرات دیجیتال به صورت رابطه زیر توصیف می‌شود [۸]:

$$s_a(t) = \sum_{k=1}^N x(k) e^{j(2\pi k t / T_p + \phi_0(t))} \quad 0 < t < T_p \quad (1)$$

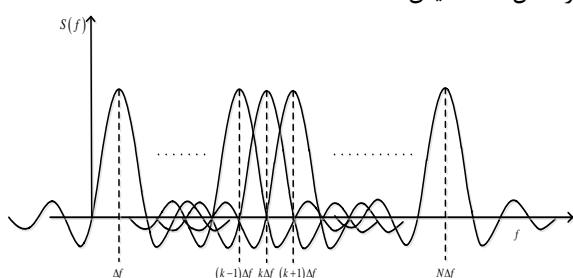
در رابطه بالا،  $x(k)$  بیانگر  $k$  امین سمبول دیتا از بردار  $\mathbf{x}$  و  $N = x(1)x(2)\dots x(N)$  تعداد زیرکریرها و  $T_p$  دوره ارسال پالس است. طریقه انتخاب  $\mathbf{x}$  در قسمت بعد مورد بررسی قرار می‌گیرد. زیرکریر  $k$  ام مربوط به زیرباند مربوطه بوده که دارای مرکز فرکانس  $k\Delta f$  هستند که  $\Delta f = 1/T_p$  برابر با پهنای باند هر زیرباند است. زیرباندها با یکدیگر هم پوشانی داشته ولی به خاطر خاصیت متعامد بودن شکل موج، قله هر یک از زیرباندها در مکان صفر دیگر زیرباندها قرار می‌گیرد. اگر قسمت حقیقی رابطه (۱) را با مقدار  $\phi_0(t) = 0$  در نظر گرفته شود، خواهد داشت [۸]:

$$s(t) = \sum_{k=1}^N x(k) \cos(2\pi k \Delta f t), \quad 0 < t < T_p \quad (2)$$

رابطه بالا شکل موج مورد استفاده در سامانه‌های راداری عملی را شناساند و به عنوان سیگنال مرجع در ادامه بحث مورد استفاده قرار می‌گیرد. همان‌طور که دیده می‌شود،  $s(t)$  مجموع پالس‌های سینوسی با دوره ارسال  $T_p$  هستند. طیف سیگنال  $S(f)$  با اعمال تبدیل فوریه به سیگنال  $s_a(t)$  بدست می‌آید [۸]:

$$\begin{aligned} S(f) &= F_{(t)}[s_a(t)] \\ &= \sum_{k=1}^N x(k) \int_{-T_p/2}^{T_p/2} e^{j(2\pi k \Delta f t)} e^{-j\omega t} dt \\ &= \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f-k\Delta f)T_p)}{\pi(f-k\Delta f)T_p} \end{aligned} \quad (3)$$

تابع سینک  $k$  ام به مرکز زیرباند  $k$  ام مرتبط شده و این مرکز در فرکانس‌های  $k\Delta f$  قرار دارند. طیف سیگنال  $S(f)$  با  $N$  زیرکریر در شکل (۱) نمایش داده شده است.



شکل ۱. طیف سیگنال OFDM با  $N$  زیرکریر [۸]

همان‌طور که در شکل (۱) دیده می‌شود، پهنای لوب اصلی هر  $\Delta f = 1/T_p$  است و از آنجایی که  $2\Delta f$  با اندازه اندیشه می‌باشد، می‌توان دریافت که پهنای لوب اصلی تنها به دوره ارسال

## ۱. مقدمه

رادار SAR یک سامانه تصویر دو بعدی است. یک بعد این تصویر به نام برد<sup>۱</sup> کمیتی برای خط دید از رادار تا هدف است و بعد دوم تصویر سمت<sup>۲</sup> نامیده می‌شود که عمود بر راستای برد است. اندازه‌گیری برد و تفکیک‌پذیری آن در فناوری‌های SAR مرسوم، با استفاده شکل موج رایج LFM<sup>۴</sup> بوده و بر اساس سنجش دقیق زمان طی شده از هنگام فرستادن یک پالس تا زمان برگشت آن تعیین می‌شود [۱]. در SAR این توانمندی وجود دارد که تعیین تفکیک‌پذیری سمت با دقت نسبتاً خوبی صورت گیرد که آن را از دیگر رادارها متمایز می‌سازد. برای به دست آوردن تفکیک‌پذیری سمت مطلوب به یک آنتن بزرگ از لحظه فیزیکی نیاز است تا ارزشی دریافت شده را در یک باریکه بیم متمرکز کرد. یک رادار SAR می‌تواند در حالی که مسافت چند صد متری را طی می‌کند، اطلاعات را جمع‌آوری کرده و سپس اطلاعات را طوری پردازش کند که گویی از یک آنتن با دهانه فیزیکی بزرگ به دست آمده است. مسافتی را که سنجنده طی می‌کند تا یک آنتن مجازی به وجود آید را طول دهانه ترکیبی رادار می‌گویند [۱]. امروزه استفاده از شکل موج‌های OFDM<sup>۵</sup> به طور گستردگایی در سامانه‌های مخابراتی استفاده می‌شود [۲-۵]. به خاطر خاصیت متعامد سیگنال، این امکان فراهم می‌شود که بسته‌های دیتای گوناگونی در هر یک از زیرکریرها بدون ایجاد تداخل ارسال شود. با این وجود، نویز کانال و پراکندگی فرکانسی<sup>۶</sup> منجر به تولید ICI<sup>۷</sup> می‌شود. همچنین تعداد زیرباندها در سیگنال به طور مستقیم به حساسیت ICI مرتبط است [۶ و ۷].

در این مقاله ابتدا شکل موج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابراتی شرح داده و خاصیت تعامد آن با روابط مربوطه بررسی می‌شود. در ادامه روش تولید آن بر اساس روشIFFT در مخابرات دیجیتال همراه با شبیه‌سازی نمایش داده می‌شود. از آنجایی که موضوع مورد بحث استفاده از این شکل موج در SAR است، روابط مزبور بر اساس سیگنال راداری بازنویسی شده و فرآیند تصویربرداری در برد و سمت با این سیگنال در قالب الگوریتم RDA<sup>۸</sup> بیان می‌شود.

<sup>1</sup> Synthetic Aperture Radar

<sup>2</sup> Range

<sup>3</sup> Azimuth

<sup>4</sup> Linear Frequency Modulation

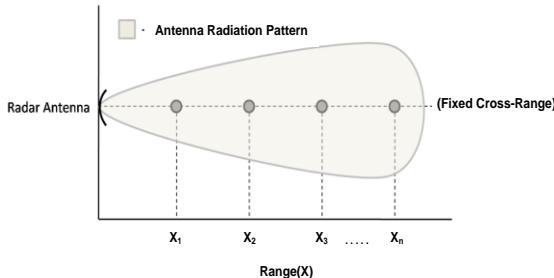
<sup>5</sup> Orthogonal Frequency Division Multiple

<sup>6</sup> Frequency Dispersion

<sup>7</sup> Inter Channel Interference

<sup>8</sup> Range Doppler Algorithm

سکوی راداری در راستای سمت ثابت باشد. هر هدف که در داخل پرن آنن قرار گیرد، دارای موقعیت مکانی  $X$  و مقدار بازتاب  $\sigma$  خواهد بود و به همین ترتیب مقادیر  $X_1, X_2, \dots, X_N$  و مقادیر  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  متناظر با  $N$  هدف مجزا بوده که در داخل پهنهای باند ۳dB قرار دارند. بنابراین به نظر می‌رسد که نیاز است ساختار میله‌های برد بر اساس این  $N$  هدف به صورت رابطه (۷) بیان شود [۱۰]:



شکل ۲. مدل تصویربرداری در برد SAR [۱۰]

$$f_0(x) = \sum_n \sigma_n \delta(x - x_n) \quad (7)$$

اینتابع نمایش پاسخهای ایده‌آل از  $N$  هدف در راستای برد بوده و با تابع برد ایده‌آل<sup>۱</sup> نام‌گذاری می‌شود. اگر سیگنال ارسالی  $N, p(t)$  هدف در جهت برد را در داخل ناحیه هدف روشن کند، سیگنال اکوی بازگشتی به صورت حاصل جمع پاسخهای مجزا از هر یک از اهداف بوده و به فرم زیر خواهد بود [۱۰]:

$$s_r(t) = \sum_{n=1}^N \sigma_n p(t - t_n) \quad (8)$$

که در اینجا  $t_n = \frac{2x_n}{c}$  تأخیر رفت و برگشت سیگنال را در و برابر با زمانی است که سیگنال مسیری را تا هدف  $n$  طی کرده و سپس به رادار باز می‌گردد. از آنجایی که الگوریتم‌های پردازشی در حوزه دیجیتال پیاده‌سازی می‌شوند، لازم است که از تبدیل فوریه DFT و نمایش گستته سیگنال استفاده شود. بنابراین تبدیل فوریه سیگنال اکو به صورت زیر است [۱۰]:

$$S_r(\omega) = P(\omega) \sum_{n=1}^N \sigma_n \exp(-j\omega \frac{2x_n}{c}) \quad (9)$$

در رابطه بالا،  $P(\omega)$  طیف سیگنال ارسالی  $p(t)$  است. با مرتب‌سازی رابطه بالا و اعمال تبدیل فوریه معکوس، می‌توان تابع برد ایده‌آل را بازیابی نمود [۱۰]:

$$\mathcal{F}_{(\omega)}^{-1} \left[ \frac{S_r(\omega)}{P(\omega)} \right] = f_0(x) \quad (10)$$

عبارت بالا، اطلاعاتی در مورد محل و ضریب اهداف را در برد دارد. همان‌طور که می‌دانید روش فیلتر منطبق برای بازیابی اطلاعات برد استفاده می‌شود که به صورت رابطه (۱۱) بیان

پالس وابسته است. در پیاده‌سازی دیجیتال یک شکل موج OFDM، تعداد زیرباندها به طور مستقیم به دوره ارسال پالس مرتبط می‌شود. هرچه تعداد زیرباندها افزایش یابد دوره ارسال پالس نیز زیاد می‌شود.

**تولید شکل موج راداری OFDM SAR:** شکل موج مطرح شده در بخش قبل به عنوان شکل موج رادار SAR در نظر گرفته می‌شود. از آنجایی که سیگنال‌های واقعی و شبیه‌سازی در حوزه دیجیتال تشکیل می‌شوند، نیاز است که از نمایش گستته سیگنال استفاده شود. اگر از سیگنال  $s(t)$  رابطه (۲) با فواصل  $\Delta t_s$  نمونه‌برداری شود، نمایش زمان گستته باند پایه سیگنال به صورت رابطه (۴) خواهد بود [۹]:

$$s[n] = \sum_{k=1}^N x(k) \cos(2\pi k \Delta f n \Delta t_s) = \sum_{k=1}^N x(k) \cos\left(\frac{2\pi k n}{N_s}\right), \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_s \quad (4)$$

در رابطه بالا،  $N_s$  تعداد نمونه‌ها و  $\Delta f = \frac{1}{N_s \Delta t_s}$  است که در آن جایگذاری شده است. برای کاهش بار محاسباتی سیگنال، از ساختار سیگنال در حوزه فرکانس استفاده می‌شود. ابتدا بردار  $S_w$  با طول  $N_s$  و با اعداد تصادفی یا شبیه تصادفی تولید می‌شود. هر یک از عناصر  $S_w$  نمایش یک زیرباند از طیف سیگنال OFDM است. به این معنی که طول  $S_w$ ، یک سیگنال با تعداد  $N_{sub}$  زیرکریر را شامل شده که رابطه بین  $N_s$  و تعداد زیرکریرها به صورت  $N_s = 2N_{sub} + 1$  است. بردار  $S_w$  به صورت رابطه (۵) نمایش داده می‌شود [۹]:

$$S_w = [X_{nf} \ 0 \ X_{pf}] \quad (5)$$

$X_{pf} = [x(1)x(2)\dots x(N_{sub})]$  بیانگر زیرباندهای مثبت و صفر عنصر، بیانگر DC و اعداد منفی زیرباندها با  $X_{nf} = [x(N_{sub})x(N_{sub}-1)\dots x(1)]$  بیان می‌شود. توجه شود که  $X_{nf}$  و  $X_{pf}$  قرینه  $X_{pf}$  است. با اعمال تبدیل فوریه معکوس به  $S_w$ ، سیگنال حوزه زمان گستته به صورت رابطه (۶) بدست می‌آید [۹].

$$s[n] = F_w^{-1}[S_w], \quad n = 0, 1, 2, \dots, N_s \quad (6)$$

با تولید سیگنال  $s[n]$  در حوزه فرکانس می‌توان هم بار زمانی محاسبات را کاهش داد و هم به راحتی تعداد زیرکانال‌ها کنترل می‌شود.

### ۳. الگوریتم تشکیل تصویر SAR با استفاده از OFDM

**۱-۱. الگوریتم تصویربرداری در برد**  
مدل دو بعدی سامانه تصویربرداری در برد در شکل (۲) نمایش داده شده است. برای سادگی بیشتر فرض می‌شود که موقعیت

<sup>۱</sup> Ideal Range Function

سیگنال  $s_{tx}(t)$  است و به صورت زیر نمایش داده می شود [۱۰]:

$$s_{rx}(t) = s_{tx}(t - t_d) \quad (14)$$

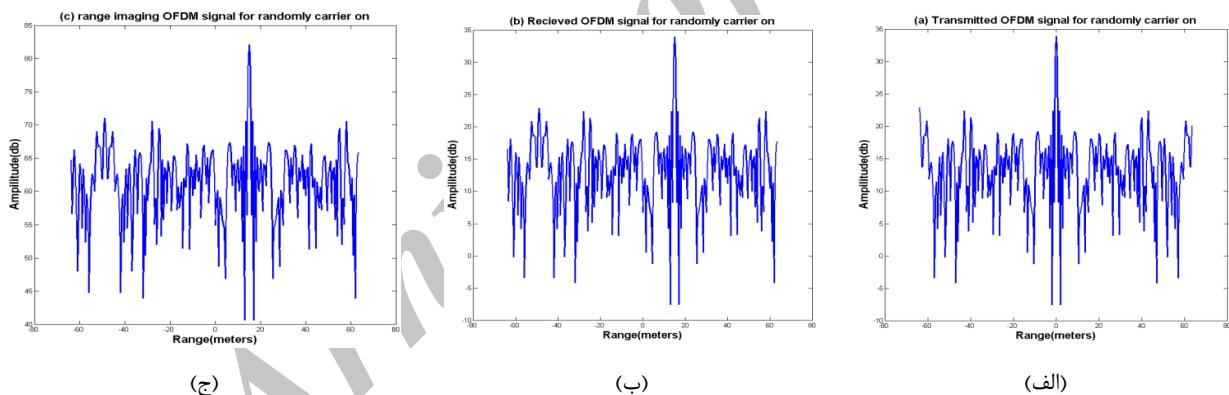
که در آن،  $t_d = \frac{2R}{c}$  تأخیر زمانی ناشی مسیر رفت و برگشت سیگنال تا هدف است. برای انجام فشرده سازی در برد کافی است از روش فیلتر منطبق برای بازبایی اطلاعات برد استفاده شود که به صورت زیر بیان می شود [۱۰]:

$$S_{Mx(t)} = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}[S_{rx}(\omega)S_{tx}^*(\omega)] \quad (15)$$

شبیه سازی برای نشان دادن این فرآیند، از یک هدف نقطه ای در برد ۱۵ متر و در حالت بدون نویز استفاده می شود. شکل موج OFDM با ۱۲۸ زیرباند و ۵۰ زیرکریر به صورت تصادفی تولید می شود. نتایج این شبیه سازی برای سیگنال ارسالی و دریافتی و خروجی بعد از اعمال فیلتر منطبق در نمایش داده شده است. همچنین مقدار تفکیک پذیری برد با استفاده از این روش برابر است با:

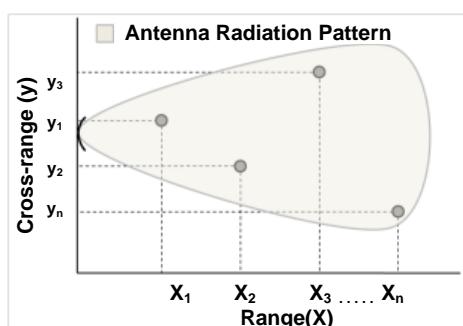
$$\Delta R = \frac{c}{2B_0} \quad (16)$$

که در رابطه بالا،  $B_0$  پهنای باند سیگنال ارسالی است.



شکل ۳. سیگنال های باند پایه OFDM. (الف) ارسالی، (ب) دریافتی (در برد ۱۵ متر)، (ج) موقعیت مکانی هدف در برد ۱۵ متر

سمت به موقعیت نسبی هر هدف  $(x_n, y_n)$  و مکان سکو  $u$  در این راستا وابسته است.



شکل ۴. مدل تصویربرداری در سمت SAR [۱۰]

مشابه بخش قبل، در اینجاتابع هدف در راستای سمت  $f(y)$

می شود [۱۰].

$$S_{Mx(t)} = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}[S_r(\omega)P^*(\omega)] \quad (11)$$

$$= \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}\left[\sum_{n=1}^N \sigma_n |P(\omega)|^2 \exp(-j\omega \frac{2x_n}{c})\right]$$

تابع گسترش نقطه ای به صورت رابطه (۱۲) تعریف می شود [۱۰]:

$$psf(t) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}[|P(\omega)|^2] \quad (12)$$

بنابراین می توان خروجی فیلتر منطبق رابطه (۱۱) را به صورت زیر نمایش داد [۱۰]:

$$S_{Mx(t)} = \sum_{n=1}^N \sigma_n psf(t - t_n) \quad (13)$$

در شکل موج OFDM، سیگنال ارسالی رادار با  $s_{tx}(t)$  (طبق رابطه (۲)) نمایش داده شده می شود. سیگنال های راداری در فرکانس کریر  $f_c$  مدوله می شوند، ولی تمامی مراحل پردازش در حوزه دیجیتال و در باند پایه صورت می پذیرد. همچنین برای سادگی تنها یک هدف که در فاصله  $R$  واقع شده است، در نظر گرفته می شود. سیگنال راداری دریافتی نمونه تأخیر زمانی یافته

می شود. سیگنال راداری دریافتی دریافتی نمونه تأخیر زمانی یافته

### ۲-۳. الگوریتم تصویربرداری در سمت

مکان اهداف در سمت به صورت فاصله هدف در مسیری موازی حرکت سکوی راداری تعریف می شود. به بیان دیگر در این حالت سکوی در امتداد محور سمت حرکت کرده و با ارسال سیگنال در مکان های مختلف موقعیت اهداف در این راستا را اندازه گیری می کند. نمایش مدل سامانه ای این حالت در نمایش داده شده است [۱۰].

هر هدف که در داخل پرن قرار گیرد، دارای موقعیت مکانی  $y$  و مقدار بازتاب  $\sigma$  خواهد بود و به همین ترتیب مقادیر  $y_1, y_2, \dots, y_N$  و مقادیر  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_N$  متناظر با  $N$  هدف مجرزا بوده در راستای سمت است. موقعیت سمت  $0 = y$  به عنوان مرکز ناحیه هدف انتخاب می شود. مسافت اهداف از سکو در راستای

است که  $k$  عدد موج است. با در نظر گرفتن حدود نرخ نایکوئیست،  $\Delta u$  به صورت رابطه (۲۴) محاسبه می‌شود [۱۰].

$$\Delta u = \frac{\pi}{2k} = \frac{\lambda}{4} \quad (24)$$

از آن جایی که حوزه دهانه ترکیبی به طور مستقیم به حوزه سمت قابل نگاشت است، بنابراین

$$\Delta y = \Delta u = \frac{\lambda}{4} \quad (25)$$

و میله سمت برای محدوده  $[Y, -Y]$  به صورت زیر است [۱۰]:

$$y_i = (i-1)\Delta y - Y, \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (26)$$

مقدار محاسبه شده در رابطه (۲۵) برای حالت طول دهانه ترکیبی نامحدود است. با در نظر گرفتن محدودهای سامانه و خواص طیفی سیگنال دریافتی، تفکیک‌پذیری سمت به صورت رابطه (۲۷) به دست می‌آید [۱۰].

$$\Delta y = \frac{x\lambda}{4L\cos^2\theta(0)} \quad (27)$$

در رابطه بالا،  $x$  فاصله تا هدف،  $L$  طول دهانه ترکیبی و  $\theta(0)$  زاویه است که هدف با آتنن رادار در زمانی که آتنن در وسط طول دهانه ترکیبی واقع شده است. برای سادگی بیشتر می‌توان فرض کرد که تفکیک‌پذیری سمت طبق رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود.

#### ۴. ارائه الگوریتم پردازشی RDA در OFDM SAR

در بخش‌های قبل در مورد شکل موج OFDM مورد استفاده در سامانه‌های مخابراتی و راداری و همچنین نحوه تصویربرداری در برد و سمت بحث شد. در این بخش یکی از پر کاربردترین الگوریتم‌های تصویربرداری در SAR که با نام الگوریتم برد-دایپلر (RDA) است، در قالب شکل موج OFDM ارائه می‌شود.

اصلی‌ترین روش در RDA، اعمال فیلتر منطبق است که در واقع همبستگی بین سیگنال نمونه با یک سیگنال ناشناخته است. با این روش حضور سیگنال نمونه در سیگنال ناشناخته مشخص می‌شود. در ۰ بلوک دیاگرام RDA نشان داده شده است. ابتدا سیگنال دو بعدی به عنوان یک سری سیگنالی در حوزه زمانی برد در هر نقطه از فضای سمت مورد برسی قرار می‌گیرد. برای اعمال فیلتر منطبق در راستای برد از تبدیل فوریه در راستای برد استفاده می‌شود و سیگنالی که در حوزه فرکانسی برد و زمانی سمت است، تولید می‌گردد. با انتقال سیگنال خروجی فیلتر منطبق به حوزه زمان برد و سمت، سیگنال فشرده شده در جهت برد تولید می‌شود. سپس سیگنال فشرده شده برد به سری‌هایی از

محاسبه می‌شود. سیگنال اکوی بازگشتی به صورت مجموع پاسخ‌های پالس‌ها به هر یک از اهداف و به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۰]:

$$s_r(t, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n p(t - t_{dn}) \quad (27)$$

که در رابطه بالا،  $t_{dn} = \frac{2}{c} \sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}$ ، تأخیر رفت و برگشت هر هدف  $(x_n, y_n)$  نسبت به سکو  $u$  است. اگر سیگنال ارسالی به صورت  $e^{j\omega t} p(t)$  در نظر گرفته شود، رابطه (۲۷) به صورت رابطه (۱۸) بیان خواهد شد [۱۰]:

$$s_r(t, u) = e^{j\omega t} \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}} \quad (18)$$

که در آن،  $k = \omega/c$  عدد موج است. با ضرب معادله بالا در عبارت  $e^{-j\omega t}$ ، سیگنال  $s_r(t, u)$  به باند پایه منتقل شده و سابقه فازی آن استخراج می‌شود [۱۰]:

$$s_r(\omega, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{x_n^2 + (y_n - u)^2}} \quad (19) \\ = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j\varphi_n(t_{dn})}$$

تابع موقعیتی اهداف در راستای سمت را می‌توان با استفاده از فیلتر منطبق در حوزه دهانه ترکیبی  $u$  به صورت زیر به دست آورد [۱۰]:

$$s_{My}(\omega, u) = s_r(\omega, u) * s_0(\omega, -u) \quad (20)$$

تابع  $s_0(\omega, -u)$  سابقه فازی مرجع نامیده می‌شود و با استفاده از نقطه مرجع ۰ به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$s_0(\omega, u) = \sum_{n=1}^N \sigma_n e^{-j2k\sqrt{X_c^2 + (0-u)^2}} \quad (21)$$

در رابطه بالا،  $X_c$  برد هدف تا مرکز عرض جاروب است. همچنین می‌توان مراحل بالا را با استفاده از فیلتر منطبق و در حوزه دایپلر انجام داد. نمایش حوزه دایپلر با استفاده از تبدیل فوریه از سابقه فازی در حوزه دهانه ترکیبی به دست آمده و به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۰]:

$$S_r(\omega, ku) = F_n[s_r(\omega, u)] \quad (22)$$

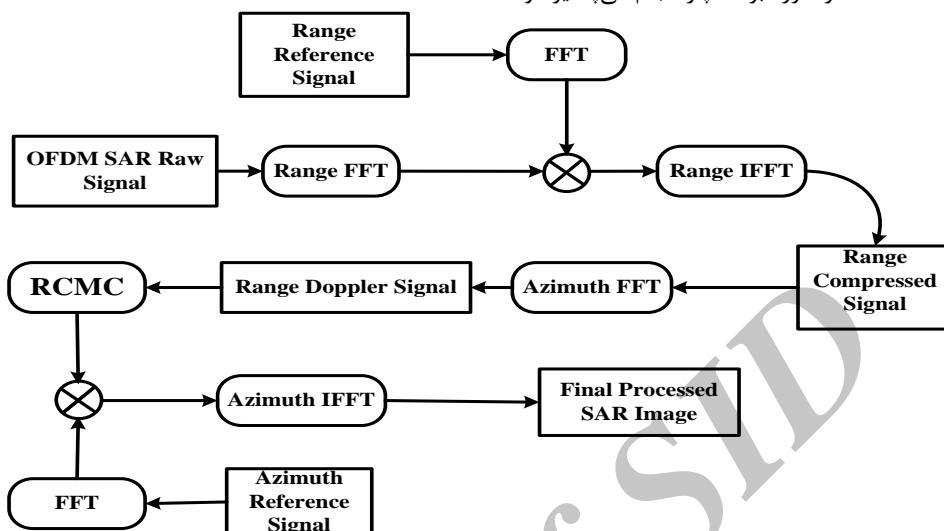
رابطه بالا حوزه دایپلر سیگنال دریافتی را بیان می‌کند. فیلتر منطبق در حوزه  $ku$  انجام شده و تابع  $f(y)$  به صورت زیر به دست می‌آید [۱۰]:

$$S_{Mx}(\omega, u) = \mathcal{F}_{(\omega)}^{-1}[S_r(\omega, ku)S_0^*(\omega, ku)] \quad (23) \\ = f(y)$$

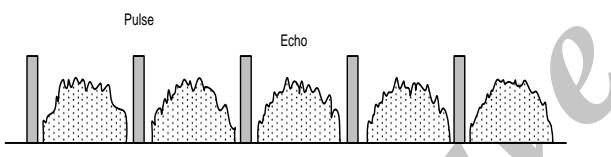
روش پردازشی حوزه دایپلر زمان محاسباتی سیگنال را کاهش می‌دهد. برای تعیین تفکیک‌پذیری سمت در این روش نیاز است که فواصل نمونه‌برداری دهانه ترکیبی  $\Delta u$  در نظر گرفته شود. ± $2k$  برابر با  $s$  نشان داد که پهنای باند سیگنال  $(\omega, u)$  برابر با

سپس فیلتر منطبق سمت اعمال می گردد. بعد از فیلتر منطبق سمت و اعمال عکس تبدیل فوریه در سمت بر روی سیگنال برگشتی از هدف، تصویر نهایی هدف به دست می آید.

سیگنال های متناسب به زمان سمت و در نقاط مختلف برد تجزیه می شوند و با اعمال تبدیل فوریه در راستای سمت عملیات فشرده سازی سیگنال در جهت سمت انجام می شود. البته قبل از فشرده سازی سیگنال در حوزه برد - داپلر انجام می پذیرد و RCMC سمت،



شکل ۵. بلوک دیاگرام الگوریتم پردازشی [۹] RDA



شکل ۶. دریافت و ارسال سیگنال در رادار SAR [۱۱]

در این شکل، فرکانس ارسال پالس را با PRF<sup>۲</sup> نشان داده شده که عبارت است از: تعداد سیگنال های ارسالی در واحد زمان. در ادامه زمان کل شبیه سازی و یا همان زمان حرکت سکو و نمونه گیری از سیگنال های برگشتی را برابر  $T_{int}$  در نظر خواهیم گرفت. ترسیم اندازه برد سیگنال برگشتی به عنوان تابعی از برد و سمت، فضای سیگنال SAR را ایجاد می کند.

#### ۲-۴. سیگنال OFDM دریافتی

سیگنال دریافتی SAR که نمونه تأخیر یافته سیگنال رابطه (۲۸) است، به صورت زیر نمایش داده می شود [۱۱]:

$$s_r(\eta, \tau) = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \times x(k) e^{j2\pi(f_0 + k\Delta f)\left(\tau - \frac{2R_m(\eta)}{c}\right)} \quad (29)$$

سیگنال مذکور یک سیگنال دو بعدی است. یکی از بعدهای زمانی همان طور که ذکر شد، بعد زمانی ناشی از برد است که با  $\tau$  نشان داده می شود و بعد زمانی دیگر که با  $\eta$  نشان داده می شود

#### ۴-۱. سیگنال OFDM ارسالی

همان طور که قبلاً بیان شد، سیگنال OFDM ارسالی به صورت رابطه زیر بیان می شود [۹]:

$$s_t(\tau) = rect\left(\frac{\tau}{T_p}\right) \sum_{k=1}^N x(k) e^{j(2\pi(f_0 + k\Delta f)\tau)} \quad (28)$$

در رابطه بالا،  $x(k)$  بیانگر  $k$  امین سمبول دیتا از بردار  $x = [x(1)x(2)\dots x(N)]$  و  $N$  تعداد زیر کریرها و  $T_p$  دوره ارسال پالس است. زیر کریر  $k$  ام مربوط به زیر باند مربوطه بوده که دارای مراکز فرکانس  $k\Delta f$  هستند که  $\Delta f = \frac{1}{T_p}$  برابر با پهنای باند هر زیر باند است. این سیگنال تابعی از زمان برد ( $\tau$ ) است.

این زمان را زمان سریع<sup>۱</sup> نیز می نامند. در رابطه اخیر فرکانس حامل برابر  $f_0$  است. پنجره موجود در سیگنال ارسالی که با  $w_r$  نشان داده می شود، پوش پالس بوده و بازه زمانی ارسال را مشخص می کند.

در بازه زمانی دریافت، آنتن رادار منتظر دریافت سیگنال برگشتی از هدف است. برد سیگنال برگشتی یک بعد از فضای سیگنال است که تابعی از زمان سریع است. فواصل زمانی سیگنال ارسالی و دریافتی توسط آنتن رادار، در خلال ارسال و دریافت در شکل (۶) نشان داده شده است.

<sup>2</sup> Pulse Repetition Frequency

<sup>1</sup> Fast Time

$$\begin{aligned} H_{rc}(f_\tau) &= \mathcal{F}_\tau \left\{ \sum_{k=1}^N w_r(\tau) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \tau} \right\} \\ &= \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p)}{\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p} \end{aligned} \quad (32)$$

با افزایش تعداد زیرباندها، شکل طیف به صورت یک پالس مستطیلی درآمده و می‌توان پوش آن را با یکتابع مستطیلی تقریب زد. همان‌طور که می‌دانید عکس تبدیل فوریه یکتابع مستطیلی برابر با تابع سینک است. با جایگذاری عبارت (۳۱) در تبدیل فوریه رابطه (۳۰) خواهید داشت [۱۱]:

$$\begin{aligned} S1(\eta, f_\tau) &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_a(\eta - \eta_c) \\ &\times e^{-j4\pi(f_0 + f_\tau)\frac{R_m(\eta)}{c}} \times x(k) \times \frac{\sin(\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p)}{\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p} \end{aligned} \quad (33)$$

با ضرب رابطه (۳۲) در رابطه (۳۳) و عکس تبدیل فوریه نسبت به برد و استفاده از تقریب پوش مستطیلی برای طیف OFDM خواهید داشت [۱۱]:

$$\begin{aligned} S2(\tau, \eta) &= \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) \\ &\times w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} \end{aligned} \quad (34)$$

تابع  $P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)$  در رابطه بالا، پوش سینک مانند در راستای برد است که جایه‌جایی برد هدف<sup>۲</sup> به واسطه تغییر پارامتر سمت ( $\eta$ ) در آن لحاظ شده است و همان‌طور که ادامه توضیح داده خواهد شد، این اثر در حوزه برد-دایپلر و با روش‌های درون‌بابی اصلاح می‌شود.

#### ۴-۴. جبران جایه‌جایی سلوی برد

در مواردی که زاویه کج‌شدنگی کوچک باشد، بیم آنتن خیلی نزدیک به جهتی است که دایپلر صفر است. معادله تقریب برد در این حالت و با شرط کوچکی دهانه آنتن، برابر است با [۱۱]:

$$R(\eta) = \sqrt{R_0^2 + V_r^2 \eta^2} \approx R_0 + \frac{V_r^2 \eta^2}{2R_0} \quad (35)$$

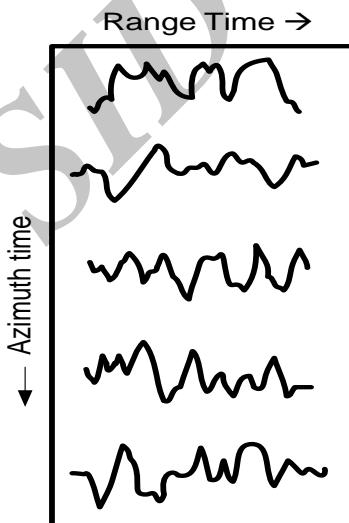
در رابطه بالا،  $R_0$  مکان نزدیک‌ترین دسترسی سکو به هدف در صفحه دایپلر صفر است. این تقریب با در نظر گرفتن شرط  $R_0 \gg R$  برقرار است. با جایگذاری رابطه (۳۵) در رابطه (۳۴) خواهید داشت [۱۱]:

$$\begin{aligned} S3(\tau, \eta) &= \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) \\ &\times w_a(\eta - \eta_c) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} \times e^{-j\pi \frac{2V_r^2 \eta^2}{\lambda R_0}} \end{aligned} \quad (36)$$

در رابطه بالا، دومین عبارت نمایی فاز مدولاسیون سمت

را زمان آهسته<sup>۱</sup> می‌گویند. سیگنال خام SAR می‌تواند به شکل (۷) باشد. در رابطه (۲۹)،  $M$  تعداد سیگنال‌های برگشتی از هدف را نشان می‌دهد که در واقع برابر تعداد اهداف نقطه‌ای است.  $w_a$  بیانگر پتن آنتن در راستای سمت است و  $\frac{2R_m(\eta)}{c}$  تأخیر ناشی از رفت و برگشت سیگنال از هدف را نشان می‌دهد. سیگنال دریافتی رابطه (۲۹) بعد از انتقال سیگنال به باند پایه به صورت زیر نمایش داده می‌شود [۱۱]:

$$\begin{aligned} s_r(\eta, \tau) &= \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \\ &\times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_m(\eta)}{c}} x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)} \end{aligned} \quad (37)$$



شکل ۷. فضای سیگنال در رادار SAR [۱۰]

#### ۴-۴. فشرده‌سازی در برد

اولین مرحله از الگوریتم RDA فشرده‌سازی سیگنال در راستای برد است. برای این منظور ابتدا از سیگنال رابطه (۳۰) تبدیل فوریه در راستای برد گرفته می‌شود. تنها عبارت  $- \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)}$  به  $\tau$  وابسته بوده و تبدیل فوریه این عبارت در رابطه  $\cdot$  محاسبه شده است. بنابراین خواهید داشت [۱۱]:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\tau \left\{ \sum_{k=1}^N w_r \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right) x(k) e^{j2\pi k \Delta f \left( \tau - \frac{2R_m(\eta)}{c} \right)} \right\} \\ = \sum_{k=1}^N x(k) \frac{\sin(\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p)}{\pi(f_\tau - k\Delta f)T_p} e^{-j2\pi f_\tau \frac{2R_m(\eta)}{c}} \end{aligned} \quad (38)$$

همچنین فیلتر منطبق در راستای برد برابر با تبدیل فوریه سیگنال OFDM ارسالی است که به صورت زیر محاسبه می‌شود [۱۱]:

<sup>1</sup> Slow Time

<sup>2</sup> Range Cell Migration

(۴۲) بیان خواهد شد [۱۱].

$$S_5(\tau, f_\eta) = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \\ \times W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \times e^{-j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a}} \quad (42)$$

توجه کنید که در این حالت پوش برد  $P_r$  مستقل از فرکانس سمت است و نشان دهنده این موضوع است که RCM تصحیح شده است. به علاوه اینکه انرژی در  $\tau = \frac{2R_0}{c}$  تتمرکز شده است که نزدیکترین برد قابل دسترسی است.

#### ۴. فشرده‌سازی سیگنال در سمت

بعد از RCMC، اعمال فیلتر منطبق به منظور فشرده‌سازی سیگنال در جهت سمت صورت می‌پذیرد. فیلتر منطبق، مزدوج مختلط عبارت نمایی دوم در رابطه (۴۲) است که برابر است با [۱۱]:

$$H_{az}(f_\eta) = \exp \left\{ j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a} \right\} \quad (43)$$

به منظور فشرده‌سازی سمت، بعد از  $S_5(\tau, f_\eta)$  در رابطه (۴۲) در فیلتر منطق  $(H_{az}(f_\eta))$  ضرب می‌شود که نتیجه آن برابر است با [۱۱]:

$$S_7(\tau, f_\eta) = S_5(\tau, f_\eta) H_{az}(f_\eta) \\ = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \times W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \quad (44)$$

با انجامIFFT عملیات فشرده‌سازی تکمیل می‌شود [۱۱]

$$S_{ac}(\tau, \eta) = IFFT_\eta \{ S_7(\tau, f_\eta) \} \\ = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_0}{c} \right) \times p_a(\eta) \\ \times \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \exp \left\{ j2\pi f_{\eta_c} \eta \right\} \quad (45)$$

در رابطه اخیر،  $p_a$  دامنه پاسخ ضربه سمت است و تابع سینک مانند شبیه به  $P_r$  است. این پوش‌ها موقعیت هدف را مشخص می‌کنند که در  $\eta = 0$  و  $\tau = \frac{2R_0}{c}$  قرار دارند. همان‌طوری که در قبل اشاره شد،  $\eta$  به زمان کوتاه‌ترین فاصله سنجنده تا هدف وابسته است که در داپلر صفر رخ می‌دهد. در رابطه (۴۵) دو عبارت نمایی وجود دارد. اولی فاز هدف است که ناشی از موقعیت برد آن است ( $R_0$ ) و دومین عبارت نمایی، عبارت فاز خطی است که ناشی از داپلر مرکزی غیر صفر است ( $f_{\eta_c}$ ).

#### ۴. نتایج شبیه‌سازی الگوریتم RDA

در این قسمت شبیه‌سازی الگوریتم RDA در محیط متلب در حالت استفاده از سیگنال OFDM برای هدف نقطه‌ای نمایش داده می‌شود. پارامترهای مهم شبیه‌سازی در جدول (۱) ارائه شده است:

است. از آنجایی که فاز تابعی از  $\eta^2$  است، سیگنال دارای مشخصات

LFM با نزخ چیرپ زیر است [۱۱]:

$$k_a = \frac{2V_r^2}{\lambda R_0} \quad (37)$$

تبديل فوریه سریع<sup>۱</sup> در سمت برای هر میله برد صورت گرفته و سیگنال به حوزه برد داپلر منتقل می‌شود. در انتقال سیگنال به حوزه برد داپلر، فاز عبارت نمایی دوم در رابطه (۳۶) مورد اهمیت است. عبارت نمایی اول برای یک هدف معین ثابت است. با اعمال<sup>۲</sup> POSP رابطه بین فرکانس و زمان سمت به صورت زیر است [۱۱]:

$$f_\eta = -K_a \eta \quad (38)$$

با جایگزینی مقدار  $\frac{f_\eta}{K_a} = \eta$  در رابطه (۳۶)، بعد از FFT در جهت سمت، سیگنال مذکور به صورت رابطه (۳۹) است [۱۱]:

$$S_4(\tau, f_\eta) = FFT_\eta \{ S_3(\tau, \eta) \} = \sum_{m=1}^M P_r \left( \tau - \frac{2R_{rdm}(f_\eta)}{c} \right) \\ \times W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \times e^{-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c}} \times e^{-j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a}} \quad (39)$$

پترن بیم سمت،  $W_a(\eta - \eta_c)$ ، با حفظ شکل خود به  $W_a(f_\eta - f_{\eta_c})$  تبدیل می‌شود. در معادله بالا دو عبارت نمایی وجود دارد، عبارت اولی اطلاعات فاز ذاتی هدف را دربر دارد. دومین عبارت فازی مدولاسیون سمت است که دارای مشخصات LFM بر حسب  $f_\eta$  است.

جا به جایی سلوی برد که در پوش برد قرار دارد ( $R_{rdm}(f_\eta)$ ، نیز در حوزه برد داپلر بیان خواهد شد، مقدار آن با استفاده از ترکیب روابط (۳۵) و (۳۸) به صورت زیر است [۱۱]:

$$R_{rdm}(f_\eta) \approx R_0 + \frac{V_r^2}{2R_0} \left( \frac{f_\eta}{K_a} \right)^2 = R_0 + \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8v_r^2} \quad (40)$$

درون‌یابی بر حسب تابع سینک با استفاده از کرنل‌های سینک مقادیر نمونه‌های بین میله‌های برد درون‌یابی شده و مقدار جابه جایی سلوی برد که باید تصحیح شود با استفاده از رابطه زیر جبران می‌شود [۱۱]:

$$\Delta R(f_\eta) = \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8v_r^2} \quad (41)$$

این رابطه مقدار جابه جایی هدف را به عنوان تابعی از فرکانس سمت،  $f_\eta$ ، بیان می‌نماید. قابل توجه است که تابعی از  $R_0$  و متغیر برد است و از آنجایی که یکی از بعدهای سیگنال زمان برد است، روش درون‌یابی می‌تواند به درستی تغییرات برد RCM را در حوزه برد داپلر انجام دهد. با این فرض که RCM به درستی صورت بپذیرد، سیگنال به صورت رابطه

<sup>۱</sup> Fast Fourier Transform

<sup>۲</sup> Principle of Stationary Phase

## ۶. مراجع

- [1] Harger, R. O. "Synthetic Aperture Radar Systems: Theory and Design"; Academic Press, New York, 1970.
- [2] Fazel, K.; Kaiser, S. "Multi-Carrier and Spread Spectrum Systems: From OFDM and MC-CDMA to LTE and WiMAX"; New York, John Wiley & Sons, 2<sup>nd</sup> Ed. 2008.
- [3] Bahai, A.; Saltzberg, R. S.; Burton, R.; Ergen, M. "Multi Carrier Digital Communications: Theory and Applications of OFDM"; Springer, 2004.
- [4] Couasnon, T. D.; Monnier, R.; Rault, J. B. "OFDM for Digital TV Broadcasting"; Signal Processing, Elsevier, 1994, 39, 1-32.
- [5] Wang, X.; Jiaotong, X.; Zhu, S.; Sun, D. "Inter-carrier Interference Cancellation Method Based on Cyclic Embedding for OFDM Communication Systems"; IEEE Eighth Int. Symposium Spread Spectrum Techniques and Applications 2004, 409-413.
- [6] Zhao, L.; Zhang, P. "A New ICI Self-Cancellation Scheme Based on Repeated Symbol in OFDM Systems"; IEEE Int. Conf. Communications, Circuits and Systems 2006, 2, 1216-1220.
- [7] Ryu, H-G.; Li, Y.; Park, J-S. "An Improved ICI Reduction Method in OFDM Communication System"; IEEE Trans. Broadcasting 2005, 51, 395-400.
- [8] Garmatyuk, D.; Spalding, S.; Schuerger, J.; Kauffman, K.; Spalding, S. "Wideband OFDM System for Radar and Communications"; IEEE Radar Conf., Pasadena, CA, 2009, 1-6.
- [9] Schuerger, J. P. "Ultra-Wideband OFDM Radar and Communication System"; Thesis, Oxford University, 2009.
- [10] Soumekh, M. "Synthetic Aperture Radar Signal Processing with MATLAB Algorithms"; New York, John Wiley& Sons, 1999.
- [11] Cumming, I. G.; Wong, Frank H. "Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data"; Artech House, 2005.

جدول ۱. پارامترهای در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی

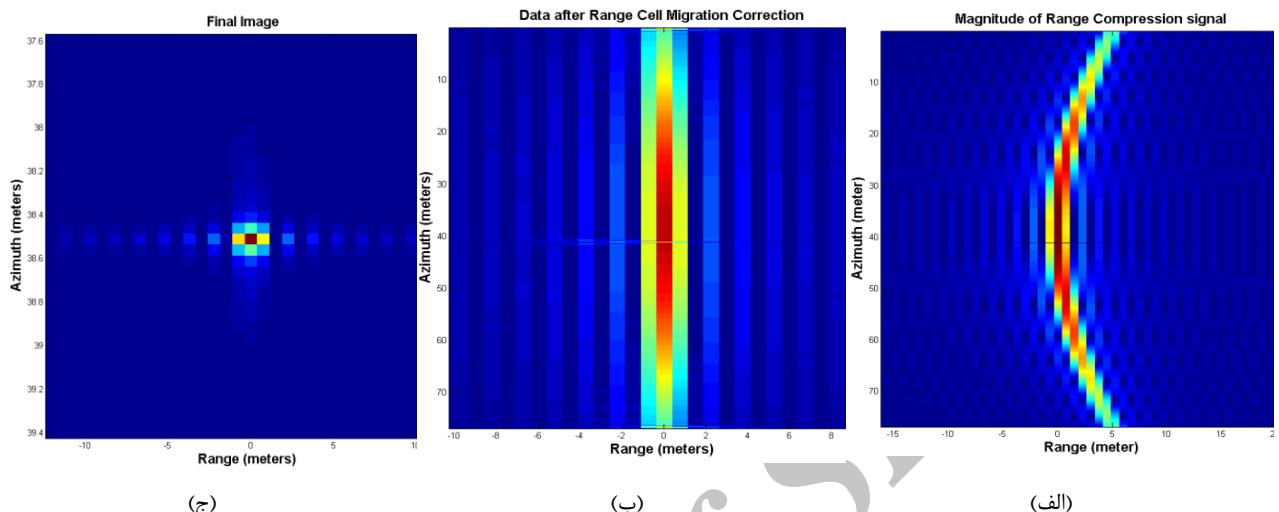
پارامتر	مقدار
پهنای باند سیگنال (BW) OFDM	۱۵۰ MHz
تعداد زیرکریر(N)	۲۵۶
فرکانس تکرار پالس (PRF)	۱۰۰۰ Hz
سرعت سکو	۵۰ m/s
ارتفاع	۱۰۰ Meter
زاویه تابش	۵۰ deg

برای این منظور ابتدا شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای در حالتی که از تمامی زیرکریرهای سیگنال OFDM استفاده می‌شود انجام شده و سپس در ادامه، شبیه‌سازی‌های مجددی برای حالتی که نصف تعداد کل زیرکریرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، انجام خواهد شد که در قسمت پیوست آمده است.

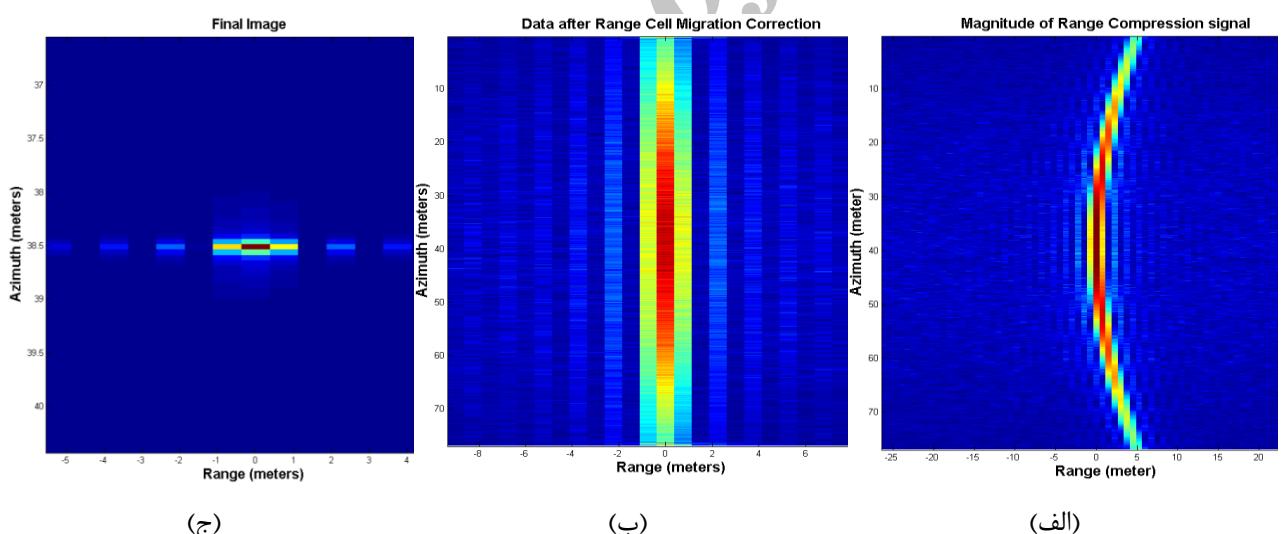
## ۵. نتیجه‌گیری

هدف از این مقاله ارائه یک روش جدید تصویربرداری در SAR با استفاده از شکل موج OFDM بوده است. در این راستا ابتدا شکل موج OFDM در سامانه‌های مخابرات دیجیتال بررسی و طریقه تولید این سیگنال ارائه شد. سپس با استفاده از رویکرد راداری، فرآیند تصویربرداری در برد و سمت SAR در قالب الگوریتم RDA با استفاده از سیگنال مزبور ارائه شد. درنهایت الگوریتم RDA در حالت استفاده از سیگنال مزبور ارائه شد. درنهایت الگوریتم RDA در شرایط استفاده از OFDM در شرایط استفاده از تمامی زیرکریرها و نصف تعداد کل زیرکریرها که به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند، برای ایجاد تصویر برای یک هدف نقطه‌ای در محیط متلبد شبیه‌سازی گردید.

پیوست:



شکل پ-۱. شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای برای حالت استفاده از کل زیرکریرهای OFDM. (الف) دامنه سیگنال فشرده شده در برد. (ب) سیگنال خروجی پس از RCMC. (ج) تصویر نهایی



شکل پ-۲. شبیه‌سازی هدف نقطه‌ای برای حالت استفاده از نصف زیرکریرهای OFDM و انتخاب آنها به صورت تصادفی. (الف) دامنه سیگنال فشرده شده در برد. (ب) سیگنال خروجی پس از RCMC. (ج) تصویر نهایی