

# بررسی نسبت گرانروی سیال تزریقی و سیال مخزنی در پیش‌بینی زمان‌برون‌زد با استفاده از مفاهیم تراوش

سارا شکراله زاده بهبهانی، محسن مسیحی\* و محمدحسین غضنفری

دانشکده مهندسی شیمی و نفت، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۵/۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۰۴

## چکیده

زمان‌برون‌زد سیال تزریقی در فرآیند تزریق آب یک معیار عملکرد مخزن است که تحت تاثیر موقعیت و عملیات چاه است. پیش‌بینی این زمان‌برون‌زد برای طراحی فرآیند و الگوهای تزریق در توسعه مخزن مفید است. روش متعارف برای این کار شبیه‌سازی مخزن بوده که که وقتی توزیع زمان‌برون‌زد مورد نظر باشد این کار بسیار زمان‌بر است. یک روش جایگزین در تعیین سریع زمان‌برون‌زد استفاده از رویکرد تئوری پرکولاسیون است. در این روش با استفاده از برخی خصوصیات مخزنی موجود مانند نسبت خالص به ناخالص، و ابعاد مخزن، امکان پیش‌بینی سریع نمودار توزیع زمان‌برون‌زد وجود دارد. به هر حال، برخی فرضیات لحاظ شده در توسعه اولیه رابطه مقیاس‌بندی توزیع زمان‌برون‌زد مانند فرض برابری گرانروی دو سیال تزریقی و تولیدی کاربردهای میدانی آنرا محدود نموده است. به منظور بسط کاربرد روابط مقیاس‌بندی زمان‌برون‌زد لازم است اثرات گرانروی متفاوت دو سیال بر روابط مقیاس‌بندی زمان‌برون‌زد دیده شود. به‌طور خاص از یک رویکرد بدون بعدسازی زمان‌برون‌زد بر مبنای زمان مشخصه بی‌بعد استفاده می‌شود. با اجرای شبیه‌سازی‌های مختلف جریان در مخزن تأثیر تغییرات گرانروی فازها بر زمان‌برون‌زد بررسی گردید. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد زمان مشخصه مناسب در رابطه مقیاس‌بندی زمان‌برون‌زد وابستگی به درجه اشغال شدگی و نسبت گرانروی دو فاز به فرم یک رابطه توانی با توان  $1/3$  دارد. لذا با تعمیم رابطه توزیع زمان‌برون‌زد با در نظر گرفتن این وابستگی توانی پیش‌بینی زمان‌برون‌زد سیال تزریقی در چاه تولیدی مخزن با دقت قابل قبولی امکان پذیر است. در انتها با پیاده‌سازی این رویکرد در یک مخزن واقعی و مقایسه نتایج زمان‌برون‌زد با نتایج شبیه‌سازی‌های تجاری به اعتبارسنجی رابطه تعمیم داده شده برای زمان‌برون‌زد تعمیم داده شده پرداخته شد.

**کلمات کلیدی:** گرانروی، مفهوم تراوش، تزریق آب، زمان‌برون‌زد، محیط متخلخل مخزن

## مقدمه

این سیال می‌تواند مایع، گاز، جریان برق، حرارت، نور، عامل بیماری‌زا و غیره باشد. فیلتر نیز می‌تواند یک محیط متخلخل باشد. این فیلتر سیالات درون مخزن را از خود عبور می‌دهد [۱].

تراوش<sup>۱</sup> به عبور سیال از یک فیلتر اطلاق می‌شود.

\*مسئول مکاتبات

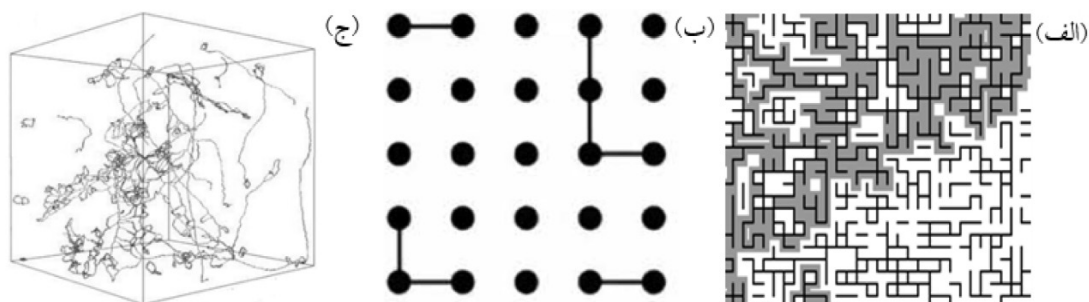
masihi@sharif.edu

آدرس الکترونیکی

شناسه دیجیتال: (DOI:10.22078/PR.2022.4570.3060)

و ۲. در مسئله این تحقیق، هنگام تزریق یک سیال به محیط متخلخل (مثلاً به منظور بازیافت ثانویه و با هدف نگهداشت فشار مخزن)، هرچه حجم سیال تزریقی بیشتر شود، توزیع اشباع سیال تزریقی در محیط متخلخل بیشتر شده و امکان برقراری ارتباط میان دو سمت سیستم (یعنی چاه تولیدی و چاه تزریقی) از طریق سیال تزریقی بیشتر خواهد شد [۳]. ارزیابی کمی مقدار حد آستانه (یا به عبارتی زمان-برون زد سیال تزریقی) و تعیین رابطه بین میزان برقراری ارتباط (که به آن بهم‌پیوستگی هم گفته می‌شود) درون سیستم با توزیع اشباع سیال تزریقی با استفاده از نظریه پرکولاسیون انجام می‌گیرد [۴]. برای مثال سیال تمایل دارد از مسیر تراوتر عبور نماید و ممکن است مسیرهای باریک‌تر جاروب نشود یا در اثر تغییرات فشار و اشباع سیالات، یک فاز به دام افتاده و مسیرهایی از محیط مسدود گردند. در این حالت، ساختار هندسی جریان و خوشه‌ها آرایش جدیدی پیدا خواهند آورد [۵]. از نظریه پرکولاسیون در مقیاس میدانی، می‌توان برای تعیین زمان-برون زد سیال تزریقی، بهترین فاصله میان چاهی<sup>۱</sup>، میزان ارتباط استاتیک و دینامیک دو چاه با یکدیگر و رفتار تولیدی بعد از برون زد سیال در صورت تزریق در مخزن (مانند افت تولید نفت و افزایش برش آب در صورت تزریق آب) استفاده کرد [۶]. نمونه‌هایی از مدل‌های مختلف تصادفی پرکولاسیون در شکل ۱ نمایش داده شده‌اند.

جریان سیال در یک محیط متخلخل تحت تأثیر نیروهای وارده بوده و با حرکت در مسیر پیش روی حرکت خود، به مسیرهای مختلف منحرف و منشعب شده و گسترش می‌یابد. کوتاه‌ترین مسیر می‌تواند کنترل‌کننده زمان-برون زد (اولین مشاهده) سیال تزریقی در نقطه هدف باشد. اولین لحظه (با کمترین اندازه خوشه) که در آن ارتباط دو سوی محیط متخلخل توسط سیال تزریقی برقرار می‌گردد، آستانه پرکولاسیون ( $p_c$ ) نامیده می‌شود. در ثوری پرکولاسیون؛ این آستانه به شکل بدون بعد گزارش شده و نشان می‌دهد حداقل چه کسری از حفرات بایستی اشغال شوند تا برای اولین بار جریان در کل سیستم برقرار گردد. لذا اگر احتمال اشغال شدن یک حفره  $p$  باشد، قبل از حد آستانه ( $p < p_c$ ) احتمال وجود چنین خوشه‌ای، صفر است. برای مقادیر پس از حد آستانه ( $p > p_c$ ) احتمال وجود خوشه بی‌نهایت، برابر با یک است. با توجه به تصادفی بودن خصوصیات این چنین سیستمی (مثلاً اندازه حفرات یا مسیر سیال)، حالات بسیاری برای جریان ممکن است وجود داشته باشد. لذا، ابتدا یک جامعه آماری احتمالی از تحقق‌های ممکن (در این جا صدها شبیه‌سازی از مدل‌های تصادفی محیط متخلخل) تهیه می‌شود. سپس تخمین حد آستانه با محاسبه یک متوسط آماری به دست می‌آید که این تخمین با بررسی تعداد بسیار زیادی از حالات ممکن سیستم، تعیین می‌شود [۱].



شکل ۱ نمایش انواع مدل‌های تراوشی شبکه‌ای شامل مدل‌های دوبعدی (الف) جایگاهی (ب) باندی و (ج) مدل سه‌بعدی

هدف این مطالعه بررسی زمان بررسی زمان برون زد در مقیاس میدانی با استفاده از روابط پرکولاسیون بمنظور نزدیک نمودن پیش‌بینی‌های روش پرکولاسیون به رفتار واقعی مخازن هیدرکروبویری است. به‌طور خاص، تأثیر نسبت گرانروی سیال تزریقی به تولیدی بر این رابطه بررسی می‌شود. در ابتدا با فرض مدل‌های ساده روابط اولیه پرکولاسیون مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در ادامه برای بهبود پیش‌بینی‌ها، متغیرهای مخزنی وارد روابط پرکولاسیون می‌گردند. در هر مرحله مقایسه بر مبنای اجرای تعداد زیادی از شبیه‌سازی‌ها انجام می‌گیرد.

هدف این مطالعه بررسی زمان بررسی زمان برون زد در مقیاس میدانی با استفاده از روابط پرکولاسیون بمنظور نزدیک نمودن پیش‌بینی‌های روش پرکولاسیون به رفتار واقعی مخازن هیدرکروبویری است. به‌طور خاص، تأثیر نسبت گرانروی سیال تزریقی به تولیدی بر این رابطه بررسی می‌شود. در ابتدا با فرض مدل‌های ساده روابط اولیه پرکولاسیون مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. در ادامه برای بهبود پیش‌بینی‌ها، متغیرهای مخزنی وارد روابط پرکولاسیون می‌گردند. در هر مرحله مقایسه بر مبنای اجرای تعداد زیادی از شبیه‌سازی‌ها انجام می‌گیرد.

### رویکرد تراوش

اولین مطالعاتی که در آن از پرکولاسیون دینامیک برای مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل استفاده شد مربوط به اوایل دهه هشتاد است که توسط دو گروه مستقل از هم انجام گرفت. در این مطالعات، محیط متخلخل ابتدا توسط یک فاز اشباع شده است که در ادامه توسط فاز تزریقی از حفرات بیرون رانده می‌شود [۷ و ۸]. دو محقق با بازنگری در شرایط مرزی مسئله و در نظر گرفتن به دام افتادن سیالات، قدم بزرگی در حوزه استفاده از تئوری پرکولاسیون در مهندسی نفت برداشتند. آن‌ها برای روش پیشنهادی خود برای نخستین بار، از نام "پرکولاسیون تهاجمی"<sup>۱</sup> استفاده کردند. پرکولاسیون تهاجمی یک روش شبه‌پایا برای مدل‌سازی تزریق غیرامتزاجی تحت تأثیر نیروهای موئینه (نیروهای چسبندگی<sup>۲</sup> قابل اغماض) است [۹]. نتایج Wilkin-son و Willemsen تنها براساس شبیه‌سازی بوده و فرم توانی مدل آن‌ها بدون تعبیر ریاضی ارائه شده بود. اما این روابط پس از انتشار به سرعت توسعه داده شد و بر مبنای قضیه‌های ریاضی به اثبات رسید [۱۰]. Bak و همکاران مطالعه‌ای انجام دادند که مجدداً برقراری رابطه توانی برای سیستم‌های تراوشی دینامیک اثبات شد [۱۱]. گرچه وجود

1. Invasion

2. Viscous Forces

3. Self-Organized Criticality

برای پیش‌بینی در مقیاس حفره (برای مثال در رابطه با تراوایی، اشباع سیالات و غیره) ساختاری تصادفی دارد که به صورت قطعی قابل تعیین نیست و تنها با استفاده از روابط فیزیکی آماری و استفاده از احتمالات می‌توان رابطه کلی برای بررسی رفتار دینامیک محیط متخلخل ارائه کرد. یکی از موارد جدید در این کار تحقیقاتی استفاده از مقیاس میدانی برای مطالعه است و از مدل‌هایی با مقیاس میدان و چاه تزریقی و تولیدی برای تهیه جامعه آماری استفاده شده است.

### روش تحقیق و رویکرد مدل‌سازی

Andrade و همکاران با در نظر گرفتن اندازه سیستم (L) و میزان اشغال‌شدگی جایگاه‌ها (p) به بررسی ثوابت روابط پرکولاسیون پرداختند. نتیجه مطالعه آن‌ها در قالب جدول ثوابت (که دارای مقادیر ثابت و کلی هستند) ارائه شد [۱۶]. در همان سال، King و همکاران در مطالعه دیگری، رابطه‌ای را برای زمان پس از برون‌زد سیال تزریقی در یک مخزن واقعی بررسی نمودند. نتیجه این بررسی رضایت‌بخش بود. در این مطالعه برای پیش‌بینی حجم تولید نفت پس از برون‌زد (V) رابطه ۱ پیشنهاد شد. این رابطه برحسب بعد فرکتالی backbone و زمان تولید نوشته شده است. توان  $\beta$  براساس نتایج شبیه‌سازی حدود  $0.1008 \pm 0.063$  محاسبه شد [۱۷].

$$V(t \rightarrow \infty) \sim \left(\frac{r^{d_B}}{t}\right)^\beta \quad (1)$$

که در آن، t زمان برون‌زد و r فاصله بین دو نقطه تزریق و تولید و  $d_B$  توان فرکتالی است. در مطالعه مذکور، رابطه پرکولاسیون برای مخازن نفتی تحت تزریق آب با فرمولاسیون کلی زیر ارائه شد [۱۷].

$$P(t_{br} | r, L, p) \sim \frac{1}{r^{d_i}} \left(\frac{t_{br}}{r^{d_i}}\right)^{-g_i'} \exp\left(-a\left(\frac{t_{br}}{r^{d_i}}\right)^{-\phi}\right) \exp\left(-b\left(\frac{t_{br}}{L^{d_i}}\right)^\psi\right) \exp\left(\frac{-ct_{br}}{|p - p_c|^{-\nu d_i}}\right) \quad (2)$$

متغیرهای رابطه فوق در جدول ۱ ارائه شده‌اند [۱۷].

از کاربردهای دیگر رویکرد تراوش در مقیاس میدانی، تخمین خصوصیات دینامیک جریان مانند زمان برون‌زد سیال تزریقی در چاه‌های تولیدی است. بررسی‌های اولیه توسط Buldyrev و Andrade و همکاران براساس شبیه‌سازی قدم تصادفی منجر به ارائه تابع توزیع زمان برون‌زد وابسته به درجه اشغال‌شدگی شد [۱۶ و ۱۷]. رویکرد مشابهی توسط گنجه قزوینی و همکاران برای وابستگی توزیع زمان برون‌زد به درجه اشغال‌شدگی محیط متخلخل و مقایسه نتایج آن با شبیه‌سازی جریان صورت گرفت [۱۸].

تعمیم رابطه ارائه زمان برون‌زد به شرایط میدانی نیازمند در نظر گرفتن هندسه جریان در مخزن بود که توسط شکراله زاده و همکاران با معرفی زمان مشخصه وابسته به هندسه جریان ارائه گردید [۱۹]. هم‌چنین صادق نژاد و همکاران به ارائه روش‌هایی برای تعمیم رویکرد پرکولاسیون برای دستیابی به برخی مشخصه‌های استاتیکی و دینامیکی مخازن در مقیاس میدانی مانند بهم پیوستگی بین چاه‌ها یا الگوی چاه‌ها پرداختند [۲۰-۲۲]. به‌طور خاص یکی از مقایسه‌های کاربردی برای تخمین زمان برون‌زد با به‌کارگیری روابط مقیاس‌بندی توزیع زمان برون‌زد سیال تزریقی در چاه تولیدی و مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی جریان با نرم‌افزارهای تجاری در فرآیند سیلاب‌زنی توسط صادق نژاد و مسیحی ارائه گردید که تطابق نسبتاً خوبی را نشان می‌داد [۲۳]. البته مواردی مانند تفاوت گرانروی سیالات تزریقی و تولیدی و تفاوت نمودارهای تراوایی نسبی از نمودار خطی و تعیین استانه‌ای برای باینری‌سازی نقشه تراوایی مخزن از مسائلی است که در تعمیم رابطه مقیاس‌بندی زمان برون‌زد مؤثر است. براساس آنچه مطرح گردید روش پرکولاسیون در مهندسی نفت به صورت محدود استفاده شده است. این روش آماری نسبتاً جدید بوده و بیشتر استفاده آن نیز مربوط به مقیاس حفره است. جالب است که با وارد شدن به مقیاس حفره در عکس‌برداری از آن، محققین به این نتیجه رسیده‌اند که ارائه روابط

جدول ۱ تعریف متغیرهای رابطه ۱ پرکولاسیون [۱۷]

$P_c$	R	p	L	$t_{br}$	P
حد آستانه (۰/۶۶۸)	فاصله بین چاهی (بدون بعد)	ضخامت کل به مفید	طول مخزن (بدون بعد)	زمان برون زد (بدون بعد)	احتمال زمان برون زد برای مخزنی دوبعدی با ابعاد $L^2$ ، میزان ضخامت خالص به ناخالص p و فاصله بین چاهی $t$ ، و زمان برون زد $t_{br}$

و  $P$ ، به ترتیب ویسکوزیته، اندازه ناحیه تراوا (ماسه سنگ در مدل)، شعاع چاه، افت فشار محیط، تراوایی و تخلخل است. برای تعیین این زمان از فرض رابطه دارسی به عنوان رابطه پایه استفاده شده است (با فرض برقراری این جریان در محیط ماسه‌های تراوای مخزنی حین حرکت سیال از چاه تولیدی به چاه تزریقی). با فرض وجود رابطه دارسی و وجود تعداد زیادی بلوک‌های ماسه‌ای بین مسیر چاه تولیدی و تزریقی در کنار هم مدت زمان لازم برای حرکت،  $t_s$ ، از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$t_s = \frac{r_s \mu \ln\left(\frac{r}{r_w}\right)}{1.127 * 5.615 * k_s (p_{Injection} - P_{Production})} \quad (5)$$

رابطه فوق به طریق مشابه برای هندسه جریان خطی مخازن هم می‌تواند محاسبه گردد که نوع دیگری از هندسه جریانی است [۱۷]. در رابطه ۵ با جایگزینی  $\mu$  با مقدار واقعی امکان بدون بعدسازی براساس گرانروی وجود دارد. گرانروی آب در شرایط تزریق نزدیک به cp ۱ گزارش شده و گرانروی نفت دارای بازه بسیار وسیع است که برای نفت سبک نزدیک به گرانروی آب اما بیشتر از آن و برای نفت سنگین تا چند ده هزار سانتی پویز گزارش شده است. در این تحقیق گرانروی آب ثابت حدود cp ۰/۸ فرض شده است و گرانروی نفت متغیر است. با تغییرات گرانروی نفت، نسبت تحرک پذیری فازهای آب و نفت (M) نیز تغییر می‌یابد.

$$M = \frac{M_{water}}{M_{oil}} = \frac{Kk_{rw} / \mu_w}{Kk_{ro} / \mu_o} = \frac{k_{rw} \mu_o}{k_{ro} \mu_w} \quad (6)$$

که در آن  $K_{ro}$  و  $K_{rw}$  تراوایی نسبی آب و نفت و  $K$  تراوایی محیط است. از آنجایی که اثرات تراوایی نسبی فازها در این مطالعه صرف نظر شده است.

میزان اشغال شدگی p در مهندسی نفت معادل با نسبت خالص به ناخالص (NTG) است. حد آستانه یا  $P_c$  برای انواع شبکه پرکولاسیون مقادیر مشخص و ثابت دارد (جدول ۱) در مطالعه حاضر مخزن دوبعدی است و نواحی مخزنی با تعریف مدل مربعی شکل با قابلیت هم پوشانی تعریف می‌گردند، مقدار ثابت حد آستانه ( $P_c$ ) برابر ۰/۶۶۸ است. بقیه متغیرهای رابطه ۲ ثوابتی هستند که برای مسائل پرکولاسیونی دو بعد و سه بعد به شرح جدول ۲ هستند.

رابطه اصلی پرکولاسیون (رابطه ۲) یک رابطه کلی است که در آن متغیرهای محدود هندسی وجود دارد. به این ترتیب در میدانی که آب تزریق می‌گردد تأثیر تفاوت گرانروی آب و نفت در این رابطه مشاهده نمی‌شود. لذا وارد نمودن تأثیر مشخصات سنگ و سیال (از جمله تراوایی نسبی و گرانروی) باید به نحوی بر مبنای فیزیک مسئله، وارد روابط گردد [۱۷]. یک ایده برای وارد نمودن این متغیرها به رابطه ۲ استفاده از آن‌ها برای بدون بعد سازی پارامترهای رابطه است. برای بدون بعدسازی متغیرهای مخزنی و استفاده در مدل شبیه‌ساز از رابطه زمان بی‌بعد مبتنی بر جریان استفاده شده است. رابطه بی‌بعد پیشنهادی براساس رابطه دارسی برای جریان با هندسه شعاعی و خطی به فرم زیر است [۱۷].

$$t_s^{radial} = \frac{c_2 \phi p \mu r_s^2 \ln(r_s / r_w)}{K \Delta P (r / r_s)} \quad (3)$$

$$t_s^{linear} = \frac{c_1 \phi p \mu r_s^2}{K \Delta P (r / r_s)} \quad (4)$$

در این رابطه،  $t_s$  زمان عبور سیال از یک محیط تراوا و وابسته به هندسه جریان (خطی یا شعاعی) در نظر گرفته شده است. پارامترهای  $K$ ،  $\Delta P$ ،  $r_w$ ،  $r_s$ ،  $\mu$

جدول ۲ ثوابت رابطه اصلی پرکولاسیون

ثوابت رابطه در دو بعد [۲۴]							
متغیر	N	$\varphi_2$	$\varphi_1$	g	$d_i$		
مقدار ۲ D	۰/۰۲±۰/۸۸	۴	۷/۳	۰/۱±۲/۲	۰/۰۰۵±۱/۱۳		
ثوابت رابطه برای دو بعد و سه بعد [۱۶].							
مقدار ۲ D	C	v	B	$\varphi_2$	a	$\varphi_1$	g
مقدار ۲ D	۲/۹ (p<pc)		۲/۳	۲	۲/۵	۱/۶	۰/۱±۲/۱
مقدار ۳ D	۲/۶ (p>pc), ۱/۶ (p<pc)	۱/۳۳	۵	۳	۱/۱	۳	۰/۱±۲

این مدل‌ها دوبعدی و متشکل از  $1 \times 200 \times 200$  گرید با اندازه  $10 \text{ m}^3$  هستند. سری‌های مختلف مدل‌های تراوشی با متغیرهای متنوع تهیه شد. با توجه به نیاز به تهیه هزاران مدل، این مرحله به استفاده از کدنویسی در محیط نرم‌افزار پترل<sup>۲</sup> با استفاده از بخش جریان کارها<sup>۳</sup> نرم افزار، به صورت خودکار اجرا گردید. این مدل‌سازی با اجرای دو حلقه مستقل شبیه‌سازی به دست آمد. مدل‌ها با سه فرض (الف) مدل‌های تصادفی با توزیع نرمال، (ب) امکان برقراری ارتباط بین چاه تزریقی و تولیدی و (ج) برای مقبولیت جامعه آماری تعداد ۱۵۰ مدل برای حالت پایه تهیه شد. شکل ۲ تعدادی از مدل‌های تخلخل و تراوایی مربوط به دو حالت ۵۰٪ و ۷۰٪ را در کنار نمودار اشغال‌شدگی نمایش می‌دهد.

در مرحله شبیه‌سازی جریان، یک حالت تولید-تزریق مشخص تعریف گردید. در این حالت، یک حلقه چاه تولیدی و تزریقی فرض گردید. چاه تولیدی در سلول (۵۰، ۵۰) و چاه تزریقی (۱۵۰، ۱۵۰) با نرخ تولید تزریق ۵۰ بشکه در روز جهت حفظ voidage ratio برابر ۱ در نظر گرفته شد. این حالت برای کلیه مدل‌های استاتیک یکسان فرض شده است. کلیه اطلاعات مربوط به خصوصیات دینامیک در جدول ۴ ارائه شده است.

لذا نسبت تحرک‌پذیری عمدتاً بیانگر نسبت ویسکوزیته دوفاز و با M نشان داده می‌شود. طی مطالعات انجام شده و نتایج شبیه‌سازی مشخص شد که رابطه تخمین برون‌زد براساس جریان خطی رابطه ۴ برای مدل‌هایی با اشغال‌شدگی (p) پایین دقت مناسبی دارد و رابطه تخمین برون‌زد براساس جریان هندسی رابطه ۳ برای مدل‌هایی با اشغال‌شدگی (p) بالا دقت مناسبی دارد [۱۹]. لذا رابطه پیشنهادی شکراله زاده برای تخمین زمان برون‌زد به صورت زیر است:

$$t_s = x t_s^{radial} + (1-x) t_s^{linear} \quad (7)$$

در این رابطه، متغیر x یک ضریب وزنی بین صفر و یک است. مقدار دقیق متغیر x در این بررسی برای هر حالت (مقادیر p مختلف) با استفاده از بهینه‌یابی تعیین گردید.

### نتایج و بحث و بررسی

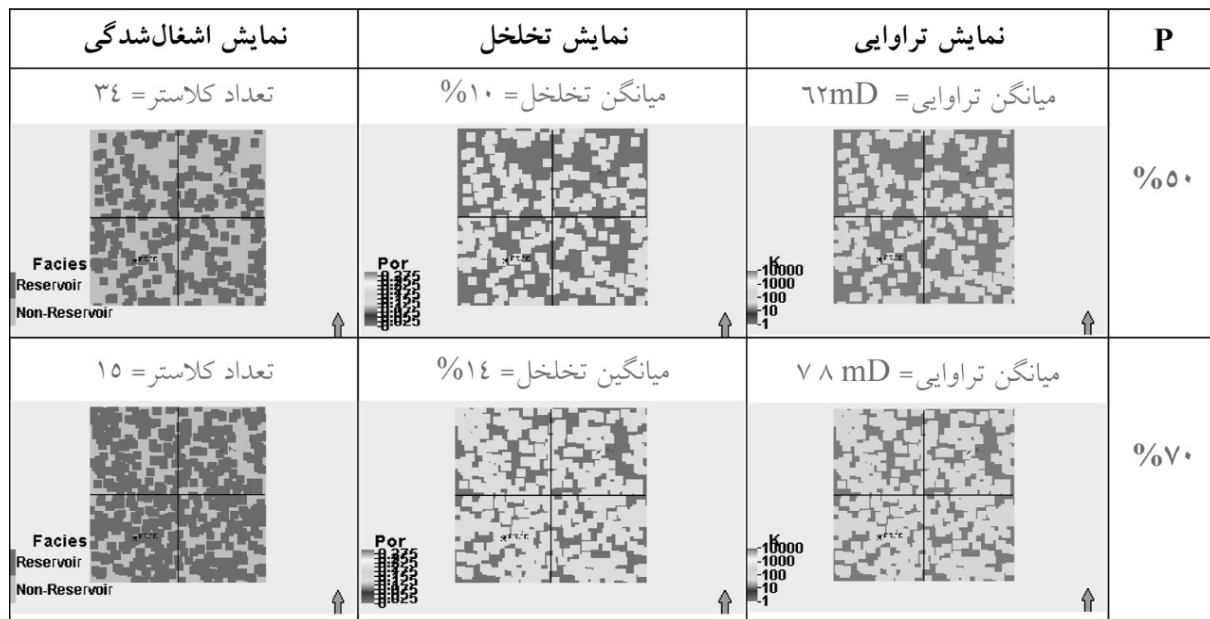
#### تهیه مدل استاتیک

در مرحله اول پیاده‌سازی رویکرد تراوشی لازم است ده‌ها مدل تصادفی استاتیک مخزن با ساختار تراوشی تهیه شوند. لذا در ابتدا بانک داده‌ای از مدل‌های استاتیک تراوشی تهیه شد. کلیه اطلاعات مربوط به این مدل‌ها در جدول ۳ ارائه شده است. ضخامت خالص به ناخالص<sup>۱</sup> برای کل مخزن برابر ۱ در نظر گرفته شد و بخش‌های مخزنی و غیر مخزنی با تفاوت در تخلخل و تراوایی از هم تفکیک شدند.

1. Net To Gross (NTG)  
2. Petrel  
3. Workflows

جدول ۳ مقادیر استفاده شده در مدل‌های تراوشی در حالت پایه (استاتیک)

متغیر	مقدار	واحد	رابطه جهت محاسبه
K	۵۰۰۰ و ۰ به ترتیب در بخش تراوا و غیر تراوا	D	$k = \frac{1e4\phi^3}{(1-\phi)^2}$
$\phi$	۰/۲۵ و ۰ به ترتیب در بخش تراوا و غیر تراوا	%	تخصیص مقدار
NTG	۱	بدون بعد	تخصیص مقدار
گریدبندی	۱×۲۰۰×۲۰۰ گرید به ابعاد ۱۰ <sup>۳</sup>	m <sup>3</sup>	تعریف مدل استاتیک
نمودار k <sub>r</sub>	نمودار خطی تراوایی نسبی آب و نفت بدون اشباع باقی مانده		
حالت	یک چاه تولیدی در سلول (۵۰، ۵۰) و یک حلقه چاه تزریقی (۱۵۰، ۱۵۰) با نرخ تولید تزریق ۵۰ بشکه در روز جهت حفظ نسبت تخلیه <sup>۱</sup> برابر ۱		



شکل ۲ وضعیت تراوایی و تخلخل در تعدادی از مدل‌های استاتیک

1. Voidage Ratio

جدول ۴ مقادیر استفاده شده دینامیک در مدل های تراوشی

مقدار	متغیر	واحد	رابطه جهت محاسبه
۴۰۰۰	$P_i$	psi	تخصیص مقدار
۱۷۰	$T_i$	$F^\circ$	تخصیص مقدار
$S_{oil} = 100, S_{gas} = 0, S_{water} = 0$	اشباع اولیه	%	تخصیص مقدار
۲۱۰	$R_s$	scf/stb	رابطه (1958) Lasater
۲۰۰۰۰۰	شوری آب	ppm	رابطه (1990) McCain
۱/۱۳	$B_o$	bbl/stb	
۱۱۲۰	$P_b$	psi	تخصیص مقدار
۱/۴۳ - ۰/۸	$\mu_o$	cp	
۰	$P_c$	psi	تخصیص مقدار

۵ ارائه شده است.

جدول ۵ مقادیر به دست آمده در شبیه سازی مدل با نسبت های تحرک پذیری متفاوت بخش غیر مخزنی

P	شرح مدل	زمان برون زد میانگین (سال)	تعداد مدل های شبیه سازی شده
۰/۶	$M=0/5$	۳/۳۸	۹۷
	$M=1$	۲/۱۶	۱۳۳
	$M=2$	۰/۹۰۱	۸۶
	$M=5$	۰/۲۶۴	۱۰۵
	$M=10$	۰/۰۱۶	۱۱۹

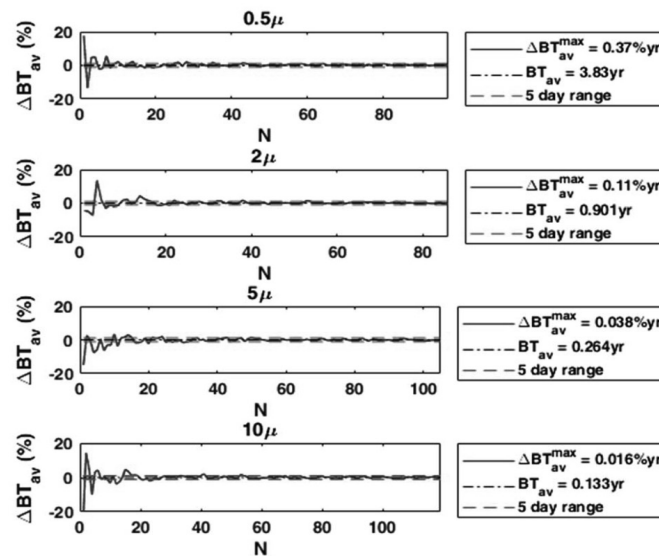
شکل ۳ تغییرات در میانگین زمان برون زد را در حالت های  $M=0/5$  تا  $M=10$  نمایش می دهد. نمایش بازه ۵ روزه در این نمودارها تنها برای مقایسه است. در واقع این بخش از ۰/۰۵٪ زمان میانگین برون زد کل مجموعه شبیه سازی استفاده شده است. در صورت استفاده از بازه بزرگتر (برای مثال ۵ روز) امکان عدم شناسایی دقیق زمان برون زد وجود دارد. در شکل ۴، سه سری نمودار برای هر کدام از Mها رسم شده است. نمودار اول از سمت چپ هیستوگرام زمان برون زد است. نمودار وسط توزیع تجمعی احتمال زمان برون زد (CDF) و نمودار سمت راست نمودار چندک-چندک متناظر را نشان می دهد.

در ادامه، شبیه سازی عددی بر روی کلیه مدل های استاتیک اجرا شد. این کار با قابلیت های موجود نرم افزار پیاده سازی شد. این کد برای یک مدل استاتیک مشخص، با تخلخل و تراوایی تعیین شده، نمودارهای تراوایی نسبی و خصوصیات سیال مشخص، شرایط اولیه یکسان و حالت تولید و تزریق از پیش تعیین شده، یک حالت شبیه سازی یا "Case" جدید تعریف می کند. سپس با فراخوانی نرم افزار Eclipse-E100، روابط جریان در محیط نرم افزار مذکور به صورت Black oil حل می کند. پس از پایان شبیه سازی بر روی یک حالت، صفحه اجرای اکلیپس بسته شده و مراحل ساختن حالت تولیدی جدید و شبیه سازی بر روی مدل استاتیک بعدی به صورت خودکار شروع می شود.

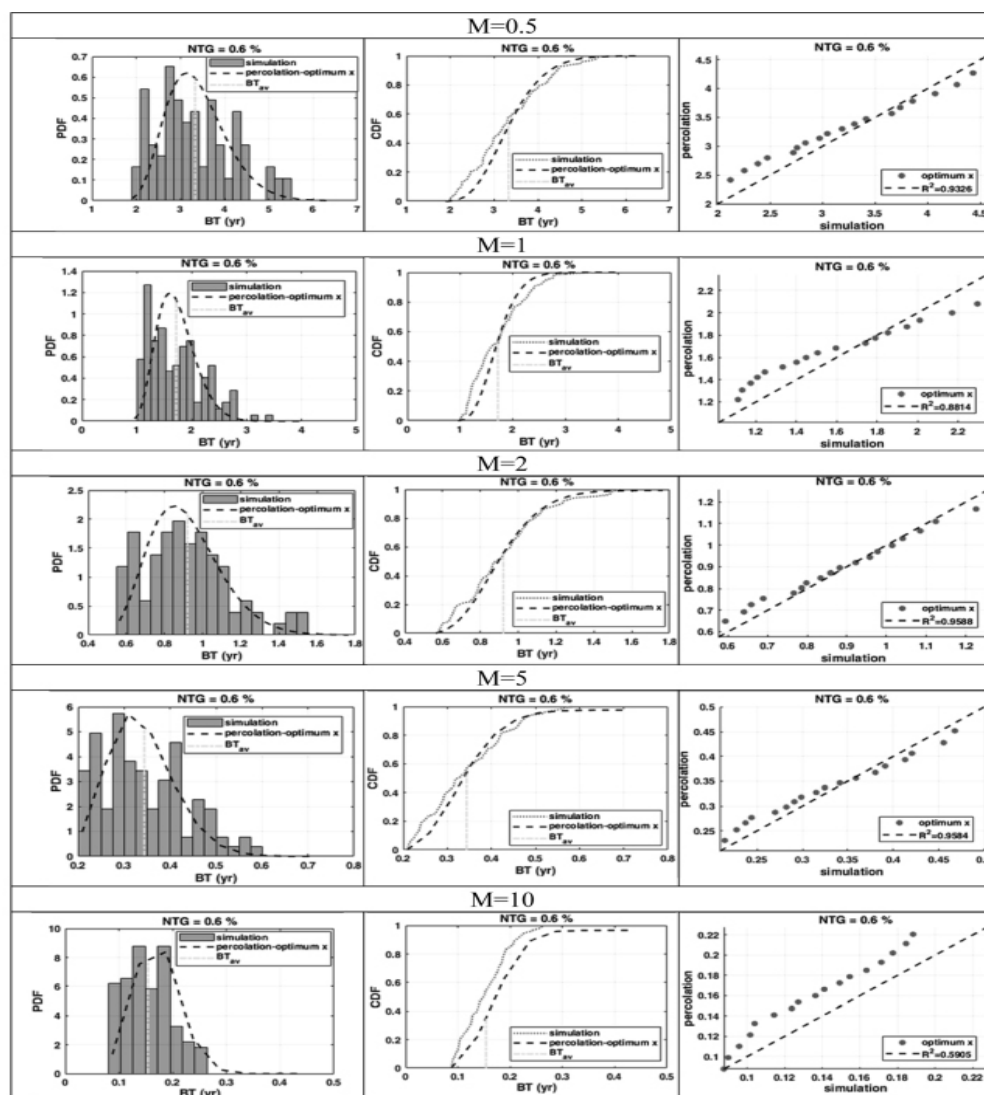
#### اجرای مدل دینامیک و محاسبه زمان برون زد

برای تعیین تعداد کافی مدل استاتیک، تغییرات میانگین زمان برون زد بررسی شد. با در نظر گرفتن شرط های سه گانه ۳۰۰ مدل برای یک مقدار اشغال شدگی مشخص ( $0/6=p$ ) مشخص شبیه سازی شده و میانگین زمان برون زد این ۳۰۰ مدل برابر ۵۰۰ روز است، لذا ۲/۵ روز به عنوان معیار سنجش کفایت تعداد مدل ها انتخاب شد. نتایج تغییرات نسبت گرانروی در این حد اشغال شدگی در جدول





شکل ۳ تغییرات در میانگین زمان برون زد به منظور تعیین تعداد مدل های کافی با تغییر نسبت گرانروی برای  $p=0/6$



شکل ۴ مقایسه زمان برون زد در مدل با درجه اشغال شدگی  $p=0/6$ . با نتایج شبیه سازی و رابطه پرکولاسیون برای زمانی که نسبت گرانروی  $M=0/5, M=1, M=2, M=5$  و  $M=10$  است

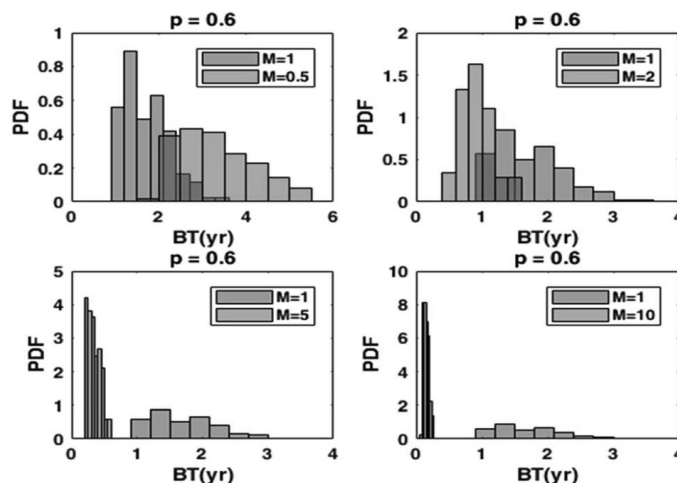
مناسب رابطه پرکولاسیون به دست آمده براساس بدون بعدسازی مناسب را نشان می‌دهد. علاوه بر مقایسه رابطه پرکولاسیون با نتایج شبیه‌سازی عددی، موضوع دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفت. این موضوع تغییرات در زمان برونزد برای حالات مختلف  $M$  بود. به این منظور هیستوگرام مربوط به زمان برونزد برای مقادیر متفاوت  $M$  در شکل ۵ رسم شده است. در هر کدام از منحنی‌های این شکل، هیستوگرام حالت  $M \neq 1$  در کنار هیستوگرام حالت  $M=1$  رسم شده است. این منحنی نشان می‌دهد:

۱. هیستوگرام زمان برونزد برای مدل‌های نزدیک به آستانه پرکولاسیون (حالت  $p=0.16$ ) و با گرانی‌های مختلف، با افزایش گرانی‌های نفت، میانگین زمان برونزد کاهش می‌یابد.
۲. نمودار توزیع احتمالی با افزایش  $M$  باریک‌تر و بلندتر شده است که نشان می‌دهد.

در هر کدام، نمودار زمان برونزد حاصل از شبیه‌سازی عددی در کنار پیش‌بینی به دست آمده از رابطه پرکولاسیون رابطه ۲ رسم شده است. در رسم این نمودارها برای بدون بعدسازی از رابطه بهینه رابطه ۷ استفاده شده است. گرانی‌های سیال در قالب  $M$ ، یکی از متغیرهای رابطه ۵ است. لذا، نسبت گرانی‌های استفاده شده در شبیه‌سازی عددی به این طریق در محاسبات رابطه پرکولاسیون مؤثر بوده است. در واقع اینجا به منظور بدون بعدسازی متغیرهای رابطه ۲، نسبت  $M$  وارد روابط شده است. در این بخش تنها با قرار دادن مقدار گرانی‌های جدید در رابطه ۵ و استفاده از آن با رابطه ۷ برای بدون بعدسازی رابطه ۲، نمودار پرکولاسیون به دست آمده است. مقایسه سطح خطای این دو رویکرد در جدول ۶ خلاصه شده است. نمودارهای نشان داده شده در شکل ۴ و بررسی مقادیر خطا در جدول ۶ تطابق

جدول ۶ خطای پیش‌بینی از رویکرد پرکولاسیون در مقایسه با نتایج شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف  $M$

مقدار $x$	شرح مدل	$P$
۰/۹۳۲۶	$M=0.5$	۰/۶
۰/۸۸۱۴	$M=1$	
۰/۹۵۸۸	$M=2$	
۰/۹۵۸۴	$M=5$	
۰/۵۹۰۵	$M=10$	



شکل ۵ مقایسه توزیع زمان برونزد حاصل از شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف  $M$  در مقایسه با حالت  $M=1$  برای شرایط نزدیک به آستانه تراوش  $p=0.16$

تاثیر قرار داده و به رفتار سیستم‌های همگن نزدیک شود. در بقیه حالات روش پرکولاسیون پیش‌بینی مناسبی داشته است. مشابه همین شبیه‌سازی برای حالت اشغال‌شدگی برابر با  $0/8$  انجام شد. که به منظور جلوگیری از طولانی شدن متن از ذکر جزئیات خودداری می‌شود. با رسم نمودارهای لگاریتمی زمان‌برون‌زد بدون بعد برحسب نسبت گرانروی، امکان برازش خط با تقریب مناسب وجود دارد. اما این خط هم‌تا نبوده و برای  $p=0/6$  و  $0/8$   $p=0$  متفاوت است. از آنجا که ارتباط زمان‌برون‌زد میانگین با توان سوم  $p$  مشخص می‌کند، در اینجا با استفاده از این تقریب نمودارهای مربوطه رسم شد. به این ترتیب، اول زمان‌برون‌زد به‌دست آمده از شبیه‌سازی با تقسیم بر مقدار  $t_s$  مربوطه نرمالایز شد و در نهایت در  $p^3$  ضرب و براساس  $M$  رسم گردید. براساس شکل ۶ می‌توان نتیجه‌گیری نمود زمان مشخصه مناسب در رابطه مقیاس‌بندی زمان‌برون‌زد علاوه‌بر وابستگی به درجه اشغال‌شدگی به نسبت گرانروی دو سیال تزریقی و تولیدی  $M$  هم وابسته است. رابطه توصیف‌کننده این وابستگی براساس نتایج حاصل شده در نسبت‌های گرانروی مختلف از شکل ۶ رابطه توانی و با توان  $1/3$  را نشان می‌دهد.

$$t_{br} = f(t_s, p^{-3}, M) \quad (8)$$

از رابطه فوق می‌توان برای پیش‌بینی میانگین زمان‌برون‌زد برای مدل‌هایی با مقادیر غیر از مقادیر گزارش شده در این مطالعه استفاده نمود.

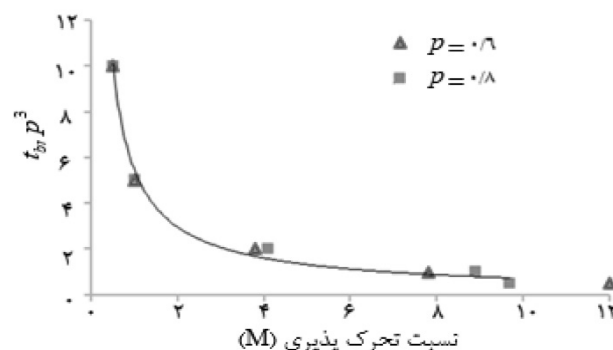
با افزایش نسبت گرانروی ساختار جریان‌ی به مدل همگن نزدیک شده است.

۳. با کاهش گرانروی ساختار جریان‌ی به مدل تصادفی نزدیک‌تر می‌شود. بر این اساس و با توجه به اینکه استفاده از روش پرکولاسیون برای مدل همگن روشی مناسب نیست می‌توان توجیه نمود که خطای پیش‌بینی، زمانی که  $M=10$  است خطای بالایی ( $R^2 \sim 0/6$ ) دارد. در بقیه حالات روش پرکولاسیون پیش‌بینی مناسبی داشته است.

نتایج فوق برای مدل‌های با درجه اشغال‌شدگی بالاتر از آستانه پرکولاسیون (نزدیک به مدل‌های همگن با مقدار  $p=0/8$ ) نیز تکرار شد. این نتایج نشان داد یافته‌های مربوط به قبل از حد آستانه برای مقادیر بالای  $p$  نیز قابل قبول هستند. یعنی: ۱. با افزایش گرانروی نفت، میانگین زمان‌برون‌زد کاهش می‌یابد.

۲. نمودار توزیع احتمالی با افزایش  $M$  باریک‌تر و بلندتر شده است. این موضوع برای  $p$  بالاتر از حد آستانه شدیدتر است. با افزایش نسبت گرانروی ساختار جریان‌ی به مدل همگن نزدیک شده است. با کاهش گرانروی ساختار جریان‌ی به مدل تصادفی نزدیک‌تر می‌شود.

مقادیر خطای پیش‌بینی زمان‌برون‌زد نسبتاً بالایی در حالت نسبت تحرک‌پذیری بالا ( $M=10$ ) از جدول ۶ دیده می‌شود ( $R^2 \sim 0/6$ ) که می‌تواند با اثرات انگشتی شده (fingering) رفتار محیط تراوش را تحت



شکل ۶ تغییرات در میانگین زمان‌برون‌زد با تغییرات در نسبت تحرک‌پذیری سیالات

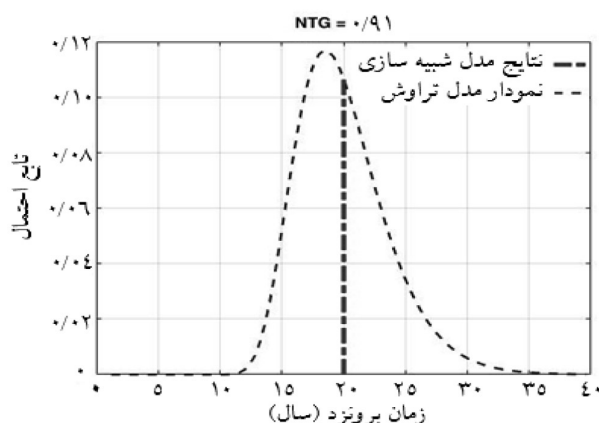
## مطالعه موردی در یک مخزن واقعی

در ادامه این مطالعه و به منظور اعتبارسنجی نتایج رویکرد پیشنهادی در پیش‌بینی زمان‌برونزد یک مخزن واقعی انتخاب و برش‌های دوبعدی از آن در جهت‌های مختلف تهیه گردید. روش تبدیل نقشه مخزنی به مدل تراوش با در نظر گرفتن یک مقدار مناسب آستانه بر داده‌های تراوایی مخزن (به طوری که اتصال بین چاه‌ها فراهم باشد) در نظر گرفته شد. بدین ترتیب گریدهای با مقدار تراوایی کم‌تر از مقدار آستانه غیرمخزنی (تراوایی صفر) و گریدهای با تراوایی بیشتر گریدهای مخزنی محسوب شده و لذا مدل مخزن به ساختار تراوشی

تبدیل گردید. از بین چاه‌های موجود، دو چاه به‌عنوان چاه‌های تزریقی و تولیدی در نظر گرفته و فعال شد. سایر اطلاعات مربوط به شبیه‌سازی مخزن مانند افت فشار بین دوچاه و ابعاد ناحیه شبیه‌سازی شده و فاصله بین دو چاه در **جدول ۷** خلاصه شده است. سپس با اجرای شبیه‌سازی با نرم‌افزار جریان زمان‌برونزد محاسبه شد و با مقدار پیش‌بینی شده رابطه تعمیم داده شده زمان‌برونزد بر پایه پرکولاسیون (روابط ۲ و ۸) مقایسه گردید. زمان‌برونزد در مخزن حدود ۲۰ سال است و در بازه قابل قبول پیش‌بینی روش پرکولاسیون براساس **شکل ۷** قرار می‌گیرد.

جدول ۷ اطلاعات مربوط به شبیه‌سازی مخزن

$\phi$	$p\Delta$	$K_s$	$r_s$	$p_c$	$r$	$p$	$L$	$t_{br}$
%	psi	md	m	-	m	-	m	day
۷	۲۶۰۰	۱۰۰	۴۴۳	۰/۶۳۳	۶۳۵۲	۰/۹۱	۱۱۵۲۵	۷۳۰۵



شکل ۷ مقایسه زمان‌برونزد در مخزن واقعی با نمودار توزیع زمان‌برونزد براساس روابط ۸ و ۲

## نتیجه‌گیری

در این مطالعه از رویکرد پرکولاسیون برای پیش‌بینی زمان‌برونزد سیال تزریقی به مخازن نفتی استفاده شد. به‌طور خاص با تعمیم رابطه کلی برای تخمین زمان‌برونزد بر پایه پرکولاسیون با استفاده از رویکرد بی‌بعد سازی بر مبنای زمان مشخصه بی‌بعد با استفاده از رابطه داری با هدف در نظر گرفتن اثر نسبت گرانیوی فازها استفاده

شد. در این کار برای ۳۰۰ مدل مختلف مخزن به‌عنوان مدل‌های تراوشی با سیالات با گرانیوی مختلف شبیه‌سازی جریان انجام شد. در رابطه اولیه زمان‌برونزد بر پایه پرکولاسیون فرض برابر بودن گرانیوی سیال درجا و سیال تزریقی وجود داشت که به‌عنوان مدل پایه در این مطالعه در نظر گرفته شد. به منظور بررسی اثر نسبت گرانیوی دو فاز، تعدادی از شبیه‌سازی‌ها با تغییر این نسبت

دو فاز به فرم یک رابطه توانی با توان  $1/3$  دارد. لذا با در نظر گرفتن این وابستگی توانی برای نسبت گرانروی دوفاز و با شبیه‌سازی یک مخزن واقعی و مقایسه نتایج زمان‌برونزد در آن کارآیی تابع توزیع زمان‌برونزد مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که این رویکرد زمینه به‌کارگیری رابطه را برای مخازن واقعی میسر نموده است

به مقدار بیشتر و کمتر از یک انجام گرفت و زمان‌برونزد در آنها محاسبه گردید. در ادامه نمودارهای هیستوگرام به‌دست آمده از شبیه‌سازی با رابطه پرکولاسیون مقایسه گردید و رابطه تعمیم داده شده برای پیش‌بینی زمان‌برونزد برای مخازنی با نسبت گرانروی  $0.5$  تا  $1.0$  بررسی شد. نتایج نشان داد زمان مشخصه مناسب در رابطه مقیاس‌بندی زمان‌برونزد وابسته به نسبت گرانروی

## مراجع

- [1]. Sahimi M (1994) Applications of Percolation Theory, CRC Press.
- [2]. King P, Masihi M (2018) Percolation theory in reservoir engineering, Published by World Scientific, 300, 978-1-78634-523-3.
- [3]. Flory P J (1941) Molecular size distribution in three dimensional polymers, Journal of the American Chemical Society, 63, 11: 3083-3090.
- [4]. Broadbent S R, Hammersley J M (1957) Percolation processes, Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 629-641.
- [5]. Selyakov V I, Kadet V V (1996) Percolation models for transport in porous media with applications to reservoir engineering, Springer.
- [6]. King P R, Buldyrev S V, Dokholyan N V, Havlin S, Lopez E, Paul G, Stanley H E (2002) Using percolation theory to predict oil field performance, Physica, A314: 103-108.
- [7]. Chandler R, Koplik J, Lerman K, Willemsen J F (1982) Capillary displacement and percolation in porous media, Journal of Fluid Mechanics, 119: 249-267.
- [8]. Lenormand R, Bories S (1980) Description d'un mécanisme de connexion de liaison destiné à l'étude du drainage avec piégeage en milieu poreux, Comptes Rendus Hebdomadaires Des Séances De l'Académie Des Sciences, 279-291.
- [9]. Wilkinson D, Willemsen J F (1983). Invasion percolation: a new form of percolation theory, Journal of Physics A: Mathematical and General, 16: 3365-3376.
- [10]. Chayes J T, Chayes L, Newman C M (1985) The stochastic geometry of invasion percolation, Communications in Mathematical Physics, 101: 383-407.
- [11]. Bak P, Tang C, Wiesenfeld K (1987) Self-Organized Criticality: an explanation of  $1/f$  noise, Physical Review Letters, 59, 4: 381-384.
- [12]. Dickman R, Munoz M A, Vespignani A, Zapperi S (2000), Paths to self-organized Criticality, Brazilian Journal of Physics, 30, 1: 27-39.
- [13]. Dhar D (2017) Self-tuning to the critical point: invasion percolation, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical.
- [14]. Masihi M, R Shams, PR King (2022) Pore level characterization of Micro-CT images using percolation theory, Journal of Petroleum Science and Engineering, 110113.
- [15]. Rui G, Xin W, Mingguang C, Bo C, Chunming H (2017) The fractures optimization method with the threshold pressure of multistage fracturing in tight oil reservoir, In SPE Reservoir Characterisation and Simulation Conference and Exhibition. OnePetro.
- [16]. Andrade J S, Buldyrev S V, Dokholyan N V, Havlin S, King P R, Lee Y, Paul G, Stanley H E (2000) Flow between two sites on a percolation cluster, Physical Review, E 62, 6: 1-31.
- [17]. King P R, Buldyrev S V, Dokholyan N V, Havlin S, Lopez E, Paul G, Stanley H E (2002) Percolation Theory, London Petrophysical Society.
- [18]. Ganjeh-Ghazvini M, Masihi M, Ghaedi M (2014) Random walk-percolation based modeling of two phase flow in porous media: breakthrough time and net to gross ratio estimation, Physica A, 406: 214-221.
- [19]. Shokrollahzadeh S, Masihi M, M Ghazanfari H, King P (2019) Effect of characteristic time on scaling of breakthrough time distribution for two-phase displacement in percolation porous media, Transport in Porous Media, 130, 3: 889-902.
- [20]. Sadeghnejad S, Masihi M, Pishvaei M, Shojaei A, King P R (2014) Estimating connected volume of hy-

drocarbon during early reservoir life by percolation theory, Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects, 36, 3: 301-308.

[21]. Sadeghnejad S, Masihi M (2016) Point to point continuum percolation in two dimensions, Journal of Statistical Mechanics, Theory and Experiment, 10: 103210.

[22]. Sadeghnejad S, Masihi M (2017) Analysis of a more realistic well representation during secondary recovery in 3-D continuum models, Computational Geosciences, 21, 5-6: 1035-1048.

[23]. Sadeghnejad S, Masihi M (2011) Water flooding performance evaluation using percolation theory, Iranian Journal of Petroleum Science and Technology, 2: 19-23.

[24]. Dokholyan N V, Lee Y, Buldyrev S V, Havlin S, King P R, Stanley H E (1999) Scaling of the distribution of shortest paths in percolation, Journal of Statistical Physics, 93, 3: 603-613.



## Petroleum Research

Petroleum Research, 2022(October-November), Vol. 32, No. 125, 1-3  
DOI:10.22078/PR.2022.4570.3060

# Effect of Viscosity Ratio of Injection Fluid and Reservoir Fluid on Prediction of Breakthrough Time Using Percolation Concepts

Sara Shokrollahzadeh Behbahani, Mohsen Masihi\* and Mohammad Hossein Ghazanfari

Department of Chemical and Petroleum Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

masihi@sharif.edu

DOI:10.22078/PR.2022.4570.3060

Received: July/31/2021

Accepted: February/23/2022

## Introduction

In this paper, we use percolation theory approach as an appropriate model of connectivity and dynamics in complex geometries [1,2]. This approach provides some simple power laws from which likely outcomes can be predicted by simple algebraic transformations [3]. To briefly describe this approach, let starts with a very simple porous medium. The medium is assumed to be a lattice with a fraction  $p$  of randomly occupied (or permeable) sites and the fraction  $1-p$  of non permeable sites. Clusters are formed when neighbouring sites are occupied. At one particular  $p$  (called percolation threshold,  $p_c$ ) for the first time one large cluster can connect the two sides of the medium (so called spanning or percolating cluster).

From field-scale application of percolation theory, it is possible to estimate the breakthrough time of injected fluid, a suitable well spacing, the fraction of sands connected between two wells and the post breakthrough behavior e.g., rate of oil production decline [4].

The regular percolation models can be formed on the lattice of sites (e.g., square, triangle, honeycomb) or network of bonds. The bond network model consists of pores and throats. The more applicable network model used in petroleum engineering made of sandbodies with different shape, diameter and lengths that are connected together in a form of a network of pores and throats. In such continuum models, the occupancy  $p$  is defined as the area fraction covered by the good sands

(discounting the overlapping).

The aim of this study is to determine the breakthrough time of an injected fluid into the production well at field scale by using percolation scaling relations. However, the simple assumptions such as passive tracer injection in the primary percolation scaling relations questionable, hence, in this study we present a method to extend the applicability of the predictions of the percolation method to the cases with different mobility ratios.

## Theoretical Backgrounds

The application of dynamic percolation to model flow in a porous medium started in 1980s. Some details for percolating systems can be found in references [3,5]. However, some assumptions used in percolation theory limits the application of it for realistic field models. For example, the scaling ansatz of percolation properties such as breakthrough time was originally developed by using random Walk and Monte Carlo simulation on regular lattices. However, more realistic porous media can be made of overlapping sands, and the physics of two phase displacement is needed. In this study, we used the breakthrough scaling equation (Equation 1) [4]. The occupancy  $p$  in percolation terminology is equivalent to the net to gross (NtG) in petroleum engineering. As said before, the threshold value ( $p_c$ ) depends on types of percolation network used in the model.

$$P(t_{br} | r, L, p) \sim \frac{1}{r^{d_i}} \left(\frac{t_{br}}{r^{d_i}}\right)^{-g_i} \exp(-a \left(\frac{t_{br}}{r^{d_i}}\right)^{-\phi}) \exp(-b \left(\frac{t_{br}}{L^{d_i}}\right)^\psi) \exp\left(\frac{-ct_{br}}{|p - p_c|^{-v_{d_i}}}\right) \quad (1)$$

where,  $P(t_{br}|r, L, p)$  stands for breakthrough time distribution  $t_{br}$  for a 2D system of size L with occupancy p and well spacing r and  $a, b, c, d_i, g_i, \phi, \psi$  are coefficients and exponents with numerical values in Table 1.

In a simple 2D model, the reservoir is made of randomly distributed sands (as square objects) with possibility of overlapping to each other. The numerical

values for the variables and constants in Equation 1 obtained from simulations of 2D and 3D problems can be found in References [6,7]. The application of the scaling equation (Equation 1) for the breakthrough time in the real field where injected fluid (e.g., water) has different properties than displaced fluid (e.g., oil) or needs some modifications [3]. As emphasized by References [7,8], the time variables in Equation 1 should then be normalized with an appropriate reference time based on flow geometry in the system. Also, another correction is needed to consider the effect of mobility ratio M.

Table 1 Assumptions used to build static models.

	Variable	Value	Unit
1	$\phi$	Reservoir: $\phi=0.25$ , Non reservoir: $\phi=0$	fraction
1	K	Reservoir: $k= 104 \phi^3/(1-\phi)$ , Non reservoir: $K=0$	Darcy
3	NtG	1	-
4	Grid	Number= $10^3$ cells, (Size= $200 \times 100 \times 1$ )	No., (m <sup>3</sup> )
5	Kr	Linear curves (or x-shape curves) with no residual saturations	
6	Scenario	Production well in cell (50,50), Injection well in cell (150,150), rate of 50 bbl/day for voidage ratio=1	

### Model Buildup

To build the reservoir model, it is first necessary to have a static reservoir model with percolation structure. A summary of assumptions used for building static models is given in Table 1.

We performed a sufficient number of realizations for later statistical analysis of the breakthrough time and its dependency on the mobility ratio. For the reservoir base model, the average breakthrough times were determined in the range of 2 to 5 years. To get

reasonable simulation results, we first need to set an appropriate simulation time steps to get reports for later analysis which based on a sensitivity study it is set to 5 days.

For simulation purposes, a production well in the cell (50, 50) and an injection well in the cell (150, 150) were defined as a base scenario. The rate of 50 barrels per day was considered to maintain the voidage ratio of 1. The other reservoir rock and fluid data used to perform the flow simulations is presented in Table 2.

Table 2 Reservoir rock and fluid data considered for the flow simulations.

Variable	Value	Unit	Equation
$P_i$	4000	psi	-
$T_i$	170	f	-
$S_{wi}$	$S_{water}=0,$ $S_{gas}=0,$ $S_{oil}=100$	%	-
$R_s$	210	scf/stb	Lasater (1958)
salinity	200000	ppm	McCain (1990)
$B_o$	1.13	bbl/stb	-
$P_b$	1120	psi	-
$\mu$	0.8 – 1.43	cP	-
$P_c$	0	psi	-

As we need to run flow simulations on large number of realizations, this step was performed by coding in the software environment using the workflows section which defines a case for each scenario. Then, the pressure solver software for Black oil model solves

the flow equations in the software environment. After simulation of each scenario, the software execution screen closes and the process of creating a new realization and running the simulation on it starts and this will be repeated. The numerical simulation will



be continued until the water cut in production well reaches the pre-determined value. Then, the results is read from the simulation output file and recorded consecutively in a .txt file.

Comparison of the histograms of breakthrough time in the simulation models with occupancy close to the threshold  $p= 60\%$  at various mobility ratios  $M$  is shown in Figure 1.

Also, this figure shows a longer time needed for

the breakthrough of injected fluid in the models with a lower mobility ratio  $M$ . As emphasized by Shokrollahzadeh et al in 2019, to apply Equation 2 in real two phase flow problems with different fluid viscosities, a correction for the effect of mobility ratio of two phases are needed. Based on the results of simulations performed, Figure 2 shows the dependency of breakthrough on occupancy probability and mobility ratio.

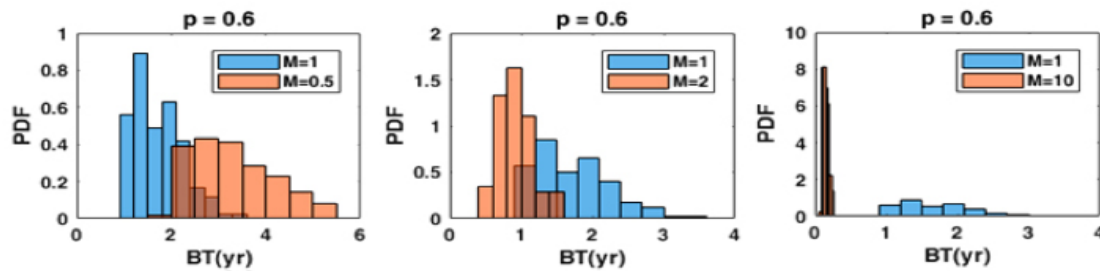


Fig. 1 Comparison of breakthrough time in the simulation models close to the threshold  $p= 0.6$  for  $M=1, 2, 10$ .

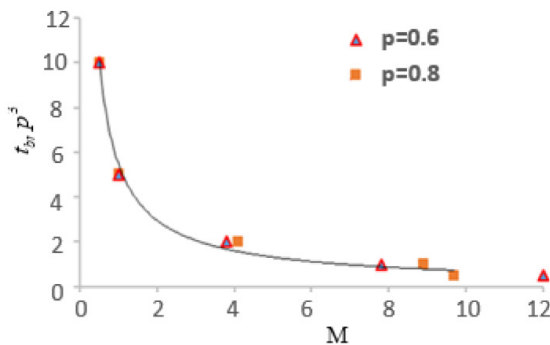


Fig. 2 Illustration of dependency of breakthrough time on mobility ratio at two occupancy probabilities  $p= 0.6$  and  $0.8$ .

**Conclusions**

In this study, percolation theory approach has been used to predict the breakthrough time of injected fluid in oil reservoirs. In particular, the scaling relation for the breakthrough time distribution based on the percolation concepts was used to incorporate the effects of viscosity ratio of injected fluid and displaced fluid. In this study, more than 300 flow simulations was performed, and the breakthrough times are obtained. A clear power law dependency of breakthrough time on Mobility ratio has been found.

2nd Edition, Taylor & Francis, London.

**References**

1. Stauffer D and Aharony A (1994) Introduction to Percolation Theory. 2nd Ed., Taylor and Francis, London. 1-192.
2. Sahimi M (1994) Applications of Percolation Theory, 1st Ed. CRC Press. London. 1-276.
3. King P and Masihi M Percolation (2018) Theory in Reservoir Engineering, World Scientific Europe Ltd., 1- 384.
4. King PR Buldyrev SV Dokholyan NV Havlin S Lopez E Paul G and Stanley HE (2002) Using percolation theory to predict oil field performance. Physica A(314): 103-108.
5. Blunt MJ (2017) Multiphase Flow in Permeable Media. Cambridge University Press. Cambridge, UK. 1-500.
6. Andrade JS Buldyrev SV Dokholyan NV Havlin S King PR Lee Y Paul G and Stanley HE (2000) Flow Between Two Sites on a Percolation Cluster. Physical Review E 62(6): 1-31.
7. King PR Buldyrev SV Dokholyan NV Havlin S Lopez E Paul G and Stanley HE (2002) Percolation Theory. London Petrophysical Society, 1-14.
8. Shokrollahzadeh S Masihi M Ghazanfari MH and King PR (2019) Effect of characteristic time on scaling of breakthrough time distribution for two-phase displacement in percolation porous media. Transport in Porous Media, 130 (3), 889-902.