

طراحی آزمایش‌های آماری برای کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز با شش درجه آزادی

علی باباپور آتشگاه^۱، عباس سیفی^{۲*} و مرتضی بهبهانی نژاد^۳

^۱ دانش‌آموخته دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

^۲ دانشیار دانشکده مهندسی صنایع - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

^۳ استادیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه شهید چمران اهواز

(تاریخ دریافت ۸۵/۳/۱۳، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۸/۱۰/۱۵، تاریخ تصویب ۸۹/۱/۱۷)

چکیده

کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز موضوعی اجتناب‌ناپذیر و پیچیده است. هدف مقاله حاضر پاسخ‌گویی به سؤال‌های زیر است:

۱- آیا طرح آزمایش در کیفیت کالیبراسیون تأثیر دارد؟ چه طرحی برای کالیبراسیون مناسب است؟

۲- با چه روشی می‌توان تعداد نقاط آزمایش را تعیین کرد؟

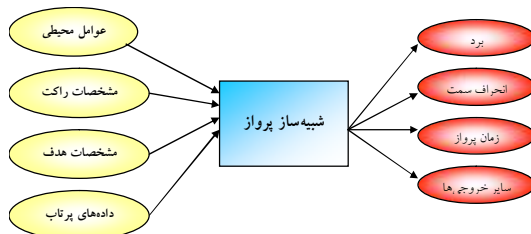
۳- چگونه می‌توان از طراحی و تحلیل آزمایش‌های آماری برای کالیبراسیون استفاده کرد؟

در این تحقیق با استفاده از یک شبیه‌ساز پرواز در دسترس نشان داده شده است که کیفیت کالیبراسیون می‌تواند وابسته به طرح آزمایش باشد و طرح آزمایش مناسب برای کالیبراسیون، طرحی است که نقاط آن بر اساس منطقی مشخص در دامنه تغییرات عوامل توزیع شده باشد. همچنین با استفاده از مفهوم انترپوی، روشی برای انتخاب تعداد نقاط آزمایش پیشنهاد شده است. سپس مسئله کالیبراسیون با استفاده از طراحی و تحلیل آزمایش‌های آماری مدل‌سازی و حل شده است. از جمله مزایای روش پیشنهادی علاوه بر نظام‌مند کردن فرآیند کالیبراسیون، امکان کالیبراسیون بر اساس معیارهای یک مولفه‌ای از قبیل خطای برد، خطای انحراف سمت و معیارهای ترکیبی است.

واژه‌های کلیدی: کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز، آزمایش‌های کامپیوتری، طراحی و تحلیل آزمایش‌های آماری

مقدمه

مورد نظر از دو عامل RCO و TCO به عنوان عوامل مدل استفاده شده است. RCO برای تصحیح ضرایب آیرودینامیکی و TCO برای تصحیح اثر راکت‌انداز در شبیه‌ساز به کار برده شده است.

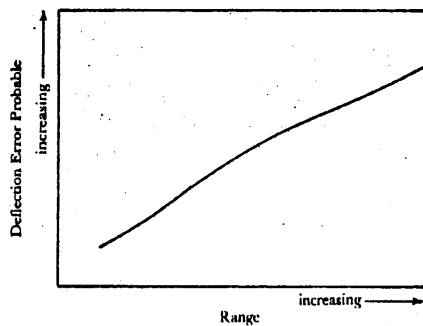


شکل ۱: مدل مفهومی یک شبیه‌ساز پرواز شش درجه آزادی.

منظور از کالیبراسیون، تخمین عوامل مدل (RCO) و TCO به نحوی است که خروجی‌های شبیه‌ساز نسبت به معیارهای تعریف‌شده کمترین خطا را در مقایسه با نتایج آزمایش‌های میدانی داشته باشند. کالیبراسیون با هدف

به طور کلی شبیه‌سازهای کامپیوتری را می‌توان به دو دسته، قطعی^۱ و تصادفی تقسیم کرد. به شبیه‌سازی‌ای قطعی گفته می‌شود که در هر تکرار برای ورودی‌های یکسان، خروجی‌های یکسانی را تولید کند و در صورتی که ورودی آن تغییر نکند، خروجی آن نیز تغییر نکند. شبیه‌سازهای تصادفی به دلیل وجود عوامل تصادفی با ورودی‌های یکسان در تکرارهای مختلف خروجی‌های متفاوتی تولید می‌کنند. نتایج ارائه شده در تحقیق حاضر مبتنی بر یک شبیه‌ساز پرواز قطعی با شش درجه آزادی است که در طراحی و تحلیل سیستم‌های راکتی به کار برده می‌شود و با دریافت ورودی‌های متعدد پاسخ‌هایی از قبیل برد، انحراف سمت، ارتفاع پرواز، زمان پرواز را تولید می‌کند. مدل مفهومی شبیه‌ساز پرواز در شکل (۱) نشان داده شده است.

عوامل شبیه‌ساز را می‌توان به سه دسته عوامل طراحی، عوامل محیطی و عوامل مدل تقسیم کرد [۳]. در شبیه‌ساز



شکل ۳: تغییرات خطای انحراف سمت نسبت به برد.

نحوه تولید طرح آزمایش توزیع شده

طرح آزمایش توزیع شده، یکی از طرح‌های نمونه‌گیری است که از فضای عوامل با توجه به توزیع احتمال تعیین شده نمونه‌گیری می‌کند. با توجه به اینکه در بخش‌های بعدی، اثر طرح آزمایش مثلثی و یکنواخت با طرح تجربی مقایسه شده، لازم است امکان تولید طرح آزمایش مبتنی بر توزیع یکنواخت و توزیع مثلثی فراهم شود. طرح آزمایش یکنواخت را می‌توان با استفاده از الگوریتم فوق‌مکعبی لاتین^۲ (lhsdesign) موجود در نرم‌افزار MATLAB تولید کرد [۱۵]. برای تولید طرح آزمایش مثلثی در محیط MATLAB نیز برنامه (triadsign) نوشته شده است.

مقایسه کارایی طرح‌های آزمایش تجربی، یکنواخت و مثلثی

به عنوان اولین معیار مقایسه طرح‌های مختلف، می‌توان از کیفیت کالیبراسیون استفاده کرد. یعنی با هر طرح، یک شبیه‌ساز را کالیبره کرده و با مقایسه خروجی شبیه‌سازها با نتایج میدانی بهترین شبیه‌ساز کالیبره شده و در نتیجه بهترین طرح آزمایش را انتخاب کرد. سه طرح آزمایش کالیبراسیونی شامل طرح تجربی، طرح یکنواخت و طرح مثلثی مطابق جدول (۱) در دست است. با انتخاب مقداری برای RCO, TCO شبیه‌ساز به نحوی تنظیم می‌شود که برد حاصل از آزمایش‌های آن به برد آزمایش‌های میدانی نزدیک شود.

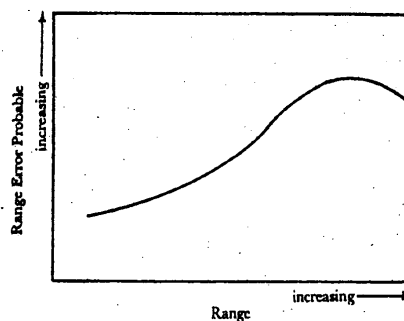
نزدیکی هر چه بیشتر مراکز اصابت آزمایش‌های شبیه‌ساز به مراکز اصابت واقعی آزمایش‌های میدانی انجام می‌شود. منظور از طرح آزمایش در کالیبراسیون، نحوه توزیع شلیک‌ها در بازه برد راکت است. این مقاله به دنبال پاسخ‌گویی به سؤال‌های زیر است:

۱- آیا تأثیر طرح آزمایش در کیفیت کالیبراسیون شبیه‌ساز معنی‌دار است؟ در صورت معنی‌دار بودن، چه طرحی برای کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز با شش درجه آزادی مناسب است؟

۲- با چه روشی می‌توان تعداد مناسب نقاط آزمایش را تعیین کرد؟

۳- چگونه می‌توان با استفاده از تجزیه و تحلیل‌های آزمایش‌های آماری، کیفیت کالیبراسیون انجام شده را بررسی کرد؟

در شکل (۲) تغییرات خطای برد نسبت به افزایش برد و در شکل (۳) تغییرات خطای انحراف سمت نسبت به افزایش برد نشان داده شده است [۱۴]. با ملاحظه این شکل‌ها می‌توان گفت که خطای برد و خطای انحراف سمت با افزایش برد افزایش می‌یابند. تغییرات خطای برد در انتهای بازه برد غیرخطی است، ولی تغییرات خطای انحراف سمت در کل بازه برد به طور تقریبی خطی است. با توجه به اطلاعات حاصل از شکل‌های (۲) و (۳) به نظر می‌رسد هر چه طرح آزمایش توزیع شده باشد، بهتر می‌تواند اثر خطاها را در کالیبراسیون اعمال کند. در بخش‌های بعدی چگونگی تولید طرح آزمایش توزیع شده و نحوه مقایسه طرح آزمایش پیشنهادی و طرح تجربی نشان داده شده است.



شکل ۲: تغییرات خطای برد نسبت به برد.

جدول ۳: برد و انحراف سمت آزمایش های طرح یکنواخت.

شماره آزمایش	زاویه شلیک به درجه	برد به متر	انحراف سمت به متر
1	30.97	42484	-754
2	34.32	46683	184
3	37.73	52007	-114
4	41.02	57092	1589
5	43.73	58109	-930
6	47.93	64313	628
7	50.90	66510	2360
8	51.55	67573	-1882
9	56.98	70787	2455

جدول ۴: برد و انحراف سمت آزمایش های طرح مثلثی.

شماره تست	زاویه شلیک به درجه	برد به متر	انحراف سمت به متر
1	32.00	43281	-588
2	39.18	54077	-862
3	44.82	61255	-588
4	46.56	66141	46
5	48.07	66735	893
6	52.00	68862	-768
7	52.63	70250	1398
8	55.20	71257	-3340
9	56.66	72578	-915

با رویکردی مشابه با توجه به برد آزمایش های هر طرح و با در نظر گرفتن $TCO = 1.2$ مقدار RCO برای هر آزمایش مطابق جدول (۵) به دست آمد و در نهایت مقدار نهایی عامل RCO با میانگین گیری محاسبه شده و در جدول (۶) درج شده است.

جدول ۵: تخمین عوامل کالیبراسیون برای طرح های یکنواخت و مثلثی.

شماره آزمایش	RCO در طرح یکنواخت	RCO در طرح مثلثی
1	1.1829	1.2060
2	1.1875	1.1620
3	1.1615	1.1910
4	1.1540	1.1280
5	1.2360	1.1620
6	1.2189	1.2140
7	1.2475	1.1930
8	1.2367	1.1999
9	1.2365	1.1900

سپس سه شبیه ساز یکسان و کالیبره نشده با استفاده از نتایج جدول (۶) کالیبره شد. برای سهولت مقایسه، در ادامه شبیه سازهای کالیبره شده به ترتیب با O، U و V نام گذاری شده است. برای ارزیابی و مقایسه سه طرح آزمایش مورد بحث، ۳۰ آزمایش تصادفی تعریف و هر آزمایش سه بار تکرار شد.

جدول ۱: طرح آزمایش تجربی، یکنواخت و مثلثی.

شماره آزمایش	طرح تجربی (زاویه شلیک به درجه)	طرح یکنواخت (زاویه شلیک به درجه)	طرح مثلثی (زاویه شلیک به درجه)
1	30	30.97	32.00
2	30	34.32	39.18
3	30	37.73	44.82
4	40	41.02	46.56
5	40	43.73	48.07
6	40	47.93	52.00
7	57	50.90	52.63
8	57	51.55	55.20
9	57	56.98	56.66

با استفاده از یک شبیه ساز مینا، آزمایش های تعریف شده هر طرح در شرایط یکسان انجام گرفت و برد و انحراف سمت آزمایش ها در جداول (۲)، (۳) و (۴) به ترتیب برای طرح تجربی، یکنواخت و مثلثی ارایه ثبت شد. در این جداول علامت منفی در ستون انحراف سمت نشان دهنده اصابت راکت در سمت راست هدف و علامت مثبت به منزله اصابت راکت به سمت چپ هدف است.

جدول ۲: برد و انحراف سمت آزمایش های طرح تجربی.

شماره آزمایش	زاویه شلیک به درجه	برد به متر	انحراف سمت به متر
1	30	41538	-496
2	30	41052	598
3	30	41176	-214
4	40	54753	-855
5	40	53740	3876
6	40	56014	-622
7	57	73569	-1865
8	57	72566	852
9	57	71871	-1078

با توجه به رویکرد روش تجربی که در آن محاسبه مقادیر عوامل کالیبراسیون بر اساس برد انجام می گیرد، همان رویکرد برای سایر طرح ها نیز به کار برده شده است. با استفاده از اطلاعات جدول (۲) میانگین برد در سه زاویه پرتاب به دست آمده است و با تثبیت $TCO = 1.2$ مقدار RCO با سعی و خطا به گونه ای تنظیم شد که خروجی شبیه ساز بر میانگین برد هر زاویه پرتاب منطبق شود، بنابراین برای زاویه پرتاب ۳۰ درجه ($RCO_{30} = 1.188$) برای ۴۰ درجه ($RCO_{40} = 1.28$) و برای ۵۷ درجه ($RCO_{57} = 1.189$) به دست آمد و در نهایت مقدار عوامل بر اساس طرح تجربی مطابق $TCO = 1.2$ و $RCO = 1.219$ به دست آمد.

فرض صفر رد می‌شود. با استناد به نتایج جدول (۷) فرض صفر رد شد و نتیجه گرفتیم که شبیه‌ساز V به دلیل داشتن مقدار خطای کمتر نسبت به شبیه‌ساز O بهتر کالیبره شده است.

جدول ۷: نتایج آزمون T جفتی برای مقایسه شبیه‌ساز V با شبیه‌ساز O.

	N	انحراف معیار		میانگین
		میانگین	معیار	
e_{VA}	30	350	905	165
e_{OA}	30	-870	842	154
d_1	30	1219.8	232.3	42.4

P-value = 0.000

برای مقایسه شبیه‌ساز U با شبیه‌ساز O علاوه بر دو خطای e_{VA} و e_{OA} خطای e_{UA} مطابق رابطه (۴) و متغیر d_2 مطابق رابطه (۵) تعریف شده است.

$$e_{UA} = R_U - R_A \quad (۴)$$

$$d_2 = e_{UA} - e_{OA} \quad (۵)$$

با استفاده از روابط تعریف شده برای مقایسه شبیه‌ساز U با شبیه‌ساز O فرض صفر $H_0: \mu_{d_2} = 0$ تعریف شد.

با استناد به نتایج آزمون T جفتی ارایه شده در جدول (۸) فرض صفر رد می‌شود. پس می‌توان گفت شبیه‌ساز U به دلیل داشتن مقدار خطای کمتر نسبت به شبیه‌ساز O بهتر کالیبره شده است.

جدول ۸: نتایج آزمون T جفتی برای مقایسه شبیه‌ساز U با شبیه‌ساز O.

	N	انحراف معیار		میانگین
		میانگین	معیار	
e_{UA}	30	-445	860	157
e_{OA}	30	-870	842	154
d_2	30	425.2	111.9	20.4

P-value = 0.000

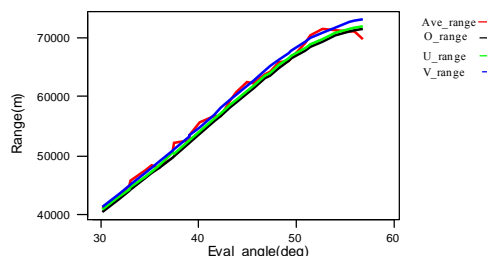
برای مقایسه شبیه‌ساز V با شبیه‌ساز U متغیر d_3 توسط رابطه (۶) تعریف و با استفاده از آن فرض صفر $H_0: \mu_{d_3} = 0$ بررسی شد.

$$d_3 = e_{VA} - e_{UA} \quad (۶)$$

اطلاعات حاصله در شکل (۴) ارایه شده است. در این شکل محور افقی نشان‌دهنده زاویه ارتفاع و محور عمودی نشان‌دهنده برد نقطه اصابت است که با استفاده از آن می‌توان گفت برد شبیه‌ساز V به برد میانگین نزدیک‌تر است و شبیه‌ساز V بهتر کالیبره شده است.

جدول ۶: نتایج تخمین عوامل کالیبراسیون با سه طرح مختلف.

طرح آزمایش	RCO	TCO
تجربی	1.2190	1.2
یکنواخت	1.2068	1.2
مفلی	1.1829	1.2



شکل ۴: مقایسه برد میانگین با برد شبیه‌ساز O، U و V.

نتایج به دست آمده از شکل (۴) با استفاده از آزمون فرض آماری T جفتی^۳ محک زده شد. برای برپایی آزمون T جفتی و مقایسه شبیه‌ساز V با شبیه‌ساز O دو خطای e_{OA} و e_{VA} مطابق با روابط (۱) و (۲) تعریف شده است. e_{VA} نشان‌دهنده تفاوت برد شبیه‌ساز V با میانگین برد در سه تکرار هر آزمایش است و e_{OA} نشان‌دهنده تفاوت برد شبیه‌ساز O با میانگین برد در سه تکرار هر آزمایش است.

$$e_{VA} = R_V - R_A \quad (۱)$$

$$e_{OA} = R_O - R_A \quad (۲)$$

برای بررسی معنی‌دار بودن تفاوت برد دو شبیه‌ساز نسبت به میانگین برد، متغیر d_1 طبق رابطه (۳) تعریف شده است.

$$d_1 = e_{VA} - e_{OA} \quad (۳)$$

اکنون می‌توان بر اساس روابط (۱) الی (۳) آزمون فرض $H_0: \mu_{d_1} = 0$ را نوشت و آن را در سطح اطمینان ۹۵ درصد ($\alpha = 5\%$) بررسی کرد. در آزمایش‌های آماری P-value معیاری برای پذیرش یا رد فرض صفر است. در صورتی که $P\text{-value} < \alpha$ باشد

جدول ۹: نتایج آزمون T جفتی برای مقایسه شبیه‌ساز V با

شبیه‌ساز U				
	N	میانگین	انحراف معیار	انحراف معیار میانگین
e_{VA}	30	350	905	165
e_{UA}	30	-445	860	157
d_3	30	794.6	191.2	34.9

P-value = 0.000

طرح یکنواخت و تجربی و میانگین اطلاعات طرح یکنواخت بیشتر از طرح تجربی است. بنابراین، بر اساس این معیار نیز می‌توان نتیجه‌گرفت که طرح مثلثی نسبت به طرح‌های یکنواخت و تجربی، برای کالیبره کردن شبیه‌ساز بهتر است. همچنین طرح یکنواخت در مقایسه با طرح تجربی برای کالیبراسیون مناسب‌تر است.

جدول ۱۰: مقایسه میانگین اطلاعات طرح تجربی، یکنواخت و

مثلی در ۱۰۰۰ تکرار.

طرح	طرح ۶	طرح ۹	طرح ۱۲	طرح ۱۵
آزمایش	نقطه‌ای	نقطه‌ای	نقطه‌ای	نقطه‌ای
تجربی	11498	17247	22996	28745
یکنواخت	11723	17563	23440	29293
مثلی	14051	21103	28128	35159

با استفاده از نتایج بررسی‌های انجام گرفته می‌توان گفت که طرح آزمایش بر کیفیت کالیبراسیون تأثیرگذار است و طرح آزمایش مثلثی برای کالیبراسیون شبیه‌ساز با شش درجه آزادی بهتر است.

در ادامه فرض معلوم بودن تعداد آزمایش‌ها را آزاد کرده و رویکردی برای انتخاب تعداد آزمایش‌ها پیشنهاد می‌شود. از آنجا که شاخص انتروپی در قبل برای سنجش میزان اطلاعات یک مجموعه تصادفی استفاده شده است [۱۷]، در این قسمت با استفاده از آن، معیاری برای تعداد آزمایش‌ها ارائه می‌شود. انتروپی یک بردار تصادفی x با تابع چگالی توام f به صورت $H(x) = -E[\ln f(x)]$ تعریف می‌شود که در آن E نشان‌دهنده امید ریاضی است [۱۸]. با استفاده از تعریف انتروپی برای طرح آزمایش نیز می‌توان معیاری مطابق با رابطه (۷) تعریف و به عنوان انتروپی طرح آزمایش معرفی کرد.

$$h(x) = \frac{1}{E(\mathbf{x}^T \mathbf{x})} \quad (7)$$

در مطالعه انجام‌شده هر طرح آزمایش ۱۰۰۰ بار تکرار شده است و میانگین اطلاعات ۱۰۰۰ تکرار به عنوان تخمینی از امید ریاضی $E(\mathbf{x}^T \mathbf{x})$ منظور شده است. در شکل (۵) تغییرات معیار تعریف‌شده نسبت به تعداد نقاط آزمایش نشان داده شده است. با افزایش تعداد نقاط آزمایش از ۱۵ به بالا شیب تغییرات معیار خیلی کند شده است و چندان بر اطلاعات افزوده نمی‌شود.

نتایج آزمون T جفتی برای این آزمون فرض در جدول (۹) ارایه شده است. با ملاحظه P-value در جدول (۹) فرض صفر رد می‌شود. بنابراین با توجه به رد فرض صفر می‌توان گفت شبیه‌ساز V به دلیل داشتن میانگین خطای کمتر نسبت به شبیه‌ساز U بهتر کالیبره شده است. بنابراین طرح آزمایش مثلثی در کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز با شش درجه آزادی مناسب‌تر است.

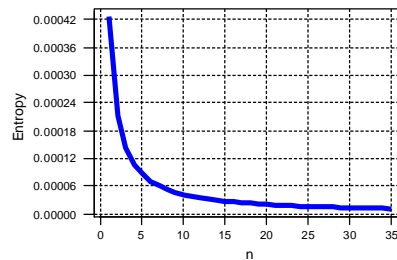
مقایسه طرح آزمایش تجربی، یکنواخت و

مثلی با استفاده از معیار بهینگی D

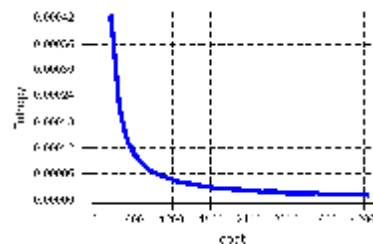
طراحی بهینه یکی از شاخه‌های طراحی آزمایش‌ها است که موضوع بحث آن بررسی الگوریتم‌های تولید طرح آزمایش توسط کامپیوتر است. در طراحی بهینه آزمایش‌ها به ماتریسی که از تغییرات سطوح عوامل به دست می‌آید، ماتریس طراحی اطلاق می‌شود و آن را با (X) نشان می‌دهند. همچنین به عبارت $(X^T X)$ ماتریس اطلاعات^۴ گفته می‌شود. در صورتی که طرح آزمایش با بهینه‌سازی درتمینان ماتریس اطلاعات به دست آید، به آن طرح بهینه D اطلاق می‌شود. از جمله کاربردهای طراحی بهینه آزمایش‌ها، امکان مقایسه طرح‌های مختلف بر اساس آن است [۱۶]. از آنجا که طرح آزمایش برای کالیبراسیون تک عاملی است، ماتریس اطلاعات طرح به صورت ضرب داخلی دو بردار $(\mathbf{x}^T \mathbf{x})$ ظاهر می‌شود که حاصل آن یک اسکالر است. با علم به این موضوع می‌توان از این مقدار برای مقایسه سه طرح تجربی، یکنواخت و مثلی استفاده کرد. با استفاده از نرم‌افزار تهیه شده ۱۰۰۰ طرح تصادفی یکنواخت و مثلی ۶ نقطه‌ای، ۹ نقطه‌ای، ۱۲ نقطه‌ای و ۱۵ نقطه‌ای تولید و با استفاده از ماتریس اطلاعات، مقدار اطلاعات آنها اندازه‌گیری شد که نتایج آن در جدول (۱۰) آمده است. با توجه به آن می‌توان گفت میانگین اطلاعات طرح مثلثی بیشتر از میانگین اطلاعات

نظر کارشناسی، زاویه ارتفاع از ۳۰ درجه تا ۵۷ درجه،
 $0 < RCO \leq 1.5$ و $-2 \leq TCO \leq 2$ تغییر می‌کنند. با
 توجه به اینکه طرح مثلی برای کالیبراسیون برتر
 تشخیص داده شد، بنابراین در این بخش، آزمایش‌ها با
 استفاده از طرح جدول (۱) انجام گرفته و در تحلیل
 اطلاعات برد و انحراف سمت از جدول (۴) استفاده شده
 است. در طرح آزمایش هر زاویه ارتفاع مترادف با یک
 شلیک میدانی و هر شلیک میدانی به عنوان یک بلوک در
 نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه طرح مندرج در
 جدول (۱) شامل ۹ شلیک است، بنابراین در مدل، ۹
 بلوک وجود دارد. عامل RCO عاملی پیوسته است که در
 این بررسی برای آن پنج سطح
 $RCO = 1.07 : 1.15 : 1.1829 : 1.2068 : 1.219$ منظور
 شده است. هر سطح این عامل با j نشان داده شده است.
 همچنین عامل TCO عاملی پیوسته است و برای آن
 چهار سطح به صورت $TCO = 1.1 : 1.2 : 1.22 : 1.3$ در نظر
 گرفته شده است. هر سطح این عامل با k نشان داده شده
 است. پس می‌توان گفت در مسئله کالیبراسیون سه عامل
 زاویه ارتفاع، RCO و TCO وجود دارد. اثر زاویه ارتفاع به
 صورت اثر بلوکی در نظر گرفته شده است و دو عامل دیگر
 یکی پنج سطحی و دیگری چهار سطحی در نظر گرفته
 شده‌اند. طرح آزمایش این مسئله طرح عاملی بلوکی است
 و تعداد کل آزمایش‌ها برابر با $n = 5 \times 4 \times 9 = 180$
 از آنجا که کالیبراسیون شبیه‌ساز بر اساس برد و انحراف
 سمت انجام می‌گیرد، بنابراین برد (R) و انحراف سمت
 (AR) آزمایش‌های میدانی باید با انجام شلیک‌های
 میدانی به دست آیند. در این بررسی به دلیل عدم امکان
 انجام شلیک‌های میدانی، نتایج ارایه شده با استفاده از یک
 شبیه‌ساز مینا استخراج شده است. برد (S) و انحراف
 سمت (AS) آزمایش‌های شبیه‌ساز با استفاده از
 مشخصات فنی و شرایط محیطی یکسان و با استفاده از
 یک شبیه‌ساز کالیبره نشده تولید شده‌اند. بدین صورت که
 در هر اجرا مقدار زاویه ارتفاع، RCO و TCO تنظیم
 شده و برد و انحراف سمت اندازه‌گیری شده است. خطای
 برد مطابق با رابطه (۸) تعریف شده است.

$$E_{R_{ijk}} = |R_i - S_{ijk}| \quad \text{for } i=1, \dots, 9; \quad j=1, \dots, 5; \quad k=1, \dots, 4. \quad (8)$$



شکل ۵: تغییرات انتروپی نسبت به تعداد نقاط آزمایش.

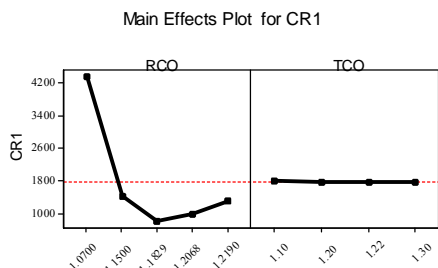


شکل ۶: تغییرات انتروپی نسبت به هزینه آزمایش‌ها.

حال با فرض پیروی هزینه آزمایش‌ها از مدل
 خطی $c = a + b(n)$ می‌توان تغییرات انتروپی را نسبت به
 تغییرات هزینه آزمایش‌ها مورد مطالعه قرار داد. همان
 طوری که ملاحظه می‌شود، هزینه آزمایش‌ها از دو قسمت
 تشکیل شده است. قسمت اول مستقل از تعداد آزمایش‌ها
 بوده و قسمت دوم وابسته به تعداد آزمایش‌ها است. در
 شکل (۶) تغییرات انتروپی با هزینه ارایه شده است. برای
 رسم شکل (۶) فرض شده است که $a = 100$ واحد پولی
 و $b = 120$ واحد پولی باشد. شکل (۶) نشان می‌دهد که با
 وجود افزایش هزینه از ۱۲۰۰ واحد پولی به بالا معیار
 انتروپی بهبود قابل توجهی نمی‌کند. بنابراین طراح آزمایش
 می‌تواند بین هزینه آزمایش‌ها و تعداد آزمایش
 تصمیم‌گیری کند.

کالیبراسیون شبیه‌ساز پرواز شش درجه آزادی با استفاده از DOE

در این قسمت کالیبراسیون شبیه‌ساز با استفاده از
 DOE مورد بررسی قرار گرفته و چارچوبی جدید برای آن
 پیشنهاد شده است. با توجه به اینکه آزمایش‌های میدانی
 برای کالیبراسیون با استفاده از مشخصات فنی یکسان
 انجام می‌گیرد، سه عامل زاویه ارتفاع، RCO و TCO مورد
 توجه قرار گرفته و بدون خدشه‌دار شدن جامعیت، روش
 سایر شرایط محیطی یکسان فرض شده است. بر اساس



شکل ۸: نمودار اثر عوامل برای معیار اول.

جدول ۱۱: تحلیل واریانس برای معیار اول.

منبع	DF	مجموع مربعات	F	P-value
Blocks	8	21829567	3.14	0.003
RCO	4	304355683	87.49	0.000
TCO	3	36917	0.01	0.998
RCO*TCO	12	3814820	0.37	0.974
Error	152	132195350		
Total	179	462232337		

معیار دوم با فرض اینکه شبیه‌ساز پرواز می‌خواهد بر اساس انحراف سمت کالیبره شود، تعریف شده‌است. با توجه به اینکه در کالیبراسیون قدر مطلق انحراف سمت مهم است، رابطه (۱۰) به صورت زیر تعریف شده است:

$$E_{A_{ijk}} = |AR_i - AS_{ijk}| \text{ for } i=1, \dots, 9, j=1, \dots, 5, k=1, \dots, 4 \quad (10)$$

در رابطه (۱۰) AR_i انحراف سمت زاویه ارتفاع i ام و AS_{ijk} انحراف سمت در زاویه ارتفاع i و سطح j ام عامل R_{CO} و سطح k ام عامل T_{CO} است. حال می‌توان معیار دوم را مطابق با رابطه (۱۱) تعریف کرد:

$$CR 2_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^9 E_{A_{ijk}}}{9} \quad \forall j, k \quad (11)$$

از نمودار اثر عوامل و اثر متقابل می‌توان برای انتخاب سطح بهینه عوامل با کمینه‌سازی معیار دوم استفاده کرد. نمودارهای مربوطه به ترتیب در شکل‌های (۹) و (۱۰) ارائه شده‌است. همچنین برای انجام سایر تحلیل‌های لازم می‌توان از جدول تحلیل واریانس در جدول (۱۲) استفاده کرد. با ملاحظه شکل (۹) می‌توان گفت:

(۱) اثر متقابل عوامل، معنی‌دار نیست که این موضوع با توجه به مقدار P-value مربوط به $RCO * TCO$ در جدول (۱۲) به طور کامل مشهود است.

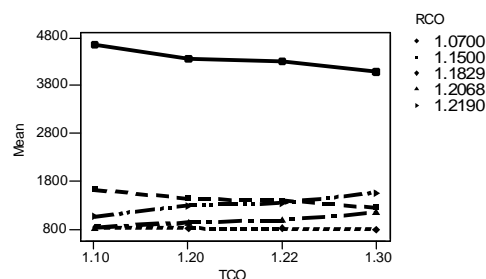
در رابطه (۸)، R_i برد آزمایش میدانی در زاویه ارتفاع i ام و S_{ijk} برد شبیه‌ساز در زاویه ارتفاع i و سطح j ام عامل R_{CO} و سطح k ام عامل T_{CO} است. اگر معیار کالیبراسیون میانگین خطای برد انتخاب شود، می‌توان آن را مطابق با رابطه (۹) نشان داد که باید کمینه شود.

$$CR 1_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^9 E_{R_{ijk}}}{9} \quad \forall (j, k) \quad (9)$$

حال با تعریف معیار اول می‌توان با استفاده از نمودار اثر عاملی، نمودار اثر متقابل عوامل و تحلیل واریانس اقدام به انتخاب سطح بهینه عوامل کرد. در شکل (۷) نمودار اثر متقابل دو عامل نشان داده شده است. با توجه به آن می‌توان گفت دو عامل اثر متقابل ضعیفی دارند و می‌توان تأثیر آنها روی معیار اول را مستقل فرض کرد و مقدار بهینه عوامل را از نمودار اثر عاملی استخراج کرد. نمودار اثر عاملی در شکل (۸) ارائه شده است. معیار اول به ازای $RCO = 1.1829$ کمترین مقدار خود را دارد. از نمودار اثر عاملی به راحتی می‌توان فهمید که معیار اول نسبت به RCO خیلی حساس است، ولی نسبت به تغییرات T_{CO} حساسیت چندانی نداشته و می‌توان مقدار این عامل را به دلخواه انتخاب کرد. در این تحقیق مقدار $T_{CO} = 1.2$ قرار داده شده است.

محاسبات تحلیل واریانس در جدول (۱۱) نشان داده شده‌است. با توجه به مقدار ستون P-value عوامل RCO و بلوک در معیار اول خیلی مؤثر هستند، ولی تأثیر عامل T_{CO} و اثر متقابلی عوامل مهم نیستند که این نتایج منطبق با نتایج حاصل از نمودارها است. از آنجا که اثر بلوک تأثیر طرح آزمایش را نشان می‌دهد. بنابراین با توجه به تأثیر زیاد آن در نتیجه تحلیل، می‌توان بار دی‌گر نتیجه گرفت که نوع طرح آزمایش در کیفیت کالیبراسیون اثر مهمی دارد که این موضوع مؤید یافته‌های بخش قبل است.

Interaction Plot - Data Means for CR1



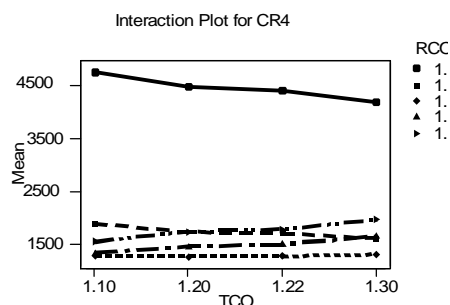
شکل ۷: نمودار اثر متقابل عوامل برای معیار اول.

شبیه‌ساز مورد نظر را می‌توان نسبت به دو معیار خطای برد و انحراف سمت، کالیبره کرد. معیار سوم بر اساس کمینه‌سازی میانگین فاصله پله‌ای نقاط اصابت آزمایش‌های میدانی از نقاط اصابت حاصل از آزمایش‌های شبیه‌ساز کالیبره‌نشده مطابق رابطه (۱۲) تعریف شده‌است که یک معیار خطای دوبعدی است.

$$CR_{3jk} = \frac{\sum_{i=1}^9 (E_{R_{ijk}} + E_{A_{ijk}})}{9} \quad \forall j, k \quad (12)$$

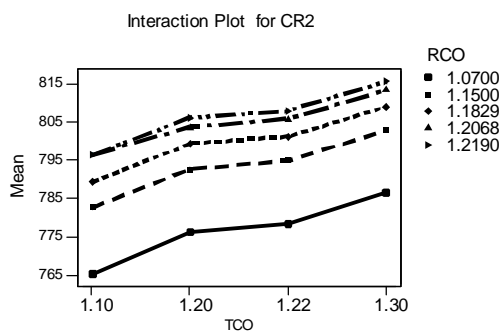
معیار چهارم بر اساس میانگین فاصله اقلیدسی نقاط اصابت آزمایش‌های میدانی از نقاط اصابت حاصل از آزمایش‌های شبیه‌ساز کالیبره‌نشده مطابق رابطه (۱۳) تعریف شده‌است.

$$CR_{4jk} = \frac{\sum_{i=1}^9 \sqrt{(E_{R_{ijk}}^2 + E_{A_{ijk}}^2)}}{9} \quad \forall j, k \quad (13)$$

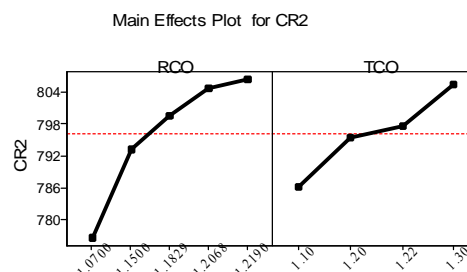


شکل ۱۱: نمودار اثر متقابل عوامل برای معیار سوم.

با در نظر گرفتن معیار سوم و با استفاده از نمودار اثر متقابل عوامل (شکل ۱۱) و نمودار اثر عوامل (شکل ۱۲) و تحلیل واریانس، سطح بهینه عوامل برابر با $RCC = 1.1829, TCO = 1.2$ به دست می‌آید که مشابه مقادیر به دست آمده با معیار اول است. به ظاهر رویکرد پیشنهادی به نتیجه‌ای که در بخش قبل با استفاده از روش سعی و خطا به دست آمده بود، منجر شد. در حین بررسی‌های رویکرد پیشنهادی ملاحظه شد که عوامل کالیبراسیون اثر متقابل ندارند. در صورت وجود اثر متقابل بین عوامل تخمین مقدار بهینه آنها با روش سعی و خطا خیلی سخت و شاید غیرممکن باشد. همچنین در صورتی که کالیبراسیون شبیه‌ساز بر اساس دو یا چند معیار به صورت همزمان مدنظر باشد به طور حتم انجام آن با روش سعی و خطا مشکل خواهد شد. رویکرد پیشنهادی علاوه بر مزیت نظام‌مند بودن و آرایه اطلاعات درباره اثر متقابل و



شکل ۹: نمودار اثر متقابل عوامل برای معیار دوم.



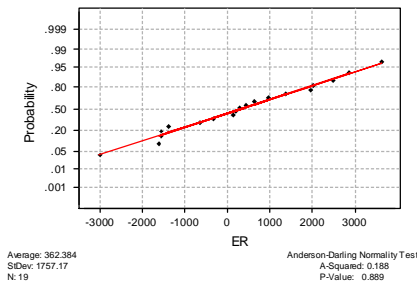
شکل ۱۰: نمودار اثر عوامل برای معیار دوم.

(۲) تأثیر بهترین تنظیم سطوح عوامل نسبت به بدترین تنظیم در میانگین در حدود ۵۰ متر است. گرچه این مقدار از منظر آماری معنی‌دار است، ولی از منظر عملیاتی خیلی قابل توجه به نظر نمی‌رسد. با توجه به این نتایج ممکن است تصور شود خروجی شبیه‌ساز از منظر انحراف سمت با نتایج آزمایش‌های میدانی اختلاف چندانی ندارد که با بررسی خطای انحراف سمت آزمایش‌ها، این موضوع رد شد. بنابراین انحراف سمت شبیه‌ساز، حساسیت زیادی نسبت به این دو عامل کالیبراسیون نداشته و لازم است عامل یا عوامل جدیدی برای کالیبراسیون آن تعریف کرد. با استفاده از ستون P-value در جدول (۱۲) می‌توان گفت اثر بلوک و هر دو عامل در معیار دوم بامعنی است. سطح بهینه عامل‌ها با ملاحظه شکل (۱۰) برابر با $RCC = 1.07, TCO = 1.1$ به دست می‌آید.

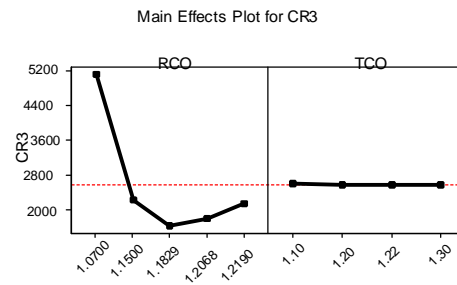
جدول ۱۲: تحلیل واریانس برای معیار دوم.

منبع	DF	مجموع مربعات	F	P-value
Blocks	8	107417158	8.4E+04	0.000
RCC	4	20782	32.61	0.000
TCO	3	8553	17.90	0.000
RCC*TCO	12	57	0.03	1.000
Error	152	24217		
Total	179	107470767		

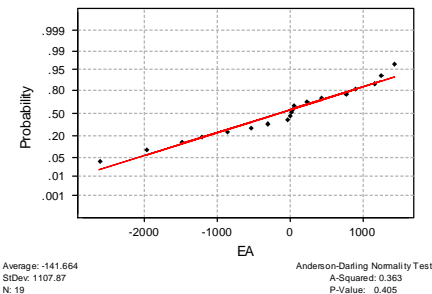
روابط بین عوامل و معیار تصمیم‌گیری، مشکلات روش سعی و خطا را نیز مرتفع می‌کند.



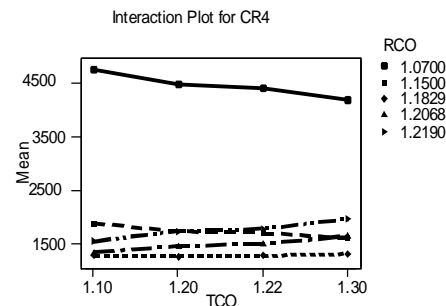
شکل ۱۵: آزمون اندرسون-دارلینگ برای نرمال بودن خطای برد.



تسکل ۱۲: نمودار اثر عوامل برای معیار سوم.



شکل ۱۶: آزمون اندرسون-دارلینگ برای نرمال بودن خطای انحراف سمت.



شکل ۱۳: نمودار اثر متقابل عوامل برای معیار چهارم.

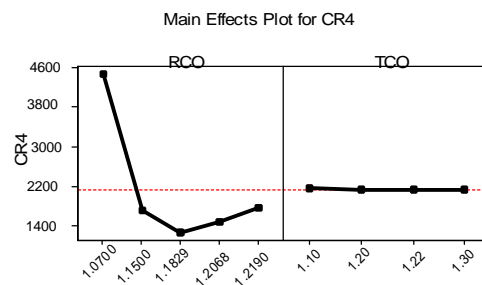
با استفاده از اطلاعات ۱۹ شلیک میدانی در دسترس، آزمایش‌های شبیه‌ساز بار دی‌گر انجام و برد و انحراف سمت نقاط اصابت از شبیه‌ساز V استخراج شد. برای مقایسه کیفیت نتایج شبیه‌ساز با نتایج آزمایش‌های میدانی دو شاخص خطای برد و خطای انحراف سمت به ترتیب مطابق روابط (۱۴) و (۱۵) زیر استفاده شده‌است.

$$E_{R_n} = R_n - S_n \quad (14)$$

که در آن S_n برد حاصل از آزمایش n ام شبیه‌ساز و R_n برد حاصل از شلیک میدانی n ام است.

$$E_{A_n} = AR_n - AS_n \quad (15)$$

که در آن AS_n انحراف سمت حاصل از آزمایش n ام شبیه‌ساز و AR_n انحراف سمت حاصل از شلیک میدانی n ام است. با استفاده از شاخص‌های تعریف شده خطای برد و انحراف سمت هر بازه برد محاسبه شده است.



شکل ۱۴: نمودار اثر عوامل برای معیار چهارم.

بررسی کیفیت شبیه‌ساز کالیبره شده V

در بخش‌های قبل با بررسی نوع طرح آزمایش برای کالیبراسیون، آزمایش‌های مورد نیاز با یک شبیه‌ساز مبنا انجام و شبیه‌ساز V کالیبره شد. حال این سؤال مطرح می‌شود که کفایت شبیه‌ساز کالیبره شده V برای توصیف نتایج آزمایش‌های واقعی چگونه است و چگونه می‌توان این مقوله را بررسی کرد که در ادامه به این موضوع می‌پردازیم.

که نتوان برد را به صورت یک متغیر پیوسته در نظر گرفت. در نتیجه می توان نقاط آزمایش را بر اساس یکی از طرح های آزمایش توزیع شده انتخاب کرد.

جدول ۱۴: تحلیل واریانس خطای انحراف سمت.

منبع	DF	مجموع مربعات	میانگین مربعات	F	P-value
برد	2	5407600	2703800	2.59	0.106
خطا	16	16685323	1042833		
کل	18	22092923			

بررسی کفایت شبیه ساز V در توصیف میانگین و واریانس شلیک های میدانی

برای پاسخگویی به این سؤال که آیا شبیه ساز V کفایت لازم برای توصیف میانگین و واریانس شلیک های میدانی را دارد؟ برابری میانگین و واریانس خطای برد و انحراف سمت شلیک های میدانی با آزمایش های شبیه ساز V بررسی شد. با توجه به بی تأثیر بودن تقسیم برد به بازه های سه گانه و به دلیل فراهم کردن داده های کافی برای بررسی، ۱۹ شلیک واقعی در دسترس به صورت یکپارچه مورد تحلیل قرار گرفت.

آزمون های زیر برای مقایسه واریانس خطای برد و خطای انحراف سمت شلیک های میدانی و آزمایش های شبیه ساز طراحی شدند.

H_0 : واریانس برد شلیک های میدانی با واریانس برد آزمایش های شبیه ساز برابر است.

در جدول (۱۵) $S_F = 12791m$ و $S_S = 12517m$ نشان دهنده

$$F_0 = \frac{12517^2}{12791^2} = 0.95$$

انحراف معیار شلیک های واقعی در دسترس، S_S نشان دهنده انحراف معیار آزمایش های شبیه ساز V و F_0 نشان دهنده آماره F است. همچنین ناحیه پذیرش H_0 برابر

$$F_{0.975,18,18} < F < F_{0.025,18,18}$$

یعنی $0.3853 < F_0 < 2.5956$ است. با توجه به مقدار F_0 فرض H_0 رد نمی شود. آزمون فرض دیگر عبارت است از H_0 : واریانس انحراف سمت شلیک های میدانی با واریانس آزمایش های شبیه ساز برابر است.

از آنجا که در جدول (۱۶) $S_F = 758.96m$ و $S_S = 1001.7m$ و همچنین

$$F_0 = \frac{1001.7^2}{758.96^2} = 1.74$$

ناحیه پذیرش H_0 همان فاصله $0.3853 < F_0 < 2.5956$ است، فرض H_0 رد نمی شود.

بررسی ویژگی های آماری خطای برد و انحراف سمت

از آنجا که مدل توزیع خطاها در تحلیل واریانس و آزمون فرض های ارائه شده، نقش اساسی بازی می کند، با استفاده از آزمون های مختلف، نرمال بودن توزیع خطاها با استفاده از نرم افزار Minitab مورد بررسی قرار گرفت. نرمال بودن توزیع خطای برد و خطای انحراف سمت با دو آزمون اندرسون-دارلینگ (شکل های ۱۵ و ۱۶) و کالموگروف-اسمیروف بررسی شد که با توجه به نتایج این آزمون ها نمی توان فرض نرمال بودن خطاها را رد کرد.

بررسی معنادار بودن تقسیم برد به سه بازه کوتاه، متوسط و بلند

الف) بررسی خطای برد

با توجه به اینکه در عمل اغلب برد به سه بازه تقسیم می شود، ابتدا با استفاده از تحلیل واریانس، معنادار بودن این تقسیم بندی مورد بررسی قرار گرفت. در این بررسی برد به عنوان یک عامل سه سطحی در نظر گرفته شد و آزمون های آماری معینی با استفاده از نرم افزار Minitab انجام گرفت که در ادامه نتایج آن ارائه شده است. فرض صفر آن است که میانگین خطای برد سه بازه با هم برابر است و فرض H_1 : آن است که حداقل یکی از سه میانگین خطای برد با سایر میانگین خطاها متفاوت است. با توجه به اینکه در جدول (۱۳) مقدار $P\text{-value} > 0.05$ است، نمی توان فرض H_0 را رد کرد. یعنی میانگین خطای برد در سه بازه با هم تفاوت معناداری ندارند.

جدول ۱۳: تحلیل واریانس خطای برد در سه بازه.

منبع	DF	مجموع مربعات	میانگین مربعات	F	P-value
برد	2	1492498	746249	0.22	0.804
خطا	16	54085633	3380352		
کل	18	55578131			

ب) بررسی خطای انحراف سمت

در ادامه با هدف بررسی تأثیر بازه برد روی خطای انحراف سمت آزمایش ها، آزمون فرض زیر انجام شد. H_0 : میانگین خطای انحراف سمت سه بازه با هم برابر است.

با استفاده از نتایج جدول (۱۴) فرض H_0 در سطح ۵ درصد رد نمی شود. با استناد به نتایج تحلیل واریانس هر دو خطاهای برد و انحراف سمت، شواهدی در دست نیست

نتیجه گیری

با استناد به نتایج تحلیل‌های انجام شده می‌توان گفت تأثیر نوع طرح آزمایش بر کیفیت کالیبراسیون معنی‌دار است و برای شبیه‌ساز پرواز شش درجه آزادی مورد نظر طرح آزمایش بر اساس توزیع مثلثی مناسب است. همچنین توزیع مثلثی از منظر میزان اطلاعات نسبت به طرح یکنواخت و طرح تجربی نیز بهتر است.

از آنجا که منطقی برای انتخاب تعداد آزمایش‌های مورد نیاز کالیبراسیون در دست نبود، با استفاده از تابع انتروپی، روشی برای آن پیشنهاد شد. همچنین رویکردی برای بررسی کفایت شبیه‌ساز کالیبره شده مبتنی بر آزمون فرض پایه‌گذاری شد.

همان طوری که در بخش‌های قبل گفته شد، به دلیل نبود امکان انجام شلیک‌های میدانی، بررسی‌ها با استفاده از یک شبیه‌ساز مینا انجام شد. در صورتی که شلیک‌های میدانی انجام شود، امکان دارد نتایج کالیبراسیون بهبود یابد.

تخمین عوامل کالیبراسیون به صورت سعی و خطا دارای مشکلاتی از قبیل نبود امکان تشخیص اثر متقابل عوامل و ناتوانی کالیبراسیون با بیش از یک معیار است. رویکرد پیشنهادی علاوه بر مرتفع کردن مشکلات روش سعی و خطا، رویکردی نظام‌مند است و اطلاعات ارزشمندی در اختیار می‌گذارد. به طور کلی کفایت شبیه‌ساز کالیبره‌شده با روش پیشنهادی خوب ارزیابی شد. گرچه در بعضی از آزمایش‌ها، سمت اصابت آزمایش‌های شبیه‌ساز با سمت اصابت شلیک‌های میدانی مطابقت ندارد. به نظر می‌رسد انحراف سمت آزمایش‌های شبیه‌ساز با عوامل تعریف شده قابل کالیبره کردن نیست.

همچنین میانگین برد و انحراف سمت شلیک‌های میدانی و شبیه‌ساز V با استفاده از آزمون‌های زیر مقایسه شده‌است.

H_0 : میانگین برد شلیک‌های میدانی با آزمایش‌های شبیه‌ساز برابر است.

با توجه به نتیجه آزمون T (در جدول (۱۵)) فرض H_0 در سطح $\alpha = 0.05$ رد نمی‌شود. یعنی تفاوت معناداری بین میانگین برد شلیک‌های میدانی و شبیه‌ساز وجود ندارد.

جدول ۱۵: نتایج آزمون T برای مقایسه میانگین برد شلیک‌های میدانی و شبیه‌ساز V.

انحراف معیار میانگین	انحراف معیار	میانگین	
		N	میانگین
2935	12791	19	62441
2872	12517	19	62072

P-Value = 0.929

آزمون فرض دیگر عبارت است از H_0 : میانگین انحراف سمت در شلیک‌های میدانی و در آزمایش‌های شبیه‌ساز برابرند. بر اساس نتایج آزمون T (در جدول (۱۶)) فرض H_0 در سطح $\alpha = 0.05$ رد نمی‌شود. یعنی تفاوت معناداری بین میانگین خطاهای انحراف سمت در شبیه‌ساز و آزمایش‌های میدانی وجود ندارد. با استفاده از نتایج آزمون‌های ارائه‌شده شواهدی دال بر عدم کفایت شبیه‌ساز V در دسترس نیست.

جدول ۱۶: نتایج آزمون T برای مقایسه میانگین انحراف سمت آزمایش‌ها.

انحراف معیار میانگین	انحراف معیار	میانگین	
		N	میانگین
174	۷۵۸.۹۶	19	1063
230	۱۰۰۱.۷	19	1230

P-Value = 0.566

مراجع

- 1- Montgomery, D.C. (2001). *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons, New York.
- 2- Myers, R.H. and Montgomery, D.C. (2002). *Response Surface Methodology*. John Wiley & Sons, New York.
- 3- Santner, T.J., Williams, B.J. and Notz, W.I (2003). *The Design and Analysis of Computer Experiments*. Springer-Verlag Inc., New York.
- 4- Koehler, J.R. and Owen, A.B. (1996). "Computer experiments." *Handbook of statistics*. Vol. 13, Edited by Ghosh, S., Rao, C., Elsevier Science.

- 5- Sacks, J., Welch, W.J., Mitchell, J.J. and Wynn, H.P. (1989). "Design and analysis of computer experiments." *Statistical Science*, 4(4), PP. 409-435.
- 6- Butler, N.A. (2001), "Optimal and orthogonal latin hypercube design for computer experiments." *Biometrika*, 88(3), PP. 847-857.
- 7- Mckay, M.D., Beckman, R.J. and Conover, W.J. (1979), "A comparison of three method for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code." *Technometrics*, 21(2), PP. 239-245.
- 8- Welch, W.J., Buck, R.J., Sacks, J. and et, al. (1992). "Screening, predicting and computer experiments." *Technometrics*, 34(1), 1992, PP. 15-25.
- 9- Sacks, J., Schiller, S.B. and Welch, W.J. (1989), "Designs for computer experiments." *Technometrics*, 31(1), PP. 41-47.
- 10- Houston, D., Ferreira, S. and Montgomery, D.C. (2005), "Using unreplicated 2^{k-r} design for characterizing moderately dimensioned deterministic computer models." *Quality and Reliability Engineering International*, 21, PP. 809-824.
- 11- Li, R. (2002) "Model selection for analysis of uniform design and computer experiments." *International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering*, 9(4), PP. 367-382.
- 12- Kennedy, M.C. and O'Hagan, A. (2001) "Bayesian calibration of computer models." *Journal of Royal Statistical Society, (Series B)*, 63(3), PP. 425-464.
- 13- Bayarri, M.J., Berger, J.O., Higdon, D., Kennedy, M.C. and et al. (2002). "A Framework for validation of computer models." Technical Report, 128, National Institute of Statistical Science (NISS), www.niss.org.
- 14- *Military Handbook*, (1990). "Design of aerodynamically stabilized free rockets." MIL-HDBK_762 (MI).
- 15- MATLAB Statistical Toolbox Version 6.5 (2002), Math Works Inc.
- 16- Atkinson, A.C., Donev, A.N. (1992). *Optimum Experimental Designs* Oxford University Press.
- 17- Lee, J. (1998). "Constrained maximum-entropy sampling." *Operations Research*, 46(5), PP. 655-664.
- 18- Papoulis, A. and Pillai, S.U. (2002). *Probability, Random Variables and stochastic processes* 4th edition, McGraw-Hill Companies, Inc.

واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Deterministic
- 2- Latin Hypercube
- 3- Paired T-Test
- 4- Information Matrix