

# بهبود زمان انتظار با استفاده از الگوریتم اولویت‌دهی بر اساس بالاترین امتیاز در صفوف انسانی

عباس دیدبان<sup>1\*</sup> و محسن کیانی<sup>2</sup>

<sup>1</sup> استادیار - دانشکده برق و کامپیوتر - دانشگاه سمنان

<sup>2</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مکترونیک - دانشکده برق و کامپیوتر - دانشگاه سمنان  
(تاریخ دریافت 90/9/21، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده 90/10/10، تاریخ تصویب 91/1/14)

## چکیده

در این مقاله به بیان یک الگوریتم جدید در اولویت‌دهی صفوف انسانی پرداخته شده است. این شیوه اولویت‌دهی در صفوف قابل استفاده است که حجم تقاضا در آنها متفاوت باشد. در این الگوریتم زمان انتظار هر مشتری متناسب با حجم مورد تقاضا است. یک مثال بارز چنین صفی، صف نانوائی است. در روش پیشنهادی در این مقاله، زمان ورود مشتری ذخیره‌سازی شده و هنگام فراخوانی یک مشتری برای سرویس‌دهی، امتیاز همه مشتریان (طبق رابطه تعریف‌شده) محاسبه شده و مشتری با بیشترین امتیاز فراخوانی می‌شود. با اجرای این الگوریتم زمان انتظار به طور قابل ملاحظه‌ای بهبود می‌یابد. با ارایه یک مدل ریاضی برای شبیه‌سازی الگوریتم مذکور اثبات شده است که زمان انتظار از نظر تئوری تا حداکثر 25 درصد قابل بهبود است. همچنین در اجرای عملی برای یک صف نمونه، زمان انتظار حدود 20 درصد بهبود یافته است. نکته قابل توجه دیگر پیش‌بینی زمان انتظار به صورت کاملاً شهودی با توجه به تعداد افراد حاضر در صف است. از دیگر مزایای این روش می‌توان به تنظیم خودکار ازدحام، عادلانه‌تر بودن صف و افزایش رضایتمندی مشتریان اشاره کرد. این روش در یک دستگاه نوبت‌دهی برای استفاده در نانوائی پیاده‌سازی شده و نتایج آن ارایه شده است. این نتایج تأییدی بر اثرات مثبت برشمرده شده است. نتیجه نظرسنجی نیز حاکی از افزایش رضایتمندی مشتریان است.

**واژه‌های کلیدی:** صف، زمان انتظار، بهینه‌سازی، نوبت‌دهی

## مقدمه

هماهنگ نبودن تولید و مصرف یا سرویس‌دهنده و سرویس‌گیرنده با توجه به نوع تابع تقاضا که اغلب احتمالی است، سبب ایجاد صف می‌شود. در بسیاری از مکان‌ها به دلیل محدودبودن منبع، با این پدیده اجتماعی روبه‌رو هستیم. شهروندان در هر سال زمان قابل ملاحظه‌ای را در صف می‌گذرانند که برای کشورهای مختلف این میانگین متفاوت است.

صف ممکن است در طرف مصرف‌کننده یا متقاضی و یا در طرف تولیدکننده یا سرویس‌دهنده باشد. با توجه به نوع سیستم و شرایط و اهداف، مکانیزم‌های متنوعی از صف برای هماهنگی بین دو قست سیستم استفاده می‌شود. میزان زمان انتظار مشتری با رضایت مشتری رابطه منفی دارد [1] به طوری که از زمان انتظار به عنوان منبع مهمی در نارضایتی مشتری یاد می‌شود [2]. در سیستم‌های تولید، امکان ایجاد صف در هر دو طرف تولید و تقاضا وجود دارد که با توجه به شرایط بازار اغلب توسط تولیدکننده انتخاب می‌شود. در سیستم‌های صنعتی،

صف ممکن است در طرف مصرف‌کننده یا متقاضی و یا در طرف تولیدکننده یا سرویس‌دهنده باشد. با توجه به نوع سیستم و شرایط و اهداف، مکانیزم‌های متنوعی از صف برای هماهنگی بین دو قست سیستم استفاده می‌شود. میزان زمان انتظار مشتری با رضایت مشتری رابطه منفی دارد [1] به طوری که از زمان انتظار به عنوان منبع مهمی در نارضایتی مشتری یاد می‌شود [2]. در سیستم‌های تولید، امکان ایجاد صف در هر دو طرف تولید و تقاضا وجود دارد که با توجه به شرایط بازار اغلب توسط تولیدکننده انتخاب می‌شود. در سیستم‌های صنعتی،

در مطالعاتی که در کنترل یک صف انجام شده است، اغلب هدف، بیشینه کردن سود یا رفاه اجتماعی و انصاف است. یک روش معمول در اولویت‌دهی، اولویت‌دهی مطلق است که مشتریان موجود در صف طبق این اولویت ثابت فراخوانی می‌شوند [12]. در این زمینه مطالعات زیادی انجام شده است که در مراجع [13] و [14] خلاصه‌ای از کارهای انجام‌شده در این زمینه ارائه شده است.

نوع دیگر اولویت‌دهی، اولویت‌دهی نسبی است که در آن اولویت داده‌شده به یک کلاس به متغیرهای حالت در دیگر کلاس‌ها نیز بستگی دارد. در مرجع [15] میانگین زمان انتظار در یک صف تک سرور با توزیع ورودی و زمان سرویس‌دهی پواسون مورد بحث قرار گرفته است. در مراجع [12] و [16] نیز اختصاص اولویت نسبی مورد بحث قرار گرفته و نشان داده شده است که با اختصاص اولویت نسبی، هزینه در سیستم (تابع هزینه، تابعی از زمان انتظار مشتریان در صف است) نسبت به حالت معمول آواس کاهش می‌یابد.

در [17] روشی برای اولویت‌دهی به بیماران در صف جراحی ارائه شده است که نتیجه آن حاکی از کاهش زمان انتظار وزنی مورد انتظار بیماران است. در تحقیقی که در [18] انجام شده است، به بررسی نوعی از صف‌های اولویت‌دار در شهر بازی پرداخته شده است که حجم مورد تقاضا در آن یکسان است، اما می‌توان با پرداخت هزینه بیشتر دارای اولویت شد. طبق نتایج به دست آمده، وجود چنین اولیوتی، باعث ایجاد نارضایتی و احساس بی‌عدالتی در مشتریان حاضر در صف اصلی می‌شود و نیز بر مراجعه مجدد اثر منفی دارد. توجه به تفاوت چنین اولیوتی با اولویت پیشنهادشده در این مقاله با اهمیت است؛ چرا که اولویت داده شده در صف پیشنهادی، بر پایه حجم سرویس درخواستی توسط مشتری است.

نوع دیگری از سیستم‌های صف دارای اولویت، سیستم سرکشی است که یک سرور و چند کلاس دارد که در چنین سیستمی از یک کلاس برای برهه‌ای از زمان به اصطلاح "سرکشی" و به مشتریان آن سرویس داده می‌شود. پس از گذشت مدت زمانی مشخص، به کلاس دیگر سوئیچ شده و به آن سرویس داده می‌شود. این فرایند تکرار می‌شود تا به همه سیستم‌ها سرکشی شود. یک مدل معمول سرکشی چرخه‌ای است که سرور به  $m$  کلاس با ترتیب ثابتی سرکشی می‌کند. چندین قانون برای تعیین

شایستگی سرویس‌دهی زودتر را دارند می‌شود [4]. به طور مثال صف یک بانک را در نظر بگیرید که به طور معمول هر نفر یک یا دو قبض را پرداخت کرده و یا چکی را وصول می‌کند. چنانچه در این میان ناگهان شخصی از یک شرکت مراجعه کرده و قصد پرداخت 30 قبض را داشته باشد، این کار به طور قطع با اعتراض سایر مشتریان منتظر در صف روبه‌رو خواهد شد. راه‌حلهایی که اغلب برای این حالت‌ها به کار گرفته می‌شود، سلیقه‌ای بوده و توسط مدیر آن قسمت ارائه می‌شود. در بسیاری از مکان‌ها مانند خرده‌فروشی‌ها راه‌حلهایی را مانند ایجاد صف سریع برای مشتری‌ها با نیاز به سرویس کم‌مدت ترتیب می‌دهند. چرا که با کم‌کردن زمان انتظار برای مشتری‌ها با تعداد اقلام کمتر می‌توان میانگین زمان انتظار کل سیستم را کاهش داد [4] و [5]. اگر چه مثال ذکرشده ممکن است نادر باشد، اما تفاوت در نوع تقاضا و در نتیجه زمان سرویس‌دهی متفاوت کاری طبیعی است.

در حوزه مدیریت صف، در ابتدا لازم است برای تجزیه و تحلیل و نیز کنترل یک صف بتوان آن را مدل‌سازی کرد. در تئوری صف کلاسیک از آنجا که ورود مشتری‌ها یک فرایند احتمالی و نه کاملاً مشخص است و همچنین زمان سرویس‌دهی به مشتریان نیز ثابت نیست، تئوری احتمالات ابزاری مناسب برای تجزیه و کنترل صف هستند. در این بین کارهای زیادی انجام شده است. در مرجع [7] چگونگی مدل‌سازی صف با قوانین احتمال ارائه شده است. در مرجع [8] نیز خلاصه‌ای از کارهای مهم انجام‌شده در تئوری صف ارائه شده است. در کارهای انجام‌شده، هدف، تخمین تعداد مشتری‌ها در صف و نیز زمان انتظار و زمان اقامت هر مشتری در صف است. یکی از صف‌ها که به دلیل اهمیت آن توجه زیادی به آن شده است، صف اولویت‌دار است. در این نوع از صف، مشتری‌ها کلاس‌های مختلفی داشته و هر کلاس نرخ ورودی منحصر به فرد خود را دارد. همچنین هر کلاس یک میانگین زمان سرویس‌دهی دارد. در چنین صفی به یک مکانیسم اولویت‌دهی نیاز است تا ترتیب مشتری‌ها را برای ارائه سرویس تعیین کند [9]، [10] و [11]. در این مقاله نتایج عملی حاصل از اجرای چند مکانیسم اولویت‌دهی در صف نانوایی ارائه و با نتایج نمونه‌برداری‌شده از صف سنتی مقایسه و در هر حالت زمان انتظار کل مشتری‌ها برای مشاهده تأثیرات آن بررسی شده است.

مناسب داشته باشیم. الگوریتم ارائه شده را می توان یک الگوریتم اولویت دهی فازی دانست که به دلیل زیادبودن قواعد از جدول استفاده شده است.

در این مقاله، در قسمت بعد به بررسی مختصر سیستم های صف پرداخته شده است. در ادامه در قسمت سوم، روش های اولویت دهی در صف انسانی مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت چهارم، نحوه کاهش زمان انتظار به اثبات رسیده و روشی برای محاسبه زمان ارائه شده است. قسمت پنجم، مربوط به ارائه نتایج عملی حاصل از اجرای الگوریتم پیشنهاد شده و مقایسه با حالت رایج است. در انتها، نتایج حاصله مورد بررسی قرار گرفته و نتیجه گیری به عمل آمده است.

### سیستم های صف

قوانین اولویت خط انتظار تعیین می کند که کدام مشتری به عنوان نفر بعدی سرویس دهی شود. قانون معمول استفاده از مکانیزم اولویت دهی اول ورود اول سرویس دهی (آواس) است. این قانون با توجه به اینکه چه کسی بیشترین زمان را در صف ایستاده، اولویت را محاسبه می کند. اغلب از نظر مشتری ها منصفانه ترین روش تعیین اولویت در بیشتر صف ها قانون آواس است. این روش زمانی مناسب خواهد بود که شرایط همه افراد در صف از هر جهت مشابه باشد که این شرط در همه جا برآورده نمی شود. قوانین دیگر مانند ابتدا مشتری با کمترین نیاز سرویس دهی<sup>4</sup> (آ ک ن م)، ابتدا مشتری با سریع ترین نیاز سرویس دهی<sup>5</sup> (آ س ن م)، ابتدا مشتری با بزرگ ترین نیاز سرویس دهی<sup>6</sup> (آ ب ن م) ابتدا پر سودترین مشتری<sup>7</sup> (آ پ م) و ... نیز برای تعیین اولویت استفاده می شود. باید توجه شود که لازم است از قانون اولویت دهی که بهترین و مناسب ترین پشتیبانی از استراتژی کاربرد مربوطه را دارد، استفاده شود.

همان طور که اشاره شد، قانون اولویت دهی آواس منصفانه ترین قانون به نظر می رسد و مردم نیز به آن عادت کرده اند، اما این ادعا زمانی درست است که تقاضای همه مشتریان حاضر در صف یکسان باشد. در بسیاری از انواع صف های انسانی این شرط صادق نیست. به طور مثال در صف نانوایی یک نفر متقاضی 4 عدد نان و دیگری متقاضی 10 عدد نان است. در این حالت هیچ یک از دو نوع قانون آواس و اکنم عادلانه به نظر نمی رسد. در این حالت

زمان سرویس دهی سرور به هر کلاس وجود دارد. دو تا از معروف ترین روش ها، روش جامع و روش دروازه ای است. روش جامع، سرویس دهی به یک کلاس را ادامه می دهد تا دیگر مشتری ای در این کلاس نباشد و سپس به کلاس دیگر سوئیچ می کند. روش دروازه ای فقط به مشتریانی که در لحظه سوئیچ سرور به کلاس مربوطه باشند، سرویس دهی می کند [8]. اگر چه در این مقاله نیز دسته بندی روی مشتریان انجام شده است، اما روش انتخاب مشتری با این روش ها متفاوت است.

در این مقاله یک صف چند کلاس مدنظر داشته و الگوریتمی برای کاهش زمان انتظار مشتریان در چنین صفی ارائه شده است. این الگوریتم که آن را اولویت دهی بر اساس بالاترین امتیاز<sup>3</sup> می نامیم، با توجه به زمان انتظار مشتریان و حجم تقاضای آنها اولویت را تعیین می کند. برای اثبات اثرات مثبت این نوع اولویت دهی، مدلی ریاضی برای شبیه سازی آن ارائه شده است. این اولویت علاوه بر کاهش زمان انتظار، اثرات مثبت دیگری نیز دارد؛ به ویژه در درازمدت که مشتریان به آن عادت کرده اند. صف نانوایی که در آن مشتریان با درخواست های متفاوت وجود دارند (کلاس های متفاوت) و سرور برای سرویس دهی به هر کلاس با توجه به حجم تقاضای آن زمان بیشتری صرف می کند، صفی مناسب برای اجرای الگوریتم مورد نظر است. بنابراین برای بررسی اثرات الگوریتم پیشنهادی، روش اولویت دهی مذکور روی یک صف نانوایی اجرا و تأثیرات آن بررسی شده است. چند مزیت عمده را می توان برای این سیستم بر شمرد:

- کاهش زمان انتظار
- رعایت انصاف بیشتر و افزایش رضایتمندی مشتریان
- جلوگیری از تقاضاهای بی مورد
- تنظیم نوع تقاضا متناسب با شرایط
- ترتیب و نظم در سیستم

اگر چه ایده استفاده از امتیاز در تعیین اولویت در صف ها جدید نیست، اما این ایده تا کنون در صفوف انسانی مورد استفاده قرار نگرفته است. علاوه بر این، روش استفاده شده در این مقاله، یک روش امتیازدهی خطی و متناسب نیست، چون با اجرای این روش، رضایتمندی مشتریان کاهش یافت که با اصلاح نحوه امتیازدهی توانستیم رضایتمندی قابل قبول و بهبود زمان انتظار

## روش اولویت‌دهی بر اساس بالاترین امتیاز

در پژوهش انجام‌شده با ارایه الگوریتمی با عنوان نوبت‌دهی بر اساس بالاترین امتیاز به دنبال کاهش زمان انتظار و همچنین بالا بردن سطح عدالت بین مشتریان هستیم. به طور منطقی، هر مشتری برای دریافت سرویس باید مدت زمانی را در صف سپری کرده و این مدت زمان باید متناسب با حجم سرویس مورد تقاضای وی باشد. چنانچه در یک صف، همه مشتری‌ها نیاز به حجم سرویس‌دهی برابر داشته باشند، استفاده از مکانیسم *آواس* برای این صف کفایت می‌کند. اما در اکثر صف‌های انسانی، از جمله صف نانوائی و صف بانک، چنین شرایطی حاکم نبوده و هر مشتری نیاز به صرف مدت زمانی متناسب با سرویس درخواستی دارد که در نانوائی حجم مورد تقاضا، تعداد نان است و از مشتری به مشتری دیگر متفاوت است. برای روشن شدن این موضوع، از دیدگاه دیگر به موضوع می‌نگریم: هر مشتری برای دریافت یک سرویس، دو نوع هزینه می‌پردازد؛ یکی زمانی که منتظر دریافت سرویس است و دیگری هزینه‌ای که برای دریافت سرویس به سرویس‌دهنده می‌پردازد. ما به دنبال این هستیم که هزینه کل یا به عبارت دیگر زمان انتظار با حجم مورد تقاضا متناسب باشد تا عدالت به شکل بهتری بین مشتریان رعایت شود. اگر ضریب هزینه را برای مشتری  $i$  به صورت  $C(i)$ ، زمان اقامت (جمع زمان انتظار  $T_w(i)$  و زمان دریافت سرویس  $T_s(i)$ ) را به صورت  $T(i)$  و حجم مورد تقاضا را به صورت  $V(i)$  و هزینه دریافتی از مشتری به ازای هر واحد سرویس‌دهی را  $c_v$  و هزینه تحمیل شده به مشتری به ازای هر واحد زمانی (دست مزد هر ساعت انتظار) را  $c_t$  در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

(1)

$$C(i) = V(i) * c_v + T(i) * c_t$$

با توجه به معادله (1) و اینکه هزینه همه مشتری‌ها باید به نسبت زمان انتظار و حجم تقاضای آنها باشد، می‌توان نتیجه گرفت که هر مشتری با حجم تقاضای مشخص، باید زمان مشخصی که متناسب با همان حجم تقاضا است، منتظر بماند تا هزینه‌ای که متحمل دریافت یک سرویس می‌شود، متناسب با حجم سرویس درخواستی باشد. در این حالت طبیعی است که مشتریان به ترتیب ورودی سرویس داده نشوند و برای تعیین ترتیب

می‌توان از قانونی ترکیبی از این دو با عنوان، ابتدا مشتری با بالاترین امتیاز (*آمب*) استفاده کرد. این امتیاز از تقسیم زمان انتظار بر زمان سرویس‌دهی به دست می‌آید. برای استفاده از این قانون لازم است تا زمان مورد نظر برای سرویس‌دهی در ابتدای ورود مشخص باشد. این پارامتر در بعضی از صف‌ها مانند صف نانوائی تقریباً مشخص بوده و متناسب با تعداد مورد نیاز خواهد بود. برای انتخاب قانون مناسب، لازم است برخی از پارامترهای سیستم معین شوند. در ادامه به بررسی پارامترهای مهم در یک صف پرداخته می‌شود.

## پارامترهای مهم در یک خط انتظار

هر مدل صف با پارامترهایی مشخص می‌شود. این پارامترها در سنجش کارایی و تجزیه و تحلیل یک سیستم اهمیت دارند. این پارامترها عبارتند از:

- ا. میانگین تعداد مشتری‌هایی که در خط می‌ایستند (n)
- ب. میانگین زمانی که مشتری صرف انتظار می‌کند  $T_w$ ave
- ج. زمانی که مشتری متقاضی سرویس  $k$  ام منتظر می‌ماند  $T_w(k)$
- د. تعداد سرویس‌های مورد تقاضا (m)
- ه. میانگین زمانی که برای مشتری متقاضی سرویس  $k$  ام در سیستم صرف می‌شود  $T_s(k)$
- و. میانگین زمانی که برای مشتری در سیستم صرف می‌شود  $T_s$ ave
- ز. میانگین و حداکثر حجم تقاضای مشتریان ( $V_{ave}$  و  $V_m$ )
- ح. ترتیب سرویس‌دهی
- ط. میزان بهره‌برداری و استفاده از سیستم
- ی. تعداد خطوط انتظار
- ک. تعداد سرورها و آرایش سرورها

روش فعلی مورد استفاده در سیستم‌های نانوائی از نوع یک سرور چند خط انتظار و یک فاز است که پس از اصلاح به صورت یک سرور، یک خط انتظار و یک فاز خواهد شد.

بنابراین در ابتدا به مشتری  $B_2$  و سپس  $B_1$  سرویس داده می‌شود. برای نشان دادن اینکه استفاده از این مکانیسم منصفانه‌تر است، فرض کنید داریم:  $T_u=500$  و بدین معنی که هزینه انتظار 60 دقیقه برای هر شخص برابر با 30000 ریال باشد. فرض می‌شود حجم تقاضای کل مشتریان را بتوان بین 1 تا 10 تقسیم‌بندی کرد. همچنین زمان سرویس‌دهی به ازای هر واحد برابر با 2 دقیقه (دو واحد زمانی) است. همچنین قیمت هر نان 500 ریال در نظر گرفته شده است. در ابتدا فرض شود به این دو مشتری با مکانیسم آواس سرویس داده شود. بنابراین می‌توان نوشت:

زمان صرف‌شده توسط مشتری  $B_1$ :

$$S_1 = 15 + 14 = 29$$

15 زمان انتظار مشتری و 14 زمانی است که طول می‌کشد تا مشتری سرویس داده شود. با استفاده از رابطه (1) می‌توان نوشت:

$$C_1 = (29 * 500) + (7 * 500) = 18000$$

با تقسیم این عدد برای یافتن هزینه به ازای هر واحد سرویس‌دهی داریم:

$$cm_1 = 18000 / 7 = 2571$$

بنابراین مشتری اول به ازای دریافت هر عدد نان، 2571 ریال هزینه متحمل شده است. حال برای مشتری دوم:

$$S_2 = 10 + 14 + 6 = 30$$

$$C_2 = (30 * 500) + (3 * 500) = 16500$$

$$cm_2 = 16500 / 3 = 5500$$

بنابراین مشتری دوم به ازای دریافت هر واحد سرویس‌دهی، 5500 ریال هزینه متحمل شده است. به وضوح دیده می‌شود که این حالت اصلاً عادلانه نیست، یعنی یک مشتری بیش از 2 برابر دیگری برای دریافت سرویس یکسان هزینه متحمل شود. حال از مکانیسم پیشنهاد شده استفاده می‌شود که در آن به علت بالاتر بودن امتیاز مشتری دوم، در ابتدا به این مشتری سرویس داده می‌شود. برای مشتری دوم یا  $B_2$  داریم:

$$S_2 = 10 + 6 = 16$$

$$C_2 = (16 * 500) + (3 * 500) = 9500$$

$$cm_2 = 9500 / 3 = 3166$$

و همچنین برای مشتری  $B_1$  داریم:

$$S_1 = 15 + 6 + 14 = 35$$

سرویس‌دهی می‌توان با استفاده از معادله (2) زمانی که سرویس‌دهنده آماده سرویس‌دهی به مشتری بعدی است، امتیاز هر مشتری را محاسبه کرده و با استفاده از این امتیازها به مشتری دارای بالاترین امتیاز به عنوان مشتری واجد شرایط سرویس‌دهی کرد. بنابراین ترتیب سرویس‌دهی به مشتری‌ها در صف، نه بر اساس ترتیب ورود، بلکه بر اساس زمان انتظار و حجم مورد تقاضا است:

(2)

$$B(i) = \frac{T(i)}{k * V(i)}$$

که در این معادله  $B(i)$  امتیاز مشتری  $i$  ام و  $k$  ضریبی ثابتی است که در ابتدا می‌توان آنرا برابر یک فرض کرد، اما در ادامه برای افزایش رضایتمندی آن را برای حجم‌های تقاضای متفاوت، متغیر در نظر گرفته‌ایم. از بین همه مشتریان حاضر در صف، به مشتری دارای بالاترین امتیاز سرویس داده می‌شود. استفاده از این مکانیسم برای اولویت‌دهی به مشتریان در صف، دو اثر اصلی دارد که اولین آنها رعایت انصاف بیشتر بین آنها است و دومین اثر آن کاهش زمان انتظار مشتریان نسبت به مکانیسم آواس است. رعایت انصاف را از آن نظر می‌توان گفت که کسی که متقاضی سرویس طولانی‌تری است، باید هزینه زمانی بیشتری را هم بپردازد. کاهش زمان انتظار موضوعی است که ما در پی اثبات ریاضی آن هستیم.

### مثالی از یک صف نانوایی

در ادامه با ارایه یک مثال ساده از یک صف نانوایی، اثرات مثبت الگوریتم ذکر شده، یعنی سرویس‌دهی بر اساس حجم تقاضا، ارایه می‌شود. از اثرات جانبی این روش می‌توان به تنظیم خودکار ازدحام و همچنین تشویق به دریافت نان متناسب با نیاز و کاهش دورریز نان اشاره کرد. در ابتدا فرض شده است که حجم تقاضا تعداد نان باشد و زمان انتظار بر حسب دقیقه در نظر گرفته شود. برای مثال فرض کنید مشتری  $S_1$  متقاضی سرویس‌دهی با حجم 7 عدد نان و مشتری  $S_2$  دارای حجم تقاضای 3 عدد نان است. زمان انتظار برای مشتری اول برابر با 15 دقیقه و مشتری دوم برابر با 10 دقیقه است. در این صورت امتیاز این مشتری‌ها با استفاده از رابطه (2) و در نظر گرفتن  $k=1$  به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$B_1 = 15 / (1 * 7) = 2/14$$

$$B_2 = 10 / (1 * 3) = 3/33$$

بدیهی است که مجموع زمان‌های انتظار مشتریان در یک سیستم برابر با زمان صرف‌شده توسط افراد حاضر در صف در کل دوره سرویس‌دهی است؛ مثلا اگر به طور متوسط ده نفر در طول دوره سرویس‌دهی منتظر باشند، می‌توان گفت مجموع زمان انتظار برابر با طول دوره سرویس‌دهی ضربدر 10 است. حال اگر بتوان تعداد مشتریان منتظر در هر نوبت سرویس‌دهی را کاهش داد، پس به طور قطع می‌توان مدت زمان انتظار کل مشتریان را نیز کاهش داد که این موضوع به عنوان هدف اصلی از الگوریتم ارائه‌شده است. متوسط حجم تقاضا و مجموع تقاضاها در صف با اولویت‌دهی / آ‌اس را می‌توان به ترتیب به صورت معادلات (3) و (4) نوشت:

$$v_{ave} = \frac{(m+1)}{2} \quad (4)$$

$S = \frac{n(m+1)}{2}$

که  $n$  تعداد افراد حاضر در صف در اجرای الگوریتم آ‌اس،  $m$  حداکثر حجم تقاضا هستند. چنانچه الگوریتم تغییر داده شود و پارامترهای سیستم مانند نرخ ورود و سرعت سرویس‌دهی تغییر نکند، حجم کالایی که افراد وارد شده در صف متقاضی آن هستند تغییر نمی‌کند، اما تعداد افراد منتظر تغییر می‌کند. در ادامه اثبات شده است که زمان در بهترین حالت 25 درصد کاهش پیدا می‌کند. واضح است که در الگوریتم جدید معرفی شده زمان انتظار متقاضی حجم  $i$ ،  $i'$  برابر زمان انتظار متقاضی حجم واحد است. با این توضیح می‌توان زمان انتظار بزرگ‌ترین حجم تقاضا تا کنون را به  $m$  قسمت تقسیم کرد که در نزدیک‌ترین بازه زمانی آن، همه متقاضیان حاضر هستند. در بازه زمانی دوم متقاضیان کمترین حجم تقاضا، سرویس داده شده و بقیه حاضر هستند. به همین ترتیب در آخرین گروه فقط متقاضیان بالاترین حجم تقاضا حاضر هستند. اگر افراد وارد شده در این بازه زمانی را  $mx$  در نظر بگیریم، مجموع تقاضاهای افراد حاضر در صف عبارت است از ( $x$  نفر یکی  $2x$  نفر دوتایی و  $mx$  نفر  $m$  تایی):

$$S = (x + (2x * 2) + (3x * 3) + \dots + (mx * m)) \\ = x \frac{m(m+1)(2m+1)}{6}$$

$$C_1 = (35 * 500) + (7 * 500) = 21000$$

$$cm_1 = 21000 / 7 = 3000$$

همان طور که ملاحظه می‌شود در این حالت هر دو مشتری هزینه‌ای تقریبا یکسان برای هر عدد نان متحمل می‌شوند.

با استفاده از این روش، از آنجا که در مقایسه با مکانیسم رایج کنونی مشتری با حجم سرویس‌دهی بالاتر همه مشتری‌ها با حجم کمتر را معطل نمی‌کند، زمان انتظار کل مشتری‌ها کاهش می‌یابد. همچنین با عادت کردن مشتری به اجرای چنین مکانیسمی به ویژه در صف نانوايي، مشتری به درخواست تعداد نان متناسب با نیاز ترغیب می‌شود. بنابراین به طور حتم دورریز نان نیز کاهش خواهد یافت.

در ادامه در ابتدا اثبات خواهد شد که الگوریتم ارائه‌شده دارای اثر کاهش زمان انتظار بوده و سپس چگونگی محاسبه زمان انتظار برای مشتریان ارائه شده است. در ادامه آن به بررسی پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی به صورت عملی در یک نانوايي پرداخته شده و نتایج آن مورد بحث قرار گرفته است.

### اثبات کاهش زمان انتظار و چگونگی محاسبه آن با الگوریتم نوبت‌دهی بر اساس بالاترین امتیاز

ما از اولویت‌دهی "اول ورود-اول سرویس‌دهی" که شناخته شده‌ترین و پرکاربردترین الگوریتم مورد استفاده است، به عنوان یک شاخص برای اثبات کاهش 25% زمان انتظار مشتریان حاضر در صف استفاده کرده‌ایم.

برای اثبات این مدل نیاز به فرض چند نکته است. اولین نکته‌ای که در اثبات این مدل فرض شده است، نسبت یکسان حجم کالاهای مورد تقاضا است؛ بدین معنی که فرض شده است در یک دوره سرویس‌دهی هر کالا یا خدمات به یک نسبت مشخص تقاضا شده است. همچنین در ادامه وضعیت صف به وجود آمده در سیستم نیز به صورت یکنواخت فرض شده است؛ بدین ترتیب که میانگین نرخ ورود به سیستم در هر دوره زمانی از یک رفتار یا تابع خاصی پیروی می‌کند و نرخ ورود به سیستم با نرخ خروج از آن پس از ایجاد یک صف مشخص برابر است. این فرض در صف‌هایی مانند صف نانوايي در بازه‌های مشخص زمانی معقول خواهد بود.

بنابراین داریم:

$$T_w(1) = t_p \frac{m(m+1)}{2} x \quad (7)$$

که  $T_w(i)$  زمان انتظار برای سرویس‌دهی به نوع سرویس  $i$ ام است. همچنین تعداد افراد حاضر در صف ( $n'$ ) را می‌توان به صورت زیر بر حسب  $x$  نوشت:

$$n' = x + 2x + 3x + \dots + mx = \frac{m(m+1)}{2} x \Rightarrow x = \frac{2n'}{m(m+1)}$$

با قرار دادن رابطه بالا در رابطه (7) داریم:

$$T_w(1) = t_p \frac{m(m+1)}{2} \frac{2n'}{m(m+1)}$$

پس از ساده‌سازی رابطه (8) حاصل می‌شود:

$$T_w(1) = t_p n' \quad (8)$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، رابطه (8) مؤید این موضوع است که مدت زمان انتظار برای دریافت سرویس نوع اول برابر با زمان انتظار همه افراد حاضر در صف ضربدر زمان سرویس‌دهی نوع اول است. با به دست آوردن این رابطه می‌توان از آن برای تعمیم به انواع سرویس‌دهی - های دیگر نیز استفاده کرد. بنابراین با استفاده از رابطه (8) می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_w(1) &= t_p n' \\ T_w(2) &= 2t_p n' \\ &\dots \\ T_w(m) &= mt_p n' \end{aligned}$$

بنابراین می‌توان گفت که هر متقاضی با نوع تقاضای مشخص، به صورت مجازی در صفی با همان نوع تقاضا قرار می‌گیرد.

### نتایج عملی پس از اجرا در صف نانوایی

الگوریتم ارائه شده از نظر منطقی عادلانه‌ترین روش است، اما فرهنگ عمومی جوامع در حال حاضر، پذیرش این شیوه را ندارد؛ چرا که با اجرای این روش در مواقع شلوغ، به عنوان مثال در یک نانوایی سنگک، ممکن است قبل از سرویس‌دهی به یک نفر با تقاضای 7 عدد به 10 نفر با تقاضاهای پائین‌تر که بعد از او آمده‌اند، سرویس داده شود که این موضوع در حال حاضر برای عموم پذیرفتنی نیست. به همین دلیل پس از اجرای الگوریتم بالا، به مدت سه روز آن را اصلاح کرده و به جای نسبت زمان انتظار به حجم تقاضا، از نسبت دیگری با عنوان زمان انتظار تقسیم بر عددی مرتبط با تعداد تقاضا به اضافه یک ثابت

با فرض برابر بودن مجموع تقاضاها و مساوی قرار دادن نتیجه بالا با رابطه (4) مقدار  $x$  قابل محاسبه است:

$$x = \frac{3n}{m(2m+1)}$$

مجموع افراد حاضر در صف در الگوریتم جدید از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$n' = (x + 2x + 3x + \dots + mx) = x \frac{m(m+1)}{2}$$

با قراردادن رابطه (5) در رابطه بالا خواهیم داشت:

$$n' = \frac{3n(m(m+1))}{2m(2m+1)}$$

در نتیجه داریم:

$$n' = \frac{3m+3}{4m+2} n$$

چنانکه از رابطه (6) مشخص است اگر  $m$  بزرگ باشد، تعداد افراد 25 درصد کاهش می‌یابد. اگر  $m$  برابر با 8 باشد (قاعده معمول در نانوایی سنگک که حداکثر نان تحویلی 8 عدد است) تعداد افراد 20/5 درصد و اگر  $m$  برابر با 50 باشد، تعداد افراد 24/25 درصد کاهش می‌یابد. با کاهش افراد منتظر در صف زمان، انتظار کلی نیز به همین نسبت بهبود می‌یابد.

پس از اثبات کاهش زمان انتظار در سیستم، دومین گام به دست آوردن مدت زمان انتظار برای سرویس‌دهی مشتریان در سیستم است. در ادامه نشان داده شده است که اگر مشتری‌ای که هم اکنون وارد سیستم شده است، متقاضی حجم درخواستی  $k$  باشد، زمان انتظار وی برابر زمان سرویس  $n'$  نفر با حجم درخواستی  $k$  خواهد بود. این موضوع مشابه این است که همه افراد حاضر در صف خواهان دریافت حجم درخواستی  $k$  باشند. برای اثبات این موضوع فرض کنید  $t_p$  زمان سرویس‌دهی به حجم تقاضای نوع اول (زمان پخت یک نان در صف نانوایی) باشد. زمان انتظار شخص متقاضی این نوع سرویس که هم اکنون وارد شود، برابر با زمان سرویس‌دهی  $x$  نفر از همه انواع تقاضاها است. چرا که این افراد امتیاز بیشتری دارند) با فرض ورود  $mx$  نفر در این فاصله). زمان لازم برای سرویس‌دهی به حجم درخواستی نوع اول برابر با رابطه زیر است:

$$T_w(1) = t_p (x + 2x + 3x + \dots + mx)$$

دهنده آماده بودن وی برای سرویس دهی به مشتری بعدی است، سیستم با استفاده از معادله (9)، (که همان معادله (4) با  $k=1$  است)، امتیاز همه مشتریان موجود را محاسبه و از بین آنها مشتری با بالاترین امتیاز را به عنوان مشتری واجد شرایط برای سرویس دهی فراخوانی کند.

نحوه محاسبه امتیاز به این شرح است:

$$(9) \quad \text{تعداد} / (\text{زمان ورود} - \text{زمان فعلی}) = \text{امتیاز}$$

جدول 1: خلاصه نتایج نمونه گیری در روش آواس

نمونه	تعداد	کل نان	متوسط نان	متوسط زمان انتظار	مجموع زمان انتظار
سنگک مردانه 1	14	137	3,34	0:06:38	04:32:00
سنگک زنانه 1	22	85	3,86	0:5:49	02:02:00
لواش مردانه 2	47	753	16,02	0:11:35	08:58:00
لواش زنانه 2	16	305	19,06	0:8:40	02:19:00
لواش مردانه 3	43	653	15,18	0:8:13	05:53:00
لواش زنانه 3	13	259	1419,92	0:10:14	02:13:00
سنگک مردانه 4	49	170	3,47	0:7:25	06:11:00
سنگک زنانه 4	21	85	4,04	0:14:21	05:00:00
سنگک مردانه 5	44	133	3,02	0:12:17	08:59:00
سنگک زنانه 5	22	80	3,77	0:13:11	04:37:00
بربری مردانه 6	50	218	4,36	0:11:25	09:31:00
بربری زنانه 6	23	103	4,3	0:10:18	03:57:00
مجموع	391	2981	-	-	64:17:00
متوسط زمان				0:09:52	

متوسط زمان انتظار در یک نمونه برای زن و مرد برابر با 9 دقیقه و 23 ثانیه بوده که با اعمال الگوریتم جدید به مقدار 8 دقیقه و 10 ثانیه کاهش یافته که در این حالت 13% بهبود یافته است. دلیل بهبود 13% به جای 20% جدا بودن صف یکی و چند تایی در قبل از اعمال این الگوریتم است. اگر چه این شیوه محاسبه با توجه به ثابت نبودن سرعت سرویس دهی از دقت خوبی بهره مند نخواهد بود، اما مقادیر متوسط به دست آمده قابل استناد است. لازم به ذکر است این روش روی تقاضاهای قبلی انجام شده است که در صورت اطلاع مشتریان از اعمال این روش، نوع تقاضا نیز تغییر کرده و به طور قطع متوسط زمان انتظار کاهش بیشتری پیدا می کرد. با اجرای سیستم نوبت دهی، نمونه گیری نیز به عمل آمده است؛ اما شرایط نسبت به زمان نمونه برداری اولیه تغییر کرده است؛ به طوری که زمان پخت از دو ساعت به سه ساعت افزایش یافته و میزان شلوغی نیز تغییر کرده است. از بین

مشخص، استفاده شد (مقدار  $k$  در معادله 3) که به هر حجم تقاضا یک  $k$  مناسب و متفاوت با دیگری اختصاص می یابد، که در این روش نسبت زمان انتظار با تعداد وجود نداشت. به طور مثال متقاضی دو عدد حدودا 2 برابر یکی و شش تایی، دو برابر دو تایی منتظر می ماند. در ادامه به بررسی و مقایسه سه روش اولویت دهی در صف نانوایی پرداخته شده و نتایج حاصل از اجرای عملی مکانیسم ارائه و مورد بحث قرار گرفته است.

## روش آواس

در نانوایی اغلب چهار صف یکی آقایان، چند تایی آقایان، یکی خانمها و چند تایی خانمها وجود دارد که توسط نانو سرویس داده می شود. طول هر یک از صفها به پارامترهای زیادی وابسته است که از اساسی ترین آنها می توان به ساعت و روز اشاره کرد. یکسان نبودن طول صفها سبب می شود تا افراد در بین صفهای مختلف جابه جا شوند (از یکی به چند تایی و برعکس).

قبل از اعمال الگوریتم اولویت دهی مورد نظر، نمونه گیری هایی انجام شده است؛ اگر چه فاصله زمانی بین نمونه گیری تا پیاده سازی الگوریتم مورد نظر زیاد است و تغییرات زیادی در مدت زمان پخت و در نتیجه مدت زمان انتظار انجام گرفته است، اما در هر صورت این نتایج قابل تأمل است. این نمونه گیری برای دو صف زن و مرد انجام شده است. خلاصه نمونه برداری که در شش زمان مختلف از سه نانوایی انجام شده به شرح جدول 1 است.

همان طور که ملاحظه می شود، متوسط زمان انتظار در حالت کلی 9 دقیقه و 52 ثانیه و برای نانوایی سنگک نیز به طور تقریبی همین مقدار است. متوسط تعداد نان دریافتی در نانوایی سنگک 3,47 است. البته این در حالی است که صف یکی، جدا بوده و به نوعی زمان انتظار تا حدی کاهش یافته است.

## اجرای روش اولویت دهی بر اساس بالاترین امتیاز

برای اجرای الگوریتم پیشنهاد شده، سیستمی طراحی شد تا هنگام ورود افراد، زمان ورود و تعداد نان مورد نیاز را ثبت کرده و شماره ای را با ذکر زمان ورود، تعداد نان مورد تقاضا و زمان تقریبی انتظار در اختیار مشتری قرار دهد. سپس با فشردن کلیدی توسط شاطر که نشان -

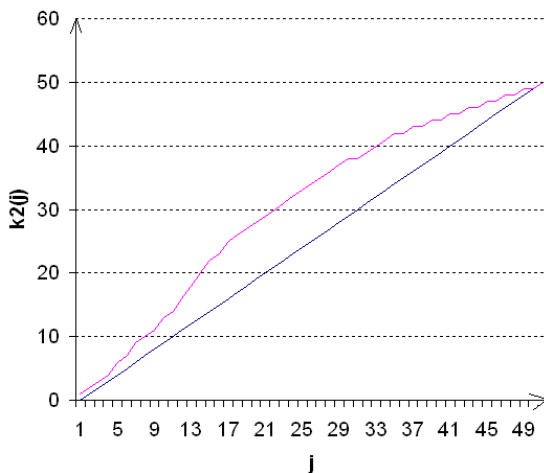


تقاضای 50 با نام  $k_{2N}(j)$  در جدول 2 برای مقادیر مختلف  $j$  آمده است و برای سیستم‌های با مقدار حداکثر متفاوت  $v_m$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$k_2(j) = \frac{k_{2n} * j * 50}{v_m}$$

جدول 2: مقدار  $k_{2N}$

تعداد نان (j)	شاخص استفاده شده $k_{2N}(j)$	تعداد نان (j)	شاخص استفاده شده $k_{2N}(j)$	تعداد نان (j)	شاخص استفاده شده $k_{2N}(j)$
0	1	17	26	34	42
1	1	18	27	35	42
2	3	19	28	36	43
3	4	20	29	37	43
4	5	21	30	38	44
5	6	22	31	39	44
6	7	23	32	40	45
7	8	24	33	41	45
8	10	25	34	42	46
9	12	26	35	43	46
10	14	27	36	44	47
11	16	28	37	45	47
12	18	29	38	46	48
13	20	30	38	47	48
14	22	31	39	48	49
15	23	32	40	49	49
16	25	33	41	50	50



شکل 1: نمایش تغییرات  $K_2$  بر حسب تعداد و انحراف آن از حالت خطی

مراجعه‌کنندگان برای تعدادی از آنها زمان خروج نیز ثبت شده و از آنها در مورد شیوه نوبت‌دهی نظرسنجی شده است. اگر چه تعداد نمونه بیشتر بوده، اما تعداد نان تا حدودی برابر با نمونه قبلی است. نکته قابل توجه اینکه همان طور که انتظار می‌رفت، متوسط نان دریافتی به طور محسوسی کاهش یافته و از 3/47 به 2/93 رسیده است. زمان انتظار در این نمونه خاص برابر با زمان محاسبه‌شده به صورت تئوری از نمونه‌های قبلی است، اما این موضوع تا حدودی اتفاقی است و با توجه به تغییرات انجام‌شده از نظر مدت زمان پخت و میزان مراجعه، دلیلی برای برابر بودن وجود ندارد. از 37 نفر از مراجعه‌کنندگان به طور اتفاقی نظرسنجی شده است که از این تعداد 29 نفر گزینه خوب یا عالی، 5 نفر گزینه بد یا خیلی بد و 3 نفر گزینه متوسط را انتخاب کردند که می‌توان گفت 78% نظر خوب، 13% نظر بد و 9% نیز نظر متوسط دادند. مشکل اساسی که در این حالت بروز کرد، این بود که تعدادی از افراد ناراضی (در حدود 1.5%)، بسیار ناراضی بوده و بسیار معترض بودند. این حالت برای شاطر قابل پذیرش نبوده و به همین دلیل الگوریتم تصحیح شد. الگوریتم تصحیح‌شده در قسمت بعد معرفی می‌شود.

### اجرای روش اولویت‌دهی اصلاح‌شده

با اجرای آزمایشی الگوریتم معرفی‌شده در قسمت قبل در مدت 3 روز، چنین نتیجه‌گیری شد که در شرایط فعلی و بدون فرهنگ‌سازی قبلی، این روش قابل پیاده‌سازی نیست و متصدی‌های نانواپی مایل به استفاده از سیستمی که تنش‌زا باشد، نخواهند بود. بنابراین الگوریتم نوبت‌دهی اصلاح‌شده با توجه به اینکه به طور عرفی مردم برای کسی که زودتر رسیده اولویت خاصی در نظر می‌گیرند، این موضوع نیز در نظر گرفته شد و برای شماره قبلی نسبت به بعدی نیز ارزش ویژه‌ای قائل شد. در الگوریتم اصلاح‌شده اولویت به بالاترین امتیاز داده می‌شود که از رابطه (10) محاسبه می‌شود:

$$B_i = ((l - i)k_1) + \frac{T_w(i)}{k_2(v(i))} \quad (10)$$

که در آن  $B_i$  امتیاز مشتری شماره  $i$  ام،  $l$  شماره آخرین نفر حاضر در صف،  $k_1$  یک عدد ثابت،  $T_w(i)$  زمان انتظار مشتری شماره  $i$  ام،  $v(i)$  حجم مورد تقاضای نفر  $i$  ام،  $k_2$  عددی مرتبط با حجم تقاضا است که برای حداکثر حجم

برای مثال حالتی را فرض کنید که نانوايي خلوت است. شخصی تقاضای 6 عدد نان را وارد کرده، ولی هنوز شاطر به او سرویس نداده است. با فاصله اندکی شخص دیگری با تقاضای پایین، مثلاً 4 عدد می‌رسد؛ در این حالت اگر فقط زمان ملاک باشد، با توجه به فاصله زمانی اندک بین دو نفر، احتمال دریافت نفر دوم قبل از نفر اول بالا است، که این موضوع در حال حاضر مورد پسند و قبول مردم نیست.

نحوه تغییرات  $k_2$  با حجم تقاضا در شکل 1 نمایش داده شده است. ثابت  $k_1$  در سیستم صف نانوايي برابر با 2 فرض شده و به این معنی است که برای رسیدن یک نفر جلوتر برای متقاضی یک عدد نان در حدود 6 ثانیه و متقاضی 7 عدد 32 ثانیه امتیاز در نظر گرفته شده است. این ثابت بدین منظور استفاده شده است که در زمان‌های انتظار کوتاه، افراد با تقاضای کمتر و با اختلاف زمانی اندک سریع‌تر سرویس داده نشوند.

### جدول 3: نمونه‌گیری پس از اجرای الگوریتم اصلاح‌شده

زمان ورود	تعداد	زمان خروج	رضایتمندی	زمان انتظار	زمان ورود	تعداد	زمان خروج	رضایتمندی	زمان انتظار
10:16	6	10:38	1	00:22	11:23	3	11:35	1	00:12
10:17	7	10:42	1	00:25	11:24	6	11:49	1	00:25
10:19	1	10:35		00:16	11:27	1	11:33	1	00:06
10:19	7	10:54	-1	00:35	11:28	1	11:32		00:04
10:20	5	10:46	1	00:26	11:28	1	11:34	1	00:06
10:20	2	10:36	1	00:16	11:30	5	11:51	1	00:21
10:22	6	10:56	1	00:34	11:30	5	11:54	1	00:24
10:23	6	10:58	1	00:35	11:31	2	11:47	1	00:16
10:25	3	10:43	1	00:18	11:32	1	11:41	1	00:09
10:26	2	10:40	-1	00:14	11:32	7	11:58	1	00:26
10:26	6	11:09		00:43	11:33	2	11:47	1	00:14
10:28	3	10:51	1	00:23	11:34	7	12:09	1	00:35
10:30	4	11:02	1	00:32	11:35	6	12:04	1	00:29
10:31	2	10:47	1	00:16	11:35	1	11:41	1	00:06
10:37	3	11:00	1	00:23	11:37	1	11:43		00:06
10:38	1	10:46		00:08	11:41	7	12:20	-1	00:39
10:40	1	10:48	1	00:08	11:41	1	11:48	1	00:07
10:41	1	10:49	1	00:08	11:44	4	12:14	1	00:30
10:41	1	10:50		00:09	11:46	3	12:09	1	00:23
10:41	1	10:50	1	00:09	11:47	1	11:56	1	00:09
10:45	2	11:07	-1	00:22	11:47	5	12:24	-1	00:37
10:45	7	11:14	1	00:29	11:20	6	11:44	1	00:24
10:47	1	10:55	1	00:08	11:22	4	11:42	1	00:20
10:51	1	11:03	-1	00:12	11:23	3	11:35	1	00:12
10:54	1	11:04	1	00:10	11:24	6	11:49	1	00:25
10:59	2	11:13	1	00:14	11:27	1	11:33	1	00:06
11:00	3	11:17	1	00:17	11:28	1	11:32		00:04
11:01	1	11:10	0	00:09	11:28	1	11:34	1	00:06
11:02	ر	11:15	1	00:13	11:30	5	11:51	1	00:21
11:04	1	11:13	1	00:09	11:30	5	11:54	1	00:24
11:07	7	11:21	1	00:14	11:31	2	11:47	1	00:16
11:07	1	11:15	1	00:08	11:32	1	11:41	1	00:09
11:09	5	11:23	1	00:14	11:32	7	11:58	1	00:26
11:12	1	11:17	1	00:05	11:33	2	11:47	1	00:14
11:13	3	11:25	1	00:12	11:34	7	12:09	1	00:35
11:16	7	11:32	1	00:16	11:35	6	12:04	1	00:29
11:16	3	11:26	1	00:10	11:35	1	11:41	1	00:06
11:18	7	11:39	1	00:21	...	...	...	...	...
11:19	1	11:24		00:05	13:14	5	13:26	1	00:12
11:20	6	11:44	1	00:24	متوسط	2/95		0/78	00:14
11:22	4	11:42	1	00:20	مجموع	366		86	30:23

حجم تقاضا با زمان انتظار (ناعادلانه بودن روش) و بالا بودن متوسط زمان انتظار نسبت به روش‌های دیگر است. به عنوان مشکل سوم، می‌توان افزایش تقاضای بی مورد هنگام شلوغی را نیز نام برد. روش دیگری که برای اولویت‌دهی در سیستم‌های صف انسانی مورد استفاده قرار گرفت، اولویت‌دهی بر اساس بالاترین امتیاز بود. اگر چه ایده اصلی این شیوه، جدید نیست، اما استفاده از آن در سیستم‌های صف انسانی جدید بود. از مزایای این روش می‌توان به عادلانه‌بودن آن (تناسب زمان انتظار با حجم تقاضا)، کاهش متوسط زمان انتظار و کاهش متوسط تقاضا بخصوص هنگام شلوغی اشاره کرد. مشکل اساسی این روش، ناراضی بودن درصد قابل توجه (13%) و ناراضی جدی بودن تعدادی (حدوداً 1.5%) از مشتریان است. به همین منظور روش اصلاح شده‌ای ارائه شد که اگر چه در این روش سه مزیت روش قبل اندکی کاهش یافت، ولی در عوض مشکل آن بهبود یافته است، به طوری که میزان نارضایتی به 7.5% و ناراضی جدی آن تقریباً حذف شد.

یک اشکال جزئی که به نظر می‌رسد در پیاده‌سازی این الگوریتم وجود دارد، این است که آیا مقایسه امتیاز شخص در هر زمان با بقیه، کار درستی است. حالتی را در نظر بگیرید که شخصی با تقاضای بالای زمانی مراجعه کرده که ناوایی دارای شلوغی متوسطی بوده است. با توجه به تقاضای بالای وی، نوبت وی به تأخیر افتاده است. حال چنانچه بعد از مدتی ناوایی شلوغ‌تر شود، تأخیر بیشتری نصیب این شخص خواهد شد. چنانچه نیاز به حل این مشکل باشد، لازم است تا در ذخیره‌سازی اطلاعات هر فرد، پارامتری را اضافه کنیم که نشان‌دهنده امتیاز اولین شخصی باشد که بعد از او سرویس داده شده و چنانچه در بررسی‌های بعدی امتیاز این شخص از این مقدار بیشتر شد، به او سرویس داده شود؛ البته فراموش نکنیم با اضافه کردن ضریب  $K_1$  در محاسبه امتیاز، این مشکل تا حدی در نظر گرفته شده است.

موضوع دیگری که می‌تواند بر رضایت‌مندی مشتری تأثیر زیادی داشته باشد، اطلاع از مدت زمان انتظار هنگام ورود است که برای این منظور در مکانیزم اصلاح‌شده می‌توان از روش‌های مناسب‌تری برای پیش‌بینی زمان انتظار استفاده کرد که به دلیل طولانی‌شدن مقاله از ذکر آن خودداری شده است. اگر چه به دلیل وقوع پیشامدهای غیر قابل پیش‌بینی مانند توقف سرویس‌دهنده و خروج

با اجرای این الگوریتم در ناوایی سنگگ به طور تقریبی متقاضی 2 عدد نان، 2 برابر یکی، 3 تایی، 2/7 برابر یکی، 4 تایی 3/3 برابر و... و 7 تایی 4/2 برابر یکی منتظر می‌ماند. قسمتی از یک نمونه‌گیری در جدول 3 آورده شده است. نباید این نکته را نادیده گرفت که این مقادیر متوسط بوده و بخصوص در شروع پخت صادق نخواهد بود. در این نمونه‌گیری نیز تعداد متوسط دریافتی کمتر از 3 عدد است که تقریباً مشابه حالت اول اجرای الگوریتم است و نسبت به سیستم معمولی صف، بیش از 14% کاهش دارد. اگر چه کاهش نان دریافتی به منزله کاهش مصرف نیست، اما به طور قطع در کاهش دورریز نان اثرگذار خواهد بود. در این نمونه به دلیل تعداد زیاد مراجعه‌کننده، متوسط زمان انتظار بالا است؛ اما اگر روی این داده مکانیزم اولویت‌دهی آواس اجرا شود، زمان انتظار به مقدار 17:36 افزایش خواهد یافت. تعداد مراجعه‌کنندگان و متوسط دریافتی، تابع پارامترهای زیادی است که برای داشتن مقادیر قابل استناد باید نمونه‌گیری‌های زیاد در شرایط متفاوت انجام گیرد. به طور نمونه در یکی از نمونه‌ها که در شب یلدا انجام گرفته، متوسط دریافتی، افزایش چشم‌گیری داشته است که کاملاً قابل توجیه است. خلاصه چهار نمونه‌گیری انجام‌شده در جدول 4 موجود است.

جدول 4: خلاصه چهار نمونه‌گیری انجام‌شده پس از اجرای الگوریتم اصلاح‌شده

ناراضی	متوسط زمان انتظار	متوسط نان دریافتی	کل نان دریافتی	تعداد نمونه	نمونه
9%	14:42	2/95	366	124	پنج شنبه
8%	8:56	2/95	381	129	پنج شنبه
6%	4:37	3/04	313	103	شنبه صبح
-	13:57	3/57	425	119	شنبه شب
-	-	-	1485	475	مجموع
7/6%	10:30	3/12	-	-	متوسط

## نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله پس از بررسی روش متداول اولویت‌دهی در سیستم‌های صف انسانی، یعنی روش اول ورود، اول سرویس‌دهی (آواس) به ارائه دو روش دیگر برای اولویت‌دهی در این گونه صفا پرداخته شد.

مزیت روش آواس آن است که برای مردم، جاافتاده و قابل قبول است، اما مشکل اساسی این روش، نبود تناسب

### تشکر و قدردانی

لازم است از معاونت پژوهشی دانشگاه سمنان که هزینه این طرح پژوهشی را تأمین کرده و همچنین از مجموعه فرمانداری سمنان و نانوائی محترم که امکان اجرای این طرح را فراهم کردند تشکر شود.

افراد از صف، پیش‌بینی خیلی دقیق ممکن نیست، اما می‌توان دقت پیش‌بینی را تا حد قابل قبولی افزایش داد. در مجموع می‌توان گفت با توجه به قابلیت‌ها و مزایای الگوریتم ارایه‌شده، استفاده از آن کاملاً قابل توجیه است. به ویژه در مکان‌هایی مانند نانوائی‌ها، بانک‌ها و ارگان‌هایی که تقاضای افراد مراجعه‌کننده متفاوت است.

### مراجع

- 1 – Chebat, J. and Filiatrault, P. (1993). "The impact of waiting in line on consumers." *Journal of Bank Marketing*. Vol. 11, No. 2, PP. 35-40.
- 2- Murdick, R. G., Render, B. and Russell, R. S. (1990). *Service operations management*. MA: Allyn and Bacon, Boston.
- 3 – Larson, R. C. (1987). "Perspectives on queues: social justice and the psychology of queuing." *Operations Research*; Vol. 35, No. 6, PP. 895-905.
- 4 – Wenhong, L., Matthew, J. L., Robert, L. N., Chung, Q. B. and Elliot, S. (2008). "Impact of process change on customer perception of waiting time." *Omega*, Vol. 32, PP. 77-83.
- 5 – Sheu, C. and Babbar, S. (1996). "A managerial assessment of the waiting time performance for alternative service process designs." *Omega*, Vol. 24, No. 6, PP. 689-703.
- 6 - Gross, D. and Harris, C. M. (1997). *Fundamentals of Queuing Theory*. Wiley, New York.
- 7 - Adan, I. and Resing, J. (2002). *Queueing Theory*. Department of Mathematics and Computing Science, Eindhoven University of Technology, P.O. Box 513, 5600 MB Eindhoven, The Netherlands.
- 8 - Shaler, S. JR. (2002). "Analysis, design, and control of queueing systems." *Operations Research*, Vol. 50, No. 1, PP. 197-216.
- 9 – Jaiswal, N. K. (1968). *Priority Queues*. Academic Press, New York.
- 10 – Avi, I., Maxwell, B. W. L. and Miller, L. W. (1965). "Queueing with alternating priorities." *Operations Research*, Vol. 13, PP. 306-318.
- 11 – Neuts, M. F. and Yadin, M. (1968). "The transient behavior of the queue with alternating priorities, with special reference to the waiting times." *Bull. Soc. Math. Belg.* Vol. 20, PP. 343-376.
- 12 Hassin, R., Puerto, J. and Fernandez, F. R. (2009). "The use of relative priorities in optimizing the performance of a queueing system." *European Journal of Operational Research*, Vol. 193, PP. 476-483.
- 13 – Gelenbe, E. and Mitrani, I. (1980). "Analysis and Synthesis of Computer Systems." Academic Press, London.
- 14 – Kleinrock, L. (1976). *Queueing Systems, Vol. 2: Computer Applications*. Willey Interscience, New York.
- 15 – Haviv, M. and van der Wal, J. (1976). "Waiting times in queues with relative priorities." *Operations Research Letters* Vol. 35, PP. 591-594.
- 16 – Sun, W., Guo, P., Tian, N. and Li, S. (2009). "Relative priority policies for minimizing the cost of queueing systems with service discrimination." *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 33, PP. 4241-4258.
- 17 – Creemers, S., Beliën, J. and Lambrecht, M. (2012). "The optimal allocation of server time slots over different classes of patients." *European Journal of Operational Research*, Vol. 219, PP. 508-521.
- 18 – Alexander, M., MacLaren, a., O’Gorman, k. and White, C. (2012). "Priority queues: Where social justice and equity collide." *Tourism Management*, Vol. 33, PP. 875-884.

## واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- First Come First Served (FCFS)
- 2- Last Come First Served (LCFS)
- 3- Best Customer First
- 4- The Most Small Service Requirement Service First
- 5- Quickest Service Requirement First
- 6- Largest Service Requirement Service First
- 7- Highest Profit Customer First

Archive of SID