

# رویکرد چندپروژه‌ای استوار برای حل مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای با محدودیت منابع

الهام نبی‌پور افروزی<sup>۱</sup>، عبدالله آقائی<sup>۲\*</sup>

۱. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین

طوسی، تهران

۲. استاد دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران

(تاریخ دریافت: ۹۶/۰۵/۰۷، تاریخ روایت اصلاح‌شده: ۹۶/۰۷/۲۹ تاریخ تصویب: ۹۶/۰۹/۱۰)

## چکیده

زمان‌بندی چندپروژه‌ای یکی از مهم‌ترین مسائل مرتبط با زمان‌بندی پروژه در عمل است که در دهه‌های گذشته توجه فراوانی را به خود جلب کرده است. با توجه به اهمیت منابع در مسائل زمان‌بندی چندپروژه‌ای، سیاست اشتراک‌گذاری منابع در این پژوهش مدنظر قرار گرفته است. همچنین در هر پروژه، مدت‌زمان فعالیت‌ها در معرض عدم قطعیت قابل توجهی قرار دارد. به‌دلیل تغییرات سریع محیطی و ماهیت منحصربه‌فرد پروژه‌ها نمی‌توان با قطعیت تابع توزیع احتمالی را برای مدت‌زمان‌های غیرقطعی فعالیت‌ها تخمین زد. علاوه بر این، مسئله در مقیاس چندپروژه‌ای رویکرد محافظه‌کارانه‌تری را در مواجهه با عدم قطعیت می‌طلبد؛ بنابراین رویکرد بهینه‌سازی استوار در این پژوهش به‌کار گرفته شده است؛ در حالیکه بیشینه تأخیر وزنی کل پروژه‌ها به عنوان تابع هدف باید کمینه شود. زمان‌بندی چندپروژه‌ای استوار با محدودیت منابع (RRCMPSP<sup>۱</sup>) در این پژوهش به‌عنوان یک مدل دومرحله‌ای ارائه و الگوریتم آزادسازی سناریو جهت حل آن اجرا گردید؛ به‌گونه‌ای که جواب‌هایی بهینه برای RRCMPSP تولید و بر مثال‌های مستخرج از نرم‌افزار RanGen آزموده شده است. لذا در این پژوهش، ساختار بهینه کلی شامل تمامی پروژه‌ها برای مسئله چند پروژه‌ای به‌دست می‌آید که به‌ازای آن، بیشینه تفاوت وزنی میان زمان اتمام پروژه‌ها و موعد مقرر تعیین‌شده آن‌ها کمینه است.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی استوار، زمان‌بندی چندپروژه‌ای، سناریوی مدت‌زمان فعالیت‌ها، کمینه‌سازی بیشینه تأسّف، محدودیت منابع.

## مقدمه

امروزه مدیریت پروژه نقش بسزایی در موفقیت بیشتر سازمان‌ها دارد و براساس تعریف عبارت است از «به‌کارگیری دانش، مهارت‌ها، ابزارها و تکنیک‌ها در انجام فعالیت‌های پروژه به‌منظور تحقق الزامات پروژه» [۱]. زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع (RCPSP<sup>۲</sup>) یکی از معروف‌ترین و رایج‌ترین مسائلی است که در صنایع مختلف کاربرد دارد. در این پژوهش، زمان‌بندی پروژه تحت شرایط محدودیت منابع تجدیدپذیر بررسی می‌شود.

با توجه به نقش حیاتی زمان‌بندی پروژه در کسب‌وکار امروزی، سازمان‌ها معمولاً بیش از یک پروژه را هم‌زمان در قالب «مدیریت چندپروژه‌ای» انجام می‌دهند. براساس مطالعات پایین [۲] حدود ۹۰ درصد پروژه‌های دنیا، در

قالب مدیریت چندپروژه‌ای است. همچنین لووا و ترمس [۳] ۲۰۲ شرکت اسپانیایی را بررسی کردند و دریافتند که تنها ۱۶ درصد شرکت‌ها به‌صورت تک‌پروژه‌ای و با منابع تخصیص‌یافته به هر پروژه فعالیت می‌کنند. آریتوا [۴] اشاره کرد که مدیریت چندپروژه‌ای به‌سادگی ادغام‌کردن تلاش‌های مدیریت تک‌پروژه‌ای نیست. در این پژوهش مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای مطالعه شده است.

در بیشتر پژوهش‌ها فرض می‌شود که اطلاعات کاملی از مسئله زمان‌بندی پروژه در اختیار است، اما در دنیای واقعی فعالیت‌های پروژه در معرض عدم قطعیت فراوانی قرار دارند. هنگامی که پارامترهای مسئله در عمل مقادیری متفاوت از مقدار اسمی خود می‌گیرند، بسیاری از محدودیت‌ها نقض می‌شوند، اما پاسخ بهینه منتج از مدل

مفاهیم و بیان مسئله، رویکرد دقیق دومرحله‌ای و مدل پیشنهادی مطرح می‌شوند. پس از آن، مثال ساده عددی برای شفاف‌سازی مدل پیشنهادی ارائه می‌شود. سپس آزمایش‌ها و نتایج محاسباتی و در آخر نتیجه‌گیری و مطالعات آتی بیان می‌شوند.

### مروری بر ادبیات موضوع

در این بخش به توضیح مختصر در زمینه پژوهش‌های مرتبط با موضوع مطالعه حاضر پرداخته می‌شود.

#### • زمان‌بندی چندپروژه‌ای

اهمیت مدیریت چندپروژه‌ای در دهه‌های اخیر در حال گسترش است. در اواسط قرن گذشته، مدیریت پروژه و مدیریت چندپروژه‌ای به جنبشی آنی نائل شد و سهم کار پروژه‌ای افزایش یافت [۹]. با وجود اینکه افزایش حجم کار پروژه‌ای، اهمیت مدیریت چندپروژه‌ای را تقویت می‌کند [۱۰] ادبیات مدیریت پروژه به الگوی تک‌پروژه‌ای تمایل دارد و مطالعات پیرامون مسئله چندپروژه‌ای اندک است [۱۱] ژنگ و همکاران [۱۲] دلیل اصلی مطالعات کمتر در زمینه مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای را در مقایسه با مسئله تک‌پروژه‌ای، پیچیدگی زیاد این مسئله می‌دانند که از عوامل متعددی تأثیر می‌پذیرد؛ مانند فضای پاسخ بیشتر، رقابت شدید بر سر منابع، اهداف مختلف و متضاد، وابستگی و اولویت درون پروژه‌ای، سطح بالایی از عدم قطعیت و... در سال‌های اخیر پژوهشگران به مطالعه پیرامون مسئله مدیریت چندپروژه‌ای جهت پرکردن این شکاف پژوهشی پرداختند [۱۳-۱۶].

#### • به‌اشتراک‌گذاری منابع<sup>۳</sup> در مسئله چندپروژه‌ای

تصمیم‌های مربوط به منابع از برجسته‌ترین جنبه‌های پیرامون مسئله چندپروژه‌ای به‌شمار می‌رود. ویژگی‌های استفاده از منابع در پروژه‌ها در محیط چندپروژه‌ای، سیاست مدیریت منابع نامیده می‌شود [۱۷]. در مسئله چندپروژه‌ای، پروژه‌های متعددی وجود دارد که به‌طور موازی صورت می‌گیرند و از یک استخر منابع مشترک تأمین می‌شوند. از میان سیاست‌های مختلف مدیریت منابع [۱۳-۱۵] در این مقاله متداول‌ترین آن‌ها یعنی سیاست به‌اشتراک‌گذاری منابع کاربرد دارد.

برای داده‌های قطعی ممکن است بهینه و حتی شدنی نباشد [۵]. به‌دلیل غیبت نیروی انسانی، تأخیر در تأمین مواد اولیه، شرایط آب و هوایی نامناسب و... برخی فعالیت‌های پروژه بیش‌ازحد انتظار زمان می‌برند و در نتیجه کاربردپذیری نتایج حاصل از مدل با پارامترهای قطعی را تهدید می‌کنند [۶] در این پژوهش برای بیشتر نزدیک‌شدن مدل به مسئله دنیای واقعی، مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها به‌صورت غیرقطعی در نظر گرفته شده است.

هروئیلین و لئوس [۷] رویکردهای پایه‌ای را برای زمان‌بندی پروژه تحت شرایط عدم قطعیت در شش دسته به نام‌های زمان‌بندی واکنشی، زمان‌بندی پروژه تصادفی، زمان‌بندی شبکه گرت تصادفی، زمان‌بندی پروژه فازی، زمان‌بندی (فعالانه) استوار و تحلیل حساسیت بررسی کردند. انتخاب یک رویکرد برای مواجهه با عدم قطعیت در مسائل، باید متناسب با ماهیت و ویژگی‌های آن مسئله باشد.

بهینه‌سازی استوار از جمله روش‌هایی است که با ماهیت مسئله زمان‌بندی پروژه سازگار است. مزیت اصلی آن در مقایسه با برنامه‌ریزی تصادفی و رویکرد فازی این است که هیچ‌گونه فرضیاتی درباره تابع توزیع احتمالاتی داده‌های غیرقطعی یا توابع عضویت آن‌ها نیاز نیست [۸]. با این رویکرد، ویژگی اصلی پروژه یعنی منحصربه‌فرد بودن آن کاملاً برطرف می‌شود. از سوی دیگر، برای انجام هر پروژه به زمان، هزینه، منابع و... در مقیاس بالا احتیاج است؛ بنابراین توجه به رویکردی محافظه‌کارانه‌تر که مسئله تحت بررسی را در برابر عدم قطعیت داده‌ها ایمن کند، ضروری به‌نظر می‌رسد.

علی‌رغم اهمیت موضوع، تاکنون پژوهشی در زمینه به‌کارگیری روش بهینه‌سازی استوار برای مسئله چندپروژه‌ای صورت نگرفته است. در نتیجه در این پژوهش به‌منظور پوشش خلأ پژوهشی، روش بهینه‌سازی استوار برای مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای تحت شرایط محدودیت منابع با در نظر گرفتن مدت‌زمان غیرقطعی فعالیت‌ها بررسی شده است. مسئله در قالب مدل دومرحله‌ای ارائه می‌شود که تابع هدف آن کمینه‌کردن بیشینه تأخیر وزنی کل پروژه‌هاست.

بخش بعدی مقاله، مرور ادبیات موضوع است. در ادامه،

در این شرایط، از اعداد فازی برای مدل‌کردن مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها استفاده می‌شود. مهم‌ترین پژوهش‌ها در زمینه به‌کارگیری رویکرد فازی در زمان‌بندی پروژه در مراجع [۲۱-۲۴] آمده است. از دیدگاه چتورو و هاواری [۲۶] رویکرد زمان‌بندی پروژه فازی بر مبنای تابع عضویت عمل می‌کند که برای تعیین آن دشواری‌هایی وجود دارد؛ بنابراین از نظرگاه عملیاتی با توجه به خاصیت منحصر به فرد بودن پروژه، تعیین تابع عضویت فازی یا برازش تابع توزیع احتمالاتی برای مدت‌زمان فعالیت‌های پروژه، کاری ساده یا دقیق نیست. در نتیجه کاربردپذیری این رویکردها از دیدگاه اعتبار و صحت نتایج برای مسئله زمان‌بندی پروژه به‌طور جدی محدود می‌شوند.

#### رویکرد استوار در مواجهه با عدم قطعیت

به دلیل پیچیدگی بسیار مسئله زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع در حالت استوار، تنها سه پژوهش در زمینه بهینه‌سازی استوار RCPSP در حالت تک‌پروژه وجود دارد. آرتیگیوس و همکاران [۲۵] مدلی را برای زمان‌بندی پروژه با عدم قطعیت فراوان در مدت‌زمان فعالیت‌ها پیشنهاد کردند. آن‌ها الگوریتم آزادسازی سناریو و الگوریتم ابتکاری مبتنی بر آزادسازی سناریو را اجرا کردند و توسعه دادند. برونی و همکاران [۶] مدل بهینه‌سازی استوار تطبیقی را پیشنهاد دادند که بدترین مدت‌زمان انجام پروژه را تحت مجموعه‌های عدم قطعیت چندوجهی با فرض آنکه مدت‌زمان فعالیت‌ها در معرض عدم قطعیت بازه‌ای قرار دارد، کمینه کردند. در پژوهش چاکرابرتی و همکاران [۲۶] مدت‌زمان فعالیت‌ها توسط متغیرهای تصادفی با توابع توزیع احتمالاتی متفاوت ارائه شد. آن‌ها رویکرد مبتنی بر بهینه‌سازی استوار را با پاسخ‌هایی به اندازه کافی خوب تحت هر سناریو پیشنهاد دادند.

تفاوت این پژوهش‌ها در نوع فضای عدم قطعیت استفاده‌شده برای پارامتر غیرقطعی است. فضای عدم قطعیت مربوط به مدت‌زمان فعالیت‌ها، به صورت گسسته و سناریویی در منبع ۲۵ و به صورت بازه‌ای در منبع ۶ در نظر گرفته شده است. همچنین چهار حالت کراندار، متقارن و کراندار، مستخرج از تابع توزیع مشخصی مثل یکنواخت، پواسون یا نرمال و مستخرج از تابع توزیع نامشخص در منبع ۲۶ برای فضای عدم قطعیت فروض شده است.

#### • زمان‌بندی پروژه در شرایط عدم قطعیت

علی‌رغم مطالعات در زمینه مسئله زمان‌بندی پروژه در حالت قطعی [۱۳-۱۴-۱۶] در نظرگیری عدم قطعیت در مسئله مدیریت پروژه برای نزدیک‌تر کردن مدل به مسئله دنیای واقعی مورد نیاز است. به منظور غیرقطعی کردن پارامترهای مسئله زمان‌بندی پروژه می‌توان از فرضیه‌های گوناگونی استفاده کرد؛ به عنوان مثال زمان‌بندی پروژه با فرض غیرقطعی بودن هزینه فعالیت‌ها بررسی شد [۳۰-۳۱]، اما بیشتر پژوهش‌های مرتبط با زمان‌بندی پروژه با هدف بهینه‌سازی مدت‌زمان پروژه صورت گرفته‌اند [۷]. مدیریت ساخت و ساز امروزی با ماهیت سریعی که دارد، مستلزم کمینه‌کردن مدت‌زمان پروژه در شرایط محدودیت‌ها و عدم قطعیت‌های موجود است. در نتیجه مدت‌زمان انجام فعالیت‌های پروژه که به‌طور مستقیم بر مدت‌زمان پروژه اثرگذار است، باید بیشتر از سایر پارامترهای پروژه مدنظر قرار بگیرد، ضمن اینکه محاسبات مربوط به آن از پیچیدگی بیشتری نیز برخوردار است. در ادامه به مهم‌ترین مطالعات در این زمینه اشاره می‌شود.

#### رویکرد تصادفی در مواجهه با عدم قطعیت

در بسیاری از مطالعات [۱۸-۲۰] رویکرد تصادفی در مسئله زمان‌بندی پروژه به‌کار گرفته شده است. این روش به مشاهدات گذشته و دانش قبلی از توابع توزیع مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها نیازمند است. چالش جدی مرتبط با به‌کارگیری رویکرد تصادفی در مسئله مدیریت پروژه این است که اجرای پروژه از نظر ماهیت کاملاً با تولید یک قطعه در خط تولید کارخانه متفاوت است. در تولید قطعه در خط تولید می‌توان داده‌های تاریخی را ثبت و تابع توزیعی احتمالاتی برای پارامتر غیرقطعی برازش کرد، اما در مورد پروژه با توجه به خاصیت منحصر به فرد بودن آن، این قضیه صادق نیست و دشواری‌هایی به منظور به‌کارگیری رویکرد تصادفی برای مسئله فوق از نظر عملیاتی وجود دارد.

#### رویکرد فازی در مواجهه با عدم قطعیت

در رویکرد زمان‌بندی پروژه فازی، به دلیل تخمین‌زدن مدت‌زمان فعالیت‌ها از سوی نیروهای متخصص، مدیریت پروژه اغلب با قضاوت‌هایی مبهم و غیردقیق مواجه است.

است. اگر  $p_{ig} \in P_{ig}$  باشد،  $P_g = (P_{0g}, P_{1g}, \dots, P_{n+1,g})$  یک سناریوی مشخص از مدت زمان فعالیت‌های یک پروژه را نشان می‌دهد.

فعالیت‌های پروژه‌ها با استفاده از مجموعه  $R$  از منابع تجدیدپذیر با ظرفیت در دسترس  $b_k$  برای هر  $k \in R$  زمان‌بندی می‌شوند. هر فعالیت  $i \in V$  از پروژه  $g$  تعداد مشخصی  $b_{igk} \in N$  از منبع نوع  $k$  بهره می‌گیرد. فعالیت‌های  $0$  و  $n+1$  در پروژه‌ها از هیچ منبعی استفاده نمی‌کنند. در ابتدای پروژه تصمیم‌گیرنده نمی‌داند کدام مقدار برای مدت زمان فعالیت‌ها رخ خواهد داد. زمانی که تمامی فعالیت‌ها پایان می‌یابند، سناریو  $p$  منتج می‌شود. اگر  $F \subseteq V$  را شامل هر زیرمجموعه‌ای از فعالیت‌ها تعریف کنیم که روابط پیش‌نیازی میان آن‌ها وجود نداشته باشد و حداقل برای یک منبع  $k \in R$  داشته باشیم:  $\sum_{i \in F} b_{ik} > b_k$  آنگاه مجموعه  $F$  یک «مجموعه ممنوعه» نامیده می‌شود؛ زیرا فعالیت‌های آن به سبب تداخل منابع نمی‌توانند موازی هم اجرا شوند.

«مجموعه ممنوعه حداقل» مجموعه‌ای است که هر یک از زیرمجموعه‌های آن نتواند یک مجموعه ممنوعه باشد. هر تداخل منبع را می‌توان با افزودن مجموعه روابط پیش‌نیازی اضافی به شبکه روابط پیش‌نیازی اولیه مرتفع کرد؛ به‌گونه‌ای که مسئله جدید یافتن مدت زمان پروژه بر روی ساختار جدید باشد؛ بنابراین پاسخ RCPSPP یک ES-policy است که آن را باید در یافتن مجموعه روابط پیش‌نیازی اضافی  $X \subseteq (V \times V) \setminus E$  جست‌وجو کنیم. به‌طوری‌که گراف توسعه‌یافته  $Graph'(V, (E \cup X))$  شبکه‌ای فاقد دور باشد و  $F(T(E \cup X)) = \emptyset$ . مطابق با بالاست [۲۷]. به مجموعه  $X$  شامل زوج فعالیت‌ها که منجر به ES-policy شدنی می‌شود، مجموعه کافی یا انتخاب کافی می‌گویند. زمانی که مجموعه توسعه‌یافته از روابط پیش‌نیازی  $X$  اضافه می‌شود، می‌توان محدودیت منابع را با توجه به روابط پیش‌نیازی تعریف‌شده در  $E \cup X$  نادیده گرفت و مدت زمان پروژه را به‌آسانی با حل مسئله مسیر بحرانی بر روی گراف توسعه‌یافته توسط  $X$  به‌دست آورد.

برای نمایش جریان منابع بین فعالیت‌ها از مفهوم شبکه‌های انتقال [۲۵] استفاده می‌شود. جریان

معمولاً در مسائل مدیریت پروژه دنیای واقعی، مدت زمان انجام فعالیت به‌صورت مجموعه‌ای از اعداد گسسته است که لزوماً متوالی نیستند؛ مثلاً ۲، ۳ و ۷. به عبارت دیگر، از نظر عملیاتی و فنی، امکان اجرای فعالیت مذکور در دو روز، سه روز یا هفت روز وجود دارد. یکی از عیب‌های فضای عدم قطعیت بازه‌ای برای مسئله زمان‌بندی پروژه، این است که تمامی اعداد داخل بازه (درمورد مثال فوق، اعداد دو تا هفت) امکان انتخاب شدن دارند؛ بنابراین در مواقعی اعدادی در محاسبات منظور می‌شوند که در عمل رخ نمی‌دهند و صرفاً میان کمترین عدد و بیشترین عدد در مجموعه مدت زمان‌های ممکن برای انجام فعالیت قرار گرفته‌اند. به‌کارگیری مجموعه عدم قطعیت گسسته و سناریویی برای مدت زمان فعالیت‌ها این مشکل را مرتفع می‌کند. با توجه به ماهیت منحصر‌به‌فرد پروژه و اینکه در مسائل دنیای واقعی بسیاری از پروژه‌ها برای نخستین بار انجام می‌شوند و هیچ داده تاریخی برای مدت زمان انجام فعالیت‌ها موجود نیست، از دیگر حسن‌های انتخاب مجموعه عدم قطعیت گسسته و سناریویی این است که به هیچ تابع توزیع یا احتمال وقوعی برای داده‌های غیرقطعی نیاز نیست.

### مفاهیم و بیان مسئله

مسئله چندپروژه‌ای شامل تعداد محدودی پروژه،  $G = 1, 2, \dots, q$  است که از سیاست استخر منابع مشترک بین پروژه‌های استفاده می‌کنند. ساختار پروژه‌ها  $Graph = (V, E)$  به‌صورت فعالیت بر گره (AON) در نظر گرفته شده‌اند. مجموعه فعالیت‌های هر پروژه به‌صورت  $V = \{0, 1, \dots, n+1\}$  و روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها به شکل  $E \subseteq V \times V$  نمایش داده می‌شود. فعالیت‌های  $0$  و  $n+1$  در هر پروژه شروع و پایان آن را نمایش می‌دهد و پیش‌نیاز و پس‌نیاز همه فعالیت‌های آن پروژه بوده و مدت زمان صفر دارند. برای هر  $i \in V$  از پروژه  $g$  یک مجموعه  $P_{ig} \subset R_+$  شامل مقادیر ممکن برای مدت زمان انجام فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  است. مجموعه  $P_{ig}$  را می‌توان به‌صورت مجموعه‌ای گسسته  $\{P_{ig1}, P_{ig2}, P_{ig3}, \dots, P_{ig|P_i|}\}$  یا یک بازه  $[P_{ig}^{\min}, P_{ig}^{\max}]$  در نظر گرفت که  $P_{ig}^{\min} \equiv \min_{P_g} P_{igk}$  و  $P_{ig}^{\max} \equiv \max_{P_g} P_{igk}$  برقرار

سطح اول، دربارهٔ میزان منابع تخصیص‌یافته به هر پروژه تصمیم‌گیری می‌شود. در سطح دوم، مسئلهٔ زمان‌بندی تک‌پروژه‌ای رخ می‌دهد. به‌طوری‌که به تعداد پروژه‌های موجود در مسئلهٔ چندپروژه‌ای، زمان‌بندی تک‌پروژه‌ای به‌طور مجزا صورت می‌گیرد. قوت این رویکرد سادگی آن است، اما ضعفش این است که نمی‌توان آن را برای هر مسئلهٔ زمان‌بندی چندپروژه‌ای به کار برد و تنها برای مسائل خاصی کاربرد دارد؛ برای مثال در مواقعی که پروژه‌ها از نظر جغرافیایی بسیار دور از هم باشند و امکان انتقال منابع در عمل وجود نداشته باشد. در غیر این صورت این روش، پاسخ بهینه‌ای برای کل مسئلهٔ چندپروژه‌ای ارائه نمی‌دهد.

در رویکردی دیگر، با عنوان سیاست به‌اشتراک‌گذاری منابع، در تعدادی پروژه از استخر منابع مشترک<sup>۶</sup> استفاده می‌شود. با توجه به محدودبودن منابع باید دربارهٔ نحوهٔ اختصاص‌دادن منابع مشترک به فعالیت‌های پروژه‌های مختلف تصمیم‌گیری کرد. برای این کار دو رویکرد تک‌پروژه‌ای<sup>۷</sup> و چندپروژه‌ای<sup>۸</sup> در ادبیات موضوع وجود دارد. در رویکرد تک‌پروژه‌ای با توجه به اینکه پروژه‌ها با به‌اشتراک‌گذاری منابع به یکدیگر مرتبط شده‌اند، برای سادگی کار همهٔ پروژه‌ها به ابرپروژه تبدیل می‌شود. به صورتی که مسئله شامل زمان‌بندی ابرپروژه است و با حل آن، زمان اتمام آخرین فعالیت و زمان انجام هر پروژه نیز حاصل می‌شود. مزیت این رویکرد در مقایسه با رویکرد قبلی این است که برای طیف گسترده‌تری از مسائل به کار گرفته می‌شود و عیب رویکرد قبلی را ندارد، اما ضعفش این است که شرایط مسئلهٔ مدیریت چندپروژه‌ای دنیای واقعی در آن مدنظر قرار نمی‌گیرد و در نتیجه در مثال‌های کاربردی، پاسخ آن بهینه و کارا نیست؛ هرچند از نظر حل، ساده‌تر از رویکرد چندپروژه‌ای است. در این رویکرد، پروژه‌ها به‌طور مستقل زمان‌بندی می‌شوند، اما برای اجرا به کمک منابعی که میان آن‌ها و پروژه‌های دیگر به اشتراک گذاشته شده است، به یکدیگر مرتبط می‌شوند. انتقال یا عدم انتقال منابع از فعالیت یک پروژه به فعالیت دیگر در پروژه دیگر می‌تواند بر مدت‌زمان هر دو پروژه تأثیرگذار باشد. درحالی‌که اگر چندین منبع برای به‌اشتراک‌گذاری میان پروژه‌ها داشته باشیم، به تعداد نوع منبع، تعداد

$f(i, j, k) \equiv f_{ijk} \in \square$  نمایانگر تعداد واحدهای منابع نوع  $k$  است که از انتهای فعالیت  $i$  به آغاز فعالیت  $j$  انتقال می‌یابد. این مقادیر باید محدودیت‌های پایستگی جریان و همچنین حدود بالا و پایین جریان گره‌های میانی را برطرف کنند. به ازای هر نوع منبع، شبکهٔ جریان مجزا خواهیم داشت.

برونی و همکاران [۶] بیان کردند که در حالت قطعی برای دو انتخاب مختلف در یک شبکه، مدت‌زمان پروژه یکسان است، اما اگر فعالیت‌ها با تأخیر مواجه شوند، مقادیر متفاوتی از مدت‌زمان پروژه به ازای دو انتخاب حاصل می‌شود. این مثال اهمیت تخصیص منابع تحت شرایط عدم قطعیت را برجسته می‌کند.

مسئلهٔ زمان‌بندی چندپروژه‌ای استوار با محدودیت منابع برای اولین بار در این پژوهش با عنوان RRCMPSP در قالب مسئلهٔ بهینه‌سازی استوار دومرحله‌ای بررسی شد. در این پژوهش فرض می‌شود که تعدادی پروژه در قالب یک مسئلهٔ چندپروژه‌ای در شرایطی که مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها قطعی نیست، زمان‌بندی می‌شوند. درجهٔ اهمیت پروژه  $g$  با عنوان وزن پروژه با  $w_g$  نشان داده می‌شود. برای هر پروژه یک موعد مقرر  $DD_g$  از سوی مدیریت ارشد پروژه تعیین می‌شود. هدف به اشتراک‌گذاری بهینهٔ منابع بین فعالیت‌های مختلف (در داخل یک پروژه یا میان پروژه‌های مختلف) به‌گونه‌ای است که در شرایط غیرقطعی بودن مدت‌زمان فعالیت‌ها، حداکثر تأخیر وزنی کل پروژه‌ها در قالب مسئلهٔ چندپروژه‌ای کمینه شود. به عبارت دیگر، انتخاب کافی برای همهٔ پروژه‌ها مدنظر است که بیشینهٔ تفاوت وزنی مدت‌زمان پروژه‌ها از موعد مقررشان تحت شرایط عدم قطعیت مدت‌زمان فعالیت‌ها و محدودیت منابع کمینه می‌شود.

### رویکرد حل دقیق دومرحله‌ای

مسئلهٔ RRCMPSP در قالب مدل دومرحله‌ای ارائه می‌شود. رویکردهای مختلفی برای حل مسائل چندپروژه‌ای وجود دارد. در برخی مطالعات، با استفاده از سیاست تخصیص انحصاری منابع<sup>۵</sup> [۱۵-۱۷] در مسئلهٔ مدیریت چندپروژه‌ای، پروژه‌ها به‌صورت کاملاً مستقل و جزیره‌ای دیده می‌شوند. در این رویکرد، پس از حل مسئلهٔ

مقاله، تعداد تکرارهای الگوریتم  $|P|=2^p$  خواهد بود. درحالی که  $U$  مجموع کل فعالیت‌ها در مسئله چندپروژه‌ای است. در این رویکرد سناریوها به‌طور تدریجی در تکرارهای مختلف الگوریتم به ساختار مسئله وارد می‌شوند. به این ترتیب که ابتدا با در نظر گرفتن یک سناریو برای مدت‌زمان فعالیت‌ها، مسئله مرحله اول حل می‌شود. هدف یافتن ساختاری  $E \cup X$  است که به ازای آن ساختار، تفاوت موزون مدت‌زمان اتمام پروژه‌ها از موعدهای مقررشان مینیمم شود؛ یعنی جست‌وجو برای یافتن ساختار بهینه  $E \cup X$  با هدف ایجاد کمینه تأخیر وزنی پروژه‌ها صورت بگیرد. در گام بعدی، مدل مرحله دوم به ازای ساختار تخصیص یافته در مرحله قبل، بدترین سناریو را برای مدت‌زمان فعالیت‌های پروژه‌ها به‌گونه‌ای جست‌وجو می‌کند که به ازای آن سناریو، مقدار تابع هدف یا تأخیر موزون پروژه‌ها نسبت به موعدهای مقررشان بیشینه شود. سپس سناریوی مذکور به مجموعه سناریوهای مسئله مرحله اول اضافه می‌شود و این الگوریتم تا جایی ادامه می‌یابد که توابع هدف دو مسئله مرحله اول و دوم برابر شوند. به عبارت دیگر، کمترین تأخیر موزون که به ازای ایجاد ساختار بهینه برای مجموعه سناریوهای موجود رخ می‌دهد با بیشترین تأخیر موزون به ازای یافتن بدترین سناریو برای ساختار تخصیص یافته موجود مساوی شود.

مراحل رویکرد حل به شرح زیر است. درحالی که  $iter$  شمارنده تکرارهای الگوریتم است.

- **مرحله اول** (مقدمات) مجموعه  $\hat{P}_1$  شامل تنها یک سناریوی  $p^1$  برای مدت‌زمان همه فعالیت‌های پروژه‌ها در نظر گرفته می‌شود.  $LB = 0$ ,  $iter = 1$  و  $UB = +\infty$  لحاظ می‌شوند.
- **مرحله دوم** (مدل مرحله اول) مدل ۱ تا ۱۴ برای به‌دست آوردن  $LB = TTA^*(\hat{P}_{iter})$  حل می‌شود و  $ES-policy$  مورد نظر؛  $X_{iter}$  محاسبه می‌شود.
- **مرحله سوم** (مدل مرحله دوم) مدل ۱۵ تا ۴۱ حل می‌شود تا بیشینه تأخیر  $TTA^{\max}(X_{iter})$  به ازای  $X_{iter}$  حاصل شود ضمن اینکه با حل مدل، بدترین سناریوی متناظر  $p^{iter+1}$  به‌دست می‌آید. همچنین  $UB = TTA^{\max}(X_{iter})$  لحاظ می‌شود.
- **مرحله چهارم** (چک کردن بهینگی)

ساختار مختلفی جهت جریان انتقال منابع در حالت بهینه خواهیم داشت؛ یعنی پروژه‌ها با استفاده از ساختار جریان منابع مختلف به یکدیگر در هم تنیده می‌شوند، اما هر کدام از آن‌ها ماهیت خود را حفظ کرده‌اند. این روش حسن‌هایی دارد که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

یکی از مسائل مطرح در دنیای واقعی، تعیین موعد زمانی مقرر برای هر یک از پروژه‌های مسئله چندپروژه‌ای است؛ یعنی مجموعه‌ای از پروژه‌ها قرار است زمان‌بندی شوند. درحالی که از یک استخر منابع مشترک استفاده می‌کنند. هدف این است که تفاوت میان زمان اتمام هر پروژه تا حد امکان از موعد مقرر آن کمینه شود. این تصمیم معمولاً از سوی مدیریت ارشد پروژه صورت می‌گیرد. با توجه به رویکرد چندپروژه‌ای این امکان به‌راحتی فراهم می‌شود.

یکی دیگر از مسائل مطرح در دنیای واقعی، درجه اهمیت پروژه‌هاست؛ یعنی هر پروژه‌ای از نظر راهبردی اهمیت مشخصی برای مدیریت پروژه دارد و در نتیجه درجه انحراف از موعد مقرر برای هر پروژه‌ای می‌تواند به مقدار متفاوتی هزینه برای ما داشته باشد. این درجه اهمیت را می‌توان با وزن هر پروژه نمایش داد. تخصیص وزن‌های متفاوت به پروژه‌های گوناگون از دیگر دلایلی است که ما را به استفاده از رویکرد چندپروژه‌ای برای مسئله چند پروژه‌ای وادار می‌کند؛ بنابراین رویکرد چندپروژه‌ای کامل‌ترین و متناسب‌ترین رویکرد در مواجهه و حل مسئله چندپروژه‌ای دنیای واقعی است، ضمن اینکه ضعف‌های رویکردهای قبلی را ندارد.

در ادامه به توصیف جزئیات رویکرد حل پرداخته می‌شود. مجموعه متغیرهای تصمیم در دو دسته جای می‌گیرند. دسته اول متغیرهای مرتبط با تصمیمات انتخاب کافی  $X \in \mathcal{X}$  است و دسته دوم متغیرهای مربوط به محاسبه طولانی‌ترین مسیر در ساختار تولید شده از مرحله اول به ازای بدترین سناریوهای مدت‌زمان انجام فعالیت‌های پروژه‌هاست. براساس دیدگاه آرتیگیوس و همکاران [۲۵] سناریوی  $p_i$  اکستریم است اگر داشته باشیم:  $p_i = p_i^{\min}$  یا  $p_i = p_i^{\max}$  برای تمامی  $i \in V$ . آن‌ها همچنین اثبات کردند که همیشه در یک  $ES-policy$  به ازای سناریوی اکستریم برای فعالیت‌ها، بیشینه تأخیر رخ خواهد داد. در نتیجه در بدترین حالت برای مسئله تحت بررسی در این

موعد مقرر پروژه  $g$   
 مدت‌زمان فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  تحت سناریو  $h$   
 مقدار منبع مورد نیاز از نوع  $k$  جهت فعالیت  $i$  از  
 پروژه  $g$  در هر واحد زمانی  
 مقدار در دسترس منبع  $k$  در هر واحد زمانی  
 کمترین مقدار سناریو برای مدت‌زمان فعالیت  $i$   
 از پروژه  $g$   
 بیشترین مقدار سناریو برای مدت‌زمان فعالیت  $i$   
 از پروژه  $g$

هرگاه  $LB = UB$  شود آنگاه الگوریتم متوقف  
 می‌شود. در غیر این صورت،  $iter = iter + 1$  و  
 $\hat{P}_{iter} = \hat{P}_{iter-1} \cup \{P^{iter}\}$  لحاظ می‌شود و  
 الگوریتم به مرحله دوم انتقال می‌یابد.

### مدل پیشنهادی

در این بخش مدل ریاضی پیشنهادی برای مسئله  
 زمان‌بندی چندپروژه‌ای تحت شرایط محدودیت منابع با  
 در نظر گرفتن مدت‌زمان غیرقطعی فعالیت‌ها در قالب  
 مدل‌های دو مسئله مرحله اول و مرحله دوم ارائه می‌شود.

### متغیرها

تأخیر وزنی اتمام پروژه‌ها  
 $TTa^*$   
 تأخیر در اتمام پروژه  $g$   
 $Ta_g$   
 زمان شروع فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  تحت سناریوی  
 $h$   
 $S_{i,g}^h$   
 متغیر تصمیم با مقدار یک اگر فعالیت  $i$  از  
 پروژه  $g$  پیش‌نیاز فعالیت  $j$  از پروژه  $g'$  باشد.  
 در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.  
 $x_{igjg'}$   
 میزان جریان منبع نوع  $k$  انتقال یافته از فعالیت  
 $i$  از پروژه  $g$  به فعالیت  $j$  از پروژه  $g'$   
 $f_{igjg'k}$   
 متغیر تصمیم با مقدار یک اگر مدت‌زمان  
 فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  بیشینه باشد و صفر اگر  
 مدت‌زمان فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  کمینه باشد.  
 $a_{ig}$   
 طولانی‌ترین مسیر پروژه  $g$  در شبکه پروژه‌ها  
 $LP_g$   
 جریان ماکزیمم و مینیمم انتقالی از نوع  $g''$  از  
 فعالیت  $i$  پروژه  $g$  به فعالیت  $j$  پروژه  $g'$   
 $\varphi_g^{\min igjg'}$   
 و  
 $\varphi_g^{\max igjg'}$   
 زمان شروع فعالیت  $i$  از پروژه  $g$   
 $S_{i,g}$

فهرست مجموعه‌ها، شمارنده‌ها، پارامترها و متغیرها  
 فهرست مجموعه‌ها، شمارنده‌ها، پارامترها و متغیرهای  
 به‌کاررفته در مدل‌های پیشنهادی به شرح زیر است.

### مجموعه‌ها

$G$  مجموعه پروژه‌های مسئله چندپروژه‌ای  
 $V$  مجموعه گره‌های فعالیت‌ها  
 $R$  مجموعه منابع تجدیدپذیر  
 $E$  مجموعه روابط پیش‌نیازی بین فعالیت‌ها  
 $P$  مجموعه سناریوهای مدت‌زمان فعالیت‌ها

### شمارنده‌ها

$i, j$  شمارنده فعالیت‌های پروژه‌ها  
 $g, g', g''$  شمارنده پروژه‌ها  
 $k$  شمارنده منابع  
 $h$  شمارنده سناریوها

### پارامترها

$w_g$  وزن پروژه  $g$  بیانگر درجه ارجحیت پروژه  $g$

### مدل مرحله اول

در روابط ۱ تا ۱۴ مدل مرحله اول ارائه شده است.

$$TTa^* = \min \sum_{g=1}^G w_g \cdot Ta_g \quad (1)$$

s.t.

$$Ta_g \geq S_{n+1,g}^h - DD_g, \quad \forall g \in G, h = 1, \dots, |P| \quad (2)$$

$$S_{j,g'}^h \geq S_{i,g}^h + P_{i,g}^h - M(1 - x_{igjg'}) \quad , \forall (i, j) \in V \times V, \quad \forall g, g' \in G \times G, \\ i \neq j \text{ or } g \neq g', \quad h = 1, \dots, |P| \quad (3)$$

$$\sum_{g'} \sum_{\substack{i \in V, \\ i \neq 0}} \sum_g f_{0gig'k} = b_k \quad , \forall k \in R \quad (4)$$

$$\sum_g \sum_{\substack{j \in V, \\ j \neq n+1}} \sum_{g'} f_{jgn+1g'k} = b_k \quad , \forall k \in R \quad (5)$$

$$\sum_{g' \in G} \sum_{\substack{j \in V, j \neq n+1 \\ (j \neq i \text{ or } g \neq g')}} f_{jg'igk} = b_{igk} \quad , \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, \quad \forall k \in R, \quad \forall g \in G \quad (6)$$

$$\sum_{g' \in G} \sum_{\substack{j \in V, j \neq 0 \\ (j \neq i \text{ or } g \neq g')}} f_{igjg'k} = b_{igk} \quad , \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, \quad \forall k \in R, \quad \forall g \in G \quad (7)$$

$$f_{igjg'k} \leq \min\{b_{igk}, b_{jg'k}\} \cdot x_{igjg'} \quad , \forall (i, j) \in V \times V \\ , \forall (g, g') \in G \times G, \quad \forall k \in R \quad , \quad i, j \neq 0, n+1 \quad (8)$$

$$x_{igjg'} = 1 \quad , \forall (i, g, j, g') \in E \quad (9)$$

$$S_{0g} = 0 \quad , \forall g \in G \quad (10)$$

$$Ta_g \geq 0 \quad , \forall g \in G \quad (11)$$

$$S_{i,g}^h \geq 0 \quad , \forall i \in V, \quad \forall g \in G, \quad h = 1, \dots, |P| \quad (12)$$

$$f_{igjg'k} \geq 0 \quad , \forall (i, j) \in V \times V, \quad \forall (g, g') \in G \times G, \quad \forall k \in R \quad (13)$$

$$x_{igjg'} \in \{0, 1\} \quad , \forall (i, j) \in V \times V \quad , \forall g, g' \in G \times G \quad (14)$$

فعالیتی می‌شود که رابطه پیش‌نیازی بین آن‌ها برقرار نیست. محدودیت ۹ نشان می‌دهد متغیر باینری  $x$  به ازای دو فعالیتی که رابطه پیش‌نیازی میان آن‌ها برقرار است، مقدار یک می‌پذیرد. زمان آغاز فعالیت ۰ برای همه پروژه‌ها ابتدای افق برنامه‌ریزی یعنی زمان صفر است که در رابطه ۱۰ آمده است. رابطه ۱۱ از منفی شدن تأخیر پروژه‌ها جلوگیری می‌کند و در نتیجه تضمین می‌دهد که  $Ta_g = \max\{0, S_{n+1,g}^h - DD_g\}$  برای همه سناریوها و تمامی پروژه‌ها برقرار است. روابط ۱۲ و ۱۳ به ترتیب غیرمنفی بودن متغیرهای زمان شروع فعالیت‌ها و جریان منابع بین فعالیت‌ها را بیان می‌کنند. در نهایت، باینری بودن متغیر  $x$  در رابطه ۱۴ آمده است.

خروجی مدل فوق کمیته تأخیر موزون پروژه‌ها برای مجموعه سناریوهای موجود است. ضمن اینکه ساختار بهینه  $EUX$  برای پروژه‌ها با در نظر گرفتن سناریوهای موجود حاصل می‌شود؛ یعنی بهترین ساختار برای تخصیص منابع میان فعالیت‌ها با توجه به روابط پیش‌نیازی

تابع هدف ۱ کمیته کردن تأخیر وزنی پروژه‌ها را نشان می‌دهد. نحوه محاسبه تأخیر هر پروژه در رابطه ۲ آمده است. رابطه ۳ روابط پیش‌نیازی میان فعالیت‌ها را بیان می‌کند، در شرایطی که  $M$  یک عدد بزرگ است. براساس رابطه ۴، مجموع جریان منبع نوع  $k$  که از گره‌های ۰ پروژه‌ها به فعالیت‌های شبکه تزریق می‌شود، به اندازه ظرفیت در دسترس منبع نوع  $k$  است. همچنین مجموع میزان جریان‌های منبع نوع  $k$  که از فعالیت‌های شبکه به گره‌های  $n+1$  پروژه‌ها وارد می‌شود با توجه به رابطه ۵ برابر با ظرفیت در دسترس منبع نوع  $k$  است. روابط ۶ و ۷ به ترتیب بیانگر این هستند که مجموع جریان‌های ورودی و خروجی منبع نوع  $k$  برای گره  $i$  از پروژه  $g$  برابر با میزان منبع مورد نیاز فعالیت  $i$  پروژه  $g$  از نوع  $k$  است.

رابطه ۸ تضمین می‌کند که جریان منبع نوع  $k$  انتقالی از فعالیت  $i$  پروژه  $g$  به فعالیت  $j$  پروژه  $g'$  حداکثر برابر با کمیته مقادیر مورد نیاز منبع نوع  $k$  برای دو فعالیت مذکور است. همچنین این رابطه مانع از انتقال منبع میان دو



بین فعالیت‌ها و میزان نیازمندی به این منابع حاصل می‌شود؛ به‌گونه‌ای که تأخیر موزون پروژه‌ها کمینه شود. این ساختار بهینه به‌عنوان ورودی مدل مرحله دوم مورد نیاز است.

### مدل مرحله دوم

مدل مرحله دوم در روابط ۱۵ تا ۲۳ ارائه شده است.

$$\max TTa^* = \sum_{g=1}^G w_g . Ta_g \quad (15)$$

st.

$$Ta_g \leq (LP_g - DD_g) , \forall g \in G \quad (16)$$

$$LP_{g'} = \sum_{(i, g, j, g') \in EUX} (p_{ig}^{\min} . \varphi_{g'ig'}^{\min} + p_{ig}^{\max} . \varphi_{g'ig'}^{\max}) , \forall g'' \in G \quad (17)$$

$$\sum_{(i, g, j, g') \in EUX} (\varphi_{g'ig'}^{\min} + \varphi_{g'ig'}^{\max}) = 1 , \text{for } i = 0 , \forall g'' \in G \quad (18)$$

$$\sum_{(i, g, j, g') \in EUX} (\varphi_{g'ig'}^{\min} + \varphi_{g'ig'}^{\max}) = 1 , \forall g'' \in G, j = n+1, g' = g'' \quad (19)$$

$$\varphi_{g'ig'}^{\min} = 0 , \forall i \in V , \forall g, g'' \in G \times G, j = n+1, g' \neq g'' \quad (20)$$

$$\varphi_{g'ig'}^{\max} = 0 , \forall i \in V , \forall g, g'' \in G \times G, j = n+1, g' \neq g'' \quad (21)$$

$$\sum_{(i, g, j, g') \in EUX} \varphi_{g'ig'}^{\min} + \varphi_{g'ig'}^{\max} = \sum_{(j, g', i, g) \in EUX} \varphi_{g'ig'}^{\min} + \varphi_{g'ig'}^{\max} , \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, \forall g \in G, \forall g'' \in G \quad (22)$$

$$\sum_{(i, g, j, g') \in EUX} \varphi_{g'ig'}^{\max} \leq a_{ig} , \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, \forall g \in G, \forall g'' \in G \quad (23)$$

$$\sum_{(i, g, j, g') \in EUX} \varphi_{g'ig'}^{\min} \leq 1 - a_{ig} , \forall i \in V \setminus \{0, n+1\}, \forall g \in G, \forall g'' \in G \quad (24)$$

$$Ta_g \geq 0 , \forall g \in G \quad (25)$$

$$\varphi_{g'ig'}^{\min} \geq 0 , \forall (i, g, j, g') \in EUX, \forall g'' \in G \quad (26)$$

$$\varphi_{g'ig'}^{\max} \geq 0 , \forall (i, g, j, g') \in EUX, \forall g'' \in G \quad (27)$$

$$x_{ig'g'} = 1 , \forall (i, g, j, g') \in E \quad (28)$$

$$x_{ig'g'} \in \{0, 1\} , \forall (i, j) \in V \times V, \forall g, g' \in G \times G \quad (29)$$

$$a_{ig} \in \{0, 1\} , \forall i \in V, \forall g \in G \quad (30)$$

$$S_{0g} = 0 , \forall g \in G \quad (31)$$

$$a_{0g} = a_{n+1g} = 0 , \forall g \in G \quad (32)$$

برای محاسبه طولانی‌ترین مسیر زمانی که تنها یک پروژه داریم، می‌توان از رابطه  $\sum_{(i, j) \in EUX} (p_i . \varphi_{ij})$  بهره برد که در آن  $p_i$  مدت‌زمان فعالیت  $i$  و  $\varphi_{ij}$  جریان انتقالی از فعالیت  $i$  به فعالیت  $j$  است، اما به‌دلیل ضرب  $p_i$  در  $\varphi_{ij}$  این رابطه غیرخطی است. همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد تنها مقادیر  $p_i^{\max}$  و  $p_i^{\min}$  برای هر فعالیت مورد نیاز است؛ بنابراین از متغیر باینری  $a_i$  بهره گرفته و رابطه غیرخطی به‌صورت

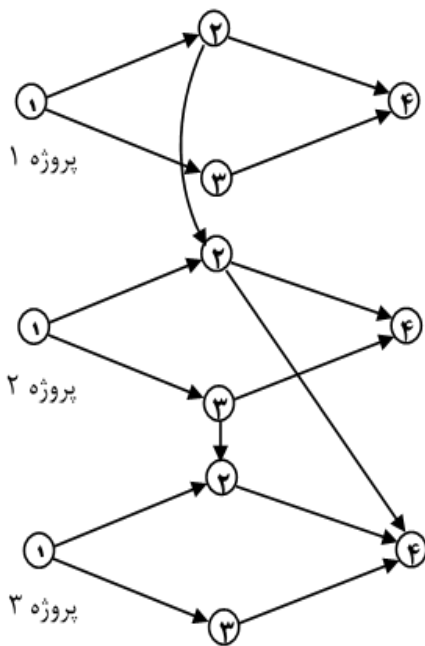
بیشینه‌شدن تأخیر موزون پروژه‌ها و نحوه محاسبه تأخیر پروژه‌ها به‌طور متناظر در روابط ۱۵ و ۱۶ آمده است. به‌منظور محاسبه زمان اتمام هر پروژه می‌توان از محاسبه طولانی‌ترین مسیر آن پروژه در شبکه پروژه‌ها بهره برد. نحوه محاسبه طولانی‌ترین مسیر برای هر پروژه به این شرح است: ساختار  $EUX$  برای همه پروژه‌ها به‌عنوان ساختار کلی در نظر گرفته می‌شود که شامل رابطه پیش‌نیازی ابتدایی بین فعالیت‌ها ( $E$ ) و روابط پیش‌نیازی اضافی ناشی از محدودیت منابع ( $X$ ) است.

بنابراین  $\varphi_{g^{*}igig}^{\max}$  می‌باید صفر شود. زمانی که مقدار یک بگیرد، یعنی مدت‌زمان انجام فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  بیشینه است و در نتیجه  $\varphi_{g^{*}igig}^{\min}$  صفر می‌شود.

روابط ۲۵ تا ۲۷ به‌طور متناظر غیرمنفی بودن متغیرهای تأخیر پروژه‌ها و جریان‌های مرتبط با طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها را بیان می‌کند. محدودیت ۲۸ تضمین می‌کند که متغیر  $x$  به‌ازای فعالیت‌هایی که روابط پیش‌نیازی بین آن‌ها برقرار است، مقدار یک دارد. باینری بودن متغیرهای  $x$  و  $a$  در رابطه ۲۹ و ۳۰ آمده است. رابطه ۳۱ به شروع پروژه‌ها در ابتدای افق برنامه‌ریزی زمانی اشاره دارد. همچنین برای همه فعالیت‌های ۰ پروژه‌ها که مدت‌زمان آن‌ها ۰ است، متغیر  $a$  نیز ۰ در نظر گرفته می‌شود که در رابطه ۳۲ آمده است.

### مثال عددی

مسئله چندپروژه‌ای شامل سه پروژه را در نظر بگیرید. هر پروژه تنها از ۴ فعالیت تشکیل شده است (فعالیت‌های ۱ و ۴ مجازی‌اند) که در شکل ۱ آمده است. تنها یک نوع منبع تجدیدپذیر ( $b_1 = 7$ ) تعریف می‌شود. منابع مورد نیاز برای انجام هر فعالیت، مدت‌زمان‌های ممکن برای انجام فعالیت‌ها، موعد مقرر تعیین‌شده برای پروژه‌ها و وزن اهمیت پروژه‌ها در جدول ۱ آمده است.



شکل ۱. ساختار مسئله چندپروژه‌ای

معادل خطی آن؛  $\sum_{(i,j) \in EUX} (p_i^{\min} \cdot \varphi_{ij}^{\min} + p_i^{\max} \cdot \varphi_{ij}^{\max})$  بازنویسی می‌شود. جهت توضیحات بیشتر درمورد نحوه محاسبه طولانی‌ترین مسیر یک پروژه و خطی‌سازی روابط آن به آرتیگیوس و همکاران [۲۵] مراجعه شود.

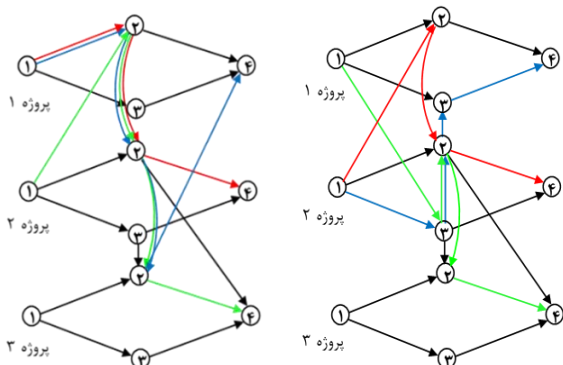
بنا بر توضیحات فوق، طولانی‌ترین مسیر هر پروژه در ساختار مسئله چندپروژه‌ای که در این مقاله برای اولین بررسی می‌شود، براساس رابطه ۱۷ محاسبه با توجه به توضیحات زیر صورت می‌گیرد. در ساختار چندپروژه‌ای در این پژوهش باید برای محاسبه طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها به ازای هر پروژه، جریان از گره‌های ابتدایی وارد شبکه شود؛ یعنی به تعداد پروژه‌های موجود در مسئله چندپروژه‌ای، جریان‌هایی برای محاسبه طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها در ساختار  $EUX$  خواهیم داشت. براین‌اساس متغیر جریان  $\varphi_{g^{*}igig}$  به‌گونه‌ای تعریف می‌شود که در آن، اولین اندیس یعنی  $g$  بیانگر پروژه‌ای است که طولانی‌ترین مسیر مرتبط با آن پروژه (پروژه  $g$ ) در ساختار شبکه پروژه‌ها به‌واسطه جریان متناظر  $\varphi_{g^{*}igig}$  محاسبه می‌شود. به‌دلیل اینکه فعالیتی از یک پروژه می‌تواند پیش‌نیاز فعالیتی از پروژه دیگر نیز باشد؛ بنابراین نقطه آغازین جریان هر پروژه، گره ۰ همان پروژه نیست، بلکه می‌تواند از گره‌های ۰ پروژه‌های دیگر نیز نشئت بگیرد؛ از این‌رو رابطه ۱۸ بیان می‌دارد که در ساختار شبکه پروژه‌ها، برای طولانی‌ترین مسیر هر پروژه، مجموع ورودی‌های جریان پروژه مذکور، نشئت‌گرفته از گره‌های ۰ همه پروژه‌ها باید یک شود. همچنین رابطه ۱۹ تضمین می‌کند که جریان محاسبه‌گر طولانی‌ترین مسیر متناظر با هر پروژه باید حتماً به گره انتهایی؛ همان  $n+1$  پروژه وارد شود. رابطه ۲۰ و ۲۱ بیان می‌کند که جریان مشخص‌کننده طولانی‌ترین مسیر یک پروژه نمی‌تواند به گره انتهایی پروژه‌های دیگر وارد شود.

رابطه ۲۲ یا همان قانون پایستگی جریان نشان می‌دهد برای هر نوع جریان در ساختار شبکه، مجموع جریان ورودی به گره  $i$  از پروژه  $g$  می‌باید با مجموع جریان خروجی از گره  $i$  از پروژه  $g$  برابر باشد. رابطه ۲۳ و ۲۴ محدودیت‌هایی است که به سبب خطی‌سازی عبارت طولانی‌ترین مسیر ایجاد شده‌اند و بیان می‌کنند که وقتی متغیر باینری  $a_{ig}$  مقدار صفر بگیرد، یعنی مدت‌زمان انجام فعالیت  $i$  از پروژه  $g$  کمینه مقدار است؛

جدول ۱. داده‌های مورد نیاز مسئله چند پروژه‌ای

پروژه	مؤید مقرر پروژه‌ها	وزن پروژه‌ها	$i$	$g$	$b_{ig1}$	$P_{ig}$
پروژه ۱	۷	۰/۲۵	۱	۱	۰	{۰}
			۲	۱	۳	{۵،۳،۴}
			۳	۱	۲	{۲،۴}
			۴	۱	۰	{۰}
پروژه ۲	۳	۰/۴	۱	۲	۰	{۰}
			۲	۲	۳	{۴،۵}
			۳	۲	۴	{۱،۲،۳}
			۴	۲	۰	{۰}
پروژه ۳	۶	۰/۳۵	۱	۳	۰	{۰}
			۲	۳	۲	{۲،۳،۴}
			۳	۳	۳	{۳،۴،۵}
			۴	۳	۰	{۰}

**(تکرار دوم)** با توجه به دو سناریوی موجود، مسئله مرحله اول باید حل شود. پس از حل آن، ساختار *EUX2* به گونه‌ای به دست می‌آید که تأخیر وزنی کل پروژه‌ها با در نظر گرفتن هم‌زمان دو سناریوی مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها، کمینه شود. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها تنها برای مقادیر دومین سناریو مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها در شکل ۳- الف رسم شده است.



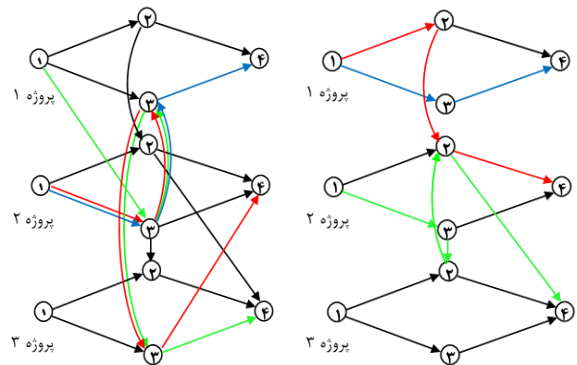
شکل ۳. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها در تکرار دوم

با توجه به *EUX2*، مدل مرحله دوم در تکرار دوم حل می‌شود و بیشینه تأخیر وزنی پروژه‌ها برای *EUX2* بر پایه بدترین سناریوی حاصل شده  $a_{21} = a_{22} = a_{23} = 1$  و  $a_{31} = a_{32} = a_{33} = 0$  به دست می‌آید. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها بر پایه بدترین سناریو در این مرحله، در شکل ۳- ب آمده است.

**(تکرار سوم)** به طور مشابه، مسئله مرحله اول با توجه به سه سناریو حل می‌شود. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها برای سناریوی سوم در شکل ۴- الف آمده است.

**(تکرار اول)** پس از حل مدل مرحله اول، *EUX1* به گونه‌ای به دست می‌آید که تحت سناریوی اول یعنی در شرایطی که مدت‌زمان همه فعالیت‌ها در حالت کمینه‌شان باشد، تأخیر وزنی کل پروژه‌ها کمینه شود. برای جلوگیری از شلوغی به دلیل تعداد زیاد کمان‌ها، از نمایش کل *EUX* ها در هر تکرار چشم‌پوشی می‌شود. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها بر اساس اولین سناریو محاسبه و در شکل ۲- الف نمایش داده شده است.

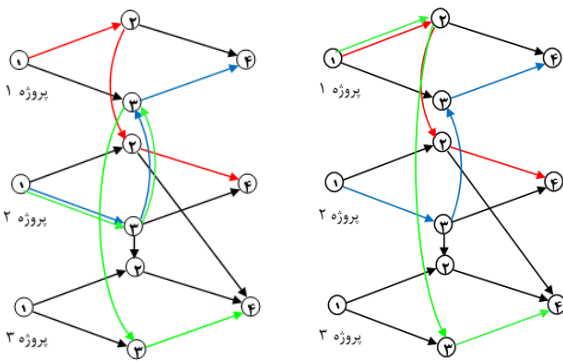
پس از حل مدل مرحله دوم به ازای *EUX1*، بیشینه تأخیر وزنی کل برای ساختار *EUX1* توسط یافتن بدترین سناریو  $a_{21} = a_{22} = a_{23} = 0$  و  $a_{31} = a_{32} = a_{33} = 1$  حاصل می‌شود. شکل ۲- ب طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها را بر اساس بدترین سناریو نشان می‌دهد (از نمایش طولانی‌ترین مسیرها حاصل از سناریوی اول صرف نظر شده است).



شکل ۲. طولانی‌ترین مسیر پروژه‌ها در تکرار اول

با  $EUX4$  حاصل شده از مدل مرحله اول، مدل مرحله دوم محاسبه می شود و بدترین سناریو  $a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{32} = a_{33} = 1$  و  $a_{23} = 0$  به دست می آید. طولانی ترین مسیر پروژه ها به ازای بدترین سناریو در شکل ۵-ب آمده است.

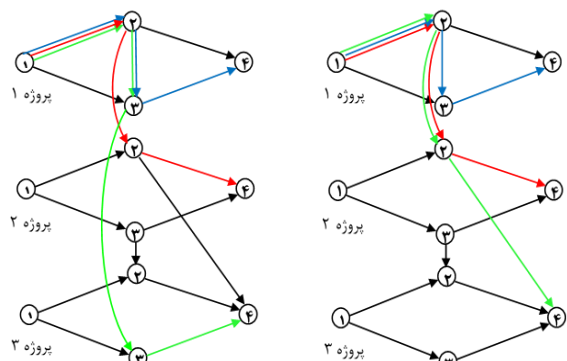
با مقایسه مقادیر توابع هدف مدل مرحله اول و مدل مرحله دوم مشاهده می شود که الگوریتم در تکرار چهارم به دلیل برابری مقادیر توابع هدف  $4/9$  متوقف می شود. خلاصه نتایج تکرارهای الگوریتم در جدول ۲ بیان شده است.



شکل ۵. طولانی ترین مسیر پروژه ها در تکرار چهارم (الف) مدل سطح اول (ب) مدل سطح دوم

با  $EUX3$  به دست آمده، مدل مرحله دوم محاسبه می شود. مطابق با بدترین سناریوی حاصل شده  $a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{33} = 1$  و  $a_{23} = a_{32} = 0$  طولانی ترین مسیر پروژه ها در شکل ۴-ب آمده است.

(تکرار چهارم) در تکرار چهارم نیز مسئله مرحله اول با توجه به چهار سناریوی حاصل شده حل می شود. شکل ۵-الف طولانی ترین مسیر پروژه ها را تنها به ازای سناریوی چهارم نشان می دهد.



شکل ۴. طولانی ترین مسیر پروژه ها در تکرار سوم (الف) مدل سطح اول (ب) مدل سطح دوم

جدول ۲. خلاصه نتایج حاصل از تکرارهای الگوریتم

مدل	تأخیر پروژه ها	تکرار اول			تکرار دوم			تکرار سوم			تکرار چهارم		
		پروژه ها			پروژه ها			پروژه ها			پروژه ها		
		۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
مرحله اول	تأخیر وزنی کل پروژه ها	۰	۴	۱	۴	۴	۳	۰	۷	۶	۰	۷	۶
مرحله دوم	تأخیر پروژه ها	۰	۹	۶	۷	۷	۸	۲	۷	۸	۰	۷	۶
مرحله دوم	تأخیر وزنی کل پروژه ها	۵/۷			۷/۳۵			۶/۱			۴/۹		
چک کردن بهینگی		×			×			×					

با وقوع مقادیر مختلف برای مدت زمان غیرقطعی فعالیت ها، مسئله تحت بررسی همچنان شدنی و نزدیک بهینه است.

### آزمایش ها و نتایج محاسباتی

بهینه سازی استوار مسئله زمان بندی چندپروژه ای با محدودیت منابع و مدت زمان های غیرقطعی برای اولین بار در این مقاله بررسی شد. براین اساس، هر دو مدل مرحله اول و مرحله دوم در نرم افزار  $GAMS v24.1.2$  کد شده است. آزمایش ها روی کامپیوتر با مشخصات  $2.20 GHz$

بنابراین، بهترین ساختار براساس محدودیت منابع و روابط پیش نیازی به گونه ای حاصل می شود که تأخیر وزنی کل پروژه ها در شرایطی که مدت زمان فعالیت ها غیرقطعی است، کمینه شود. نتیجه به دست آمده استوار است؛ زیرا تضمین می کند که به ازای هر سناریوی ممکن برای مدت زمان فعالیت ها (در این مثال،  $(2^4) \times (3^4) = 324$ ) سناریوی ممکن برای وقوع وجود دارد) تأخیر وزنی کل پروژه ها بیشتر از  $4/9$  نشود؛ بنابراین، روش بهینه سازی استوار، مسئله را در مقابل عدم قطعیت ایمن می کند؛ زیرا

این فاکتور با معادله ۳۳ به دست می‌آید [۲۹].

$$RC_k = \frac{DMND_k}{R_k}, \text{ for all } k \in R \quad (33)$$

که در آن  $R_k$  ظرفیت منبع نوع  $k$  است و  $DMND_k$  متوسط مقدار منبع نوع  $k$  است که توسط یک فعالیت استفاده و از رابطه ۳۴ محاسبه می‌شود.

$$DMND_k = \frac{\sum_N r_{ijk}}{\sum_N \begin{cases} 1 & \text{if } r_{ijk} > 0 \\ 0 & \text{if } r_{ijk} = 0 \end{cases}}, \text{ for all } k \in R \quad (34)$$

که در آن  $r_{ijk}$  منبع مورد نیاز نوع  $k$  در هر دوره زمانی توسط فعالیت  $j$  از پروژه  $i$  است و  $N$  مجموعه تمامی فعالیت‌هاست که باید زمان‌بندی شوند. در این پژوهش،  $RC$  مقادیری از مجموعه  $\{0.3, 0.6\}$  اتخاذ می‌کند. برای هر ترکیب از  $OS$ ،  $RF$  و  $RC$  پنج نمونه از  $RRCMPSP$  لحاظ شده است. هر مسئله چندپروژه‌ای شامل سه پروژه در نظر گرفته شده است؛ بنابراین ۱۸۰ نمونه تصادفی باید به کمک نرم‌افزار *RanGen* تولید شود.

$$2(OS) \times 3(RF) \times 2(RC) \times 5(\text{per combination examples}) \times 3(\text{number of project in each multi project problem}) = 180$$

### نتایج محاسباتی

نتایج محاسباتی در جدول ۳ آمده است. همان‌طور که پیش‌تر بیان شد، دوازده دسته‌بندی براساس مقادیر مختلف فاکتورهای ساختار مسئله یعنی  $OS$ ،  $RF$  و  $RC$  وجود دارد. متوسط زمان اجرایی در هر تکرار برای هر دو مسئله مرحله اول و مرحله دوم محاسبه شده است. همچنین، متوسط تعداد تکرارها ثبت شد و در جدول ۳ آمده است.

(2 processors) AMD Opteron™ Processor  
6274 و 43.0 GB RAM تحت سیستم‌عامل Windows  
10 اجرا شده‌اند.

### مسائل نمونه

نرم‌افزار *RanGen* [۲۸] در این مقاله، برای تولید مسائل نمونه  $RCPSP$  قطعی استفاده شده است. سپس سایر داده‌های مورد نیاز برای تبدیل مسائل نمونه به  $RRCMPSP$  در نظر گرفته شده است. با به‌کارگیری نرم‌افزار *RanGen* مسائل نمونه با مقادیر مختلف پارامترهای ساختار پروژه تولید می‌شود. این پارامترها شامل قدرت توالی ( $OS$ )، فاکتور منبع ( $RF$ ) و محدودبودن منبع ( $RC$ ) است که به‌طور مختصر در ادامه توصیف می‌شوند. در این مقاله، تعداد فعالیت‌ها  $n=20$  برای هر پروژه در مسئله چندپروژه‌ای در نظر گرفته شده است.

**قدرت توالی ( $OS$ ):** نسبت تعداد روابط پیش‌نیازی موجود به تعداد بیشینه روابط پیش‌نیازی نظری در شبکه است. کمترین مقدار برای  $OS$  صفر است (در شبکه موازی) و بیشترین مقدار  $OS$  یک است (در حالت شبکه سری). در این مقاله،  $OS$  می‌تواند مقادیر  $\{0.4, 0.7\}$  اتخاذ کند.

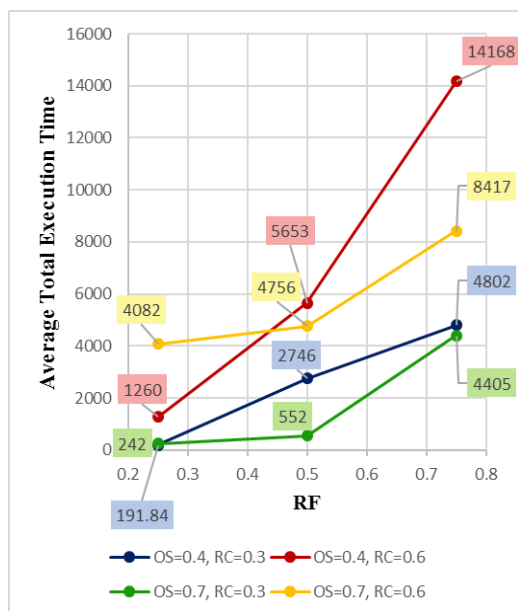
**فاکتور منبع ( $RF$ ):** اینکه چه تعداد منبع مختلف به‌طور متوسط به‌کمک فعالیت‌ها استفاده شود، با استفاده از این فاکتور تعیین می‌شود. کمترین مقدار برای  $RF$  صفر است (هیچ نیاز به منبعی برای اجرای فعالیت‌ها وجود ندارد) و بیشترین مقدار  $RF$  یک است (زمانی که همه فعالیت‌ها به تمامی انواع منابع احتیاج داشته باشند). در این مقاله،  $RF$  مقادیری از مجموعه  $\{0.125, 0.5, 0.75\}$  را اتخاذ می‌کند.

**محدودبودن منبع ( $RC$ ):** (به‌ازای هر نوع منبع)

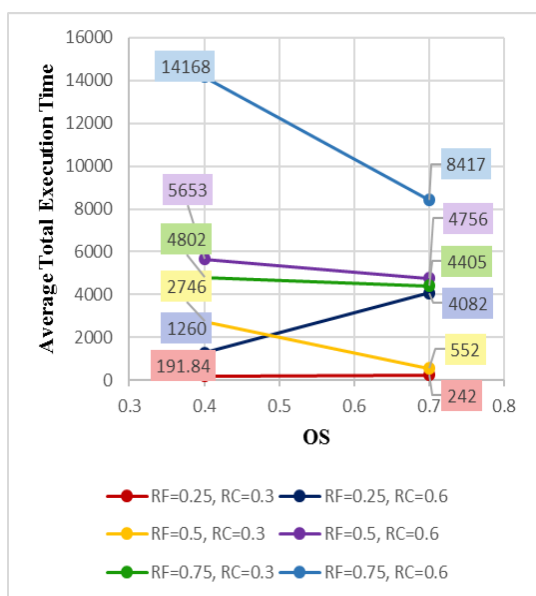
جدول ۳. نتایج محاسباتی

ردیف	پارامترها			زمان			متوسط تعداد تکرارها
	OS	RF	RC	متوسط زمان محاسباتی مدل مرحله اول در هر تکرار	متوسط زمان محاسباتی مدل مرحله دوم در هر تکرار	متوسط زمان محاسباتی کل در هر تکرار	
۱	۰/۴	۰/۲۵	۰/۳	s ۴۳/۴۲ min ۱	s۲۸/۴۲ min, ۱	S۱۱/۸۴min, ۳	۲/۳
۲	۰/۴	۰/۲۵	۰/۶	s۲۳min, ۱۹	s۳۷min, ۱	min۲۱	۵/۴
۳	۰/۴	۰/۵	۰/۳	s ۱۴min, ۴۴	s۳۲min, ۱	s۴۶min, ۴۵	۵/۸
۴	۰/۴	۰/۵	۰/۶	s۴۵ min, ۳۲ h, ۱	s۲۸ min, ۱	s۱۳ min, ۳۴ h, ۱	۵/۷
۵	۰/۴	۰/۷۵	۰/۳	s۲۰ min, ۱۸ h, ۱	s۴۲ min, ۱	s۲ min, ۲۰ h, ۱	۴/۴
۶	۰/۴	۰/۷۵	۰/۶	s۱۱ min, ۵۴ h, ۳	s۵۷ min, ۱	s۸ min, ۵۶ h, ۳	۶/۷
۷	۰/۷	۰/۲۵	۰/۳	s۷min, ۲	s۵۵min, ۱	s۲min, ۴	۲
۸	۰/۷	۰/۲۵	۰/۶	s۵ min, ۶ h, ۱	s۵۷min, ۱	s۲ min, ۸h, ۱	۳
۹	۰/۷	۰/۵	۰/۳	s۲۴ min, ۷	s۴۸ min, ۱	s۱۲ min, ۹	۳
۱۰	۰/۷	۰/۵	۰/۶	s۲۳ min, ۱۷h, ۱	s۵۳ min, ۱	s۱۶ min, ۱۹ h, ۱	۶/۱
۱۱	۰/۷	۰/۷۵	۰/۳	s۳۴ min, ۱۱ h, ۱	s۵۱ min, ۱	s۲۵ min, ۱۳ h, ۱	۲/۶
۱۲	۰/۷	۰/۷۵	۰/۶	s۲۳ min, ۱۸h, ۲	s۵۴ min, ۱	s۱۷ min, ۲۰ h, ۲	۶/۸

فاکتور  $RF$  نیز مرتبط با محدودیت منابع است و می‌تواند بر عملکرد حل مسئله مرحله اول تأثیرگذار باشد؛ به‌گونه‌ای که زمانی که  $RF$  افزایش می‌یابد، مسئله دشوارتر شده و مدت‌زمان بیشتری برای حل آن صرف می‌شود؛ بنابراین  $RF$  دومین فاکتور مؤثر بر نتایج حاصل از مدل مرحله اول است. همان‌طور که در شکل ۷ مشهود است، با افزایش مقادیر  $RF$ ، مدت‌زمان حل مسئله افزایش قابل توجهی می‌یابد.

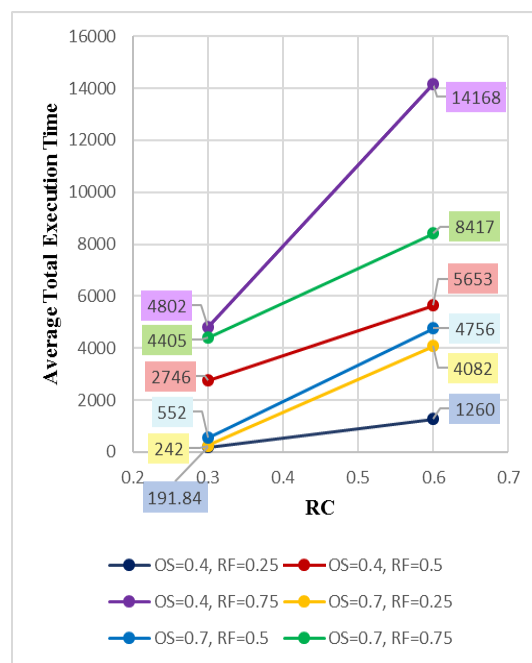


شکل ۷. تحلیل حساسیت فاکتور  $RF$



شکل ۸. تحلیل حساسیت فاکتور  $OS$

رفتار رویکرد حل به‌طور عمده به مثال‌ها و مشخصات آن‌ها بستگی دارد. نمودارهای ۶ تا ۸ تحلیل حساسیت نتایج حاصل شده برای سطوح مختلف فاکتورهای  $RC$ ،  $RF$  و  $OS$  را نشان می‌دهد.



شکل ۶. تحلیل حساسیت فاکتور  $RC$

همان‌طور که در شکل ۶ نمایش داده شده است، تأثیرگذارترین فاکتور  $RC$  است که تأثیر قابل توجهی بر عملکرد رویکرد به‌کاررفته دارد. براین‌اساس از میان ۶ آزمایش که مقادیر مختلفی از  $OS$  و  $RF$  را شامل می‌شود، مدت‌زمان محاسباتی با افزایش  $RC$  به‌طور فزاینده چشم یافته است. به بیان دیگر زمانی که  $RC$  افزایش می‌یابد، مثال‌ها دشوارتر شده و رویکرد مذکور به مدت‌زمان بیشتری جهت اجرا احتیاج دارد. شایان ذکر است که نمودار خطی برازش‌شده به مقادیر، صرفاً برای نشان‌دادن میزان تأثیر مقادیر فاکتورها بر مدت‌زمان محاسباتی به‌طور شماتیک است. نکته قابل‌تأمل این است که فاکتورها صرفاً بر عملکرد حل مسئله مرحله اول تأثیر قابل توجهی دارند که در آن باید روابط پیش‌نیازی اضافی ( $X$ ) (به‌دلیل محدودیت منابع) ایجاد شود؛ بنابراین،  $RC$  که مرتبط‌ترین فاکتور با محدودیت منابع است، تأثیری قوی بر عملکرد مسئله مرحله اول دارد و مسئله مرحله دوم به‌طور فراوانی متأثر از این فاکتور نیست.

به‌اشتراک‌گذاری منابع در این پژوهش برای تخصیص منابع در مسئله چندپروژه‌ای به‌کار رفته است. برای هر یک از پروژه‌ها موعده مقرر از سوی مدیر پروژه ارشد تعیین شده است. همچنین برای هر پروژه وزنی در نظر گرفته شد که بیانگر میزان اهمیت و توجهی است که باید به آن پروژه تخصیص داده شود. جهت به‌دست‌آوردن جواب‌های دقیق برای مسئله چندپروژه‌ای استوار، از الگوریتم آزادسازی سناریو در این پژوهش استفاده شده است که برای نخستین بار توسط آرتیگیوس و همکاران [۲۵] به کار رفته بود. سپس درباره نتایج محاسباتی بحث و مشاهده شد که فاکتور  $RC$  که به‌ویژه در مسائل زمان‌بندی چندپروژه‌ای فاکتور مهمی است، بیشترین تأثیر را بر رفتار رویکرد حل در مسئله تحت بررسی دارد.

برخی توسعه‌های پژوهش حاضر می‌تواند حائز توجه باشد. درحالی‌که در این پژوهش «کمینه‌کردن بیشینه تأخیر وزنی کل پروژه‌ها» به‌عنوان تابع هدف مسئله تحت بررسی در نظر گرفته شده است، سایر توابع هدف مانند «کمینه‌کردن هزینه»، «بیشینه‌کردن کیفیت» و غیره با توجه به اهمیتی که در مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای دارند، می‌توانند به ساختار مسئله اضافه شوند. محدودیت‌های دیگری را می‌توان برای نزدیک‌تر کردن مدل به مسئله دنیای واقعی اضافه کرد؛ مانند حالت‌های اجرایی چندگانه فعالیت‌ها، محدودیت منابع غیرتجدیدپذیر، منابع چندمهارته و غیره. در پایان در نظر گرفتن عدم قطعیت در دسترس‌پذیری منابع و مطالعه تأثیری که بر مدیریت مسئله چندپروژه‌ای می‌گذارد، می‌تواند قابل توجه باشد.

مطابق با شکل ۸، سومین فاکتور تحت بررسی یا  $OS$ ، کمترین میزان تأثیرگذاری را بر نتایج دارد. طبق تعریف  $OS$ ، زمانی که این فاکتور افزایش می‌یابد، ساختار پروژه‌ها از ساختار موازی به سمت ساختار سری میل می‌کند. بنابراین مسئله تحت مطالعه از نظر محدودیت منابع و تداخل منابع حاصل از آن، آسان‌تر شده و لذا مسئله مرحله اول که کاملاً متأثر از محدودیت منابع است، در مجموع مدت‌زمان کمتری را جهت حل نیاز دارد. با توجه به شکل ۸ جز یک مورد، در باقی موارد با افزایش فاکتور  $OS$ ، شاهد کاهش زمان حل بوده و در مواردی نیز تغییر چندانی مشاهده نمی‌شود.

در این مقاله، بهینه‌سازی استوار مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای به‌گونه‌ای انجام شد که چنانچه مدت‌زمان فعالیت‌های پروژه‌ها تغییر یابند و حتی بدترین سناریو را در نظر بگیرند، دیرکرد موزون پروژه‌ها نسبت به موعده مقررشان از مقدار تابع هدف بیشتر نخواهد شد؛ یعنی در عین حال که این مسئله سعی در تخصیص منابع مشترک میان پروژه‌ها به‌گونه‌ای دارد که دیرکرد موزون پروژه‌ها کمینه شود، از سوی دیگر مسئله را در برابر عدم قطعیت مدت‌زمان فعالیت‌ها مصون می‌دارد و استوار می‌کند.

### نتیجه‌گیری و مطالعات آتی

مسئله زمان‌بندی چندپروژه‌ای استوار با محدودیت منابع ( $RRCMPSP$ ) در این پژوهش با تابع هدف کمینه‌کردن بیشینه تأخیر وزنی کل پروژه‌ها مطالعه شد. مدت‌زمان فعالیت‌های پروژه‌ها غیرقطعی و به‌صورت مقادیر گسسته با عنوان سناریو تعریف شده است. سیاست

### منابع

1. PMI. (2012). *Project Management Body of Knowledge, PMBOK Guide*. 5<sup>th</sup>. Ed. Atlanta, USA.
2. Payne, J. H. (1995). "Management of Multiple Simultaneous Projects: A State-of-The-Art Review", *International Journal of Project Management*, Vol. 13, No. 3, PP. 163–168.
3. Lova, A., and Tormos, P. (2001). "Analysis of Scheduling Schemes and Heuristic Rules Performance in Resource-Constrained Multiproject Scheduling", *Annals of Operations Research*, Vol. 102, PP. 263–286.
4. Aritua, B., Smith, N. J., and Bower, D. (2009). "Construction Client Multi-Projects – A Complex Adaptive Systems Perspective", *International Journal of Project Management*, Vol. 27, PP. 72–79.
5. Bertsimas, D., and Sim, M. (2004). "The Price of Robustness", *Operations Research*, Vol. 52, No. 1, PP. 35-53.

6. Bruni, M. E. et al. (2017). "An Adjustable Robust Optimization Model for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Uncertain Activity Durations", *Omega*, Vol. 71, PP. 66-84.
7. Herroelen, W., and Leus, R. (2005). "Project Scheduling Under Uncertainty: Survey and Research Potentials", *European Journal of Operational Research*, Vol. 165, PP. 289-306.
8. Yamashita, D. S., Armentano, V. A., and Laguna, M. (2007). "Robust Optimization Models for Project Scheduling with Resource Availability Cost", *Journal of Scheduling*, Vol. 10, PP. 67-76.
9. Kerzner, H. (2013). *Project Management: A Systems Approach to Planning, Scheduling, and Controlling*. 11<sup>th</sup>. Ed. PP. 1, 7, 42, 66, Hoboken: Wiley.
10. Walter, M. (2014). "Multi-Project Management with a Multi-Skilled Workforce, a Quantitative Approach Aiming at Small Project Teams", *Phd Dissertation*. Clausthal University Of Technology.
11. Blismass, N. et al. (2004). "Factors Influencing Delivery Within Construction Clients' Multi-Project Environments", *Engineering, Construction and Architectural Management*, Vol. 11, No. 2, PP. 113-125.
12. Zheng, Z. et al. (2013). "Resource Constraint Multi Project Scheduling with Priority and Uncertain Activity Durations", *International Journal of Computational Intelligence Systems*, Vol. 6 No. 3, PP. 530-547.
13. Singh, A. (2014). "Resource Constrained Multi-Project Scheduling with Priority Rules and Analytic Hierarchy Process", *Procedia Engineering*, Vol. 69, PP. 725 - 734.
14. Wauters, T. et al. (2013). "The Multi-Mode Resource-Constrained Multi-Project Scheduling Problem", *Journal of Scheduling*, The MISTA 2013 Challenge.
15. Besikci, U., Bilge, U., and Ulusoy, G. (2015). "Multi-Mode Resource Constrained Multi-Project Scheduling and Resource Portfolio Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 240, PP. 22-31.
16. Zheng, Z. et al. (2014). "A Critical Chains-Based Distributed Multi-Project Scheduling Approach", *Neurocomputing*, Vol. 143, PP. 282-293.
17. Besikci, U., Bilge, U., and Ulusoy, G. (2013). "Resource Dedication Problem in a Multi-Project Environment", *Flexible Services and Manufacturing Journal*, Vol. 25, PP. 206-229.
18. Klerides, E., and Hadjiconstantinou, E. (2010). "A Decomposition-Based Stochastic Programming Approach for the Project Scheduling Problem Under Time/ Cost Trade-Off Settings and Uncertain Durations", *Computers And Operations Research*, Vol. 37, No. 12, PP. 2131-2140.
19. Chiang, A. J., and Jeang, A. (2015). "Stochastic Project Management Via Computer Simulation and Optimisation Method", *International Journal of Systems Science: Operations and Logistics*, Vol. 2, No. 4, PP. 211-230.
20. Xiong, J. et al. (2012). "A Hybrid Multi Objective Genetic Algorithm for Robust Resource Constrained Project Scheduling with Stochastic Durations", *Mathematical Problems in Engineering*, P. 24.
21. Duc Long, L., and Ohsato, A. (2008). "Fuzzy Critical Chain Method for Project Scheduling Under Resource Constraints and Uncertainty", *International Journal of Project Management*, Vol. 26, PP. 688-698.
22. Knyazeva, M., Bozhenyuk, B., and Rozenberg, I. (2015). "Resource-Constrained Project Scheduling Approach Under Fuzzy Conditions", *Procedia Computer Science*, Vol. 77, PP. 56-64.
23. Dixit, V., Srivastava, R. K., and Chaudhuri, A. (2014). "Procurement Scheduling for Complex Projects with Fuzzy Activity Durations and Lead Times", *Computers and Industrial Engineering*, Vol. 76, PP. 401-414.
24. Masmoudi, M., and Häit, A. (2013). "Project Scheduling Under Uncertainty Using Fuzzy Modelling and Solving Techniques", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 26, No. 1, PP. 135-149.
25. Artigues, C., Leus, R., and Nobibon, F. T. (2013). "Robust Optimization for Resource-Constrained Project Scheduling with Uncertain Activity Durations", *Flexible Services and Manufacturing Journal*, Vol. 25, PP. 175-205.



26. Chakraborty, R. K., Sarker, R. A., and Essam, D. L. (2017). "Resource Constrained Project Scheduling with Uncertain Activity Durations", *Computers and Industrial Engineering*, [Http://Dx.Doi.Org/10.1016/J.Cie.2016.12.040](http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2016.12.040).
27. Balas, E. (1971). "Project Scheduling with Resource Constraints", In *E.M.L. Beale, (Ed.), Applications of Mathematical Programming Techniques*, PP. 187-200, The English Universities Press Ltd.
28. Demeulemeester, E., Vanhoucke, M., and Herroelen, W. (2003). "A Random Network Generator for Activity-on-The-Node Networks", *Journal of Scheduling*, Vol. 6, PP. 13-34.
29. Patterson, J. H. (1976). "Project Scheduling: The Effects of Problem Structure on Heuristic Performance", *Naval Research Logistic*, Vol. 23, No. 1, PP. 95-123
30. Hazir, O., Erel, E., and Gnalay, Y. (2011). "Robust Optimization Models for the Discrete Time/Cost Trade-Off Problem", *International Journal of Production Economics*. Vol. 130, No. 1, PP. 87-95.
31. Moghani Ghahremanlouie, S., and Fathi Hafashjani, K. (2014). "A Novel Robust Model for Discrete Time-Cost Trade off Problem", *International Journal of Industrial Engineering and Production Management*, Vol. 25, No. 1, PP. 1-14.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

1. Robust Resource-Constrained Multi-Project Scheduling Problem
2. Resource-Constrained Project Scheduling Problem
3. Resource Sharing
4. Activity on Node
5. Resource Dedication
6. Resource Pool
7. Single Project Approach
8. Multi Project Approach
9. Global project manager
10. Order Strength
11. Resource Factor
12. Resource Constrainedness