

کاربرد رویکرد تئوری بازی‌ها در مسئله نگهداری و تعمیرات منتخب

مریم اسمعیلی^{۱*}، زهره گودرزی^۲

۱. دانشیار دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء، تهران

۲. دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه الزهراء، تهران

(تاریخ دریافت: ۹۶/۰۳/۱۳، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۹۷/۰۲/۰۴، تاریخ تصویب: ۹۷/۰۵/۱۰)

چکیده

نگهداری و تعمیرات در سیستم‌های چندوضعیت به دنبال لزوم اجرای مأموریت‌های متوالی با مدت‌زمان توقف محدود میان هر دو مأموریت متوالی، اهمیت ویژه‌ای دارد. همچنین حضور دو ذی‌نفع در مسائل نگهداری و تعمیرات منتخب، بر لزوم دستیابی به پاسخی بهینه برای این مسائل می‌افزاید. در مقاله حاضر برای نخستین بار از رویکرد تئوری بازی‌ها در مسئله نگهداری و تعمیرات منتخب برای سیستم‌های چندوضعیت که متأثر از وابستگی تصادفی نیز هستند، استفاده شده است. با توجه به اولویت نظر مشتری در دنیای امروزی، تعامل میان مشتری و تعمیرگاه براساس مدل مشتری-استکلبرگ ارائه شده است. در این مدل مشتری به‌عنوان رهبر، ابتدا مؤلفه‌های قرارداد و سطح قابلیت اطمینان سیستم را با هدف دستیابی به حداکثر مطلوبیت خود انتخاب می‌کند. سپس هزینه نیروی انسانی در تعمیرگاه به‌عنوان پیرو محاسبه می‌شود. بررسی کارایی روش پیشنهادی در قالب مثال‌های عددی صورت گرفت. همچنین به‌منظور بررسی تعمیم‌پذیری، تحلیل حساسیت نتایج نیز درباره تغییر مقادیر پارامترهای کلیدی مدل ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: تئوری بازی‌ها، سیستم چندوضعیت، نگهداری و تعمیرات منتخب، وابستگی تصادفی.

مقدمه

وضعیت‌هایی افزون بر دو وضعیت پیش‌فرض (فعالیت سالم و خرابی کامل) برای سیستم حاصل می‌شود، مطالعه چنین سیستم‌هایی اولویت می‌یابد. براین اساس، سیستمی را که سطوح عملکرد مختلفی با ظرفیت‌های متفاوت دارد، سیستم چندوضعیت (MSS) می‌نامند که برای ارزیابی قابلیت اطمینان آن محاسبه روابط بسیار پیچیده‌تری در مقایسه با سیستم دووضعیت نیاز خواهد بود. اجزای سیستم می‌توانند مستقل از یکدیگر یا وابسته باشند که با توجه به پیچیدگی موجود در تجهیزات صنعتی، توجه به وابستگی میان اجزای سیستم سبب واقعی‌تر شدن سیستم مدنظر خواهد شد. وابستگی‌های مذکور شامل وابستگی اقتصادی، وابستگی ساختاری و وابستگی تصادفی یا عملیاتی هستند. خرابی اجزای سیستم نیز می‌تواند به دو صورت موضعی و فراگیر رخ دهد که در حالت فراگیر، آثار خرابی یک جزء گسترده‌تر از خرابی جزء مذکور است و میزان این گسترده‌گی به نحوه وابستگی اجزای سیستم بستگی دارد. در برخی موارد نیز خرابی یک جزء می‌تواند سبب توقف کامل عملکرد کل سیستم شود. رویکردهای گوناگونی در زمینه حل مسائل حوزه

در بسیاری از صنایع ضروری است مأموریت‌های متوالی با زمان‌های توقف محدود میان هر دو مأموریت متوالی صورت بگیرد در صورت نیاز تجهیزات به کاررفته در صنایع به دریافت اقدامات نگهداری و تعمیرات، زمان توقف مذکور بهترین و تنها فرصت پیش‌آمده برای اجرای اقدامات لازم خواهد بود. موضوع مهم دیگر در نگهداری و تعمیرات، لزوم دسترسی به منابع لازم است. با توجه به محدودیت در دسترسی به منابع، همه اقدامات نگهداری و تعمیرات مطلوب مدنظر روی همه اجزای سیستم ممکن نخواهد بود؛ بنابراین لازم است با در نظر گرفتن محدودیت منابع، در مورد نوع اقدامات مطلوب و اجزایی که این اقدامات را دریافت می‌کنند، تصمیم‌گیری مناسبی صورت بگیرد. این راهبرد نگهداری و تعمیراتی با عنوان نگهداری و تعمیرات منتخب معرفی می‌شود که در تجهیزات تولیدی، تسهیلات نظامی، واحدهای تولید نیرو، سیستم‌های هواپیمایی و... کاربرد دارد. با توجه به اینکه در دنیای واقعی، سیستم‌ها و اجزای تشکیل‌دهنده آن‌ها می‌توانند چندین سطح عملکرد مختلف داشته باشند که متناسب با این سطوح فعالیت،

موازی دووضعیه توسعه دادند و مدل شبیه‌سازی- بهینه‌سازی ترکیبی را برای شبیه‌سازی عملکرد ناوگان ارائه کردند.

راجاگوپالان و کسدی [۷] توسعه روش مبتنی بر مدل‌سازی برای مدیریت تصمیم‌های نگهداری و تعمیرات منتخب را ارزیابی کردند. بهینه‌سازی در مقاله مایلرت و همکاران [۸] در مورد سیستم‌های سری- موازی دووضعیه‌ای است که اختلاف در عملکرد طولانی‌مدت میان سیاست تک‌مأموریتی و چندمأموریتی را حداقل کرده‌اند. در مقاله لاست و همکاران [۹] مطالعه روش‌های دقیق و هیوریتیک برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم در یک پنجره زمانی از یک دوره زمانی محدود در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب بررسی شده است. فیصل خان و علی [۱۰] مسئله تخصیص اجزای قابل تعمیر و قابل جایگزینی برای یک سیستم قابلیت اطمینان را با استفاده از نگهداری و تعمیرات منتخب، با ارائه راه‌حل عدد صحیح مطالعه کردند. مروفی و همکاران [۱۱] سیاست نگهداری و تعمیرات منتخب را برای سیستم‌های چندجزئی با وابستگی‌های تصادفی و اقتصادی با توجه به خرابی‌های فراگیر با اثر کلی و پدیده انزوای خرابی تجزیه و تحلیل کردند.

با وجود اینکه تاکنون مقالات متعددی در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب منتشر شده است، محدودیت در زمینه تحلیل رفتار سیستم‌های چندوضعیه کاملاً مشهود است و بیشتر آن‌ها سیستم و اجزای آن را در دو وضعیت ممکن خراب یا فعال در نظر می‌گیرند. لئو و همکاران [۱۲] مسئله راهبرد نگهداری و تعمیرات منتخب بهینه برای سیستم‌های چندوضعیه تحت نگهداری و تعمیرات ناقص را موضوع پژوهش خود قرار دادند. در مطالعه چن و همکاران [۱۳] رویکردی برای توزیع بهینه ظرفیت در مورد سیستم‌های چندوضعیه تحت راهبرد نگهداری و تعمیرات منتخب توسعه یافته است. در این مطالعه، بهینه‌سازی به‌دست‌آمده به کمک الگوریتم ژنتیک حل شده و از تابع مولد عمومی برای به‌دست‌آوردن احتمالات وضعیت استفاده شده است که تابع هدف از نوع بهینه‌سازی قابلیت اطمینان است.

از دیگر جنبه‌های مهم در مطالعات حوزه نگهداری و

نگهداری و تعمیرات وجود دارد که تئوری بازی‌ها یکی از آن‌هاست. این تئوری مطالعه مدل‌های ریاضی درگیر در روش تصمیم‌گیری و انتخاب هوشمندانه و منطقی تصمیم‌گیرندگان در یک بازی است و تلاش می‌کند رفتار ریاضی حاکم بر موقعیتی راهبردی را مدل‌سازی کند. این موقعیت زمانی پدید می‌آید که موفقیت یک فرد وابسته به راهبردهایی باشد که دیگران انتخاب می‌کنند. هدف نهایی این دانش، یافتن راهبرد بهینه برای بازیکنان است. تئوری بازی در مطالعه طیف گسترده‌ای از موضوعات کاربرد دارد؛ از جمله نحوه تعامل تصمیم‌گیرندگان در محیط رقابتی به شکلی که نتایج تصمیم هر عامل، مؤثر بر نتایج کسب‌شده سایر عوامل است. اصل مهم تئوری بازی‌ها بر خردمندانه‌بودن رفتار بازیکنان است؛ به این معنا که هر بازیکن تنها در پی بهینه‌کردن سود خود است و می‌داند که چگونه می‌تواند سود خود را بهینه کند [۱۴]. در ادامه، مقالات مرتبط با این موضوعات بیان شده است.

رایس و همکاران [۲] در سال ۱۹۹۸ برای اولین بار مفهوم نگهداری و تعمیرات منتخب را معرفی کردند. سیستم مورد مطالعه آن‌ها سری-موازی بود و توزیع زمان خرابی اجزا در هر زیرسیستم را نیز یکسان و مستقل در نظر گرفته بودند. برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان آن نیز مدل ریاضی غیرخطی گسسته را ارائه کردند.

منگ و همکاران [۳] با در نظر گرفتن سیستم‌هایی که هر جزء و سیستم می‌تواند در $k+1$ وضعیت ممکن $0,1,2,\dots,k$ باشد، به توسعه مقاله رایس و همکاران پرداختند. کسدی و همکاران [۴] ساختارهای کلی‌تری از سیستم شامل افزونگی با اجزای مستقل تصادفی را در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب مطالعه کردند. آن‌ها با افزودن محدودیت هزینه علاوه بر محدودیت زمان به مدل رایس و به ترتیب با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان و زمان نگهداری و تعمیرات به‌عنوان هدف، دو مدل را ارائه کردند. کسدی و همکاران [۵] فاکتور تعیین‌کننده قابلیت اطمینان در مدل رایس را سن در نظر گرفتند. آن‌ها توسعه‌ای از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی را پیشنهاد دادند و شبیه‌سازی ترکیبی با مدل تحلیلی را برای مأموریت‌های متوالی مطالعه کردند. اشنایدر و کسدی [۶] مدل رایس و همکاران را برای یک ناوگان شامل چندین سیستم سری-

باشد که منجر به حداکثرسازی رضایت مشتری و سود حاصل از اجرای این اقدامات منتخب برای تعمیرگاه شود، اهمیت بسیاری دارد که در پژوهش حاضر به آن پرداخته شده است. همچنین علاوه بر تعیین مقدار هزینه‌های اجرای نگهداری و تعمیرات منتخب، درآمد حاصل از اجرای این اقدامات برای ذی‌نفعان (مشتری و تعمیرگاه) برای هر راهبرد پیشنهادی در نظر گرفته شده است.

مورتی و اصغری‌زاده [۲۰] در زمینه کاربرد تئوری بازی‌ها در حوزه نگهداری و تعمیرات، تصمیم‌گیری بهینه در عملکرد خدمات نگهداری و تعمیرات را مطالعه کردند. مدل آن‌ها راهبرد بهینه نگهداری و تعمیرات با توجه به ساختار قیمت‌گذاری، تعداد مشتری‌ها برای خدمت و تعداد کانال‌های خدمت فرمول‌بندی شده است. در ادامه آن‌ها [۲۱] در مقاله‌ای با عنوان قراردادهای خدمت، مدلی تصادفی را برای بررسی اثر فاکتورهای قرارداد، قابلیت اطمینان تجهیزات و تعداد مشتری‌ها بر سود مورد انتظار نمایندگی و راهبردهای بهینه نمایندگی با استفاده از رویکرد تئوری بازی‌ها ارائه کردند. جکسون و پسکول [۲۲] نیز به مطالعه مذاکرات قرارداد خدمت نگهداری و تعمیرات بهینه با تجهیزات قدیمی پرداختند.

مین و همکاران [۲۳] به بررسی ایجاد زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات مبتنی بر تئوری بازی‌ها در بازار انرژی‌های الکتریکی (برق) پرداختند. رویکرد جدید آن‌ها مدل‌سازی برای یک اپراتور سیستمی مستقل، مبتنی بر روش هماهنگی تئوری بازی‌ها برای مسئله زمان‌بندی نگهداری و تعمیرات است. اسمعیلی و همکاران [۲۴] نیز قرارداد خدمات ضمانت سه‌سطحی میان تولیدکننده، نمایندگی و مشتری را با استفاده از رویکرد تئوری بازی‌ها ارائه کردند. همچنین با استفاده از بازی‌های غیرهمکارانه و شبه‌همکارانه، قیمت فروش، دوره ضمانت و قیمت ضمانت بهینه را برای تولیدکننده و هزینه نگهداری و تعمیرات یا هزینه تعمیر بهینه را برای نمایندگی با حداکثرکردن سود آن‌ها به دست آوردند.

چین و همکاران [۲۵] رویکرد تئوری بازی‌ها را برای بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات، قطعات یدکی و ظرفیت تعمیر در قراردادهای ساخت بررسی کردند. حمیدی و همکاران [۲۶] نیز به بررسی مدل‌های تئوری بازی‌های

تعمیرات منتخب، بررسی احتمال انواع وابستگی میان اجزای سیستم مورد مطالعه است. در بیشتر پژوهش‌هایی که تاکنون در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب انجام شده است، اجزای سیستم مستقل از یکدیگر در نظر گرفته شده‌اند؛ در حالی که در دنیای واقعی عملکرد بسیاری از سیستم‌ها از برخی انواع وابستگی‌های میان اجزای سیستم تأثیر می‌پذیرد. داثو و همکاران [۱۴] وابستگی اقتصادی مثبت را در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب برای سیستم‌های سری-موازی چندوضعیتیته بررسی کردند. مروفی و همکاران [۱۵] در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب، به بررسی خرابی‌های فراگیر با اثر کلی و پدیده انزوای خرابی پرداختند که سیستم مورد نظر آن‌ها در عین دووضعیتیته بودن شامل تنها یک جزء محرک است. داثو و زو [۱۶] به توسعه مطالعه پیشین خود در زمینه تعمیر هم‌زمان چندین جزء در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب پرداختند و صرفه‌جویی‌های زمانی ناشی از تعمیر چندین جزء را به صورت هم‌زمان محاسبه کردند. کادوس و همکاران [۱۷] نیز در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب، مسئله تخصیص نگهداری و تعمیرات منتخب فازی دوهدفه را بررسی کردند.

پیش‌بینی زمان ازکارافتادگی ماشین‌آلات دوار با استفاده از سیستم هوشمند عنوان مطالعه فرهادی و امین ناصری [۱۸] در حوزه نگهداری و تعمیرات است. نتایج مطالعه آن‌ها نشان‌دهنده افزایش دقت پیش‌بینی با روش ماشین بردار پشتیبان نسبت به روش شبکه عصبی تک‌لایه است. فاروقی و گودرزی [۱۹] نیز نگهداری و تعمیرات منتخب تحت تأثیر وابستگی تصادفی و خرابی فراگیر را با در نظر گرفتن اثر کلی برای همه اجزای سیستم منتشر کرده‌اند. سیستم مورد مطالعه آن‌ها چندوضعیتیته و متأثر از وابستگی تصادفی است که وقوع خرابی‌های فراگیر با اثر کلی برای همه اجزای سیستم در نظر گرفته شده است. آن‌ها هزینه‌های اجرای نگهداری و تعمیرات منتخب (بدون در نظر گرفتن درآمد حاصل از اجرای این اقدامات) را تنها از دیدگاه مشتری بررسی کرده‌اند؛ حال آنکه بررسی تصمیم‌های تعمیرگاه در ارائه اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب برای دستیابی به قابلیت اطمینان مورد نظر مشتری و اینکه تعاملات مشتری و تعمیرگاه به نحوی

تعمیر (تأخیر در شروع فعالیت مجدد سیستم)، تعمیرگاه پرداخت هزینه جریمه را متعهد خواهد شد.

در راهبرد دوم، هزینه دریافتی از مشتری بابت اجرای نگهداری و تعمیرات منتخب، متناسب با اقدامات صورت گرفته است. هزینه جریمه نیز در این حالت بر عهده مشتری خواهد بود. متناسب با راهبردهای ارائه شده در تعمیرگاه مشتری نیز دو گزینه پذیرش قرارداد و عدم پذیرش آن پیشرو قرار دارد.

در اجرای بازی مدل استکلبرگ، مشتری مطالعه شده است؛ زیرا در دنیای امروزی جایگاه ویژه‌ای دارد و نحوه ارائه سرویس و رضایت او از مزایای رقابتی شرکت‌ها محسوب می‌شود. در مقاله حاضر، زمان‌های خرابی اجزای سیستم می‌توانند از هر توزیعی برخوردار باشند. همچنین ممکن است برای هر سیستمی با هر نوع ساختاری به کار گرفته شوند. برای مثال می‌توان به اجرای نگهداری و تعمیرات منتخب در شرکت‌های کامپیوتری اشاره کرد. بدین صورت که با عقد قرارداد میان شرکت و ارائه‌دهنده خدمات نگهداری و تعمیرات، در پایان وقت اداری شرکت تا شروع روز کاری بعد، نگهداری و تعمیرات از سوی ارائه‌دهنده خدمات صورت می‌گیرد. با زمان‌بندی، تشخیص درست و اقدامات تخصصی و باکیفیت، ارائه‌دهنده خدمات می‌تواند سود خود و رضایت شرکت را به حداکثر برساند.

در بخش دوم مقاله، فرضیه‌ها و نمادگذاری پیشنهادی برای مسئله نگهداری و تعمیرات منتخب با استفاده از تئوری بازی‌ها آمده است. در بخش سوم، مدل‌های پیشنهادی برای تعمیرگاه و مشتری، مدل قابلیت اطمینان نگهداری و تعمیرات منتخب و توصیف بازی و مدل استکلبرگ مشتری بیان شده است. نتایج محاسباتی نیز برای توضیح مدل پیشنهاد شده، در بخش چهار مشاهده می‌شود. در نهایت مقاله در بخش پنجم با نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها برای مطالعات آتی خاتمه می‌یابد.

نمادگذاری و فرضیه‌ها

در این بخش نمادگذاری به‌کاررفته در مدل و فرضیه‌هایی که در این مقاله مدنظر قرار گرفته است، بیان می‌شود.

غیرهمکارانه و همکارانه برای قراردادهای اجاره مبتنی بر استفاده پرداختند. در ادامه طالعی‌زاده و ساروخانی [۲۵] تبلیغات همکارانه و قیمت‌گذاری در بازار رقابتی را با در نظر گرفتن تأثیر هیجان مشتریان مطالعه کردند و به بررسی زنجیره تأمین متشکل از یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش پرداختند که دو حالت تبلیغات غیرهمکارانه و همکارانه را برای خرده‌فروشان مدنظر قرار داده است. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد با افزایش رقابت میان خرده‌فروشان، سود تأمین‌کننده کاهش می‌یابد. سرینیواسن و همکاران [۲۷] راهبردهای قیمت‌گذاری پویای مبتنی بر تئوری بازی‌ها را برای مدیریت بخش تقاضا در شبکه‌های هوشمند مطالعه کردند. آن‌ها در این مقاله که در حقیقت توسعه‌ای از مقاله مین و همکاران [۲۳] است، به صورت موردی به بررسی بازار انرژی‌های الکتریکی سنگاپور پرداختند.

اگرچه به‌تازگی مقالات بسیاری مربوط به تعاملات میان ارائه‌دهنده سرویس و سرویس‌گیرنده در حوزه قابلیت اطمینان و قراردادهای سرویسی مانند تعمیرات و نگهداری یا تعویض در مرور ادبیات مشاهده می‌شود، با توجه به اطلاعات نویسندگان، تاکنون تعاملات میان سرویس‌دهنده و سرویس‌گیرنده در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب بررسی نشده است.

در واقع مقالات این حوزه معمولاً در زمینه مدل‌سازی با توجه به محدودیت‌ها و وضعیت‌های مختلف سیستم به‌منظور نزدیک شدن مطالعات به دنیای واقعی است؛ بنابراین در مقاله حاضر برای نخستین بار از رویکرد تئوری بازی‌ها به‌منظور بررسی تعاملات میان ارائه‌دهنده سرویس و سرویس‌گیرنده در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب سیستم‌های چندوضعیتی با اجزای وابسته تصادفی استفاده شده است. درحقیقت در این مطالعه، تعامل میان سرویس‌گیرنده یا مشتری و سرویس‌دهنده یا تعمیرگاه بررسی می‌شود که هرکدام از آن‌ها راهبردهایی دارند که متناسب با سود آن‌ها و شرایط بازی، راهبرد مطلوب از میان آن‌ها انتخاب می‌شود.

راهبرد اول تعمیرگاه به‌صورت پیشنهاد قراردادی برای اقدامات نگهداری و تعمیرات لازم با هزینه قرارداد از پیش تعیین‌شده‌ای است که در صورت تجاوز از زمان مجاز

و تعمیرات
 $c_A(y_A, x_A)$ هزینه تعمیر یا جایگزینی جزء A از وضعیت پیش از ورود به تعمیرگاه به وضعیت پس از خروج از تعمیرگاه
 $t_A(y_A, x_A)$ زمان لازم برای تعمیر یا جایگزینی جزء A از وضعیت پیش از ورود به تعمیرگاه به وضعیت پس از خروج از تعمیرگاه
 فاکتورهای ثابت τ, Λ, θ

متغیرهای تصمیم

c_s مؤلفه قرارداد
 R قابلیت اطمینان سیستم
 x_A متغیر وضعیت جزء A در شروع مأموریت بعد و پس از خروج از تعمیرگاه
 c_w هزینه نیروی انسانی لازم برای نگهداری و تعمیرات برحسب واحد زمان

$$m_A = \begin{cases} 1, & y_A \neq x_A \\ 0, & y_A = x_A \end{cases} \quad \delta_A = \begin{cases} 1, & x_A > 1 \\ 0, & x_A \leq 1 \end{cases}$$

$$z = \begin{cases} 1, & \Delta < \text{Max}(t_A(y_A, x_A)) \\ \text{در غیر صورت این,} & \end{cases}$$

$$k = \begin{cases} 1, & \sum_{A=1}^N m_A \geq 1 \\ \text{در غیر این صورت,} & \end{cases}$$

$$y_A = \begin{cases} 1, & y_A = 0 \text{ یا } x_A = ms_A - 1 \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

فرضیه‌ها

مدل پیشنهادی برگرفته از مدل ارائه شده در مقاله فاروقی و گودرزی [۱۹]، مبتنی بر فرضیه‌های زیر است.

- با توجه به اینکه باید در سیستم مأموریت‌های متوالی با مدت‌زمان توقف محدود میان هر دو فعالیت متوالی انجام شود، نگهداری و تعمیرات از نوع منتخب خواهد بود.
- در اجزای وابسته عملیاتی در صورتی که خرابی جزء

اندیس‌ها

i شاخص جزء محرک
 j شاخص جزء وابسته
 A شاخص جزء در سیستم چندوضعیتی صرف‌نظر از محرک یا وابسته بودن

پارامترها

N تعداد اجزای سیستم چندوضعیتی (شامل محرک و وابسته) $A=1, 2, \dots, N$
 m تعداد اجزای محرک $m=1, 2, \dots, m$ $i=1, 2, \dots, N-m$ $j=1, 2, \dots, N-m$
 nu تعداد اجزایی از سیستم که خرابی فراگیر آن‌ها شامل اثر انزوای خرابی نمی‌شود
 ms_A تعداد وضعیت‌های جزء A
 y_A وضعیت جزء A در انتهای مأموریت و پیش از ورود به تعمیرگاه
 E_A سن مؤثر جزء A در انتهای مأموریت و پیش از ورود به تعمیرگاه
 r_A احتمال شرطی اینکه A به وضعیتی فعال برگردد، با فرض وقوع خرابی در A
 o_A احتمال شرطی اینکه A با خرابی موضعی مواجه شود، با فرض وقوع خرابی در A
 s_A احتمال شرطی اینکه A سبب خرابی فراگیر شود، با فرض وقوع خرابی در A
 D مدت‌زمان مأموریتی که پس از اتمام دوره نگهداری و تعمیرات شروع می‌شود (برحسب ثانیه)
 c_f هزینه ثابت تنظیمات
 c_p هزینه جریمه برحسب واحد زمان به دلیل افزایش زمان نگهداری و تعمیرات
 c_{rA} هزینه جایگزینی جزء A
 C_A ماتریس هزینه انتقال وضعیت جزء A
 T_A ماتریس زمان لازم برای انتقال وضعیت جزء A
 m_A^p مشخصه ثابت: نشان‌دهنده رابطه دقیق بین هزینه نگهداری، تعمیرات و پارامتر کاهش سن
 σ کشش قیمتی تعمیرگاه تحت راهبرد $n=1, 2, \dots, n$
 a, b پارامترهای متناسب با سهم بازار
 α ضریب هزینه - قابلیت اطمینان
 β هزینه توسعه اصلی
 ρ ضریب افزایش زمان دوره نگهداری و تعمیرات
 Δ دوره زمانی مجاز برای اجرای فعالیت‌های نگهداری

جزء اول رابطه ۱ به درآمد تعمیرگاه در صورت انعقاد قرارداد میان مشتری و تعمیرگاه (گزینه $a1$) اشاره دارد. اجزای دوم و سوم هزینه‌های تعمیرگاه متناسب با تعداد قطعات تعمیرشده و نیز جریمه دیرکرد در آماده‌سازی برای شروع مجدد فعالیت سیستم را نشان می‌دهند [۱۹]. تعمیرکردن یا نکردن یک جزء توسط متغیر باینری m_A تعیین می‌شود و هزینه تنظیمات نیز در صورت انجام آن‌ها، تنها یک‌بار در نظر گرفته می‌شود که در متغیر باینری k مدنظر قرار می‌گیرد. همچنین متغیر باینری Z تنها در صورت تأخیر در شروع فعالیت مجدد مقدار ۱ را می‌گیرد. در نهایت با کسر این هزینه‌ها از درآمد تعمیرگاه، سود کسب‌شده تعیین می‌شود. از آنجا که تابع سود $P_{a1}(c_s)$ نسبت به c_s تابعی محدب است، مؤلفه بهینه قرارداد با مشتق‌گیری مرتبه اول از تابع سود نسبت به مؤلفه قرارداد به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$c_s = -2\sigma + 1 \sqrt{\frac{(\sigma - 1) \times \tau \times \left[-\frac{\alpha}{\ln R} + \beta \right]}{\sigma}} \quad (2)$$

بهترین راهبرد تعمیرگاه تحت گزینه $a2$

در صورتی که تعمیرگاه گزینه دوم را انتخاب کند، نگهداری و تعمیرات صورت‌گرفته متناسب با قابلیت اطمینان مدنظر خواهد بود؛ بنابراین در این حالت «سود تعمیرگاه = درآمد تعمیرگاه - هزینه قطعات تعمیرشده» از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{a2}(c_w) = \sum_{A=1}^N \left\{ [c_w \times t_A(y_A, x_A)] \times m_A \right\} - \left[\sum_{A=1}^N \{ c_A(y_A, x_A) \times m_A \} + (c_f \times k) \right] \quad (3)$$

در رابطه ۳، جزء اول بیانگر درآمد کسب‌شده از سوی تعمیرگاه است که از حاصل ضرب هزینه نیروی انسانی مورد استفاده برای تعمیرات (برحسب واحد زمان) در مدت زمان اجرای این تعمیرات و در تعداد واحدهای تعمیر شده به دست می‌آید. جزء دوم نیز هزینه این تعمیرات را برای واحد تعمیرگاه نشان می‌دهد که برخلاف گزینه پیشنهادی $a1$ شامل محدودیت زمان و جریمه دیرکرد نیست [۱۹]. درآمد تعمیرگاه براساس هزینه نیروی انسانی c_w کسب‌شده متناسب با زمان اجرای این اقدامات خواهد بود.

محرك، قبل از خرابی فراگیر ناشی از هر جزء وابسته رخ دهد، همواره اثر انزوای خرابی وجود خواهد داشت.

۳. تنها خرابی‌های فراگیر با اثر کلی بررسی می‌شوند و خرابی‌های فراگیر با اثر منتخب مدنظر قرار نمی‌گیرند.

۴. خرابی‌های موضعی و فراگیر مربوط به یک جزء، منحصربه‌فرد هستند.

۵. اقدامات نگهداری و تعمیرات درمورد اجزایی که در وضعیت خراب (خرابی موضعی یا فراگیر) هستند، به صورت تعویض یا جایگزین خواهد بود.

مدل‌های پیشنهادی

فرض کنید یک مشتری و یک تعمیرگاه وجود دارند که تعمیرگاه دو راهبرد را پیشنهاد می‌دهد و مشتری دو گزینه را پیش رو دارد. در ادامه مدل‌های تعمیرگاه و مشتری ارائه می‌شود.

مدل تعمیرگاه

تعمیرگاه دو گزینه را به مشتری پیشنهاد می‌دهد.

$a1$: در این گزینه، قابلیت اطمینان سیستم با پرداخت هزینه قرارداد به میزان از پیش تعیین شده ارتقا می‌یابد و در صورتی که زمان لازم برای این تعمیرات از زمان استراحت محدود میان دو مأموریت متوالی طولانی‌تر شود، جریمه‌ای متناسب با میزان این تجاوز به مشتری پرداخت می‌شود.

$a2$: در این گزینه تعمیرات لازم متناسب با قابلیت اطمینان تعیین شده انجام می‌شود.

بهترین راهبرد تعمیرگاه تحت گزینه $a1$

اگر تعمیرگاه گزینه $a1$ را انتخاب کند، «سود تعمیرگاه = قیمت انعقاد قرارداد - هزینه قطعات تعمیرشده - جریمه دیرکرد» به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{a1}(c_s) = \left\{ c_s^{-\sigma} + \tau \times c_s^{\sigma-1} \times \left[-\frac{\alpha}{\ln R} + \beta \right] \right\} - \left[\sum_{A=1}^N \{ c_A(y_A, x_A) \times m_A \} + (c_f \times k) \right] - c_p \times \left\{ [Max(t_A(y_A, x_A))] \times m_A \right\} - \Delta \times z \quad (1)$$

اقدامات نگهداری و تعمیرات مطلوب انتخاب کند، رضایت مشتری که به صورت «رضایت مشتری = درآمد مشتری - هزینه تعمیرات انجام شده - جریمه دیرکرد» است از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{c2}(R) = \left[1 - e^{-\left(\frac{R}{a}\right)^b} \right] \times \Lambda \times D - \quad (5)$$

$$\sum_{A=1}^N \left\{ [c_A(y_A, x_A) + c_w \times t_A(y_A, x_A)] \times m_A \right\} - [c_f \times k] - c_p \times \left\{ [Max(t_A(y_A, x_A))] \times m_A \right\} - \Delta \times z$$

جزء اول رابطه ۵، نشان‌دهنده درآمد مشتری در صورت عدم پذیرش قرارداد است که متناسب با قابلیت اطمینان درخواستی خواهد بود. اجزای دوم و سوم این رابطه هزینه پرداخت شده از سوی مشتری را نشان می‌دهند که متناسب با نوع تعمیرات انجام شده، هزینه نیروی انسانی به کار گرفته شده از طرف تعمیرگاه در واحد زمان و همچنین سود ازدست‌رفته به صورت جریمه دیرکرد است [۱۹] که کسر آن‌ها از میزان درآمد نشان‌دهنده سود حاصل خواهد بود.

مدل قابلیت اطمینان نگهداری و تعمیرات منتخب

در مدل قابلیت اطمینان، هدف یافتن گزینه مطلوب طرفین براساس حداقل کردن هزینه‌ها با در نظر گرفتن مقادیر تعیین شده قابلیت اطمینان، زمان، اجزای محرک و وابسته، خرابی‌های فراگیر و موضعی و اثر انزوای خرابی است. در سیستم چندوضعیتی، اجزا به دو دسته محرک و وابسته تقسیم می‌شوند که عملکرد اجزای وابسته متأثر از اجزای محرک است. خرابی موضعی نیز همان خرابی‌های متداولی است که در صورت وقوع، تنها بر عملکرد جزء مربوط تأثیر می‌گذارد. درحالی‌که خرابی فراگیر بر عملکرد تعدادی از اجزای سیستم یا کل آن تأثیرگذار است؛ بنابراین اثر انزوای خرابی زمانی به وجود می‌آید که خرابی موضعی یک جزء محرک پیش از خرابی فراگیر یکی از اجزای وابسته آن رخ دهد. در این صورت خرابی فراگیر اجزای وابسته به دلیل اثر انزوای خرابی تأثیری در عملکرد سیستم نخواهد داشت. در غیر این صورت (در صورتی که خرابی فراگیر برای جزء وابسته پیش از جزء محرک متناظر اتفاق بیفتد، اثر انزوا وجود ندارد) سیستم از کار می‌افتد

مدل مشتری

مشتری با توجه به پیشنهادها تعمیرگاه با دو گزینه برای دریافت خدمات نگهداری و تعمیرات از تعمیرگاه مواجه خواهد بود.

c1: (a1) پرداخت c_s به تعمیرگاه بابت هزینه قرارداد و دریافت اقدامات نگهداری و تعمیرات لازم متناسب با قابلیت اطمینان تعیین شده از سوی مشتری؛

c2: (a2) پرداخت هزینه c_w به تعمیرگاه برحسب مدت‌زمان اجرای فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات و پرداخت جریمه تأخیر در صورتی که فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات از مدت‌زمان استراحت میان دو مأموریت متوالی طولانی‌تر شود. منظور از این جریمه همان کاهش درآمدی است که برای مشتری در صورت توقف فعالیت بیش از زمان توقف تعیین شده اتفاق می‌افتد و در راهبرد پذیرش قرارداد این جریمه (کاهش درآمد) از تعمیرگاه گرفته می‌شود.

گزینه اول مشتری با پذیرش قرارداد

میزان رضایت مشتری تحت گزینه c1 به صورت «رضایت مشتری = درآمد مشتری + جریمه دیرکرد - قیمت انعقاد قرارداد» است:

$$P_{c1}(R) = \left[1 - e^{-\left(\frac{R}{a}\right)^b} \right] \times \Lambda \times D + c_p \times \left\{ [Max(t_A(y_A, x_A))] \times m_A \right\} - \Delta \times z - \left\{ c_s^{-\sigma} + \tau \times c_s^{\sigma-1} \times \left[-\frac{\alpha}{\ln R} + \beta \right] \right\} \quad (4)$$

رضایت مشتری (رابطه ۴) شامل کسر هزینه پرداختی از مجموع درآمدهاست. در این رابطه، جزء اول درآمد متناسب با قابلیت اطمینان برای مشتری مشخص می‌شود که با افزایش قابلیت اطمینان افزایش می‌یابد. جزء دوم، میزان جریمه دریافتی از تعمیرگاه در صورت تأخیر در راه‌اندازی مجدد سیستم را نشان می‌دهد [۱۹]. جزء سوم نیز میزان هزینه پرداختی توسط مشتری به تعمیرگاه را در صورت پذیرش قرارداد a1 متناسب با قابلیت اطمینان درخواستی نشان می‌دهد.

گزینه دوم مشتری با عدم پذیرش قرارداد

در صورتی که مشتری گزینه دوم c2 را برای دریافت

$$A_A = b_A \times E_A \quad (14)$$

اکنون باید از طریق متغیر باینری δ_A که گویای فعال یا غیرفعال بودن جزء در شروع مأموریت بعد است، قابلیت اطمینان اجزا مشروط به فعال بودن و نبود قابلیت اطمینان به صورت زیر محاسبه شوند:

$$\tilde{R}_A(D) = \delta_A \times R_A(D + A_A) \quad (15)$$

$$\tilde{q}_A(D) = 1 - \tilde{R}_A(D) \quad (16)$$

در ادامه، به منظور محاسبه قابلیت اطمینان الگوریتمی ۵ مرحله [۱۹] معرفی می‌شود که ضروری است به منظور کاربرد این الگوریتم برای هر جزء، احتمال وقوع هر وضعیت (فعال، خرابی موضعی و فراگیر) و احتمال هر وضعیت مشروط به عدم وقوع خرابی فراگیر به صورت زیر تعیین شوند:

$$P_{A,0}^I(D) = \tilde{q}_A(D) \times s_A \quad (17)$$

$$P_{A,1}^I(D) = \tilde{q}_A(D) \times o_A \times \delta_A + [\tilde{q}_A(D) \times (1 - s_A) \times (1 - \delta_A)] \quad (18)$$

$$P_{A,s}^I(D) = [(1 - \tilde{q}_A(D)) + \tilde{q}_A(D) \times r_A] \times \delta_A \quad (19)$$

$$P_{A,s}^C(D) = P_{A,s}^I(D) / 1 - P_{A,0}^I(D) \quad (20)$$

مرحله ۱، بررسی جداگانه اثر خرابی‌های فراگیر ناشی از اجزای محرک در سیستم چند وضعیت: احتمال وقوع خرابی سیستم چند وضعیت را از طریق رابطه زیر به وقوع و عدم وقوع حداقل یک خرابی فراگیر با اثر کلی ناشی از اجزای محرک مشروط می‌کنیم:

$$P_F(D) = Pr \left\{ \text{حداقل یک خرابی فراگیر} \mid \text{خرابی MSS} \right\} \times Pr \left\{ \text{حداقل یک خرابی فراگیر} \right\} + Pr \left\{ \text{بدون خرابی فراگیر} \mid \text{خرابی MSS} \right\} \times Pr \left\{ \text{بدون خرابی فراگیر} \right\} \quad (21)$$

$$= 1 - P_{u-TRIG}(D) + Q_F(D) \times P_{u-TRIG}(D) \quad (22)$$

$$P_{u-TRIG}(D) = \prod_{v_i} (1 - p_{i,0}^I(D))$$

مرحله ۲، اثر انزوای خرابی ناشی از اجزای محرک: با معرفی رویدادهای محرک وابسته (DTE_v)، احتمال خرابی سیستم چند وضعیت به شرط وقوع رویدادهای محرک وابسته با استفاده از الگوریتمی ساده و کارآمد محاسبه می‌شود.

$$DTE_1 = \bar{T}_1 \cap \bar{T}_2 \cap \dots \cap \bar{T}_m, \quad (23)$$

$$DTE_1 = T_1 \cap \bar{T}_2 \cap \dots \cap \bar{T}_m$$

$$DTE_{2^{m-1}} = \bar{T}_1 \cap T_2 \cap \dots \cap T_{m-1} \cap \bar{T}_m,$$

$$DTE_{2^m} = T_1 \cap T_2 \cap \dots \cap T_m$$

[۱۹]. به طور کلی مدل نگهداری و تعمیرات منتخب عبارت است از:

$$Min F = \sum_{A=1}^N [(c_A(y_A, x_A)) \times m_A] + [(Max(t_A(y_A, x_A) \times m_A) - \Delta) \times c_p \times z] + [c_f \times k] \quad (6)$$

Subject to

$$R_F(D) = 1 - P_F(D) \geq R \quad (7)$$

$$Max(t_A(y_A, x_A) \times m_A) \leq \Delta + \Delta \times \rho \quad A=1, \dots, N \quad (8)$$

$$\gamma_A \leq m_A \quad A=1, \dots, N \quad (9)$$

$$x_A \geq y_A \quad y_A > 1 \quad (10)$$

$$x_A = (ms_A - 1) \times \gamma_A + y_A \times (1 - \gamma_A) \quad y_A = 1 \quad (11)$$

$$\sum_{A=1}^N x_A = n \times (ms_A - 1) \quad nu > 0, y_A = 0 \quad (12)$$

رابطه ۶ نشان دهنده حداقل سازی هزینه تعمیرات است که شامل سه جزء هزینه‌ای مربوط به نوع تعمیرات، مدت زمان اجرای تعمیرات و هزینه ثابت تنظیمات است. محدودیت ۷ لزوم دستیابی به قابلیت اطمینان مورد نظر مشتری را نشان می‌دهد. رابطه ۸ نیز حداکثر مدت زمان موجود برای دستیابی به قابلیت اطمینان لازم را نمایش می‌دهد که در صورت نبود قرارداد، این رابطه با کمک تعمیرگاه در تعیین نوع اقدامات منتخب در نظر گرفته نمی‌شود. در محدودیت ۹، متغیر m_A تنها در صورتی که جزء A تعمیر یا تعویض شود مقدار ۱ را خواهد داشت. محدودیت ۱۰ به این نکته اشاره می‌کند که وضعیت اجزا پس از دوره نگهداری و تعمیرات بدتر نخواهد شد. محدودیت‌های ۱۱ و ۱۲ نیز بیشینه وضعیت ممکن برای اجزای سیستم و کل سیستم را نشان می‌دهند. به منظور تعیین مقادیر قابلیت اطمینان، هزینه و زمان باید سن مؤثر اجزای تعمیر شده محاسبه شود. توجه به این نکته ضروری است که اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب سبب کاهش سن مؤثر اجزای تعمیر شده خواهد شد. رابطه محاسبه فاکتور کاهش سن و سن مؤثر جزء پس از دوره نگهداری و تعمیرات به ترتیب عبارت‌اند از [۱۹]:

$$b_A = 1 - \left(\frac{c_A(y_A, x_A)}{c_{rA}} \right)^{\frac{1}{m_A^p}} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \text{Max } p_a(c_s, c_w) = & \theta \left\{ c_s^{-\sigma} + \tau \times c_s^{\sigma-1} \times \left[-\frac{\alpha}{\ln R} + \beta \right] \right\} \\ & - \left[\sum_{A=1}^N \{c_A(y_A, x_A) \times m_A\} + (c_f \times k) \right] - c_p \times \\ & \{ [\text{Max}(t_A(y_A, x_A)) \times m_A] - \Delta \} \times z \\ & + (1 - \theta) \left(\sum_{A=1}^N \{ [c_w \times t_A(y_A, x_A)] \times m_A \} \right) \\ & - \left[\sum_{A=1}^N \{c_A(y_A, x_A) \times m_A\} + (c_f \times k) \right] \end{aligned} \quad (27)$$

S.t:

$$\theta + (1 - \theta) = 1, \theta \in [0, 1] \quad (28)$$

رابطه ۲۷ حداکثرسازی سود تعمیرگاه را نشان می‌دهد. در این رابطه، متغیر θ متغیر تصمیم صفر و یک است. چنانچه مشتری گزینه پیشنهادی $a1$ را انتخاب کند، $\theta = 1$ که معادل رابطه ۱ است. اگر گزینه دوم را انتخاب کند، $\theta = 0$ خواهد بود که معادل رابطه ۳ است. محدودیت ۲۸ نیز بر انتخاب یکی از گزینه‌های پیشنهادی تأکید دارد.

عبارت Max نشان می‌دهد زمان‌های لازم برای اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب از ماتریس پارامترهای ورودی (مربوط به زمان) مشخص می‌شود. از آنجا که این اقدامات به صورت هم‌زمان آغاز می‌شود، کل مدت‌زمان نگهداری و تعمیرات منتخب برابر با بیشینه زمان لازم از میان زمان‌های تعیین شده خواهد بود؛ بنابراین از میان مقادیر ثابت ماتریس زمان مورد نیاز برای اقدامات نگهداری و تعمیرات، ماکزیم مقدار (زمان) انتخاب می‌شود که در حل آن به ارائه تکنیک خاصی نیاز نیست.

نتایج محاسباتی

در این بخش به منظور توضیح مدل پیشنهادی، سیستم چندوضعیتی پنج‌جزئی شامل دو جزء محرک (MIU_1) و MIU_2 و سه جزء وابسته (M_1, M_2, M_3) در نظر گرفته می‌شود (شکل ۱ پیوست). اجزای وابسته به دو جزء محرک وابسته عملیاتی (تصادفی) هستند. اگرچه مدل ارائه شده برای هر نوع ساختاری از سیستم و نیز هر توزیع زمان خرابی دلخواه کاربرد دارد، در اینجا برای مثال عددی فرض می‌شود زمان خرابی اجزا از توزیع نمایی برخوردار است. نرخ خرابی برای اجزای محرک 0.08 و برای اجزای وابسته 0.12

مرحله ۳، خرابی فراگیر با اثر کلی ناشی از اجزای متصل باقی‌مانده: در این مرحله احتمال خرابی سیستم چندوضعیتی به شرط وقوع رویدادهای محرک وابسته از طریق دو رابطه زیر برآورد می‌شود:

$$\text{Pr}(MSS \text{ خرابی} | DTE_v) = 1 - P_{u-v}(D) + P_{u-v}(D) \times Q_v(D) \quad (24)$$

$$P_{u-v}(D) = \prod_{A=1}^m \left(1 - p_{A,0}^I(D) \right) \quad (25)$$

جزء وابسته باقی‌مانده

مرحله ۴، خرابی سیستم چندوضعیتی به شرط عدم وقوع خرابی فراگیر اجزای متصل و اثر انزوای خرابی: با توجه به مرحله ۲، دیاگرام‌های تصمیم چندارزشی چندوضعیتی معادل هر کدام از درخت‌های خرابی رسم شده است [۱۹] و احتمال خرابی سیستم چندوضعیتی به شرط عدم وقوع خرابی فراگیر اجزای متصل و اثر انزوای خرابی با استفاده از احتمالات شرطی به دست می‌آید.

مرحله ۵، خرابی فراگیر ناشی از اجزای محرک: در مرحله نهایی نیز احتمال خرابی سیستم چندوضعیتی مشروط به عدم وقوع خرابی فراگیر ناشی از اجزای محرک در رابطه زیر محاسبه می‌شود و با جایگذاری مقادیر به دست آمده از مراحل فوق در رابطه ۲۱ احتمال عدم قابلیت اطمینان نهایی سیستم به دست می‌آید.

$$Q_F(D) = \sum_{v=1}^{2^m} \left[\text{Pr}(MSS \text{ خرابی} | DTE_v) \times \text{Pr}(DTE_v) \right] \quad (26)$$

مدل استکلبرگ - مشتری

با توجه به نقش و اهمیت مشتری در سودآوری شرکت‌ها فرض می‌شود قدرت مشتری از تعمیرگاه بیشتر است و به عنوان رهبر ابتدا مؤلفه قرارداد و سطح قابلیت اطمینان سیستم را با هدف حداکثرسازی مطلوبیت خود انتخاب کند. سپس تعمیرگاه به عنوان پیرو، هزینه نیروی انسانی را با توجه به قابلیت اطمینان تعیین شده توسط مشتری محاسبه می‌کند. به عبارت دیگر برای قابلیت اطمینان R تعیین شده، تعمیرگاه با استفاده از روابط ۷ و ۲۱ اجزای دریافت کننده اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب x_i را تعیین می‌کند، سپس با استفاده از رابطه ۲ مؤلفه قرارداد و در ادامه هزینه نیروی انسانی از طریق رابطه $c_w = \theta c_s$ که θ فاکتوری ثابت است، محاسبه می‌شود.

لازم با انعقاد قراردادی میان مشتری و تعمیرگاه صورت بگیرد، بهتر از حالت بدون وجود قرارداد است و مطلوبیت بیشتری برای هر دو طرف بازی خواهد داشت. مطالب فوق به حالتی مربوط است که مشتری مقدار قابلیت اطمینان مشخصی را تعیین می‌کند و تعمیرگاه نیز با توجه به آن یک مؤلفه قرارداد مشخص را پیشنهاد می‌دهد. در ادامه حالتی را در نظر می‌گیریم که تعمیرگاه مؤلفه قراردادهای گوناگونی را براساس قابلیت اطمینان‌های مختلف پیشنهاد می‌دهد و مشتری براساس مقایسه مطلوبیت‌های ایجادشده در هر مورد بهترین پیشنهاد را انتخاب می‌کند. پیشنهادهای مؤلفه قرارداد و قابلیت اطمینان به‌دست‌آمده از مدل هزینه نگهداری و تعمیرات منتخب پیشنهادی از سوی تعمیرگاه در جدول ۶ آمده است. نتایج مطلوبیت مشتری تحت قراردادهای پیشنهادی تعمیرگاه و گزینه‌های بدون قرارداد در جدول ۵ و نتایج محاسبات سایر پیشنهادها مطرح‌شده از سوی تعمیرگاه براساس گزینه‌های مشتری در جداول ۷-۱۲ پیوست آمده است. با توجه به جدول‌های ۷-۱۲، تنها در حالت اول پذیرش قرارداد بیشتر از نبود قرارداد مطلوب خواهد بود. درحالی‌که در سایر پیشنهادها تعمیرگاه، سود مشتری در صورت عدم پذیرش قرارداد بیشتر از پذیرش قرارداد است که این موضوع نشان‌دهنده اهمیت قابلیت اطمینان سیستم در کسب مطلوبیت و درآمد بیشتر برای مشتری است. پذیرش قرارداد با افزایش قابلیت اطمینان تأمین‌شده از سوی تعمیرگاه، منطقی‌تر و به‌صرفه‌تر خواهد بود. همچنین تعیین قابلیت اطمینان مدنظر از سوی مشتری که به‌منظور کسب درآمد بیشتر مقادیر بالاتری تعیین می‌شود، مناسب‌تر خواهد بود. از دیدگاه تعمیرگاه نیز هرچه قابلیت اطمینان کاهش می‌یابد، عقد قرارداد مطلوبیت بیشتری خواهد داشت که این موضوع را می‌توان ناشی از به‌صرفه‌نبودن اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب جزئی با توجه به هزینه‌های بالاسری بالا در حالت بدون قرارداد توصیف کرد که در صورت عقد قرارداد تعمیرگاه لازم است این هزینه‌ها از طریق قرارداد جبران شود؛ بنابراین مطلوبیت بیشتری کسب خواهد شد.

نتایج تحلیل حساسیت

در این بخش، نتایج تحلیل حساسیت تصمیم‌گیری‌های منتخب بازیکنان با توجه به تغییر مقادیر پارامترهای

است. تعداد وضعیت‌های ممکن برای همه اجزای محرک و وابسته، شش وضعیت درنظر گرفته می‌شود. وضعیت صفر معرف وضعیت خرابی فراگیر، وضعیت ۱ نشان‌دهنده خرابی موضعی، وضعیت ۵ بیان‌کننده فعالیت کامل و سایر وضعیت‌ها نشان‌دهنده وضعیت‌های عملکرد ناقص بینابین است. وضعیت خراب در سیستم نمونه در صورتی رخ می‌دهد که حداقل دو جز وابسته در این وضعیت، یعنی وضعیت‌های صفر یا ۱ قرار داشته باشند و برای اجزایی در سایر وضعیت‌های ممکن، سیستم در وضعیت غیرخراب قرار بگیرد. سایر پارامترهای مسئله در جدول‌های ۱-۴ پیوست آمده است. برای تعیین اجزای دریافت‌کننده اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب و هزینه‌های مدل پیشنهادی (روابط ۶-۲۶)، از نرم‌افزار GAMS استفاده شد که نتایج آن در جدول‌های ۵-۱۰ پیوست آمده است.

با توجه به پارامترهای ورودی و با استفاده از رابطه ۲۵، قابلیت اطمینان مدنظر مشتری $R=0/9055$ به‌دست می‌آید. با توجه به این موضوع و سایر پارامترهای ورودی در برنامه GAMS، وضعیت اجزای سیستم از ۲، ۳، ۳، ۴، ۳، ۲ به وضعیت ۶، ۶، ۶، ۶، ۶ که معادل تعمیر همه اجزای سیستم است، تغییر می‌کند. در ادامه با استفاده از رابطه ۲ مؤلفه قرارداد محاسبه می‌شود.

$$c_s = \frac{-2\sigma + 1 \sqrt{(\sigma - 1) \times \tau \times \left[-\frac{\alpha}{\ln R} + \beta \right]}}{\sigma} = \frac{-1.0001 \sqrt{(0.0001) \times 1000 \times \left[-\frac{0.3}{\ln 0.9055} + 90 \right]}}{1.0001} = 0.10756$$

با ملاحظه مؤلفه قرارداد پیشنهادی، به ترتیب میزان سود مشتری و تعمیرگاه تحت گزینه‌های پیشنهادی محاسبه می‌شود. در روابط زیر از آنجا که درآمد مبتنی بر قابلیت اطمینان برحسب ثابته است، مدت‌زمان مأموریت D برحسب ثابته درنظر گرفته شده است. با توجه به نتایج ارائه‌شده در جدول ۵ پیوست، مطلوبیت مشتری تحت گزینه اول یعنی قبول قرارداد بیشتر از حالت بدون قرارداد است که میزان این اختلاف $38 = 987052 - 987090$ است. همچنین سود تعمیرگاه نیز تحت گزینه وجود قرارداد به میزان $9132662033 - 89680164662033$ بیشتر از حالت بدون قرارداد خواهد بود. براساس نتایج، مطلوبیت هر دو بازیکن در حالتی که اقدامات نگهداری و تعمیرات منتخب

مشتری است که با توجه به مطالب اشاره‌شده این موضوع منطقی و مطابق انتظار است. در شکل ۳ پیوست، نمودار این تحلیل حساسیت آمده است.

نتیجه‌گیری

امروزه مسئله نگهداری و تعمیرات منتخب برای سیستم‌های چندوضعیتی در صنایع مختلف مانند تجهیزات تولیدی، واحدهای تولید نیرو و بسیاری واحدهای دیگر از منظر تعاملات میان سرویس‌دهنده و سرویس‌گیرنده بسیار مدنظر است؛ بنابراین در این مقاله رویکرد تئوری بازی‌ها برای بررسی تعامل میان مشتری و تعمیرگاه در حوزه نگهداری و تعمیرات منتخب برای سیستم‌های چندوضعیتی تحت وابستگی تصادفی به کار گرفته شده است. براساس بازی میان مشتری و تعمیرگاه، مشتری با دو راهبرد پذیرش یا عدم پذیرش قرارداد ارائه‌شده از سوی تعمیرگاه مواجه است. در این بازی، با توجه به اهمیت روزافزون رضایت مشتری در سودآوری سیستم‌ها از مدل مشتری-استکلبرگ استفاده شد. در صورتی که قابلیت اطمینان درخواستی مشتری در سطح بالایی قرار داشته باشد، نتایج نشان‌دهنده مطلوبیت پذیرش قرارداد برای مشتری و تعمیرگاه است. براساس نتایج این مطالعه، با کاربرد رویکرد تئوری بازی‌ها در مسئله نگهداری و تعمیرات منتخب می‌توان به توافقی میان مشتری و تعمیرگاه دست یافت که هر دو به حداکثر رضایت و سود موردنظر خود دست یابند. از دیدگاه کلی‌تر می‌توان استنباط کرد که ایجاد توافق میان طرفین سبب اطمینان بیشتر ذی‌نفعان به کسب اهداف می‌شود؛ زیرا مشتری مقید به پرداخت هزینه قرارداد و تعمیرگاه نیز مقید به تأمین قابلیت اطمینان لازم خواهد شد.

به‌منظور توسعه بیشتر این مقاله می‌توان به مطالعه راهبردهای بیشتری از دو طرف پرداخت. همچنین می‌توان مدل چانه‌زنی را برای رسیدن به راهبرد مطلوب طرفین به کار برد. گسترش دیگری که می‌توان برای این مقاله در نظر گرفت، اجرای بازی میان مشتری و واحدی تحت عنوان نمایندگی است. براین اساس میزان هزینه پرداختی مشتری می‌تواند با توجه به تحت پوشش ضمانت بودن یا عدم پوشش ضمانت، متفاوت باشد و راهبردهای متفاوتی در این رابطه مطرح و بررسی شود.

کلیدی ارائه می‌شود. در جدول ۱۳ پیوست نتایج تحلیل حساسیت در مقایسه با تغییر هزینه نیروی انسانی آمده است. از آنجا که مقدار این هزینه با توجه به مقدار C_3 و θ محاسبه می‌شود، تحلیل حساسیت به کمک تغییر مقدار پارامتر θ بررسی شده است.

با توجه به نتایج جدول ۱۳، در صورت کاهش هزینه نیروی انسانی، سود مشتری و تعمیرگاه تحت گزینه اول که انعقاد قرارداد میان آن‌هاست بیشتر از حالت دوم (بدون وجود قرارداد) خواهد بود. برای حالت افزایش هزینه دو روند مطلوبیت متفاوت برای مشتری و تعمیرگاه رخ می‌دهد. مشتری در صورت افزایش هزینه نیروی انسانی، حالت وجود قرارداد را ترجیح می‌دهد که این موضوع با توجه به ثابت بودن قیمت قرارداد منطقی به نظر می‌رسد، اما در مقابل علی‌رغم افزایش هزینه نیروی انسانی این روند مطلوبیت برای تعمیرگاه حالت معکوس یافته است که این موضوع ناشی از ثبات قیمت قرارداد است. از آنجا که قیمت قرارداد تغییری نمی‌کند، برای تعمیرگاه مطلوب‌تر است که گزینه دوم بدون وجود قرارداد را انتخاب کند که با توجه به افزایش هزینه نیروی انسانی سود بیشتری را حاصل می‌کند. نمودار این تحلیل حساسیت در شکل ۲ پیوست آمده است.

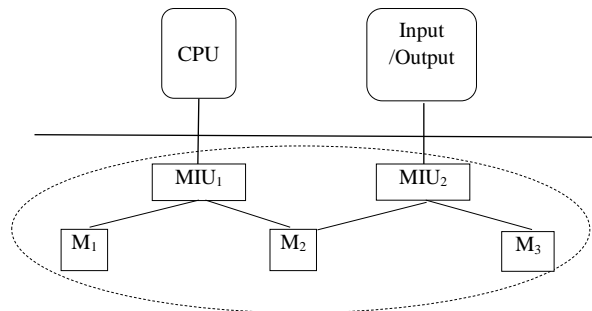
در حالتی که تعمیرگاه رهبری را بر عهده دارد، با هدف کسب افزایش سود، قراردادهای مختلفی با میزان قابلیت اطمینان و هزینه‌های نیروی انسانی متفاوت به مشتری پیشنهاد می‌شود و مشتری به‌عنوان پیرو گزینه مطلوب را با هدف حداکثر رضایت انتخاب می‌کند. جدول ۱۴ پیوست نتایج تحلیل حساسیت را با توجه به تغییر مقدار قابلیت اطمینان نشان می‌دهد. از آنجا که در سیستم نمونه مدنظر حداکثر قابلیت اطمینان قابل‌دستیابی با توجه به وضعیت اجزای سیستم ۰/۹۰۵۵ است، تحلیل حساسیت نسبت به مقادیر قابلیت اطمینان برای مقادیر کوچک‌تر از این مقدار است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود برای مقادیر قابلیت اطمینان پایین‌تر از مقدار مذکور سود مشتری در حالت دوم که بدون وجود قرارداد است، بیشتر از حالت اول است که می‌توان این موضوع را ناشی از نیاز به اجرای اقدامات نگهداری، تعمیرات جزئی‌تر و لزوم صرف هزینه کمتر دانست که در حالت قبول قرارداد هزینه بیشتری از مشتری دریافت خواهد شد. از نظر تعمیرگاه، روند مطلوبیت عکس مطلوبیت

منابع

1. Myerson, R. (1991). *Game Theory: Analysis of Conflict*. Harvard Univ. Press, Cambridge.
2. Rice, W., Cassady, C., and Nachlas, J. (1998). *Optimal maintenance plans under limited maintenance time*. Paper presented at the Proceedings of the seventh industrial engineering research conference.
3. Meng, M. H., and Zuo, M. (1999). *Selective maintenance optimization for multi-state systems*. Paper presented at the Electrical and Computer Engineering, 1999 IEEE Canadian Conference on.
4. Cassady, C. R., Pohl, E. A., and Murdock, W. P. (2001). "Selective Maintenance Modeling For Industrial Systems", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, Vol. 7, No. 2, PP. 104–117.
5. Cassady, C. R., Murdock, W. P., and Pohl, E. A. (2001). "Selective Maintenance for Support Equipment Involving Multiple Maintenance Actions", *European Journal of Operational Research*, Vol. 129, No. 2, PP. 252-258.
6. Schneider, K., and Cassady, C. R. (2004). Fleet Performance Under Selective Maintenance. Reliability and Maintainability, 2004 Annual Symposium-RAMS, IEEE, 571-576.
7. Rajagopalan, R., and Cassady, C.R. (2006). "An Improved Selective Maintenance Solution Approach", *Journal of Quality In Maintenance Engineering*, Vol. 12, No. 2, PP. 172–185.
8. Maillart, L. M. et al. (2009). "Selective Maintenance Decision-Making Over Extended Planning Horizons", *IEEE Trans Reliability*, Vol. 58, No. 3, PP. 462–469.
9. Lust, T., Roux, O., and Riane, F. (2009). "Exact and Heuristic Methods for the Selective Maintenance Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 3, No. 197, PP. 1166-1177.
10. Khan, M. F., and Ali, I. (2012). "Allocation Problem of Repairable and Replaceable Components for a System Reliability Using Selective Maintenance", *International Journal of Scientific and Engineering Research*, Vol. 3, No. 5, PP. 1-4.
11. Maaroufi, G., Chelbi, A., and Rezg, N. (2012). A Selective Maintenance Policy for Multi-Component Systems with Stochastic and Economic Dependence, 9th International Conference on Modeling, Optimization - MOSIM'12.
12. Liu, Y., Huang, H. Z., and Zuo, M. J. (2009). "Optimal Selective Maintenance for Multi-State Systems Under Imperfect Maintenance", Reliability and Maintainability Symposium. RAMS 2009. Annual, IEEE, 321-326.
13. Chen, Chujie., Liu, Yu., and Huang, Hong-Zhong. (2012). "Optimal Load Distribution for Multi-State Systems Under Selective Maintenance Strategy", (ICQR2MSE), International Conference on, IEEE, 436-442.
14. Dao, C. D., Zuo, M. J., and Pandey, M. (2014). "Selective Maintenance for Multi-State Series-Parallel Systems Under Economic Dependence", *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 121, PP. 240-249.
15. Maaroufi, G., Chelbi, A., and Rezg, N. (2013). "Optimal Selective Renewal Policy for Systems Subject to Propagated Failures with Global Effect and Failure Isolation Phenomena", *Reliability Engineering*, 114, 61–70.
16. Dao, Cuong D., Zuo, and Ming J. (2015). "Selective Maintenance for Multi-State Systems Considering the Benefits of Repairing Multiple Components Simultaneously", In *Engineering Asset Management-Systems*, 413-425.
17. Quddoos, Abdul., Ali, Irfan., Khalid, Masood, M. (2015). "Bi-Objective Fuzzy Selective Maintenance Allocation Problem", *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, Vol. 34, No. 4, PP. 289-308.
18. Farhadi, F., and Amin Nasser, M. R. (2016). "Prediction of Rotating Machineries Failure by Intelligent Systems", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 50, No. 3, PP. 461-470.
19. Farughi, H., and Goudarzi, Z. (2016). Selective Maintenance Under Stochastic Dependence and Propagated Failure with Global Effect for All Components System, 12th International Conference on Industrial Engineering, Tehran, [Http://Civilica.Com/Paper-IIIEC12](http://Civilica.Com/Paper-IIIEC12)
20. Murthy, D., and Asgharizadeh, E. (1999). "Optimal Decision Making in a Maintenance Service Operation", *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 116, PP. 259-273.

21. Ashgarizadeh, E., and Murthy, D. D. (2000). "Service Contracts: A Stochastic Model", *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 31, No. 10 and 12, PP. 11-20.
22. Jackson, C., and Pascual, R. (2008). "Optimal Maintenance Service Contract Negotiation with Aging Equipment", *European Journal of Operation Research*, Vol. 2, No. 189, PP. 387-398.
23. Min, C. et al. (2013). "Game-Theory-Based Generation Maintenance Scheduling in Electricity Markets", *Energy*, Vol. 55, PP. 310-318.
24. Esmaeili, M., Gamchi, N. S., and Asgharizadeh, E. (2014). "Three-Level Warranty Service Contract Among Manufacturer, Agent and Customer: A Game-Theoretical Approach", *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 239, PP. 177-186.
25. Jin, T., Tian, Z., and Xie, M. (2015). "A Game-Theoretical Approach for Optimizing Maintenance, Spares and Service Capacity in Performance Contracting", *International Journal of Production Economics*, Vol. 161, PP. 31-43.
26. Hamidi, M., Liao, H., and Szidarovszky, F. (2016). "Non-Cooperative and Cooperative Game-Theoretic Models for Usage-Based Lease Contracts", *European Journal of Operational Research*, Vol. 1, No. 255, PP. 163-174.
27. Taleizadeh, A., and Sarokhani, A. (2017). "Cooperative Advertising and Pricing in a Competitive Market with Customers, Excitations Effects", *Journal of Industrial Engineering*, Vol. 3, No. 51, PP. 351-361.
28. Srinivasan, D. et al. (2017). "Game-Theory Based Dynamic Pricing Strategies for Demand Side Management in Smart Grids", *Energy*, Vol. 126, PP. 132-143.

پیوست



شکل ۱. سیستم چند وضعیتیه با وابستگی عملیاتی

جدول ۱. داده‌های ورودی وضعیت، سن مؤثر و مشخصه ثابت

	M ₁	M ₂	M ₃	MIU ₁	MIU ₂
y _A	۱	۲	۲	۳	۱
E _A	۲۰	۱۶	۱۱	۱۱	۱۴
m _A ^p	۱/۶	۱/۲	۲/۹	۲/۹	۲/۵

جدول ۲. داده‌های ورودی مرتبط با مقادیر ثابت

C _{Ra}	۱۲۰	R	۰/۹۰۵۵	Λ	۲۰
C _P	۱۰۰	M _{S_A}	۶	τ	۱۰۰۰
C _F	۵۰	α	۰/۳	θ	۱۶۲۵۷۷/۱۶۶۲
Δ	۱	β	۹۰	A	۰/۰۹۶۳۴
D	۱۵	σ	۱/۰۰۰۱	B	۳/۲۴۸۷۲

جدول ۳. داده‌های ورودی مرتبط با فاکتور پوشش هر جزء

	M ₁	M ₂	M ₃	MIU ₁	MIU ₂
S _A	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۰۹	۰/۱	۰/۱
O _A	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۲	۰/۱۵	۰/۱۵
R _{۱A}	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۵	۰/۱۷	۰/۱۷
R _{۲A}	۰/۲	۰/۲	۰/۲	۰/۱۸	۰/۱۸
R _{۳A}	۰/۲۱	۰/۲۱	۰/۲۱	۰/۲	۰/۲
R _{4A}	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲۳	۰/۲	۰/۲

جدول ۴. داده‌های ورودی مرتبط با ماتریس هزینه و زمان

$$C_A = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & ۱۲۰۰ \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & ۱۲۰۰ \\ \cdot & \cdot & \cdot & ۳۱۰ & ۵۵۰ & ۸۰۰ \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & ۴۲۰ & ۶۰۰ \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & ۳۰۰ \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

$$T_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.65 & 0.85 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.55 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

جدول ۵. نتایج حل مدل

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۷۰۹۰
$p_{c2}(R)$	۹۸۷۰۵۲
$p_{a1}(c_s)$	۹۱۳۲۶/۶۲۰۳۳
$p_{a2}(c_w)$	۸۹۶۸۰

جدول ۶. قراردادهای پیشنهادی تعمیرگاه

Num	R	c_s	c_w
۱	۰/۹۰۵۵	۰/۱۰۷۵۶	۱۴۲۶۰
۲	۰/۹۰۱	۰/۱۰۷۷۰	۱۴۲۷۸/۵۶۱
۳	۰/۸۹	۰/۱۰۸۰۶	۱۴۳۲۵/۷۵۸
۴	۰/۷۷۵	۰/۱۰۹۷۱	۱۴۵۴۵/۰۴۱
۵	۰/۷۷۰	۰/۱۰۹۷۵	۱۴۵۵۰/۳۴۴
۶	۰/۷۶۸	۰/۱۰۹۷۶	۱۴۵۵۱/۶۷۰
۷	۰/۷۵۸	۰/۱۰۹۸۳	۱۴۵۶۰/۹۵۰

جدول ۷. نتایج پیشنهاد ۲

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۷۲۳۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۰۲۳۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۱۵۷۲/۲۹۰
$p_{a2}(c_w)$	۷۵۱۹۶/۳

جدول ۸. نتایج پیشنهاد ۳

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۸۹۶۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۴۰۷۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۰۴۰۴/۷۷۴
$p_{a2}(c_w)$	۳۷۹۲۶/۴۱۲

جدول ۹. نتایج پیشنهاد ۴

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۸۹۳۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۳۸۵۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۰۴۰۹/۹۴۸
$p_{a2}(c_w)$	۴۰۰۷۰/۱۱۵

جدول ۱۰. نتایج پیشنهاد ۵

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۷۵۴۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۲۱۷۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۱۶۱۳/۱۰۴
$p_{a2}(c_w)$	۹۶۴۵۳/۰۳۳

جدول ۱۱. نتایج پیشنهاد ۶

Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۸۹۷۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۴۰۷۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۰۳۹۳/۴۷۲
$p_{a2}(c_w)$	۳۷۹۲۹/۹۲۵

جدول ۱۲. نتایج پیشنهاد ۷

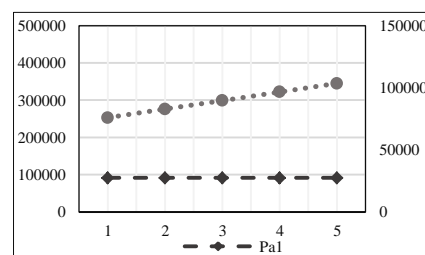
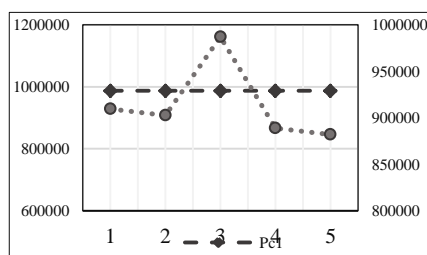
Options	Profit
$p_{c1}(R)$	۹۸۹۰۳۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۵۰۳۰۰
$p_{a1}(c_s)$	۹۰۵۲۱/۷۵۰
$p_{a2}(c_w)$	۲۸۶۷۱/۹

دول ۱۳. نتایج تحلیل حساسیت بازی نسبت به تغییر مقدار $c_w = \theta \times c_s$

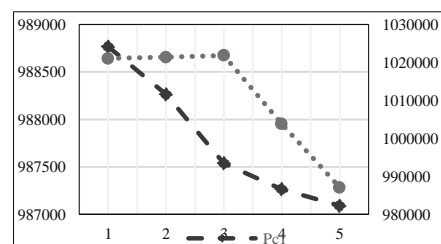
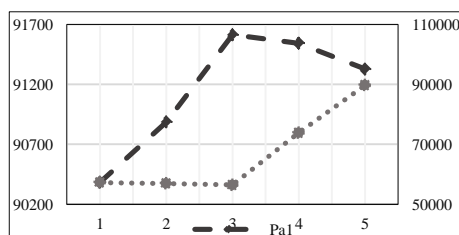
c_w	۱۲۱۰۹	۱۳۱۸۴	۱۴۲۶۰	۱۵۳۳۶	۱۶۴۱۱
$p_{c1}(R)$	۹۸۷۰۹۰	۹۸۷۰۹۰	۹۸۷۰۹۰	۹۸۷۰۹۰	۹۸۷۰۹۰
$p_{c2}(R)$	۹۰۹۵۵۴	۹۰۲۶۷۴	۹۸۷۰۵۲	۸۸۸۹۰۲	۸۸۲۰۲۶
$p_{a1}(c_s)$	۹۱۳۲۶/۶۲	۹۱۳۲۶/۶۲	۹۱۳۲۶/۶۲	۶۱۳۲۶/۶۲	۹۱۳۲۶/۶۲
$p_{a2}(c_w)$	۷۵۹۱۴	۸۲۷۹۴	۸۹۶۸۰	۹۶۵۶۶	۱۰۳۴۴۲

جدول ۱۴. نتایج تحلیل حساسیت بازی نسبت به تغییر مقدار R

R	۰/۸۰	۰/۸۵	۰/۸۹	۰/۹۰	۰/۹۰۵۵
$p_{c1}(R)$	۹۸۸۷۶۷	۹۸۸۲۶۵	۹۸۷۵۳۷	۹۸۷۲۶۴	۹۸۷۰۹۰
$p_{c2}(R)$	۱۰۲۱۰۷۴	۱۰۲۱۳۹۸	۱۰۲۱۸۴۶	۱۰۰۳۷۸۹	۹۸۷۰۵۲
$p_{a1}(c_s)$	۹۰۳۸۳	۹۰۸۸۵	۹۱۶۱۳	۹۱۵۴۲	۹۱۳۲۷
$p_{a2}(c_w)$	۵۷۲۲۶	۵۶۹۰۲	۵۶۴۵۴	۷۳۸۲	۸۹۶۸۰



شکل ۲. نمودار تحلیل حساسیت نتایج بازی نسبت به تغییر مقدار c_w



شکل ۳. نمودار تحلیل حساسیت نتایج بازی نسبت به تغییر مقدار R