

# ارائه مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی برای زنجیره تأمین تهاتری دولتی

مقداد حاجی محمدعلی جهرمی<sup>۱\*</sup>، عباس کاشانیان<sup>۲</sup>

۱. استادیار گروه مهندسی صنایع، واحد دماوند، دانشگاه آزاد اسلامی، دماوند، ایران

۲. دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، واحد دماوند، دانشگاه آزاد اسلامی، دماوند، ایران

(تاریخ دریافت: ۹۶/۱۲/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح‌شده: ۹۷/۰۸/۰۳، تاریخ تصویب ۹۷/۰۹/۱۲)

## چکیده

تبادل کالا با کالا یا تهاتر روشی دیرینه در مبادلات تجاری است، اما امروزه شبکه‌های نوین تهاتری در سطح ملی و بین‌المللی جایگاه ویژه‌ای یافته‌اند. کمک به رونق اقتصادی، مقابله با تحریم‌های پولی، حفظ ذخایر ارزی، حفظ نیروی کار و موارد دیگر از جمله مزایای بازارهای نوین تهاتری است. با توجه به گستردگی این بازارها، مدیریت صحیح برای ایجاد توازن در بازار، کاهش هزینه‌ها، کاهش ریسک ورود به شبکه تهاتری مستلزم مدل‌بندی دقیق و جامع ریاضی است. در این مقاله، با در نظر گرفتن شبکه تهاتری دولتی شامل چندین کشور به‌عنوان اعضای این شبکه، به منظور تأمین کالاهای مورد نیاز هر کشور، مسئله بهینه‌سازی ریاضی چندهدفه با هدف کاهش هزینه‌ها و بدهی کشورها طراحی و ارائه شد. نتایج حاصل از حل مدل ارائه‌شده نشان می‌دهد این مدل الگوی مناسبی برای تولید و تبادل کالا میان کشورهای تشکیل‌دهنده شبکه تهاتری دولتی ارائه می‌دهد.

**واژه‌های کلیدی:** بهینه‌سازی ریاضی، تهاتر، زنجیره تأمین دولتی، شبکه تهاتر دولتی.

## مقدمه

که ارزش مالی معاملات انجام‌شده در کل شبکه متوازن باشد؛ یعنی پس از انجام معاملات، بنگاهی طلبکار یا بدهکار نباشد. از آنجا که در عمل این توازن تقریباً ناممکن است، شرکت‌های تشکیل‌دهنده تهاتر باید تضمین‌شده باشند تا بنگاه‌های بدهکار تعهد خود را انجام دهند. زمانی که شبکه تهاتری از چند کشور تشکیل شده باشد، وضعیت پیچیده‌تر می‌شود؛ زیرا عواملی مانند تحریم‌های بین‌المللی، وضعیت اقتصادی کشورها و... نیز باید در نظر گرفته شوند. همچنین هزینه‌های حمل‌ونقل، ارزش ارزی کالا، ریسک‌های مبادله و بسیاری از موارد دیگر به‌عنوان عوامل تأثیرگذار مطرح می‌شوند. تاکنون موضوع تهاتر از منظرهای گوناگون حقوقی و اقتصادی مدنظر قرار گرفته است. سبحان‌الهی و کوهگرد [۱۲] با معرفی مزایای مبادلات تهاتری، روشی عملی برای انجام این مبادلات پیشنهاد کردند. کیم و پیرتیلا [۱۳] به تحلیل روابط میان پول، تهاتر و تورم در روسیه در دوره گذار پرداختند. آن‌ها پس از توسعه چارچوبی نظری که تهاتر را به مدل اقتصادی کلان استاندارد برای اقتصاد کوچک و باز معرفی می‌کند، مدل را با استفاده از روش هم‌بستگی ساختاری و روش اصلاح خطای بردار تخمین زدند. براساس یافته‌های آن‌ها، تمایل به تهاتر در روسیه تاحدودی به دلیل زبان‌های تولید و به میزان کمتری به دلیل کاهش تعادل پول است. همچنین آن‌ها نشان

تهاتر، سیستمی مبادلاتی است که در آن کالا یا خدمات به‌طور مستقیم و بدون استفاده از واسطه مبادلاتی مانند پول بده‌بستان می‌شوند [۱]. تهاتر یکی از نخستین و رایج‌ترین شیوه‌های معامله در تاریخ زندگی بشر است. امروزه به دلایل متعددی از جمله تحریم، کمبود ذخایر ارزی، حفظ نیروی کار و موارد دیگر شرکت‌ها و کشورها تمایل دارند شبکه گسترده تهاتری را ایجاد کنند. طبیعی است هرچه شبکه گسترده‌تر باشد، دامنه پوشش کالاها نیز بیشتر است و شرکت در تهاتر منطقی به نظر می‌رسد، اما این گستردگی به ایجاد بستری مناسب و تأمین امنیت شرکت‌کنندگان منوط است. با گسترش مدل‌های اقتصادی، تهاتر در زمینه‌های گوناگون مانند تخصیص ملک [۲-۳]، مبادلات پزشکی [۴-۵]، قراردادهای نظامی [۶] و مبادله کالاهای دیجیتال [۷] نیز وارد شده است. در بسیاری از این مسائل، شبکه تحت بررسی به‌صورت گراف ترسیم می‌شود. یافتن مناسب‌ترین گیرنده و دهنده کالا یا خدمات نیز به‌صورت مسئله بهینه‌سازی مطرح می‌شود. زمانی که تهاتر در حوزه سلامت صورت می‌گیرد، بهینه‌سازی این مسائل می‌تواند پیچیدگی زیادی داشته باشد [۸-۱۱]. در یک شبکه تهاتری<sup>۴</sup> کالا، حالت مطلوب این است

به منظور بهبود عملکرد، سیستم تهاتر در فرم سلسله مراتبی تشکیل شده است. در ابتدا افراد با توجه به موقعیت محلی شان گروه بندی می شوند و بازار محلی را تشکیل می دهند. پس از تکمیل این بازار، یعنی زمانی که امکان تهاتر بیشتر وجود نداشت، خود بازار محلی در قالب یک فرد و با یک تابع ارجحیت جدید عمل می کند. بازارهای محلی کالاها را در سطحی بالاتر با یکدیگر تهاتر می کنند تا زمانی که این بازار نیز کامل شود. این فرایند تا زمانی که بازار سراسری همه افراد کامل شود ادامه می یابد. سودزینا [۲۰] دو عامل اصلی میل به تهاتر را کمبود ارز و کمبود پول نقد برشمرد. همچنین عواملی مانند کاهش بار مالیاتی، جلوگیری از تورم و بازگرداندن سرمایه را نیز از دیگر انگیزه های معاملات تهاتری معرفی کرد. آندرسن و همکاران [۲۱] مسئله عملکرد کارآمد برنامه ای را برای تبادل تهاتری کالاها تقسیم نشدنی در نظر گرفتند. آن ها مدل پویای تبادل تهاتری را معرفی کردند که در هر دوره یک عامل وارد تهاتر شده است و یک کالا برای مبادله دارد که آن را با کالای دیگر مبادله می کند. در این سیستم، یک عامل با احتمال مشخصی به تبادل کالا با عامل دیگر تمایل دارد. این احتمال مستقل از احتمالات سایر عامل هاست. آن ها دو نوع مبادله دویبه دو و مبادله های دو یا سه چرخه ای را در نظر گرفتند. هدف آن ها از تولید این برنامه کمینه کردن میانگین زمان انتظار یک عامل برای انجام تهاتر بود.

به طور کلی پژوهشگران بسیاری در دهه های اخیر در زمینه مدیریت زنجیره تأمین با در نظر گرفتن ابعاد گوناگون و مؤلفه های هر بعد پژوهش های ارزنده ای انجام داده اند. از آنجا که ارائه مدل های ریاضی و بهینه سازی ریاضی با در نظر گرفتن فرضیه ها و متغیرهای تصمیم مناسب در حوزه برنامه ریزی، بهینه سازی ریاضی و مهندسی اهمیت دارد، گروهی از پژوهشگران تلاش خود را بر توسعه مدل های بهینه سازی ریاضی در حوزه زنجیره تأمین معطوف کرده اند [۲۲-۲۳]. با این حال از بعد مدل سازی و بهینه سازی ریاضی با در نظر گرفتن مفهوم تهاتر دولتی پژوهشی صورت نگرفته و در این مقاله برای اولین بار مدل برنامه ریزی ریاضی در این حوزه ارائه شده است.

با توجه به آنچه گفته شد و به دلیل شرایط کنونی اقتصادی کشور، در این مقاله به بررسی شبکه تهاتری دولتی<sup>۵</sup>

دادند افزایش تهاتر متأثر از ضعف در بخش بانکی است. براساس نتایج آن ها، افزایش تهاتر به تورم پایدار در روسیه منجر شده است. از دیدگاه خسوس [۱۴] محبوبیت تهاتر در گروهی درک کسب و کارها و مشتریان از توانایی های تهاتر است. آن ها انتقال میان ساختارهای گوناگون زنجیره تأمین را راهی برای مقابله با بدهکاری و توسعه انعطاف پذیری فعالانه می دانند؛ چنانچه در برخی کشورها این شیوه بسیار مهجور و در برخی دیگر پررونق است. سریدوی [۱۵]، بانرجی و ماسکین [۱۶] مدل هایی را به وجود آورده اند که این قابلیت را دارند در اقتصادهایی با نقدینگی بالا یا تورم زیاد راه گشا باشند. براساس مطالعه کیم و پیرتیلا [۱۳] زمانی که نرخ تورم افزایش می یابد، افراد به جای استفاده از پول به تهاتر روی می آورند، اما حتی در برخی حالات، فعالیت های تهاتری در زمانی که نرخ تورم نیز پایین است، محبوب به شمار می آید. برای نمونه سلاریوس [۱۷] دریافت که فعالیت های تهاتری قبل و بعد از دوره تورم فوق در دهه ۱۹۹۰ در بلغارستان رشد چشم گیری داشت؛ بنابراین تهاتر نه با تورم بالا آغاز می شود و نه با پایان تورم به اتمام می رسد. چن و کائو [۱۸] مدلی از جست و جو را برای توصیف چگونگی تغییر رویکرد افراد در استفاده از تهاتر به جای پول مطالعه کردند. با توجه به فرض آن ها سودمندی از مصرف کالاها گوناگون حاصل می شود؛ بنابراین پارامتری را به عنوان درجه وابستگی به مصرف معرفی کردند که نشان دهنده شدت تقاضا برای تولیدات دیگران است. آن ها با تغییر درجات وابستگی به مصرف نشان دادند اقتصادی با وابستگی به مصرف زیاد، همیشه در معرض تورم بسیار و گرایش به تعادل تهاتری است. در مقابل، اقتصاد با وابستگی به مصرف پایین همواره در تعادل پولی قرار دارد؛ زیرا هنگامی که افراد نیاز بسیاری به کالای دیگران دارند، در معرض تورم بالا تمایل بیشتری به تهاتر نشان می دهند. در حالی که اگر نیاز کمی به کالای دیگران داشته باشند، با وجود قدرت پایین برای خرید پول، به مبادله با پول تمایل دارند. نونز و همکاران [۱۹] سیستم چندعاملی تهاتر الکترونیکی را تجزیه و تحلیل کردند که شامل مجموعه ای از افراد به عنوان عوامل است که به تبادل کالا می پردازند. این افراد ممکن است به تبادل چندجانبه شامل چند کالا بپردازند. به هر فرد یک تابع ارجحیت متناظر داده می شود که اولویت های کاربر مربوط را نشان می دهد.

- در شبکه تهاتری شکل گرفته، میزان تولید هر محصول به کمک کل کشورهای شبکه باید از میزان تقاضا بیشتر باشد.

جدول ۱. متغیرها و نمادها

نمادها	
مجموعه کشورهای تشکیل دهنده شبکه تهاتری	$n \in N$
مجموعه محصولات در نظر گرفته شده در شبکه تهاتری قراردادی	$z \in Z$
تقاضای محصول $z \in Z$ توسط کشور $n \in N$	$D_{nz}$
ظرفیت تولید محصول $z \in Z$ توسط کشور $n \in N$	$P_{zn}$
قیمت تمام شده محصول $z \in Z$ در کشور $n \in N$	$c_{zn}$
هزینه تأمین یک واحد کالای $z$ از کشور $n$ به کشور $n'$	$CT_{znn'}$
اهمیت وزنی تابع هدف اول	$w_1$
اهمیت وزنی تابع هدف دوم	$w_2$
متغیرهای تصمیم‌گیری	
میزان تولید محصول $z \in Z$ توسط کشور $n \in N$	$Q_{zn}$
میزان واردات کالای $z$ توسط کشور $n \in N$ از کشور $n' \in N$	$I_{zn'n}$
میزان صادرات کالای $z$ توسط کشور $n \in N$ به کشور $n' \in N$	$E_{znn'}$
میانگین قیمت تمام شده محصول $z \in Z$ در کشور $n \in N$	$\bar{C}_{zn}$
میزان بدهکاری کشور $n \in N$	$d_n^-$
میزان بستانکاری کشور $n \in N$	$d_n^+$
متغیر تصمیم کمکی به منظور تبدیل محدودیت غیرخطی به محدودیت خطی	$V_{zn}$

حالت مطلوب در شبکه تهاتری این است که مقدار معاملات در کل شبکه متوازن باشد؛ یعنی پس از معاملات و تأمین نیازها، کشوری طلبکار یا بدهکار نباشد. از آنجا که در عمل این توازن تقریباً ناممکن است، کشورهای تشکیل دهنده شبکه تهاتری باید سازوکار مناسبی به منظور حفظ منافع اعضای شبکه و پایدار شبکه داشته باشند. نمادها و متغیرهای به کاررفته در مدل ارائه شده به صورت جدول ۱ است.

### مدل‌سازی ریاضی

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، به منظور بهره‌مندی از مزایای تکنیک شناخته شده تهاتر در فروش، در این مقاله با توسعه کاربرد این تکنیک در سطح بین‌المللی از مزایای آن استفاده شد. برای این منظور در این مقاله مدل برنامه‌ریزی دوهدفه

به منظور تأمین کالاهای اساسی می‌پردازیم. هدف اصلی تشکیل شبکه تهاتری، شامل چندین کشور است که قصد دارند با توجه به پتانسیل‌ها و ظرفیت‌های موجود، برخی کالاهای اساسی خود را به صورت تهاتری تأمین کنند. برای این منظور مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته خطی ریاضی با اهداف کاهش متوسط هزینه تأمین کالاهایی که در شبکه تهاتر می‌شوند، همچنین کمینه کردن سطح بدهکاری کشورهای شبکه تهاتری به یکدیگر ارائه می‌شود. در ادامه این مقاله ابتدا به بیان مسئله و سپس طرح مدل ریاضی آن پرداخته‌ایم. همچنین، با ارائه مثال‌های عددی مختلف، کارایی مدل را نشان داده و در نهایت به بحث و نتیجه‌گیری پرداخته‌ایم.

### بیان مسئله

همان‌طور که پیش‌تر اشاره شد، تهاتر راهکاری امن و شدنی برای تأمین کالاهای مورد نیاز و اساسی دولت‌ها، به‌ویژه برای برخی از آن‌ها که درگیر مسائلی مانند تحریم و محدودیت استفاده و جابه‌جایی ارز در سیستم بانکی با شرکا و سایر کشورها هستند، اهمیت فراوانی دارد. پتانسیل‌های طبیعی و تولیدی برخی کشورهای مشترک‌المنافع به قدری است که می‌توانند نیاز به کالاهای اساسی خود را به کمک تشکیل شبکه‌ای پایدار به صورت تهاتری با یکدیگر مرتفع کنند. در این مقاله، با ارائه مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوهدفه و در نظر گرفتن تکنیک تهاتر در فروش، کالاهای اساسی مورد نیاز کشورهای عضو شبکه تهاتر تأمین شده است. کمینه کردن هزینه‌های تأمین در شبکه و میزان بدهی کشورهای عضو شبکه به ترتیب هدف اول و دوم مدل هستند. در تشکیل مدل، فرضیه‌های زیر در نظر گرفته شده است:

- محصولی می‌تواند در شبکه وارد شود که برای آن تقاضا وجود داشته باشد.
- تولید هر محصول در هر کشور نمی‌تواند از ظرفیت تولید آن کشور بیشتر باشد.
- میزان صادرات هر محصول از هر کشور به سایر کشورهای داخل شبکه تهاتری باید کمتر یا برابر میزان تولید آن کشور باشد.
- در صورتی که تولید هر محصول در هر کشور بیشتر از تقاضای داخلی آن محصول باشد، امکان صادرات مازاد نیاز داخلی به سایر کشورها وجود دارد.

$d_n^-$  و مجموع میزان بستانکاری آن با  $d_n^+$  نشان داده می‌شود (رابطه ۲).

$$\sum_{z \in Z} \sum_{n' \in N} CT_{zn'n} \times I_{zn'n} - d_n^- + d_n^+ = \sum_{z \in Z} \sum_{n' \in N} CT_{zmn'} \times E_{zmn'}, \forall n \in N \quad (2)$$

با توجه به توضیحات ارائه‌شده، مدل ریاضی پیشنهادی به شرح زیر است.

$$\min \sum_{n \in N} \sum_{z \in Z} \bar{C}_{zn} \quad (3)$$

$$\min \sum_{n \in N} d_n^- \quad (4)$$

Subject to:

$$\sum_{z \in Z} \sum_{n' \in N} CT_{zn'n} \times I_{zn'n} - d_n^- + d_n^+ = \sum_{z \in Z} \sum_{n' \in N} CT_{zmn'} \times E_{zmn'}, \forall n \in N \quad (5)$$

$$\bar{C}_{zn} = \frac{\left( (Q_{zn} - \sum_{n' \in N} E_{zmn'}) \times c_{zn} \right) + \sum_{n' \in N} (CT_{zn'n} \times I_{zn'n})}{D_{zn}}, \quad (6)$$

$$\forall z \in Z, n \in N \quad (7)$$

$$Q_{zn} \leq P_{zn}, \forall z \in Z, n \in N \quad (8)$$

$$\sum_{n' \in N} E_{zmn'} \leq Q_{zn}, \forall z \in Z, n \in N \quad (9)$$

$$D_{zn} \leq \left( Q_{zn} + \sum_{n' \in N} I_{zn'n} - \sum_{n' \in N} E_{zmn'} \right), \quad (10)$$

$$\forall z \in Z, n \in N \quad (11)$$

$$\sum_{n' \in N} E_{zmn'} = \max \{ Q_{zn} - D_{zn}, 0 \}, \quad (12)$$

$$\forall z \in Z, n \in N \quad (13)$$

$$Q_{zn}, I_{zn'n}, E_{zmn'}, d_n^-, d_n^+ \geq 0$$

کاهش مقدار میانگین قیمت تمام‌شده محصولات شبکه در کشورهای عضو شبکه به صورت رابطه ۳ تعریف می‌شود. رابطه ۴ هدف کمینه‌کردن مجموع بدهی کشورهای عضو شبکه است. رابطه ۵ محدودیت معادل تابع هدف مدل است که پیش‌تر توضیح داده شد. رابطه ۶ مقادیر بستانکاری و بدهکاری در رابطه با ارزش صادراتی و وارداتی در نظر گرفته می‌شود. رابطه ۷ تعریف مربوط به متغیر میانگین قیمت تمام‌شده محصولات شبکه تهاتر است که باید در سایر محدودیت‌ها در نظر گرفته شود. رابطه ۸ محدودیت مربوط به ظرفیت تولید است. براساس این محدودیت تولید محصول در یک کشور نمی‌تواند از ظرفیت تولید محصول در آن کشور بیشتر باشد. همچنین بدهی است صادرات از یک

ارائه شد. فرض کنید  $N$  کشور تصمیم دارند شبکه‌ای تهاتری تشکیل دهند. در این شبکه  $Z$  محصول عرضه می‌شود. میزان تقاضای محصول  $z \in Z$  در کشور  $n \in N$  به میزان  $D_{zn}$  است و همچنین ظرفیت تولید این محصول در این کشور  $P_{zn}$  است. فرض کنید  $C_{zn}$  قیمت تمام‌شده محصول  $z \in Z$  در کشور  $n \in N$  و  $CT_{zn'n}$  هزینه تأمین یک واحد کالای  $z$  برای کشور  $n$  از طریق کشور  $n'$  است. این هزینه به صورت کلی در نظر گرفته شده و مشتمل بر هزینه‌های حمل‌ونقل، گمرکی، بیمه و سایر موارد است که در این مقاله در قالب هزینه تأمین محصول از کشوری دیگر بیان شده است. هزینه کلی تأمین نیاز هر محصول در هر کشور براساس مجموع هزینه مقدار تولیدی از آن محصول است که در کشور مورد نظر مصرف می‌شود. همچنین مجموع هزینه‌های مقدار واردات کالای مدنظر از سایر کشورهای تشکیل‌دهنده شبکه تهاتری محاسبه می‌شود. در نهایت میانگین قیمت تمام‌شده محصول  $z \in Z$  در کشور  $n \in N$  حاصل کسر هزینه کلی تأمین محصول از طریق تولید داخل و واردات از سایر کشورها به میزان تقاضای پاسخ داده‌شده (نیاز برطرف‌شده) است. به عبارت دیگر فرض کنید میزان تولید محصول  $z \in Z$  در کشور  $n \in N$  به مقدار  $Q_{zn}$  باشد، مقدار کالای  $z$  که کشور  $n \in N$  باید از کشور  $n' \in N$  وارد کند با  $I_{zn'n}$  نمایش داده می‌شود و مقدار کالای  $z$  که کشور  $n \in N$  باید به کشور  $n' \in N$  صادر کند،  $E_{zmn'}$  است (متغیر تصمیم)؛ بنابراین متغیر میانگین قیمت تمام‌شده محصول  $z \in Z$  در کشور  $n \in N$ ، به صورت رابطه ۱ تعریف می‌شود.

$$\bar{C}_{zn} = \frac{\left( (Q_{zn} - \sum_{n' \in N} E_{zmn'}) \times c_{zn} \right) + \sum_{n' \in N} (CT_{zn'n} \times I_{zn'n})}{D_{zn}} \quad (1)$$

پیش از این بیان شد که یکی از اهداف مدل ارائه‌شده کمینه‌کردن میانگین قیمت تمام‌شده کالاهای درون شبکه برای همه کشورهای عضو شبکه تهاتری است.

از سوی دیگر با توجه به اینکه در سیستم تهاتری بهتر است در حالت بهینه، ارزش ریالی کالاهای تبادل‌شده یکسان باشد. به عبارت دیگر بهتر است میزان بدهی کشورهای عضو شبکه کمینه شود؛ زیرا افزایش بدهی یک کشور ممکن است به منحل شدن شبکه و متضرر شدن برخی اعضای شبکه منجر شود. در مدل ارائه‌شده، مجموع بدهی کشور  $n \in N$  با

رابطه غیرخطی ۱۲، با کمک متغیر تصمیم  $V_{zn}$  و مطابق رابطه‌های ۱۴-۱۶ رابطه غیرخطی مدل به رابطه خطی تبدیل می‌شود.

$$V_{zn} = \max\{Q_{zn} - D_{zn}, 0\}, \forall z \in Z, n \in N \quad (14)$$

$$V_{zn} \geq (Q_{zn} - D_{zn}), \forall z \in Z, n \in N \quad (15)$$

$$V_{zn} \geq 0, \forall z \in Z, n \in N \quad (16)$$

همچنین تکنیک به‌کار گرفته شده برای تبدیل مدل دوهدفه ارائه شده به مدل یک‌هدفه، روش مجموع وزن دار (میانگین وزنی) است. از آنجا که توابع هدف تعیین شده در مدل از یک بعد هستند (واحد پولی)، تابع هدف نهایی تک‌هدفه مدل ارائه شده عبارت است از مجموع اهداف در نظر گرفته شده که مطابق رابطه ۱۷ است.

$$\min \left( W_1 \times \sum_{n \in N} \sum_{z \in Z} \bar{C}_{zn} + W_2 \times \sum_{n \in N} d_n^- \right) \quad (17)$$

کشور نمی‌تواند از میزان تولید محصول در آن کشور بیشتر باشد؛ بنابراین مجموع کالاهای صادر شده از ظرفیت کل کمتر است (رابطه ۸). برای پاسخ‌گویی تقاضای هر محصول در هر کشور، میزان تولید آن محصول و تفاضل واردات و صادرات باید از میزان تقاضای داخلی بیشتر باشد (رابطه ۹).

بر اساس رابطه ۱۰، مجموع تولیدات همه کشورهای شبکه تهاتری برای محصول  $Z$  باید از مجموع تقاضا برای این محصول بیشتر باشد. طبیعی است مقدار واردات محصول  $Z$  به کشور  $n$  از کشور  $n'$  برابر با صادرات محصول  $Z$  از کشور  $n'$  به کشور  $n$  باشد. این موضوع در رابطه ۱۱ آمده است. همچنین تنها زمانی مجاز به صادرات کالایی هستیم که تولید کشور از تقاضای کشور مورد نظر بیشتر باشد. رابطه ۱۳ نیز شرط مثبت بودن متغیرها را نشان می‌دهد. به منظور تبدیل مدل ارائه شده به صورت بهینه‌سازی ریاضی خطی با توجه به

جدول ۲. تقاضا، ظرفیت تولید و قیمت تمام شده در مسئله ۱

	$D_{zn}$			$P_{zn}$			$C_{zn}$		
	n۱	n۲	n۳	n۱	n۲	n۳	n۱	n۲	n۳
۱z	۲۰۰	۵۰	۳۰۰	۳۰۰	۱۰۰	۱۵۰	۲۰	۳۰	۳۰
۲z	۳۰۰	۱۵۰	۳۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۳۰	۳۰	۳۰	۴۰
۳z	۲۵۰	۲۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۲۵۰	۲۵۰	۳۰	۳۰	۳۵
۴z	۵۰۰	۱۰۰	۲۵۰	۳۵۰	۲۰۰	۳۰۰	۴۰	۴۰	۲۰

جدول ۳. هزینه تأمین یک واحد کالا ( $CT_{zmn}$ ) در مسئله ۱

کشور	محصول	کشور		
		n۱	n۲	n۳
۱n	۱z	۲۰	۳۰	۴۰
	۲z	۳۰	۱۰	۱۵
	۳z	۳۰	۱۰	۲۰
	۴z	۴۰	۲۵	۳۵
۲n	۱z	۳۵	۳۰	۵۸
	۲z	۲۰	۳۰	۲۵
	۳z	۲۰	۳۰	۲۳
	۴z	۵۵	۴۰	۴۵
۳n	۱z	۵۰	۳۷	۳۰
	۲z	۲۵	۳۵	۴۰
	۳z	۱۸	۲۰	۳۵
	۴z	۵۰	۲۷	۲۰

**نتایج عددی**

این مسائل به کمک برنامه GAMS روی کامپیوتر با CPU 2.10GHz و RAM 4.00 GB اجرا شده‌اند.

**مسئله ۱.** شبکه تهاتری شامل سه کشور  $(n_1, n_2, n_3)$  و چهار محصول  $(z_1, z_2, z_3, z_4)$  است. اطلاعات مربوط به پارامترهای مسئله در جدول‌های ۲ و ۳ آمده است. الگوی تولید، واردات و صادرات نیز در جدول‌های ۴، ۵ و ۶ ارائه شده است.

در این بخش، با ارائه و حل چند مسئله عددی، اعتبار مدل ارائه شده بررسی می‌شود. این مسائل با دیدگاه‌های مختلفی طراحی شده‌اند که البته در هر یک توضیحات دقیق‌تری درباره ویژگی‌های آن بیان شده است. به‌طور کلی هدف از حل این مسائل بررسی رویکرد اتخاذی از سوی هر کشور در تولید، واردات و صادرات تحت شرایط گوناگون است.

**جدول ۴. جواب مسئله ۱ مربوط به کشور  $n_1$**

	$D_{zn}$	$Q_{zn}$	$I_{znn}$	$E_{znn}$
۱z	۲۰۰	۳۰۰	-	$E_{z_1 n_1 n_1} = ۱۰۰$
۲z	۳۰۰	۳۰۰	-	-
۳z	۲۵۰	۱۰۰	$I_{z_3 n_1 n_1} = ۵۰$ $I_{z_4 n_1 n_1} = ۱۰۰$	-
۴z	۵۰۰	۳۵۰	$I_{z_4 n_1 n_1} = ۱۰۰$ $I_{z_3 n_1 n_1} = ۵۰$	-

**جدول ۵. جواب مسئله ۱ مربوط به کشور  $n_2$**

	$D_{zn}$	$Q_{zn}$	$I_{znn}$	$E_{znn}$
۱z	۵۰	۱۰۰	-	$E_{z_1 n_2 n_2} = ۵۰$
۲z	۱۵۰	۱۵۰	-	-
۳z	۲۰۰	۲۵۰	-	$E_{z_3 n_2 n_2} = ۵۰$
۴z	۱۰۰	۲۰۰	-	$E_{z_4 n_2 n_2} = ۱۰۰$

**جدول ۶. جواب مسئله ۱ مربوط به کشور  $n_3$**

	$D_{zn}$	$Q_{zn}$	$I_{znn}$	$E_{znn}$
۱z	۳۰۰	۱۵۰	$I_{z_1 n_3 n_3} = ۱۰۰$ $I_{z_2 n_3 n_3} = ۵۰$	-
۲z	۳۰	۱۳۰	-	$E_{z_2 n_3 n_3} = ۵۰$
۳z	۱۵۰	۲۵۰	-	$E_{z_3 n_3 n_3} = ۱۰۰$
۴z	۲۵۰	۳۰۰	-	$E_{z_4 n_3 n_3} = ۵۰$

$$\sum_{z \in P} \sum_{n \in N} \bar{C}_{zn} = 621.7$$

همچنین داریم:

مجموع بدهی‌ها برابر است با:  
بنابراین با در نظر گرفتن وزن یکسان برای توابع هدف در نظر گرفته شده، مجموع هزینه‌های این شبکه تهاتری عبارت است از:

$$W_1 \times \sum_{n \in N} \sum_{z \in Z} \bar{C}_{zn} + W_2 \times \sum_{n \in N} d_n^- = 621.7 + 9400 = 10,021.7$$

$$\sum_{n \in N} d_n^- = 9400$$

$$d_1^- = ۹۳۰۰, d_2^+ = ۹۴۰۰, d_3^- = ۱۰۰$$

میانگین در هر کشور، در جدول ۷ آمده است.  
در مسئله ۱ ( $\bar{C}_{zn}$ ) مقدار تابع هدف اول (جمع قیمت‌های میانگین) برابر است با:

جدول ۷. میانگین قیمت تمام‌شده

	n۱	n۲	n۳
۱z	۳۰	۶۰	۲۳/۳
۲z	۲۸/۳۳	۳۰	۱۷۳/۳۳
۳z	۲۳/۲	۳۷/۵	۵۸/۳۳
۴z	۴۴	۸۰	۲۴

جدول ۸. تقاضا، ظرفیت تولید و قیمت تمام‌شده در مسئله ۲

	$D_{zn}$			$P_{zn}$			$C_{zn}$		
	n۱	n۲	n۳	n۱	n۲	n۳	n۱	n۲	n۳
۱z	متغیر	۵۰	۳۰۰	متغیر	۷۰۰	۵۰۰	۲۰	۳۰	۳۰
۲z	۳۰۰	۱۵۰	۳۰	۴۰۰	۴۰۰	۲۰۰	۳۰	۳۰	۴۰
۳z	۲۵۰	۲۰۰	۱۵۰	۳۰۰	۳۰۰	۴۰۰	۳۰	۳۰	۳۵
۴z	۵۰۰	۱۰۰	۲۵۰	۴۰۰	۴۰۰	۳۰۰	۴۰	۴۰	۲۰

جدول ۹. هزینه تأمین یک واحد کالا ( $CT_{znn}$ ) در مسئله ۲

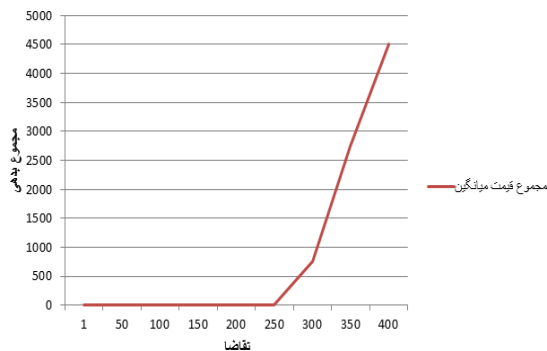
کشور	محصول	کشور		
		n۱	n۲	n۳
۱n	۱z	۲۰	۳۰	۴۰
	۲z	۳۰	۱۰	۱۵
	۳z	۳۰	۱۰	۲۰
	۴z	۴۰	۲۵	۳۵
۲n	۱z	۳۵	۳۰	۵۸
	۲z	۲۰	۳۰	۲۵
	۳z	۲۰	۳۰	۲۳
	۴z	۵۵	۴۰	۴۵
۳n	۱z	۵۰	۳۷	۳۰
	۲z	۲۵	۲۵	۴۰
	۳z	۱۸	۲۰	۳۵
	۴z	۵۰	۲۷	۲۰

### تحلیل حساسیت

در این قسمت حساسیت قیمت‌های میانگین و بدهی‌ها نسبت به تقاضا، ظرفیت تولید و هزینه تولید بررسی می‌شود. برای مثال، با ثابت نگه‌داشتن تقاضا در همه کشورهای برای همه کالاها، تقاضا برای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$  تغییر یافته و تغییرات قیمت میانگین این کالا در سه کشور بررسی می‌شود.

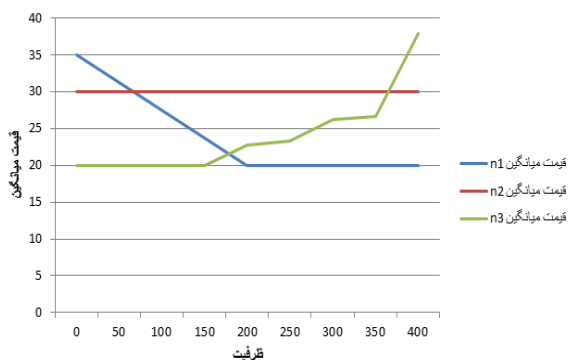
**مسئله ۲.** شبکه تهاتری شامل سه کشور ( $n_1, n_2$  و  $n_3$ ) و چهار محصول ( $Z_1, Z_2, Z_3$  و  $Z_4$ )، اطلاعات مربوط به به‌صورت جدول ۸ و ۹ است.

شکل ۱ نشان‌دهنده تغییرات قیمت میانگین است. براین اساس، قیمت میانگین کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$  تا زمانی که تقاضا کمتر از ظرفیت است، همان قیمت تمام‌شده در کشور است، اما با رد شدن تقاضا از ظرفیت تولید که نتیجه آن واردات کالا است، قیمت میانگین افزایش می‌یابد. در هر صورت به‌دلیل اینکه کشور  $n_3$  برای توازن در شبکه تهاتری بخشی از کالای مورد نیاز خود را از طریق کشور  $n_1$  تأمین می‌کند، تغییرات در تقاضای کشور  $n_1$  بر میانگین قیمت کالای  $Z_1$  در کشور  $n_3$  تأثیر مستقیم دارد.



شکل ۳. تغییرات مجموع بدهی با تغییر تقاضای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$

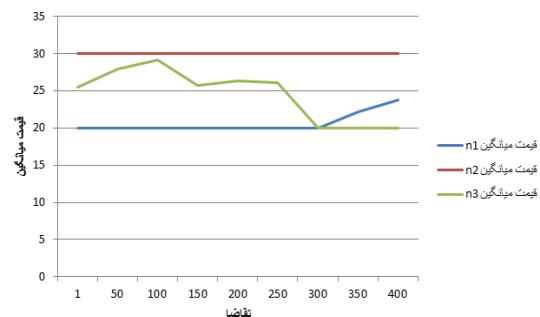
با توجه به داده‌های مسئله مذکور، این بار تأثیر تغییرات در ظرفیت بر فاکتورهای دیگر بررسی می‌شود. ابتدا تأثیر این تغییر (ظرفیت تولید برای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$ ) بر قیمت میانگین بررسی شده است. شکل ۴ نشان‌دهنده تأثیر این تغییرات بر قیمت کالای  $Z_1$  در هر سه کشور است. در ظرفیت صفر، کشور  $n_1$  مجبور است تمام کالای  $Z_1$  را وارد کند. با افزایش ظرفیت، قیمت میانگین این کالا برای این کشور نیز کاهش می‌یابد. تا آنجا که در ظرفیت برابر با تقاضا، این قیمت با قیمت تولید در کشور برابر است، اما این تغییر ظرفیت بر قیمت کالا برای کشور  $n_3$  تأثیرگذار است.



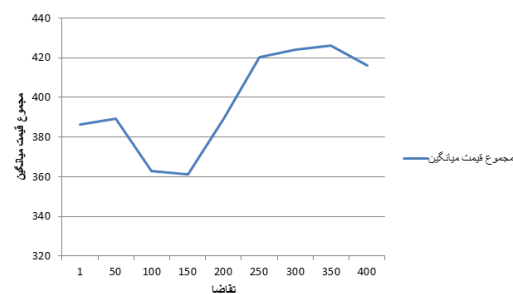
شکل ۴. تغییرات قیمت میانگین برای کالای  $Z_1$  با تغییر ظرفیت تولید در کشور  $n_1$

در شکل ۵، تغییرات مجموع قیمت میانگین و در شکل ۶، تغییرات مجموع بدهی‌ها نمایش داده شده است. همان‌گونه که دیده می‌شود، افزایش ظرفیت بر کاهش مجموع قیمت میانگین اثری مثبت دارد. این کاهش مجموع قیمت میانگین به این دلیل که کشور  $n_3$  جهت از بین بردن بدهی‌ها اقدام به واردات می‌کند، از جایی به بعد

این تقاضا حداقل تا رسیدن به مقدار ۴۰۰، تأثیری بر قیمت  $Z_1$  در کشور  $n_3$  ندارد. همچنین شکل ۲، تأثیر تغییرات تقاضا را برای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$  روی تابع هدف اول یعنی مجموع قیمت‌های میانگین نشان می‌دهد. در واقع با تغییر تقاضا، الگوی جابه‌جایی کالاها نیز متفاوت می‌شود؛ زیرا این تغییرات اثری مستقیم بر میزان تولید کالا در کشورهای گوناگون دارد.



شکل ۱. تغییرات قیمت میانگین کالای  $Z_1$  با تغییر تقاضا در کشور  $n_1$



شکل ۲. تغییرات مجموع قیمت میانگین با تغییر تقاضای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$

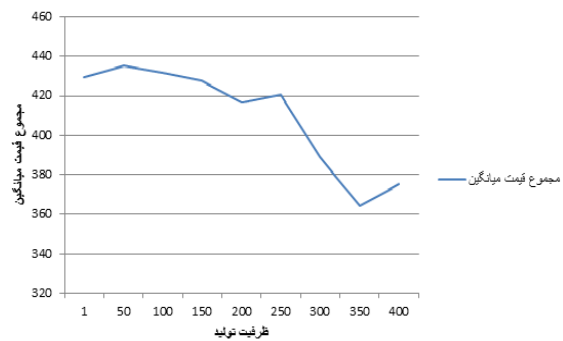
شکل ۳ تأثیر تغییرات تقاضا برای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$  روی تابع هدف دوم، یعنی مجموع بدهی‌ها را نشان می‌دهد. براین اساس با افزایش تقاضا، میزان بدهی کشورها نیز بیشتر می‌شود. در همه حالت‌ها، میزان بدهی مربوط به کشور  $n_1$  است. در واقع به دلیل اینکه کشور  $n_1$  مجبور است بخشی از تقاضا را به کمک تولید داخلی برآورده کند، قادر به ارسال کالا به کشورهای دیگر جبران بدهی خود نیست. همان‌گونه که از این دو شکل دیده می‌شود، حالت متعادل زمانی رخ می‌دهد که میزان تقاضای کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$  ۱۵۰ باشد. در این حالت مجموع قیمت‌های میانگین ۳۶۱/۷ و میزان بدهی کشورها صفر است.



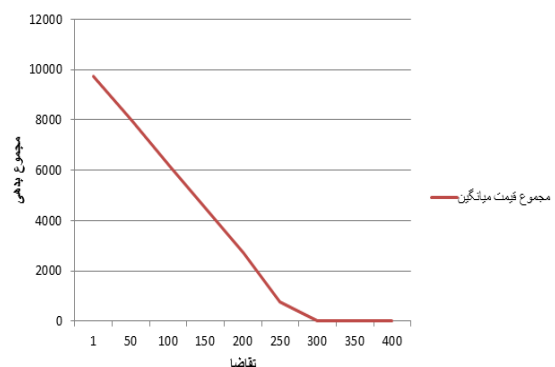
### بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت موضوع تأمین کالاهای اساسی در کشورها به‌عنوان متولی تأمین نیازهای اساسی جوامع خود، از طرف دیگر اختلافات سیاسی میان دولت‌ها و استفاده از ابزارهای مالی مانند تحریم برای رسیدن به اهداف مدنظر، پژوهشگران به استفاده از رویکردهایی مانند تهاتر توصیه کرده‌اند. در این مقاله سعی شد با بررسی کارهایی که تاکنون انجام شده است، مدل برنامه‌ریزی ریاضی صحیح آمیخته برای تهاتر هر تعداد کالای اساسی در شبکه تهاتری شامل هر تعداد کشور ارائه شود. توابع هدفی از جمله کاهش میانگین قیمت تمام‌شده کالاهایی که در شبکه وجود دارند و کاهش مجموع بدهی اعضای شبکه به یکدیگر، به‌منظور توجه به توجیه پایداری شبکه تهاتری مدنظر قرار گرفته‌اند. مدل مذکور توانایی تعیین میزان تولید هر کشور و میزان واردات از سایر کشورها را به‌منظور در نظر گرفتن مقادیر بهینه اهداف مدنظر دارد. همچنین از آنجا که مدل ارائه‌شده اولین مدل بهینه‌سازی ریاضی در حوزه زنجیره تأمین تهاتری دولتی است، پیشنهاد می‌شود درباره شناسایی معیارهایی برای ورود کشورها در شبکه تهاتری به‌منظور افزایش پایداری این شبکه تحقیق شود. همچنین در نظر گرفتن توابع هدفی از جمله زمان دسترسی و کیفیت محصولات موجود در شبکه تهاتری از موضوعات مهمی است که به افزایش پایداری این شبکه کمک خواهد کرد.

افزایش می‌یابد. در قسمت بدهی‌ها، این بدهکاری به کشور  $n_1$  مربوط است و با افزایش ظرفیت تولید، کشور  $n_1$  قادر می‌شود میزان بدهی خود را صفر کند.



شکل ۵. تغییرات مجموع قیمت میانگین با تغییر ظرفیت تولید کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$



شکل ۶. تغییرات مجموع بدهی با تغییر ظرفیت تولید کالای  $Z_1$  در کشور  $n_1$

### منابع

- O'Sullivan, A., and Sheffrin, S. M., (2007). *Economics: Principles in action*. Pearson/Prentice Hall.
- Zhang, K., and Antonopoulos, N., (2013). "A Novel Bartering Exchange Ring Based Incentive Mechanism For Peer-To-Peer Systems", *Future Generation Computer Systems*, Vol. 105, No. 2, PP. 361-369.
- Abdulkadiroglu, A., and Sönmez, T., (1999). "House allocation with existing tenants", *Journal of Economic Theory*, Vol. 88, No. 2, PP. 233-260.
- Syeda, Z., and Peter, B., (2018). "Cloud provider Capacity Augmentation through Automated Resource Bartering", *Future Generation Computer Systems*, Vol. 102, No. 1, PP. 203-218.
- Roth, A. E., Sönmez, T., and Ünver, M., (2004). "Kidney exchange", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 119, No. 2, PP. 457-488.
- Roth, A. E., Sönmez, T., and Ünver, M. (2005). "A kidney exchange clearinghouse in new England", *American Economic Review*, PP. 376-380.
- Sönmez, T., and Switzer, T. B., (2013). "Matching with (branch-of-choice) Contracts at the United States Military Academy", *Econometric*, Vol. 81, No. 2, PP. 451-488.
- Fang, W., Tang, P., and Zuo, S., (2016). "Digital good exchange", *In Proceedings of the Twenty-Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence, IJCAI 2016, New York, NY, USA, 9-15 July 2016*, PP. 264-270.

9. Luo, S., and Tang, P., (2015). "Mechanism Design and Implementation for Lung Exchange", *In IJCAI*.
10. Li, J. et al., (2014). "Egalitarian Pairwise Kidney Exchange: Fast Algorithms Vialinear Programming and Parametric Flow", *In Proceedings of the 2014 International Conference on Autonomous Agents and Multi-Agent Systems*, PP. 445-452.
11. Abraham, D. J., Blum, A., and Sandholm, T., (2007). "Clearing Algorithms for Barter Exchange Markets: Enabling Nationwide Kidney Exchanges", *In Proceedings of the 8th ACM Conference on Electronic Commerce*, PP. 295-304.
12. Sobhanallahi, M. A. and Kohgard, A., (2016). "Productivity Method for Economic Growth without Liquidity Growth", *Journal of Research in Economic Modeling*, Vol. 6, No. 24, PP. 201-225.
13. Kim, B. Y. and Pirttilä, J., (2004). "Money, barter, and inflation in Russia", *Journal of Comparative Economics*, Vol. 32, No. 2, PP. 297-314.
14. Maria, J., and Elena, R., (2018). "Aligning Supply Chain Design for Boosting Resilience", *Business Horizons*, Vol. 29, No. 2, PP. 85-93.
15. Sreedevi, R., and Saranga, H., (2017). "Uncertainty and Supply Chain Risk: The Moderating Role of Supply Chain Flexibility In Risk Mitigation", *International Journal of Production Economics*, Vol. 193, , PP. 332-342
16. Banerjee, A.V., and Maskin, E. S., (1996). "A Walrasian Theory of Money and Barter", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 111, No. 4, PP. 955-1005.
17. Cellarius, B. A., (2000). "You Can Buy Almost Anything with Potatoes: An Examination of Barter During Economic Crisis in Bulgaria", *Ethnology*, Vol. 39, No. 1, PP. 73-92.
18. Chen, S., and Kao, Y. C., (2010). "Money, barter, and consumption interdependence", *Economics Letters*, Vol. 106, No. 2, PP. 119-121.
19. Núñez, M., Rodríguez, I., and Rubio, F., (2005). "Formal specification of multi-agent e-barter systems", *Science of Computer Programming*, Vol. 57, No. 2, PP. 187-216.
20. Sudzina, F., (2012). "Motives for Barter in Developing, Transition, And Developed Economies", *1st International Conference on Economics, Political and Law Science, Zlin, Czech Republic*, PP. 125-129.
21. Anderson, R. et al., (2014). "A Dynamic Model of Barter Exchange", *In Proceedings of the Twenty-Sixth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms. Society for Industrial and Applied Mathematics*, PP. 1925-1933
22. Taleizadeh, A., and Dariyan, M., (2018). "Developing a Model of Economic Production in Integrated and Non-Integrated Three-Level Supply Chains with Consideration of Optimal Inventory Control Policy", *Industrial Engineering Journal*, Vol. 52, No. 1, PP. 125-137. (*In Persian*)
23. Akbari Jokar, M. R., Abochenari, M., and Akefi, H., (2016). "Designinig of Chain Network to Provide Complete Packet Ring Under the Conditions of Demand Uncertainty and Return of Products", *Industrial Engineering Journal*, Vol. 50, No. 3, PP. 355-369. (*In Persian*)
24. A linear mathematical programming model for the governmental barter supply chain
25. Meghdad Haji Mohammad Ali Jahromim, Abbas Kashaniyan
26. Meghdad Haji Mohammad Ali Jahromim , Assistant Professor of Industrial engineering Department, Damavand Branch, Islamic Azad University, Damavand, Iran
27. Abbas Kashaniyan, Graduated of Master of Science, Industrial engineering Department, Damavand Branch, Islamic Azad University, Damavand, Iran

واژه‌های انگلیسی به ترتیب ظاهر شدن در متن

1. Barter
2. System of exchange
3. Mixed-integer programming
4. Barter network
5. Governmental barter network
6. Mutual trade
7. Supply chain
8. Weighted mean
9. Multi-objective optimization