

شبیه سازی عددی پدیده شکست دانه‌های مصالح سنگریز (تیز گوشه)

احد باقرزاده خلخالی^۱ علی اصغر میرقاسمی^{۲*} سهیل محمدی^۳

دکتری مکانیک خاک و مهندسی پی

استاد دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

استاد دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۱۳۸۶/۰۸/۰۱، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۱۳۹۰/۰۵/۱۷، تاریخ تصویب ۱۳۹۰/۰۵/۲۷)

چکیده:

در اثر شکست دانه‌ها، رفتار مقاومتی و تغییرشکلی مصالح سنگریز دچار تغییرات محسوسی می‌شود. در عمده مطالعات عددی انجام گرفته در راستای شبیه سازی پدیده شکست دانه‌ها، نحوه شکست و به ویژه هندسه دانه‌های جدید حاصل از شکست، از ابتدای شبیه سازی‌ها فرض شده اند. در تحقیق حاضر برای نخستین بار دانه‌های اولیه در داخل نمونه شبیه سازی شده کاملاً سالم و ترک نخورده فرض می‌شوند و در مراحل مختلف تحلیل‌های عددی بر اساس نحوه توزیع تنش در داخل هر دانه بر پایه نتایج حاصل از تحلیل تنش - کرنش بر روی آن و در صورت ارضای معیارهای شکست؛ دانه مورد نظر دچار شکست می‌گردد. در این تحقیق با ترکیب روشهای DEM و FEM امکان شبیه سازی پدیده شکست در ذرات تیز گوشه بدون نیاز به فرضیات اولیه فراهم گردیده است. در مجموع نتایج حاصل نشان می‌دهد که شکست ذرات در مصالح سنگریز باعث کاهش مقاومت این مصالح شده و از رفتار اتساعی آنها می‌کاهد. نکته جالب اینکه شکستن ذرات به نوعی باعث تعدیل رفتار تغییر شکل این مصالح می‌گردد. ضمناً تاثیر پدیده شکست ذرات بر روی مقاومت برشی مصالح به شدت تحت تاثیر تنش همه جانبه می‌باشد. ضمناً نتایج تحقیق با یافته‌های آزمایشگاهی بر روی مصالح سنگریز مورد مقایسه قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: شکست ذرات، مصالح تیز گوشه، روش المان مجزا، روش المان محدود، مصالح دانه ای.

مقدمه

قرار دهد. نتیجه نهایی این مطالعات در جمله‌ای بصورت ذیل از طرف ایشان جمع‌بندی شده‌است که عبارت‌است از: "به نظر میرسد خرد شدن ذرات عامل بسیار مهمی است که بر روی مقاومت برشی و قابلیت فشرده‌گی مصالح دانه‌ای تاثیر می‌گذارد و این پدیده در شرایط مختلف تنشهای اعمالی نظیر مرحله اعمال فشار همه جانبه در آزمون سه محوری و یا مرحله بارگذاری انحرافی در این آزمون، بر روی پارامترهای یاد شده تاثیرگذار است." [۳ و ۴] سایر محققان نیز به نتیجه‌ای مشابه جمله کلیدی ارائه شده از تحقیقات Marsal دست یافته‌اند. البته فاکتورهای شکست مختلفی نیز جهت تعیین کمی مقدار شکست در مصالح خاکی ارائه شده اند که به مهمترین آنها در ادامه اشاره خواهد گردید.

مروری بر تحقیقات گذشته

محققان بسیاری در مورد پدیده شکست ذرات خاک‌های درشت دانه - سنگریزه‌ای در اثر تغییر حالت تنش و تاثیر آن بر رفتار مصالح مطالعه نموده اند. نتیجه مطالعات برخی از این محققین نیز با ارائه فاکتور شکست برای تعیین میزان شکست همراه بوده است. در این بخش بطور خلاصه به برخی از این تحقیقات اشاره می‌گردد.

بطور کلی خرد شدن اجزاء تشکیل دهنده (دانه‌های) یک محیط خاکی در اثر تنش‌های وارده را شکست ذرات می‌نامند. این مهم در بسیاری از توده‌های خاکی - سنگریزه‌ای نظیر سدهای سنگریزه‌ای و همینطور در بسیاری از آزمونهای شناسایی (آزمایشهای متداول) انجام گرفته بر روی نمونه‌های آنها تحت فشارهای معمول مشاهده گردیده است. این پدیده توسط محققین متعددی در چارچوب آزمونهای آزمایشگاهی مختلف، نظیر آزمایش سه محوری، تحکیم و تک محوری فشاری مورد مطالعه قرار گرفته است و برخی از آنها پارامترهای مناسبی جهت بیان این پدیده با عنوان فاکتور شکست ارائه کرده‌اند.

مطالعات یاد شده نشان داده‌اند که بسیاری از خصوصیات مهندسی مصالح دانه‌ای نظیر رفتار مقاومتی (تنش-کرنش)، تغییرات حجم، میزان و نحوه توزیع فشار آب حفره‌ای و تغییرات نفوذپذیری آنها به شدت تحت تاثیر میزان شکست ذرات این مصالح در اثر تغییرات تنش در آنها می‌باشد [۱ و ۲]. Marsal که شاید برای اولین بار بطور جامع به شکست ذرات طی آزمون سه محوری پرداخت، با ساخت دستگاه سه محوری فشاری بزرگ مقیاس، توانست پدیده شکست در ذرات مصالح سنگریز را بطور مطلوبی مورد بررسی

عقیده مارشال تغییرات نسبت منفذها ناشی از آرایش جدید دانه‌ها پس از شکست و پر شدن حفرات با تکه‌های شکسته شده کوچکتر می‌باشد. Yamamuro و Lade از آزمایشهای انجام شده بر روی ماسه تحت فشارهای همه جانبه متفاوت (از ۰/۵ تا ۷۰ مگاپاسکال) چنین نتیجه گرفتند که شکستگی ذرات عمدتاً بر روی ماسه را در تغییر حجم مصالح تحت فشارهای زیاد دارا می‌باشد. [۵]

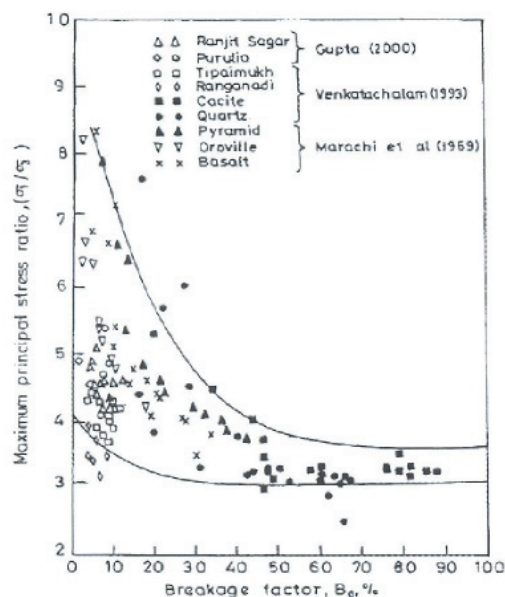
شبیه سازی عددی پدیده شکست ذرات

محققان متعددی برای مطالعه رفتار خاکهای دانه ای، از شبیه سازی‌های کامپیوتری مبتنی بر DEM استفاده کرده اند. [۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱]

روش تحقیق

با توجه به محدودیت روشهای فیزیکی و تحلیلی، مطلوب ترین روش برای شبیه سازی محیطهای دانه ای، شبیه سازی عددی است. مدل‌های عددی در مقایسه با مدل‌های تحلیلی، قابلیت شبیه سازی ذرات با شکلها و اندازه‌های متفاوت تحت بارگذاری‌های مختلف را دارا هستند. همچنین برخلاف مدل‌های فیزیکی، در شبیه سازی‌های عددی در هر لحظه از اجرای آزمایش، امکان دستیابی به هر نوع اطلاعات مورد نیاز همچون تنش، کرنش، راستا و مقدار نیروهای قائم و برشی بین ذرات وجود دارد. در راستای توسعه مدلسازی عددی محیطهای دانه‌ای به کمک روش اجزاء محدود، نرم افزار کامپیوتری POLY به منظور شبیه سازی دو بعدی محیطهای متشکل از ذرات تیز گوشه (چندضلعی) ارائه گردیده است [۹].

با عنایت به هدف اصلی تحقیق، بهره گیری از روش اجزاء مجزا جهت شبیه سازی مجموعه ذرات تیز گوشه (مصالح سنگریزه ای) به منظور مطالعه پدیده شکست مد نظر قرار گرفت. به این ترتیب نرم افزار POLY مبنای تحقیق حاضر قرار گرفت و تغییرات لازم بر روی آن صورت پذیرفت. نکته مهم این است که در تحقیق حاضر برای نخستین بار پدیده شکست ذرات سنگریزه‌ای بدون فرضیات اولیه در خصوص مسیر شکست انجام پذیرفته است. این مهم به کمک مدلسازی عددی هر کدام از ذرات سنگریزه‌ای در هر گام تحلیل DEM بر اساس روش المان‌های محدود (FEM) پایه ریزی شده است. به طوری که در هر گام از تحلیل‌های روش المان‌های مجزا (مربوط به شبیه سازی کل مجموعه ذرات) هر کدام از ذرات به طور جداگانه به ازاء بارگذاری‌های آن گام از تحلیل، بر اساس نرم افزار دیگری که در تحقیق حاضر بر پایه روش المانهای محدود تهیه گردیده (نرم افزار FEA)، تحت تحلیل تنش- کرنش قرار می‌گیرند.



شکل ۱: تأثیر شکست ذرات بر روی مقاومت برشی

تأثیر شکست ذرات بر مقاومت برشی مصالح دانه‌ای

محققان بسیاری پس از انجام آزمایش‌های سه محوری کششی و فشاری و آزمایش کرنش صفحه‌ای بر روی مصالح سنگی متفاوت، نسبت تنش‌های اصلی وارد بر مصالح در لحظه گسیختگی نمونه (s_1/s_3) را در مقایسه با مقدار فاکتور شکست مصالح (B_p) به صورت شکل ۱ ارائه نموده اند. با توجه به این شکل، پراکندگی قابل ملاحظه‌ای در نتایج آزمایش‌ها ملاحظه می‌گردد که ممکن است ناشی از خطای آزمایش‌ها و نیز تفاوت دانه بندی، تراکم نسبی و مقاومت شکست مصالح مختلف باشد. لیکن در یک دید کلی می‌توان چنین گفت که هر چه مقدار شکست ذرات بیشتر شود، نسبت تنش‌های اصلی کاهش می‌یابد. از طرفی زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده خاک به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\sin(\phi) = \frac{\frac{\sigma_1 - 1}{\sigma_1 + \sigma_3} - \frac{\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}}{\frac{\sigma_1 - 1}{\sigma_1 + \sigma_3} + \frac{\sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}} \quad (1)$$

در هر حال با توجه به شکل ۱، می‌توان نتیجه گرفت که هر چه شکست مصالح دانه‌ای بیشتر گردد، مقدار $\sin(\phi)$ و به عبارتی مقاومت برشی مصالح دانه‌ای کاهش می‌یابد.

تأثیر شکست ذرات بر تراکم پذیری مصالح دانه‌ای

محققین مختلف نشان داده اند که هر چه مقدار شکستگی مصالح افزایش می‌یابد، کاهش نسبت منفذها بیشتر خواهد بود و در نتیجه مصالح متراکم تر می‌گردد. به

کلیه گوشه‌های تیز مصالح سنگریز نیز فراهم گردد. یکی از موثرترین پارامترهای لازم در روش المان‌های محدود، شرایط بارگذاری و مرزی مساله است. در هر پدیده‌ای که به روش المان محدود مجزاسازی شده و تحت تحلیل قرار می‌گیرد، حتماً شرایط مرزی می‌بایست ارضا گردد. در مسایل تعادلی شرایط مرزی از انواع درجات آزادی مقید شده می‌باشند. به نوعی تکیه گاه‌های هر ذره در محل‌های تماس آن با ذرات مجاور خواهد بود. شکل ۲ نحوه تعریف شرایط مرزی و بارگذاری را برای یک ذره با تعداد تماس سه نشان می‌دهد. البته برای ذراتی که بیش از سه تماس داشته باشند، تماس‌های مازاد نسبت به شکل ۲، به عنوان بارگذاری لحاظ می‌شوند. لذا در شبیه‌سازی ذرات به روش المان محدود همواره دو تکیه گاه به عنوان شرایط مرزی وجود داشته و باقیمانده تماس‌های ذره به عنوان محل بارگذاری خارجی لحاظ می‌گردند. مقدار بارهای وارده در محل بارگذاری‌ها نیز از نیروی تماسی بین ذرات (روش المان مجزا) تعیین می‌شوند. انتخاب موقعیت‌های تماس به عنوان تکیه گاه، تأثیری بر روی تحلیل تنش-کرنش یک ذره نخواهد داشت. دلیل این مهم این است که در تحلیل‌های روش اجزاء محدود (DEM) گام‌های زمانی تحلیل (Δt) بسیار کوچک انتخاب می‌گردند و از طرفی مجموعه ذرات مدلسازی شده از تراکم بالایی برخوردارند. لذا در مراحل مختلف تحلیل DEM، برآیند نیروهای تماسی وارد بر یک ذره از نظر استاتیکی در حال تعادل هستند.

پس از شبکه بندی محیط پیوسته (قلمرو مساله) و تعیین شرایط مرزی و بارگذاری، گام‌های بعدی مجموعه عملیاتی هستند که جهت تعیین معادلات حاکم بر پدیده مورد بررسی در فرم‌های ماتریسی انجام می‌گیرند. در تحقیق حاضر تحلیل تنش-کرنش یک محیط چند ضلعی خطی (ذره تیز گوشه) در شرایط الاستیک مد نظر می‌باشد. با توجه به جنس مصالح تشکیل دهنده محیط که همانا سنگ سالم و ترک نخورده است، لذا فرض رفتار الاستیک خطی با توجه به محدوده تنش‌های مورد مطالعه، فرض قابل قبولی خواهد بود. از طرفی دیگر طی سالیان گذشته معادلات ماتریسی روش المان محدود برای محیط‌های الاستیک (کشسان) خطی به طور کامل ارائه گردیده اند [۱۲].

اصول کنترل شرایط پلاستیک در المان

به منظور کنترل شکست ذرات مدلسازی شده، معیارهای مختلفی در تحقیق حاضر مورد بررسی قرار گرفتند. مبنای کلیه معیارهای شکست برای یک ذره در تحقیق حاضر، المانهای پلاستیک شده در شبکه بندی آن ذره است که تحلیل تنش-کرنش بر روی آن انجام پذیرفته

مدلسازی مجموعه ذرات با روش المان مجزا

در روش المانهای مجزا، یک سری محاسبات متوالی در فواصل زمانی معین (سیکل‌های محاسباتی) انجام می‌گیرد که در هر سیکل، هدف محاسبات رساندن ذرات به حالت تعادل می‌باشد. فواصل زمانی Δt به اندازه‌ای کوچک اختیار می‌شوند که بتوان سرعت و شتاب ذرات را در طول هر فاصله زمانی تقریباً ثابت فرض نمود؛ به عبارتی اساس DEM بر این ایده استوار است که در صورتی که گام‌های زمانی به اندازه کافی کوچک باشند، یک ذره در طول هر گام زمانی تنها می‌تواند بر ذرات مجاور خود تأثیر بگذارد. در این صورت برای محاسبه نیروی وارد بر هر دیسک در هر لحظه، تنها دیسک‌های دارای برخورد با آن دیسک مد نظر قرار می‌گیرند. این ایده کلیدی، DEM را قادر می‌سازد تا بدون نیاز به مقادیر بسیار زیاد حافظه، قادر به شبیه سازی تعداد نسبتاً زیادی از ذرات باشد. در این روش، تغییر شکل ذرات در مقایسه با تغییر شکل کل محیط دانه‌ای مورد آزمایش، بسیار کوچک می‌باشد و به همین جهت ذرات صلب فرض می‌شوند. البته ذرات می‌توانند در نقاط تماس با یکدیگر، دارای همپوشانی باشند؛ این همپوشانی به عنوان تغییر شکل ذرات در اثر برخورد تعبیر می‌شود و نیروهای تماسی ذرات با توجه به آن محاسبه می‌گردند.

مدلسازی شکست ذرات به روش المان محدود

در تحقیق حاضر بر خلاف مطالعات گذشته نحوه شکست ذرات مدلسازی شده (به کمک روش عددی DEM) از پیش فرض نمی‌شود. بلکه هر کدام از ذرات بدون درز و ترک به صورت ذره سالم مدلسازی می‌شوند. تا اینکه در مراحل مختلف تحلیل مجموعه ذرات شبیه سازی شده، هر کدام از ذرات به طور جداگانه به ازاء بارهای وارده و شرایط مرزی حاکم (تکیه گاه‌ها) تحت تحلیل قرار می‌گیرند. این تحلیل که با هدف تحلیل تنش-کرنش هر ذره انجام می‌پذیرد بر اساس روش المان محدود (FEM) در تحقیق حاضر به انجام می‌رسد. در نتیجه تحلیل تنش-کرنش، بر اساس توزیع تنش‌ها در یک ذره، المان‌ها (موقعیت‌های) پلاستیک شده هر ذره به کمک معیار هوک-براون تعیین می‌گردد و در صورت احتمال شکست ذره، مسیر شکست با فرض مسیر خط مستقیم بر پایه المان‌های پلاستیک شده به دست می‌آید.

اصول روش المان محدود

با توجه به شکل هندسی قلمروهایی که در تحقیق حاضر می‌بایست با روش المان محدود شبیه سازی شوند (ذره تیز گوشه-سنگریز)، المان مثلثی خطی (سه گرهی) برای مجزاسازی انتخاب گردید تا امکان شبیه سازی

$$\sigma_{If} = \sigma_3 + \sigma_c \left(\frac{m\sigma_3}{\sigma_c} + 1 \right)^{0.5}, \quad \sigma_3 > -\frac{\sigma_c}{m}$$

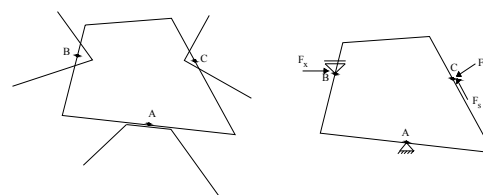
$$\sigma_{If} = \sigma_3, \quad \sigma_3 \leq -\frac{\sigma_c}{m} \quad (2)$$

ضریب m در این معیار مقدار ثابتی بر اساس خصوصیات سنگ است و σ_c نیز مقاومت فشاری تک محوری سنگ است. این مقدار برای انواع سنگ بر اساس محققین مختلف ارائه شده است [۱۳].

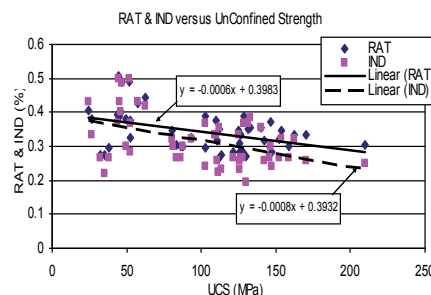
بررسی شکست ذره

مهمترین گام در تحلیل شکست، بررسی شکست ذره و تعیین مشخصات هندسی ذرات جدید بر اساس خط شکست نهایی است. در این بخش می‌بایست به این پرسش پاسخ داد که آیا ذره مورد مطالعه دچار شکست می‌شود یا خیر؟ بدیهی است اگر پاسخ این سوال مثبت باشد شکست در راستای خط شکست نهایی رخ داده و ذرات جدید حاصل می‌شوند. در صورتیکه پاسخ سوال منفی بود، هیچ شکستی رخ نمی‌دهد و از خط شکست نهایی تنها به عنوان خط شکست محتمل یاد می‌شود. در راستای پاسخ به سوال مذکور، نیاز به معیار فنی مناسبی است. در حقیقت اساس کنترل‌های مذکور مقایسه شاخص خمیری خط شکست نهایی یا کل ذره با مقداری از پیش تعریف شده است. شاخص خمیری خط شکست (Ind) به صورت نسبت تعداد المانهای پلاستیک مستقر بر روی خط به تعداد کل المانهایی است که مسیر شکست از آنها می‌گذرد. در مقابل، شاخص خمیری کل ذره (Rat) نسبت تعداد المانهای پلاستیک به کل تعداد المانهای آن ذره تعریف می‌شود.

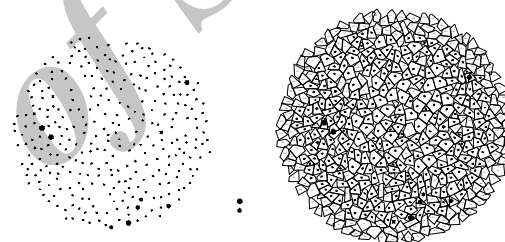
پارامتر موثر در کنترل‌های مذکور معیارهایی است که برای مقادیر Ind و Rat تعریف می‌شود که مرز شکست یا عدم شکست ذره را معرفی می‌نماید. برای دستیابی به این معیارها لازم بود مدل‌های آزمایشگاهی مورد مطالعه قرار گیرند. لذا مجموعه‌ای از داده‌های آزمایشگاهی مربوط به مصالح سنگی که در پروژه‌های سدسازی کشورمان انجام پذیرفته بودند، جمع‌آوری گردید. داده‌های آزمایشگاهی شامل ۵۱ مورد نتایج آزمایش تک محوری و ۳۰ مورد نتایج آزمون سه محوری به همراه ۶ مورد آزمایش برزبیلی مدنظر قرار گرفتند که سنگ‌های با مشخصات مختلف نظیر دیوریت، بازالت، کوارتز و سنگ آهک را در بر می‌گیرد. در گام بعدی با صرف‌نظر کردن از تاثیر شرایط سه بعدی در این آزمون‌ها و همچنین خطای ناشی از همگن و ایزوتروپ فرض نمودن کل نمونه سنگ، آزمونهای یاد شده توسط روش اجزاء محدود معرفی شده مدلسازی گردیدند. مشخصات فیزیکی و مکانیکی مصالح سنگی برای هر نمونه آزمایشگاهی به طور جداگانه در برنامه تعریف گردید. همچنین



شکل ۲: تعریف شرایط مرکزی و بارگذاری ذرات

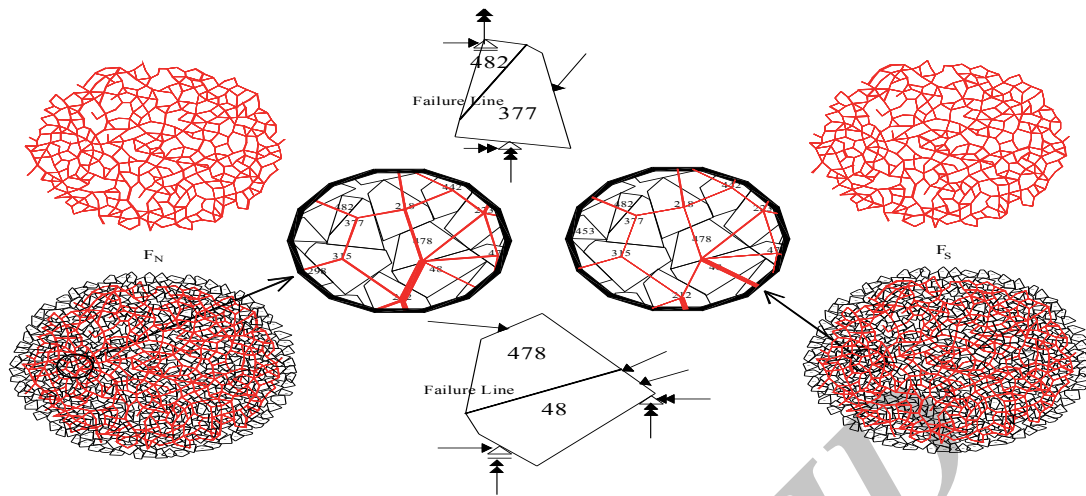


شکل ۳: شاخص‌های خمیری لحظه گسیختگی مدل‌های شبیه‌سازی شده بر حسب مقاومت تک‌محوری سنگ‌ها



شکل ۴: مقادیر Rat در ذرات مجموعه شبیه‌سازی شده

است. لذا بخش دوم موثر در تحلیل شکست که نقش کلیدی دارد، انتخاب و به کار گیری مدل رفتاری مناسب برای سنگ سالم است تا امکان کنترل پلاستیک شدن هر المان را فراهم نماید. مدل‌های رفتاری مختلفی از جمله موهر-کولمب، هوک-براون، گریفیث، مورل، فرانکلین، هوبس و موارد مشابه آنها بر اساس لحظه گسیختگی سنگ ارائه گردیده اند. سعی گردیده است معیار انتخابی تا حد امکان ساده بوده و بتواند رفتار یک سنگ سالم را با خطای کمتری پیش بینی نماید. ضمناً لازم است مدل رفتاری انتخابی از نظر پارامترهای مدل برای مهندسين سنگ شناخته شده بوده و تجربیات مناسبی در خصوص استفاده از مدل در دسترس باشد. بدین ترتیب بنا به دلایل فوق، از مجموعه معیارهای تجربی ارائه شده برای سنگ سالم، معیار هوک-براون با فرض لحظه گسیختگی به عنوان لحظه ایجاد شرایط پلاستیک در سنگ انتخاب گردید. در سال ۱۹۸۰، هوک و براون رابطه‌ای مطابق ذیل را بر اساس تنش‌های اصلی حداکثر و حداقل به منظور تعیین گسیختگی یا شکست در سنگ سالم ارائه داد.



شکل ۵: ردیابی پدیده شکست در ذرات تیز گوشه ۳۷۷ و ۴۸

* عکس‌العمل‌های تکیه‌گاهی با دو فلش متوالی نمایش داده شده‌اند.

جهت بسیج نهایی زون‌های خمیری در راستای ایجاد مسیر شکست است. بدین ترتیب تغییرات به دست آمده از مدل‌سازی عددی منطقی می‌باشند. مقدار متوسط Rat و Ind به ترتیب برای شرایط آزمون سه محوری معادل $0/8$ و $0/75$ می‌باشد. مقایسه این مقادیر با شاخص‌های متوسط خمیری به دست آمده از مدل‌سازی آزمون‌های تک محوری ($0/34$ و $0/32$) موید تاثیر تنش محدود کننده است که بدان اشاره شد. برای بررسی بیشتر یافته‌های فوق و کنترل تاثیر تنش همه جانبه بر روی شاخص‌های خمیری لحظه گسیختگی، تعداد شش مورد از آزمون‌های برزیلی جمع آوری شده (با وجود تقریب زیاد) مدل‌سازی گردیدند.

وضعیت میکروسکوپی مجموعه ذرات مدل‌سازی شده که مجموعه‌ای از مصالح سنگریز هستند نشان می‌دهد، به دلیل دانه بندی رعایت شده (بدون ریزدانه)، معمولاً در اکثر ذرات وضعیت محدود شده وجود ندارد. لذا در شبیه سازی‌های اصلی مجموعه ذرات تحقیق با توجه به مطالعات فوق، مقادیر شاخص‌های خمیری لحظه گسیختگی حدود 40% فرض شده اند.

شبیه سازی‌ها و بحث بر روی نتایج

به منظور بررسی تاثیر پدیده شکست بر روی رفتار مصالح تیز گوشه (سنگریز)، چندین آزمایش دو محوری با تنش‌های همه جانبه مختلف بر روی مجموعه‌ای شامل 500 ذره (دانه) اولیه شبیه سازی گردیده اند. در هر تنش همه جانبه، دو آزمایش در شرایط بدون امکان شکست (WNB) و در شرایط با امکان شکست (WB) به کمک مجموعه نرم افزارهای تحقیق مدل‌سازی شده اند.

هر نمونه آزمایشگاهی بر اساس ابعاد واقعی آزمایش، عیناً مدل‌سازی گردید. لازم به توضیح است که پارامتر مدل هوک-براون (m) بر اساس جداول پیشنهاد شده محققین مختلف برای انواع سنگ انتخاب گردیده اند [۱۳]. مدل‌های هندسی شبیه سازی شده تحت بارهای گسیختگی ثبت شده در آزمون‌ها قرار گرفتند و تحلیل‌های لازم بر روی مدل انجام پذیرفت. مسیرهای شکست در آزمون‌ها با عکس‌های در دسترس برای لحظه گسیختگی نمونه‌های آزمایشگاهی مقایسه گردید و با لحاظ فرضیات ساده کننده در مدل‌های شبیه سازی شده، تطابق خوبی مشاهده گردید. در مجموع بر اساس نتایج حاصل از شبیه سازی‌ها، مقادیر Ind و Rat (شاخص‌های خمیری) به ازاء بارهای گسیختگی برای هر نمونه تعیین شد. به منظور بررسی تاثیر مقاومت تک محوری سنگ بر روی مقادیر شاخص‌های خمیری در لحظه گسیختگی؛ نمودار شکل ۳ به عنوان نمونه‌ای از بررسی‌های انجام گرفته، ارائه گردیده است. در مجموع می‌توان گفت مقدار متوسط Rat در لحظه گسیختگی برای شبیه سازی‌های انجام گرفته، $0/34$ و مقدار متوسط Ind برای کنترل لحظه گسیختگی، $0/32$ است. همان طوری که بیان شد، در کنار آزمون‌های تک محوری، آزمون‌های سه محوری نیز شبیه سازی شده اند. در این شبیه سازی‌ها نیز رابطه بین شاخص‌های خمیری روش عددی در لحظه گسیختگی نسبت مستقیم با تنش انحرافی و به نوعی تنش همه جانبه در آزمون‌های سه محوری دارد. با عنایت به این که تنش انحرافی مصالح سنگریز وابسته به تنش همه جانبه می‌باشند، روند تغییرات فوق قابل تأیید است. چرا که با افزایش تنش همه جانبه، تشکیل مسیر شکست به دلیل وضعیت محدود شده به راحتی میسر نمی‌گردد، لذا نیاز به المان‌های پلاستیک بیشتر

مشخصات شبیه سازی ها

به منظور بررسی اثر شکست ذرات بر خصوصیات مصالح تیزگوشه، دو گروه آزمایش دو محوری شامل گروه WNB که در آن تمام ذرات از ابتدا تا انتهای شبیه سازی بدون شکست می ماندند و گروه WB که در آن ذرات در ابتدای شبیه سازی کاملاً سالم و ترک نخورده بوده و در هر مرحله از شبیه سازی بر حسب شرایط اعمالی می توانند دچار شکست شوند، مدنظر قرار گرفته اند. در هر دو گروه آزمایش، مقدار ضریب اصطکاک بین دانه های برابر 0.5 و سطح دانه ها فاقد چسبندگی در نظر گرفته شده اند.

برای این که بتوان نتایج هر دو گروه آزمایش را با هم مقایسه کنیم لازم است شرایط آزمایش در هر دو یکسان باشد و در نتیجه برای انجام آزمایش های گروه WB، از نمونه کاملاً مشابه گروه اول استفاده شده است؛ بدین ترتیب که پس از این که مجموعه ذرات در گروه آزمایش WNB متراکم شده و به تعادل رسیدند، نمونه های حاصل مبنای شبیه سازی مراحل اعمال فشار هیدرواستاتیک و تنش انحرافی در هر دو گروه آزمایشها قرار گرفته اند. این شبیه سازی ها تحت فشارهای همه جانبه 0.5 ، 1 ، 2 ، 4 و 8 مگاپاسکال انجام گرفته اند. همچنین لازم به ذکر است که در هر گروه آزمایش، از اثر شتاب زمین بر وزن دانه ها صرف نظر شده است. پارامترهای بکار گرفته شده در آزمایشها به شرح جدول ۱ می باشد. همان طور که ملاحظه می گردد در هر دو گروه، تمام پارامترها به غیر از گام زمانی یکسان انتخاب شده است. دلیل کوچکتر بودن گام زمانی در گروه WB، کوچکتر بودن اندازه ذرات (به دلیل شکست ذرات اولیه) در این شبیه سازی ها نسبت به آزمایش های مشابه در گروه WNB می باشد. لازم به ذکر است که پارامترهای مقاومتی در آزمایش های گروه WB معادل مقاومت سنگ کوآرتزیت انتخاب شده است.

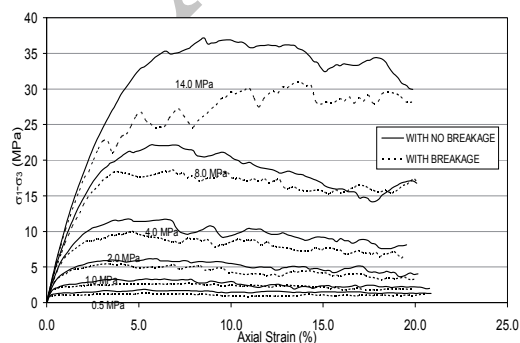
قبل از ارائه نتایج حاصل از شبیه سازی ها؛ به منظور بررسی صحت عملکرد الگوریتم های به کار رفته در خصوص مدلسازی پدیده شکست ذرات تیزگوشه؛ نمونه های مختلفی از

بررسی و کنترل نحوه شکست در تحقیق

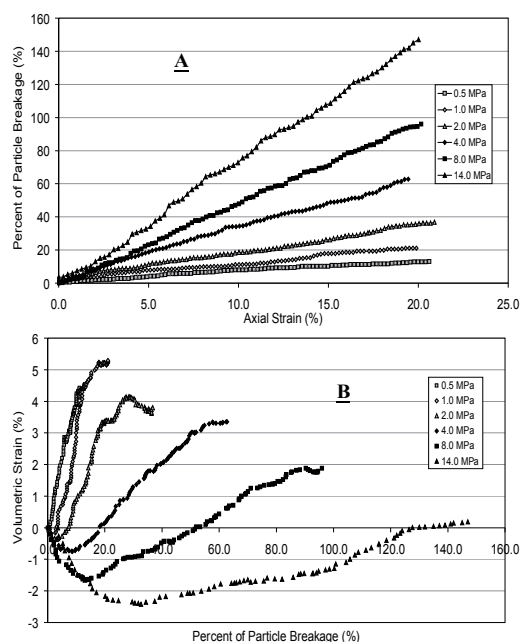
جدول ۱: پارامترهای به کار گرفته شده در آزمایش ها

	WB	WNB	
Normal and Tangential Stiffness (N/m)	2×10^7	2×10^7	
Unit Weight of Particles (Kg/m ³)	2500	2500	
Transitional Damping Coefficient (1/sec)	100	75	
Rotational Damping Coefficient (1/sec)	600	450	
Time Step (sec)	3×10^{-5}	3×10^{-4}	
Strain Rate (%)	0.005	0.005	
Modulus of Elasticity (E) (MN/m ²)	7×10^4	-	
Poisson's Ratio (ν)	0.17	-	
Rock Strength Parameters	Compressive Strength (MN/m ²)	300	-
	m (Hoek & Brown's Criteria)	25.0	-
	S (Hoek & Brown's Criteria)	1	-
	a (Hoek & Brown's Criteria)	0.5	-

ذرات تیزگوشه تحت فشارهای همه جانبه متفاوت، تحلیل و نحوه شکست ذرات در آنها ردیابی گردید. مجموعه ای از 500 ذره تیزگوشه مطابق شکل ۴ تحت آزمون دو محوری قرار گرفته است. در این شکل یکی از مراحل کنترل شکست ذرات نمایش داده شده است. در سمت چپ شکل، نحوه توزیع پارامتر Rat (مربوط به تحلیل های شکست) نشان داده شده اند. هر کدام از دوایر توپر در این شکل ها معرف مقدار Rat (نسبت المان های پلاستیک شده به کل المان ها) در ذرات تیزگوشه می باشند. از آنجایی که قطر این دوایر نسبت مستقیم با بزرگی مقدار Rat در هر ذره دارد، لذا ذراتی خواهند شکست که دوایر بزرگتری به آنها اختصاص یافته است. دو اندازه نشان داده شده در این شکل، معیار RatF را ارضاء می کنند. این مهم در شکل سمت راست (شکل ۴) به وضوح مشاهده می شود. در این شکلها با همپوشانی مقادیر Rat در هر ذره با شکل ذرات، نشان می دهد که ذرات با Rat مشخص شده به دلیل ارضاء معیار شکست که همانا $RatF = 0.4$ می باشد، دچار شکست شده اند. مطابق با این شکل در این مرحله از آزمون دو محوری بر روی نمونه یاد شده شش ذره شکسته اند. از بررسی های انجام گرفته می توان نتیجه گرفت که الگوریتم به کار رفته در تحلیل شکست به درستی ذرات تیزگوشه ای را که تحت بارهای وارد بر آنها معیار شکست را ارضاء می نمایند، شناسایی و شکست در این ذرات را تعیین می نماید. در ادامه، جهت بررسی صحت تعیین مسیر شکست در ذرات، شش ذره شکسته شده در این مرحله که در موقعیت های مختلفی داخل مجموعه ذرات قرار دارند، انتخاب گردیده اند. دو ذره از این ذرات که پیش از شکست با شماره های ۳۷۷ و ۴۸ در مجموعه ذرات مشخص بودند، در شکل ۵ نشان داده شده اند. در این شکل مسیرهای انتقال نیروهای تماسی قائم (F_N) و برشی (F_S) بین ذرات تشکیل دهنده مجموعه تحت آزمایش نیز نشان داده شده اند. با توجه به اینکه نیروهای وارد بر هر ذره در تحلیل شکست (المان محدود) بر اساس نیروهای تماسی آن ذره با ذرات مجاور آن انتخاب می گردد؛ لذا بر اساس بررسی مسیرهای انتقال نیروهای تماسی می توان به نحوه اعمال نیروها بر روی یک ذره دست یافت.



شکل ۶: تأثیر تنش همه جانبه بر روی تنش اختلافی

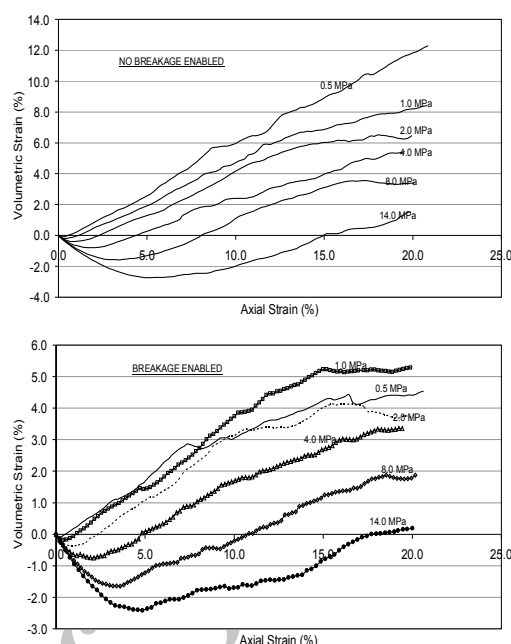


شکل ۸: تأثیر تنش حجمی همه‌جانبه بر روی درصد شکست در مصالح سنگریز

(A) نمودار درصد شکست در مقابل کرنش محوری
(B) نمودار درصد شکست در مقابل کرنش حجمی

گروه WNB و WB نیز نشان می‌دهد که پدیده شکست ذرات باعث کاهش تمایل نمونه‌های دانه‌ای به اتساع می‌شود. ضمناً در تنش‌های همه‌جانبه زیاد به دلیل شکست ذرات در کرنش‌های کم، از انقباض نمونه کاسته می‌شود. در مجموع به نظر می‌رسد پدیده شکست ضمن محدود کردن اتساع نمونه‌ها در انتهای آزمایش، از انقباض زیاد نمونه در سطوح کرنش کم نیز جلوگیری می‌کند. این مهم می‌تواند به دلیل جایگیری ذرات کوچک حاصل از شکست‌ها در میان ذرات درشت‌تر باشد که در نمونه‌های گروه WNB، امکان این جایگیری وجود ندارد (شکل ۷).

همان طوری که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، تغییرات درصد شکست ذرات در طی آزمون دوماحوری در مقابل کرنش محوری می‌تواند به صورت خطی فرض شود. در تنش‌های همه‌جانبه کمتر، شیب افزایش خطی درصد شکست می‌تواند برای همه سطوح کرنش یکسان در نظر گرفته شود. در حالیکه برای نمونه‌های تحت تنش‌های همه‌جانبه بیشتر شیب تغییرات درصد شکست در کرنش‌های محوری میانی (۷ تا ۱۲ درصد) بیشتر از سایر سطوح کرنش است. بررسی نمودارهای درصد شکست در مقابل کرنش حجمی نمونه‌ها موبد این موضوع است که شکست ذرات به هنگام انقباض در نمونه کمتر از شکست در طی اتساع نمونه است. این تفاوت با افزایش تنش همه‌جانبه افزایش می‌یابد. دلیل این امر می‌تواند وجود تنش‌های فشاری



شکل ۷: تأثیر تنش همه‌جانبه بر روی کرنش حجمی مصالح

مشاهدات ماکروسکوپی - بحث بر روی نتایج تأثیر پدیده شکست ذرات بر مقاومت برشی و تراکم پذیری مصالح تیز گوشه

نتایج حاصل نشان می‌دهد که در نمونه‌هایی که شکستن ذرات در آنها ممکن می‌باشد، تنش قائم و در نتیجه آن تنش اختلافی قابل تحمل توسط نمونه کاهش یافته است (شکل ۶). این کاهش باعث می‌شود مقاومت برشی نمونه‌های با قابلیت شکست نسبت به نمونه‌های بدون امکان شکست ذرات کاهش یابد. نکته جالب در خصوص نتایج حاصل از مقایسه دو گروه WNB و WB این است که در سطوح کرنش بالا (نزدیک ۲۰ درصد)، مقادیر تنش‌های اختلافی و در نتیجه آن مقاومت برشی در اکثر تنش‌های همه‌جانبه به یکدیگر نزدیک می‌شوند و این مهم به سطح تنش ارتباط معنی دار ندارد. اگر رفتار نمونه‌ها را در دو سطح تنش همه‌جانبه دسته‌بندی نماییم (تا ۲ مگاپاسکال و بیش از آن)، نمونه‌هایی که تحت تنش همه‌جانبه کم قرار دارند، تغییرات پارامترهای مقاومتی دو گروه از شبیه‌سازیها بر روی آنها تقریباً رفتار مشابهی را نشان می‌دهد. در حالیکه نمونه‌های تحت تنش‌های همه‌جانبه زیادتر، نحوه تغییرات پارامترهای مقاومتی آنها در دو گروه از شبیه‌سازی متفاوت می‌باشد. به طوری که در نمونه‌های تحت تنش‌های همه‌جانبه ۸ و ۱۴ مگاپاسکال، پارامترهای مقاومتی دو گروه WB و WNB در سطوح کرنش کمتر تفاوت بیشتری با هم دارند و با افزایش کرنش محوری، اختلاف آنها کاهش می‌یابد.

بررسی رفتار تراکم پذیری مصالح تیز گوشه بین دو

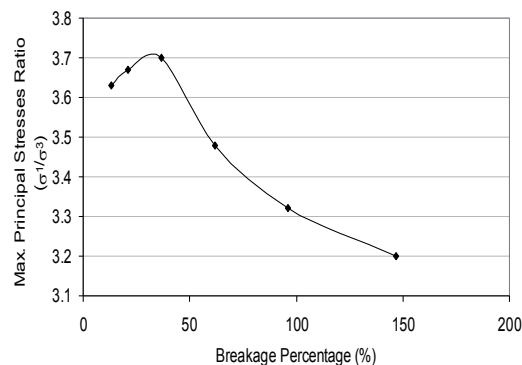
زیاد باشد. مطابق با این شکل افزایش تنش همه جانبه باعث کاهش مقاومت برشی مصالح $\text{Sin}(\phi)$ می‌شود. این تاثیر در خصوص سطوح تنش بزرگتر، شدیدتر می‌باشد. به عبارتی با افزایش تنش همه جانبه در آزمون دو محوری، زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده کاهش می‌یابد. کاهش ناهمسانی‌ها در داخل نمونه با افزایش تنش همه جانبه، دلیل اصلی کاهش $\text{Sin}(\phi)$ در این مصالح می‌باشد. تغییرات $\text{Sin}(\phi)$ در سطوح تنش مختلف نشان می‌دهد که هر چه تنش همه جانبه وارد بر نمونه بزرگتر باشد، نمونه پیش از گسیختگی متحمل کرنش محوری بیشتری خواهد بود. این نتایج پیشتر در تحقیقات آزمایشگاهی و شبیه‌سازیهای عددی نیز ملاحظه گردیده اند [۱۴ و ۱۵]. جدول ۲ مقدار زاویه اصطکاک داخلی حداکثر بسیج شده در شبیه‌سازیها را نشان می‌دهد. در این جدول تاثیر تنش همه جانبه بر روی مقدار زاویه اصطکاک داخلی مصالح تیز گوشه قابل مشاهده است.

مقایسه نتایج شبیه‌سازیها با آزمون‌های آزمایشگاهی

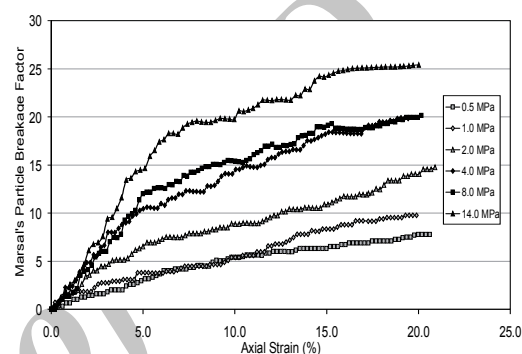
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازیها با تعدادی از آزمون‌های سه محوری بزرگ مقیاس انجام گرفته بر روی مصالح پوسته بدنه یک سد سنگریزه‌ای با رویه بتنی مقایسه می‌گردد. برای انجام این مقایسه چهار مورد آزمایش سه محوری مصالح پوسته سد یاد شده مد نظر قرار گرفته است. این آزمایش‌ها تحت آزمون سه محوری قطر بزرگ 300×600 میلی‌متر) در شرایط استاتیکی انجام پذیرفته است. با توجه به پوش منحنی دانه بندی مصالح سنگریز طراحی شده برای بدنه سد به دلیل محدودیت ابعاد آزمایش، دانه بندی مصالح برای آزمایش می‌بایست اصلاح می‌شدند. برای این منظور از روش حذفی که برخی از محققین آن را توصیه می‌نمایند، بهره گرفته شده است [۱۶ و ۱۷]. لذا منحنی دانه بندی تولیدی در معدن سنگ به طوری اصلاح گردیده تا حداکثر سایز آن ۵ سانتیمتر بوده و مقدار ریز دانه از حد مجاز پوش خارج نشود. بدین ترتیب

جدول ۲: زاویه اصطکاک داخلی نمونه در شبیه‌سازیها

Confining Pressure (MPa)	WNB (Deg.)	WB (Deg.)
0.5	39.1	34.8
1.0	37.6	34.9
2.0	36.5	35.0
4.0	35.5	33.4
8.0	34.7	32.0
14.0	34.0	31.3



شکل ۹: تغییرات نسبت تنش‌های اصلی در نمونه‌ها



شکل ۱۰: تغییرات فاکتور شکست مارشال در مقابل کرنش محوری

بیشتر بر روی ذرات نمونه به هنگام انقباض باشد که با شروع اتساع و حذف برخی از این تنش‌های محدود کننده بر روی ذرات، مدهای گسیختگی کششی و برشی (مدهای فعال) بیشتر فعال می‌شوند. اگر نمودار تغییرات نسبت تنش بیشینه در آزمایش‌های انجام یافته را نسبت به درصد شکست رسم کنیم (شکل ۹)، مشاهده می‌شود که با نمودار مشابه بدست آمده برای نتایج آزمایش سه محوری که توسط محققین مختلف حاصل شده، سازگاری مناسبی دارد. [۱۴ و ۱۵]

تاثیر مقدار فشار همه جانبه بر مقاومت برشی و تراکم پذیری مصالح تیز گوشه

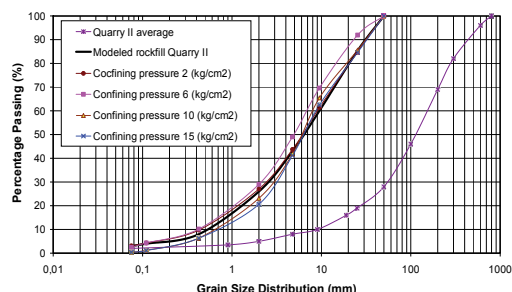
در این بخش تاثیر سطح تنش بر روی رفتار تنش-کرنش مصالح سنگریز مورد بررسی قرار می‌گیرد. شکل ۶ تاثیر سطح تنش را بر روی تنش اختلافی در آزمون دو محوری نشان می‌دهد. همان طوریکه انتظار می‌رفت با افزایش سطح تنش، تنش قائم و انحرافی قابل تحمل توسط نمونه سنگریز افزایش یافته است. این مهم برای هر دو گروه از شبیه‌سازیها (WNB و WB) صادق می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که افزایش سطح تنش (تنش همه جانبه) تاثیر پدیده شکست را در کاهش تنش قائم و اختلافی افزایش می‌دهد. دلیل این امر می‌تواند ایجاد شکست ذرات بیشتر در سطوح تنش

را پس از اتمام آزمایش‌های سه محوری نشان می‌دهد. بر اساس این منحنی‌ها فاکتور شکست مصالح بین ۱ تا ۷ به ازاء تنش‌های همه جانبه مختلف می‌باشد. مطابق با شکل ۱۲، حداکثر نسبت تنش‌های اصلی در نمونه‌ها ۵، ۶، ۴/۳۵ و ۴/۱ به ترتیب از تنش همه جانبه کم تا زیاد بوده است. اگر این یافته‌ها به همراه نتایج شبیه‌سازی‌ها بر روی یافته‌های آزمایشگاهی محققین قبلی نشان داده شوند، در شکل حاصل (شکل ۱۲) تطابق نتایج با تقریب مناسبی مشاهده می‌گردد. همان طوری که مشاهده می‌شود، با افزایش شکست ذرات در نمونه‌ها، نسبت تنش‌های اصلی (σ_1/σ_3) در نمونه نیز کاهش می‌یابد. این مهم در شبیه‌سازیها و آزمونهای آزمایشگاهی به وضوح قابل مشاهده می‌باشد.

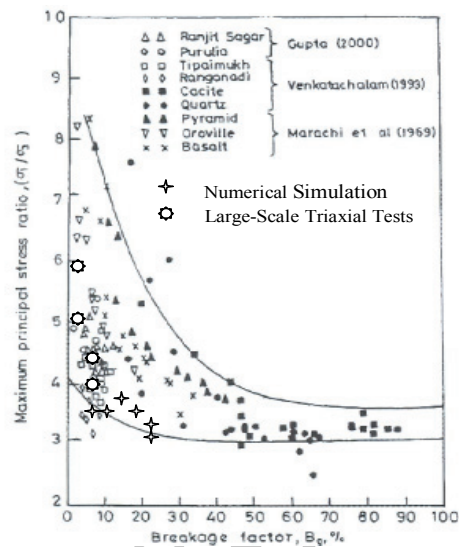
خلاصه

در مجموع ارزیابی نتایج شبیه‌سازی عددی پدیده شکست نشان داد که ترکیب دو روش DEM و FEM برای مدلسازی پدیده شکست در ذرات تیز گوشه (سنگریز) مناسب می‌باشد. ضمناً مدلسازی پدیده شکست ذرات در روش عددی DEM، رفتار مصالح را به واقعیت نزدیک تر می‌نماید. ارزیابی نتایج نشانگر آن است که با شکسته شدن ذرات تحت بار، مقاومت برشی کاهش و در عوض قابلیت تراکم نمونه افزایش می‌یابد. همچنین اثر فشار همه جانبه بر مقدار شکست قابل توجه می‌باشد. با افزایش فشار همه جانبه، مقدار شکست افزایش و به تبع آن مقاومت برشی مجموعه نیز روند کاهشی پیدا می‌کند. مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازیها با نتایج ثبت شده از آزمونهای واقعی سه محوری موید این مهم هستند که مکانیسم و روشهای به کار رفته برای شبیه‌سازی پدیده شکست در این تحقیق کیفیت فنی مطلوبی را دارا می‌باشند. همچنین از دیدگاه میکروسکوپی این مهم قابل درک است که پدیده شکست باعث می‌شود تا نمونه نسبت به حالتی که ذرات نمی‌توانند بشکنند، رفتاری همگن تر از خود نشان دهد.

After Test Gradation Curves



شکل ۱۱: منحنی‌های دانه‌بندی نمونه‌های سنگریز پس از آزمایش‌های سه‌محوری



شکل ۱۲: مقایسه یافته‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی شده بر اساس فاکتور شکست مارشال

منحنی دانه بندی مصالح سنگریز برای مدلسازی آزمایشگاهی انتخاب شده است.

آزمایش‌های سه محوری مذکور بر روی نمونه‌های اشباع شده (مقدار B معادل ۰/۹۵) تحت چهار تنش همه جانبه ۲، ۶، ۱۰ و ۱۵ کیلوگرم بر سانتی متر مربع انجام پذیرفته‌اند. مطابق با نتایج حاصل با افزایش تنش موثر، مقاومت برشی نمونه‌ها افزایش یافته است و همچنین از رفتار اتساعی نمونه‌ها کاسته می‌شود. به طوری‌که در نمونه تحت آزمایش با تنش همه جانبه ۱۵ کیلوگرم بر سانتی متر مربع (معادل ۱/۵ مگاپاسکال) اتساعی در نمونه رخ نمی‌دهد. این تغییرات با شبیه‌سازیهای این تحقیق که پیشتر نمایش داده شدند تطابق خوبی دارد. لیکن می‌بایست توجه شود که تفاوت کمی در رفتار تغییرشکلی مصالح بین نمونه‌های آزمایشگاهی و شبیه‌سازی شده ناشی از شرایط سه بعدی، سایز دانه‌ها و به ویژه وجود مصالح ریز دانه در نمونه‌های واقعی است که در شبیه‌سازیها وجود نداشته‌اند. به هر حال، هدف اصلی از ارائه این بخش مقایسه کیفی نتایج شبیه‌سازیها با نمونه‌های واقعی است؛ چرا که علاوه بر شرایط سه بعدی حاکم بر آزمونهای آزمایشگاهی، دانه‌های خاکهای بکار رفته در آزمایشگاه می‌توانند دارای درز و ترک باشند که در تحلیلهای عددی سلامت اولیه سنگدانه‌ها مینا بوده است. علاوه بر این تاثیر ضریب مقیاس و خطاهای انسانی در آزمایش را نیز می‌بایست بدان اضافه نمود.

در مجموع برای ارزیابی و مقایسه کیفی نتایج آزمایشگاهی و تحلیلهای عددی بر اساس روش مارشال فاکتور شکست مصالح سنگریز در آزمایش‌های انجام گرفته تعیین گردیدند. شکل ۱۱ منحنی‌های دانه بندی نمونه‌های سنگریز

مراجع

- 1- Lade, P.V. and Yamamuro, J.A. (1996). "Undrained Sand Behavior in Axisymmetric Tests". J. of Geotechnical Engineering , Vol.122, No.2 , PP.120-129.
- 2- Lade, P. V. , Yamamuro, J. A. and Bopp, P.A. (1996). "Significance of Particle Crushing in Granular Materials". J. Geotechnical Engineering , Vol.122 , No.4 , PP. 309-316.
- 3- Marsal, R.J. (1967). "Large Scale Testing of Rock fill Materials". J. of the Soil Mechanics and Foundation Division, Vol.93, No. SM2.
- 4- Marsal, R.J. (1973). "Mechanical Properties of Rock fill". Embankment-Dam Engineering, Casagrande Volume, Hirshfeld, R.C. and Poulos, S.J. (eds.), John Wiley& Sons Inc., New York, PP. 109-200.
- 5- Yamamuro, J.A. and Lade, P.V. (1996). "Drained Sand Behavior in Axisymmetric Tests at High Pressures". J. of Geotechnical Eng., Vol.122, No.2, PP.109-119.
- 6- Rothenburg, L. and Bathurst, R.J. (1989). "Analytical Study of Induced Anisotropy in Idealized Granular Materials". Geotechnique, Vol.39, No.4, PP.601-614.
- 7- Rothenburg, L. and Bathurst, R.J. (1991). "Numerical Simulation of Idealized Granular Assemblies with Plane Elliptical Particles". Comput. Geotech., Vol.11, PP.315-329.
- 8- Cundall ,P. A. (1978). "Ball- A Computer Program to Model Granular Media Using Distinct Element Method". Technical Note TN-LN-13, Advanced Technology Group, Dams and Moore, London.
- 9- Mirghasemi, A.A., Rothenburg, L. and Matyas, E.L. (1997). "Numerical Simulation of Assemblies of Two-Dimensional Polygon-Shaped Particles and Effects of Confining Pressure on Shear Strength". Soils and Foundation, Japanese Geotechnical Society, Vol.37, No.3, PP.43-52.
- 10- Bagherzadeh kh., A., Mirghasemi, A.A. and Mohammadi, S. (2011). "Numerical Simulation of Particle Breakage of Angular Particles Using Combined DEM and FEM". Powder Technology, 205, PP.15-29.
- 11- Bagherzadeh-khalkhali, A., Mirghasemi, A.A. and Mohammadi, S. (2008). "Micromechanics of Breakage in Sharp-Edge Particles Using Combined DEM and FEM ". Particoulogy, 6, PP.347-361.
- 12- Reddy, J. N. (1996). "An Introduction to the Finite Element Method". Second Edition, Mc Graw Hill, Inc., ISBN 0-07-051355-4.
- 13- Goodman, R. E. (1989). "Introduction to Rock Mechanics". Second Edition, John Wiley & Sons, New York, ISBN 0-471-81200-5.
- 14- Varadarajan, A., Sharma, K.G., Venkatachalam, K. and Gupta, A.K. (2003). "Testing and Modelling Two Rockfill Materials". J. of Geotechnical and Geoenvironmental Eng. ASCE, Vol.129, No.3, PP.206-218.
- 15- Mirghasemi, A.A., Mossavi nik, R. and Mohebbi, A.R. (2001). "Influence of Particle Breakage on Mechanical Behavior of Assemblies of Two-Dimensional Polygon-Shaped Particles". J. of Faculty of Engineering, University of Tehran, Vol.34, No.4, Mar.2001, PP.49-61.
- 16- Bagherzadeh-khalkhali, A. and Mirghasemi, A.A. (2009). "Numerical and Experimental Direct Shear Tests for Coarse-Grained Soils". Particoulogy, 7, PP.83-91.
- 17- Flora, A., Silvestri, F. and Vinale, F. (1997). "Considerations on the Shear Strength of Rock fills Relevant to Dam Design". Proc. 19th Int. Congress on Large Dams, 1, pp.843-865.