

## طراحی بهینه تیرهای بتن پیش تنیده با مقاطع $T$ شکل و جعبه‌ای

مهدی حیدری و ندرضا قلی قشلاقی<sup>۱</sup> و ایرج محمودزاده کنی<sup>۲\*</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

آستاد دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

(تاریخ دریافت ۱۳۸۶/۱۱/۲۷، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۱۳۹۰/۰۶/۱۲، تاریخ تصویب ۱۳۹۰/۰۶/۲۸)

### چکیده

در این تحقیق با توجه به اهمیت کاهش مصرف انرژی و تأثیر بسیار زیاد آن در جامعه کنونی، بهینه‌سازی تیر تیپ پل‌های بتن پیش تنیده با مقطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک مورد توجه قرار گرفته است و با معرفی تابع هدف بر حسب هزینه طرح و توجه به وزن و ابعاد مقطع (به ویژه ارتفاع) با محاسبه دقیق عوامل مهم طراحی به ویژه محاسبه دقیق افت نیرو در تاندون‌های پیش تنیدگی با استفاده از روابط جدید اثبات شده و در نظر گرفتن متغیرهای تأثیرگذار در طراحی بهینه‌سازی تیرهای بتن پیش تنیده صورت گرفته است. با در نظر گرفتن این افت‌ها روابط تحلیلی دقیق برای به دست آوردن نیروهای داخلی و طراحی حاصل می‌گردد، و باعث افزایش دقت کار و کسب نتایج دقیق تحلیل به علت کاهش انجام محاسبات عددی می‌شود. و سرانجام به بررسی نتایج حاصله، برای مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای پرداخته شده است، و ارجحیت مقطع  $T$  شکل نسبت به مقطع جعبه‌ای با ارایه حد دهانه‌ای، از لحاظ هزینه، وزن و ارتفاع مورد بررسی قرار گرفته است.

**واژه‌های کلیدی:** تیر بتن پیش تنیده، طراحی بهینه، الگوریتم ژنتیک، بار متحرک، پیچش، پل

### مقدمه

از جمله تحقیقات انجام شده در این زمینه، می‌توان به کارهای صورت گرفته توسط *Frangopol* و همکارانش [5],[6] در زمینه بهینه‌سازی سازه‌ها اشاره نمود، که با انجام کارهای بنیادی در این زمینه با فرض متغیر بودن تنش‌های مجاز و نیروهای داخلی با گذشت زمان و استفاده از روابط احتمالاتی برای سطوح عملکردی متفاوت به بهینه‌سازی سازه‌ها اقدام نموده‌اند. ایشان در ادامه، با بکارگیری روش‌های توسعه داده شده، با در نظر گرفتن مراحل زمانی گوناگون از قبیل مرحله طراحی سازه‌های جدید، دوره نگهداری، بازرسی و تعمیر اقدام به بهینه‌سازی پل‌های بتنی نموده‌اند [7],[8]. *Luciano Catalo* [9]، طراحی بهینه تیرهای بتنی پیش تنیده  $I$  شکل را برای قاب‌های بتنی تیپ با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام داده است که با فرض متغیرهای گوناگون برای مقطع  $I$  شکل در دهانه ساده با در نظر گرفتن مراحل متفاوت ساخت بهترین حالت طراحی را ارایه نموده است. *Samer Barakat* و همکارانش [10] بر مبنای ایمنی طرح، بهینه‌سازی تیرهای بتنی پیش تنیده را برای دستیابی به بهترین طراحی و بر حسب تابع هزینه انجام داده‌اند. آن‌ها در ادامه با فرض ایمنی چند متغیره برای

با افزایش رو به رشد بکارگیری سازه‌های ساخته شده از بتن پیش تنیده در جهان و پیشرفت تئوری‌های مربوط به این نوع سازه‌ها و همچنین پیشرفت‌های صورت پذیرفته در زمینه محاسبات سریع و برنامه ریزی شده با استفاده از کامپیوتر و با توجه به اهمیت کاهش مصرف انرژی و تأثیر بسیار زیاد آن در جامعه کنونی، پژوهش‌های بسیاری در دنیا در زمینه بهینه‌سازی صورت پذیرفته است [4]-[1]. در ایران نیز با توجه به توسعه استفاده از سازه‌های بتن پیش تنیده و کاربرد مکرر آن‌ها در ساخت سازه‌های بتن آرمه به ویژه پل‌ها و همچنین استفاده حداکثر از ظرفیت مصالح و لزوم صرفه جویی در مصرف انرژی، توجه خاصی برای بهینه‌سازی طراحی‌ها به ویژه بهینه‌سازی پل‌های بتن پیش تنیده صورت گرفته است. بهینه‌سازی مورد نظر با هدف دستیابی به حداقل امکانات و مشخصات لازم برای طراحی به منظور کسب حداکثر ظرفیت بهره‌وری سیستم تعریف می‌گردد، تا ما را برای استفاده هر چه بهتر از سیستم سازه‌ای با هدف کاهش هزینه‌ها و بهبود بخشیدن مشخصات مقطع، از آن جمله ارتفاع و وزن سازه قادر سازد.

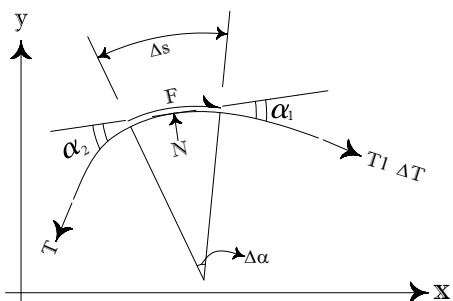
در طراحی‌های انجام گرفته ابتدا مقاطع جعبه‌ای شکل با نحوه اجرای پس کشیدگی تاندون‌ها در نظر گرفته شده‌اند و با توجه به نتایج حاصله با پیشنهاد مقطع  $T$  شکل به جای مقطع جعبه‌ای، مقایسه نحوه عملکرد مقاطع گوناگون مورد توجه قرار گرفته است، و در نهایت با توجه به نتایج حاصله و با توجه به هزینه طرح، ابعاد (به ویژه ارتفاع) و وزن به دست آمده برای اینگونه تیرها مقطع جعبه‌ای با مقطع  $T$  شکل مقایسه گردیده است و اولویت بکارگیری آن‌ها در موقعیت‌های گوناگون مورد توجه قرار گرفته است، این نتایج به طور کامل در صفحات بعدی اشاره شده است. لازم به ذکر است که هزینه اشاره شده در جداول این تحقیق بر مبنای قیمت بتن با مقاومت مشخصه  $40(N/mm^2)$  بیان گردیده است.

### محاسبه افت‌ها

از الزامات طراحی بهینه در سازه‌ها به ویژه سازه‌های بتن پیش تنیده محاسبه دقیق پارامترهای گوناگون طراحی می‌باشد، یکی از این موارد، محاسبه مقدار دقیق افت به وجود آمده در مقاطع گوناگونی از سازه می‌باشد. در این تحقیق با استفاده از روابط تحلیلی دقیق برای محاسبه افت‌ها و آرایه آن‌ها بر اساس روابط ریاضی دقت و سرعت انجام محاسبات افزایش یافته و نیاز به انجام محاسبات افت به روش عددی از بین رفته است.

### محاسبه افت اصطکاکی

برای محاسبه افت اصطکاکی المان کوچکی از تاندون با توجه به شکل (۱) را در نظر می‌گیریم و با استفاده از روابط دقیق ریاضی برای محاسبه طول و انحنا منحنی که به ترتیب با روابط (۱) و (۲) نشان داده شده‌اند معادلات تعادل را می‌نویسیم.

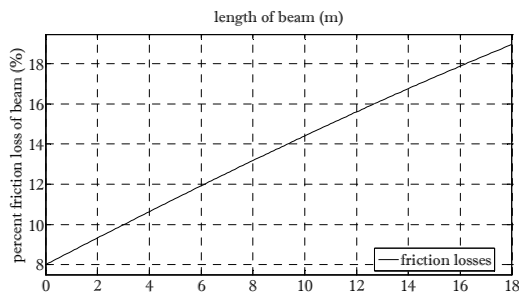


شکل ۱: المان بریده شده از تاندون برای محاسبه افت

سطوح عملکردی متفاوت کارهای انجام گرفته را توسعه داده‌اند.  $D.wang$  [12] در مورد بهینه‌سازی هندسی سازه و نحوه قرارگیری تکیه گاه‌های میانی و فاصله آن از بر تکیه گاه برای دستیابی به حداقل نیروی داخلی برای سازه‌های گوناگون کارهای مفیدی صورت داده است. توسعه این روش‌ها با توجه به اظهارات *Frangopol* در نهایت ما را به انجام تمام فرآیند طراحی توسط نرم‌افزارها با کمترین دخالت طراح و تدوین آئین نامه‌هایی در زمینه طراحی بهینه سوق می‌دهند [6]، [16].

با این وجود اگرچه کارهای بسیاری در زمینه بهینه‌سازی طراحی صورت گرفته، ولی در آن‌ها کلیه مراحل طراحی با محاسبات عددی انجام شده است و استفاده از روابط دقیق به شکل تحلیلی کمتر بکار رفته است، این امر باعث کاهش دقت محاسبات و ایجاد عدم قطعیت کافی برای نتایج به دست آمده می‌گردد. علاوه بر این مقایسه‌ای بین مقاطع گوناگون و روش‌های اجرایی متفاوت صورت نگرفته است، از این رو در این تحقیق با مورد توجه قرار دادن موارد اشاره شده در بالا و همچنین با بکارگیری روابط محاسباتی دقیق تحلیلی و پارامتریک مربوط به تحلیل و طراحی تیرهای بتن پیش تنیده اعم از: محاسبه مشخصات مقطع، افت‌های به وجود آمده در تاندون‌های پیش تنیدگی با استفاده از روابط دقیق، لنگرهای ثانویه ایجاد شده در اثر خروج از مرکزیت تاندون در تیرهای سراسری، به دست آوردن لنگر نهایی قابل تحمل توسط مقطع، محاسبه خیز بوجود آمده در تیر در لحظه انتقال و بلند مدت، استفاده از روابط حدی برای محاسبه مشخصات مقطع مورد نیاز، تعیین مقدار اولیه نیروی پیش تنیدگی در تاندون، محاسبه سطح مقطع میلگردهای مورد نیاز برای مقابله با برش و پیچش بوجود آمده در تیر و... بر اساس آئین نامه  $BS(8110)$  آئین نامه سازه‌های بتنی و  $BS(5400)$  آئین نامه بارگذاری و طراحی (پل) بهینه‌سازی تیرهای بتن پیش تنیده با استفاده از الگوریتم ژنتیک به زبان برنامه نویسی *MATLAB* صورت گرفته است. تیرهای بتنی مورد بحث در این تحقیق شامل تیرهای بتن پیش تنیده با دهانه‌های ۹، ۱۲، ۱۵ متر در دهانه‌های ساده و سراسری با تاندون‌های مستقیم و سهموی شکل می‌باشند (این نوع پل‌ها به شکل تیپ مورد استفاده مکرر قرار می‌گیرد).

مرکزیت تاندون و  $y'$  شیب تاندون می‌باشند. یک نمونه از افت‌های اصطکاکی محاسبه شده بر حسب روابط بالا در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲: افت اصطکاکی بوجود آمده در تاندون‌ها

### محاسبه افت الاستیک

برای محاسبه افت الاستیک در نیروی پیش تنیدگی با توجه به یکسان بودن کرنش‌ها در سطح تراز تاندون رابطه (۸) برقرار خواهد بود. در این رابطه تغییر در نیروی پیش تنیدگی در اثر تغییر شکل الاستیک با  $\Delta f_p$  و نیروی مؤثر پیش تنیدگی در سطح تراز تاندون با  $f_{co}$  و نسبت ضرایب الاستیسیته با  $m$  نشان داده شده‌اند.

$$\begin{cases} \frac{f_{co}}{E_c} = \frac{\Delta f_p}{E_s} \\ m = \frac{E_s}{E_c} \end{cases} \rightarrow \Delta f_p = m f_{co} \quad (8)$$

با استفاده از رابطه (۸) و محاسبه تنش مؤثر در سطح تراز تاندون رابطه (۹) که مربوط به افت الاستیک برای حالت پس کشیدگی تاندون‌ها و رابطه (۱۰) که مربوط به افت الاستیک برای حالت پیش کشیدگی تاندون‌ها است به دست می‌آید. در این روابط  $A_c (mm^2)$  سطح مقطع تیر،  $A_{ps} (mm^2)$  سطح مقطع تاندون،  $e (mm)$  مقدار خروج از مرکزیت تاندون،  $I (mm^4)$  ممان اینرسی مقطع،  $r (mm)$  شعاع ژیراسیون مقطع،  $m$  نسبت ضریب ارتجاعی فولاد به بتن،  $f_{ps} (N/mm^2)$  تنش پس از افت اصطکاکی تاندون،  $f_{co} (N/mm^2)$  تنش مؤثر بتن در تراز تاندون،  $n$  تعداد دفعات کشش و  $M_i$  لنگر اولیه در تیر می‌باشند.

$$ds = \sqrt{(1 + y'^2)} dx \quad (1)$$

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{\left| \frac{d^2 y}{dx^2} \right|}{\left( 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$

با بکارگیری رابطه تعادل در دو جهت شعاعی و عمود بر آن و ترکیب آن‌ها با یکدیگر رابطه (۳) که معادله اصلی برای محاسبه افت‌های اصطکاکی در تاندون منحنی شکل می‌باشد به دست می‌آید.

$$\frac{dT}{T} = -\mu \cdot \frac{ds}{\rho(x)} \quad (3)$$

با جاگذاری مقادیر حاصل از روابط (۱) و (۲) در رابطه (۳) و انتگرال گیری حدی از معادله حاصله رابطه ریاضی (۴) برای محاسبه افت اصطکاکی در تاندون سهموی شکل حاصل می‌گردد. در این رابطه  $G(x)$  و  $F(x)$  به ترتیب با توجه به روابط (۵) و (۶) تعریف می‌شوند همچنین  $A$  و  $B$  ضرایب وابسته به شکل تاندون سهموی می‌باشند که با توجه به رابطه (۷) به دست می‌آیند.

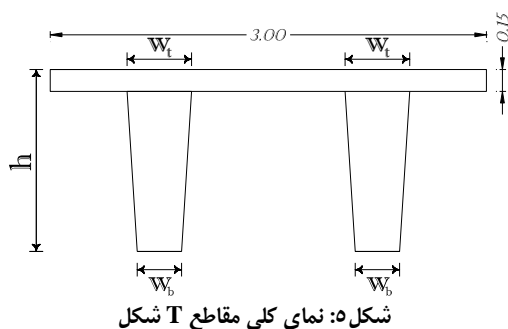
$$T_f(x) = T_i \cdot \exp\left(-\left(\frac{K}{2A} \cdot G(x) + \mu \cdot F(x)\right)\right) \quad (4)$$

$$G(x) = \left[ \begin{aligned} & \left[ \frac{\sin(\tan^{-1}(2Ax + B))}{2 \cos^2(\tan^{-1}(2Ax + B))} + \frac{1}{2} \operatorname{Ln} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tan^{-1}(2Ax + B)}{2}\right) \right] \\ & - \left[ \frac{\sin(\tan^{-1}(B))}{2 \cos^2(\tan^{-1}(B))} + \frac{1}{2} \operatorname{Ln} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tan^{-1}(B)}{2}\right) \right] \end{aligned} \right] \quad (5)$$

$$F(x) = \left[ \tan^{-1}(2Ax + B) - \tan^{-1}(B) \right] \quad (6)$$

$$y = A \cdot x^2 + B \cdot x + C \quad (7)$$

در روابط بالا  $T$  مقدار نیروی پیش تنیدگی،  $\mu$  ضریب اصطکاکی،  $K$  ضریب اعوجاجی،  $x$  فاصله از انتهای تیر،  $ds$  طول منحنی،  $\rho(x)$  انحناء تاندون،  $y$  خروج از



شکل ۵: نمای کلی مقاطع T شکل

محاسبه مشخصات مقطع با توجه به روابط (۱۱) تا (۱۴) صورت گرفته است (در روابط زیر  $x$  و  $y$  مختصات نقاط گوشه مقطع می باشند).

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i+1})(y_i + y_{i+1})}{2} \quad (11)$$

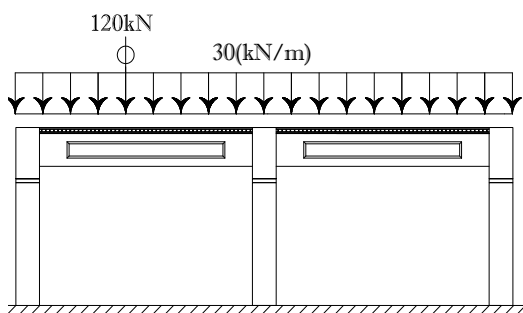
$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i+1})(y_i^2 + y_i y_{i+1} + y_{i+1}^2)}{6A} \quad (12)$$

$$I_x = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - x_{i+1}) \left( y_i^3 + y_i^2 y_{i+1} + y_i y_{i+1}^2 + y_{i+1}^3 \right)}{12} \quad (13)$$

$$I = I_x - A\bar{y}^2 \quad (14)$$

در روابط بالا  $A$  سطح مقطع،  $\bar{y}$  ارتفاع تار خنثی از پائین مقطع،  $I_x$  ممان اینرسی مقطع نسبت به تار پائین مقطع و  $I$  ممان اینرسی کل مقطع نسبت به تار خنثی می باشند.

بار گذاری اعمال شده بر روی تیر بار متحرک نوع HA طبق آئین نامه BS5400 می باشد که در شکل (۶) نشان داده شده است.



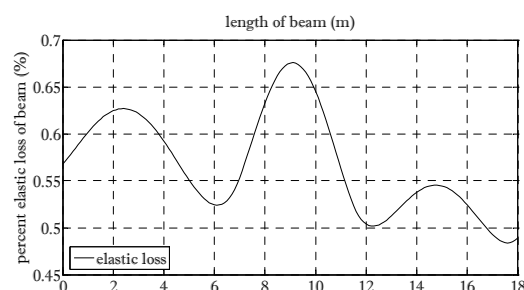
شکل ۶: بار گذاری متحرک HA طبق آئین نامه BS5400

$$f_{co} = \frac{(n-1)f_{pi}}{m + \frac{A_c}{\frac{A_{ps}}{n} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right)}} \quad (9)$$

$$f_{co} = \frac{f_{pi}}{m + \frac{A_c}{A_{ps} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right)}} \quad (10)$$

$$\frac{M_i e}{I} \cdot \frac{A_c}{m \cdot A_{ps} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) + A_c}$$

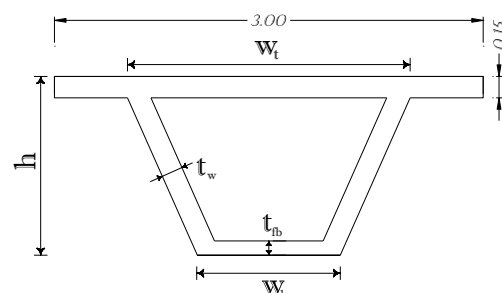
یک نمونه از افت الاستیک محاسبه شده بر حسب روابط بالا در شکل (۳) نشان داده شده است.



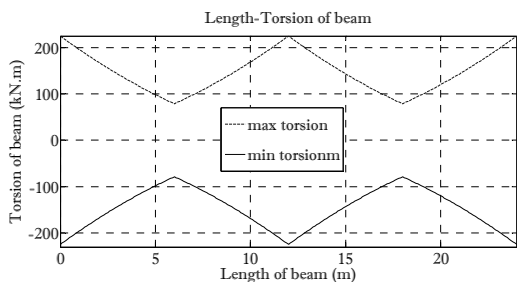
شکل ۳: افت الاستیک بوجود آمده در تاندون ها

## تحلیل

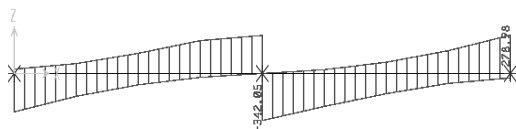
شکل (۴) و (۵) نمای کلی تیرهای پیش تنیده مورد بحث را نشان می دهد، متغیرهای در نظر گرفته شده برای سطح مقطع و همچنین ابعاد بکارگرفته شده نیز در این اشکال نشان داده شده اند.



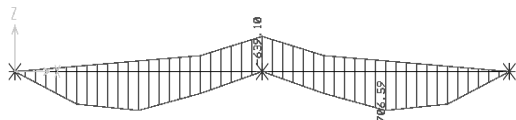
شکل ۴: نمای کلی مقاطع جعبه ای



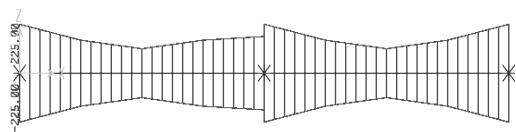
شکل ۹: خط تأثیر لنگر پیچشی برای دهانه 24m تحت اثر بار متحرک HA



شکل ۱۰: خط تأثیر نیروی برش برای دهانه 24m (SAP)



شکل ۱۱: خط تأثیر لنگر خمشی برای دهانه 24m (SAP)



شکل ۱۲: خط تأثیر لنگر پیچشی برای دهانه 24m (SAP)

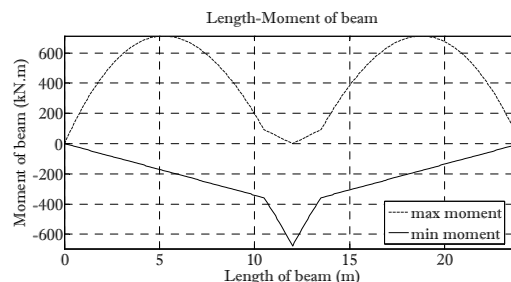
تنش اضافی ایجاد شده در فولاد حاصل از اعمال بارهای خارجی نیز با محاسبه تنش‌های مؤثر در سطح تراز تاندون مشابه محاسبات مربوط به افت الاستیک با بررسی تغییرات ایجاد شده در لنگر وارده طبق روابط (۱۵) و (۱۶) به دست می‌آید این مقدار با تنشهای اولیه فولاد جمع می‌گردد.

$$\Delta M = M_e - M_i \rightarrow \Delta f_p = m f_{co} \quad (15)$$

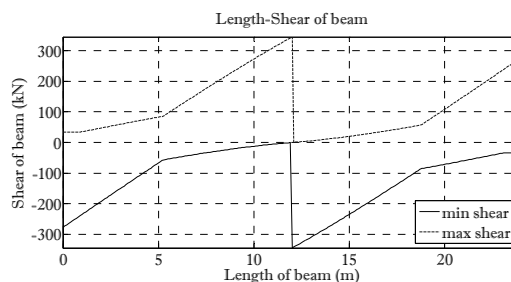
$$f_{co} = \frac{f_{pi}}{m + \frac{A_c}{A_{ps} \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right)}} \quad (16)$$

$$\frac{\Delta M_i e}{I} \cdot \frac{A_c}{m \cdot A_{ps} \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) + A_c}$$

همچنین بار مرده دال برابر  $DL = 7.47(kN/m)$  و سربار وارده بر عرشه پل برابر  $SL = 1.4715(kN/m)$  در نظر گرفته شده است، وزن خود تیر نیز با توجه به اینکه در طول انجام محاسبات بسته به ابعاد تغییر می‌کند در برنامه تحلیل محاسبه می‌شود. مقدار خروج از مرکزیت بار برای محاسبه پیچش نیز طبق آئین نامه  $BS5400$  برابر با  $0.75m$  در نظر گرفته شده است. این طراحی برای عرض خط عبور راه برابر  $3m$  در نظر گرفته شده است. خط تأثیرهای حاصل برای بارگذاری فوق در شکل (۷) تا (۹) نشان داده شده است، این نمودارها توسط خروجی تحلیل کامپیوتری تیر به زبان برنامه نویسی  $MATLAB$  حاصل گردیده، و قابل مقایسه و دقیق تر از مقادیر به دست آمده توسط نرم‌افزارهایی مانند  $SAP$  می‌باشد، که در اشکال (۱۰) تا (۱۱) نشان داده شده‌اند. افزایش دقت محاسبات به عنوان مثال با توجه به شکل (۹) و (۱۲) قابل تشخیص می‌باشد. در این مورد در وسط دهانه دو مقدار متفاوت در وسط دهانه برای پیچش به دست می‌آید که غیر واقعی می‌باشد. و علت آن محاسبات عددی انجام شده برای تحلیل می‌باشد.



شکل ۷: خط تأثیر لنگر خمشی برای دهانه 24m تحت اثر بار متحرک HA



شکل ۸: خط تأثیر نیروی برشی برای دهانه 24m تحت اثر بار متحرک HA

باید توجه کرد که نامعادلات (۱۷) تا (۲۶) روابط درگیر و مربوط به هم می‌باشند، و متغیرهای آن‌ها از هم تأثیر پذیر می‌باشند که برای بکارگیری نیاز به استفاده از یک نرم‌افزار کامپیوتری دارند.

### بهینه‌سازی

طبق تعریف ارائه شده توسط *Frangopol* [1]، با توجه به اینکه منابع مالی در دسترس برای ساخت، بهره برداری، نگهداری، بازرسی، تعمیر، تجدید و دیگر الزامات مورد نیاز در عمر مورد انتظار برای یک سیستم سازه‌ای معمولاً محدود می‌باشد. یک توجه جدی برای بهره برداری از این منابع به شیوه‌ای که بیشترین سودمندی را برای جامعه داشته باشد الزامی به نظر می‌رسد، که هدف از بهینه‌سازی رسیدن به بهترین جواب ممکن برای بیشترین سودمندی طرح می‌باشد.

الگوی عمومی بهینه‌سازی طراحی عبارت است از پیدا کردن بردار متغیر طراحی به شکل رابطه برداری (۲۷) که تابع هزینه تعریف شده با توجه به رابطه (۲۸) را با در نظر گرفتن قیود مساوی با توجه به رابطه (۲۹) و قیود نامساوی با توجه به رابطه (۳۰) مینیمم کند.

$$x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (27)$$

$$f(x) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (28)$$

$$h_i(x) = 0; \quad (29)$$

$$i = 1 \dots p$$

$$g_j(x) \leq 0; \quad (30)$$

$$j = 1 \dots m$$

روش‌های جدید بهینه‌سازی بیشتر بر مبنای احتمالات بنا گردیده است [2]، که از جمله این روش‌ها می‌توان به شبکه‌های عصبی<sup>۱</sup>، الگوریتم ژنتیک (GA)<sup>۲</sup>، کلونی مورچه<sup>۴</sup> و ... اشاره نمود. در این تحقیق برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.

ایده اصلی الگوریتم‌های تکاملی در سال ۱۹۶۰ توسط *Rechenberg* مطرح گردید. الگوریتم ژنتیک که منشعب از این نوع الگوریتم‌ها است، در حقیقت روش

بعد از انجام محاسبات مربوط به افت نیروی پیش تنیدگی و تحلیل با در دست داشتن عکس العمل‌های داخلی و استفاده از روابط زیر طراحی تیر صورت می‌پذیرد.

$$\frac{\alpha.P_i}{A_c} - \frac{\alpha.P_i.e}{Z_t} + \frac{M_i}{Z_t} \geq f'_{\min} \quad (17)$$

$$\frac{\alpha.P_i}{A_c} + \frac{\alpha.P_i.e}{Z_b} - \frac{M_i}{Z_b} \leq f'_{\max} \quad (18)$$

$$\frac{\beta.P_i}{A_c} - \frac{\beta.P_i.e}{Z_t} + \frac{M_s}{Z_t} \leq f_{\max} \quad (19)$$

$$\frac{\beta.P_i}{A_c} + \frac{\beta.P_i.e}{Z_b} - \frac{M_s}{Z_b} \geq f_{\min} \quad (20)$$

روابط بالا نامعادلات اصلی طراحی تیرهای بتن پیش تنیده می‌باشند و با ترکیب این روابط قیود مربوط به مشخصات مقطع با توجه به روابط (۲۱) و (۲۲) به دست می‌آید.

$$Z_t \geq \frac{(\alpha.M_s - \beta.M_i)}{(\alpha.f'_{\max} - \beta.f'_{\min})} \quad (21)$$

$$Z_b \geq \frac{(\alpha.M_s - \beta.M_i)}{(\beta.f'_{\max} - \alpha.f'_{\min})} \quad (22)$$

همچنین با ترکیب این روابط می‌توان به قیود مربوط به مقدار نیروی پیش تنیدگی با توجه به روابط (۲۳) و (۲۴) و قیود مربوط به خروج از مرکزیت با توجه به روابط (۲۵) و (۲۶) دست یافت.

$$P_i \geq \frac{A_c \left( \beta.Z_t.f'_{\min} + \alpha.Z_b.f'_{\min} \right)}{(Z_t + Z_b)\alpha.\beta} = P_{\min} \quad (23)$$

$$P_i \leq \frac{A_c \left( \beta.Z_b.f'_{\max} + \alpha.Z_t.f'_{\max} \right)}{(Z_t + Z_b)\alpha.\beta} = P_{\max} \quad (24)$$

$$e \geq \frac{\left( (f'_{\min} - f'_{\max}) \left( \frac{Z_b.Z_t}{Z_b + Z_t} \right) + M_s \right)}{\beta.p_i} \quad (25)$$

$$e \leq \frac{\left( (f'_{\max} - f'_{\min}) \left( \frac{Z_b.Z_t}{Z_b + Z_t} \right) + M_i \right)}{\alpha.P_i} \quad (26)$$

دارای احتمال یکسانی در تولید یک نقطه درون ناحیه محصور بین دو والد است.

### جهش

پس از عمل ادغام رشته‌ها، عملگر دیگری به نام جهش برای بررسی محدوده‌های جدید طراحی مورد نیاز است. باید توجه داشت که در حین بهینه‌سازی باید عمل جهش یک متغیر به شکل مستقل از سایر متغیرها صورت پذیرد و عمل جهش آن‌ها وابسته به همدیگر نباشد. این عمل همچنین برای جلوگیری از همگرایی سریع و کمک به الگوریتم برای فرار از به دام افتادن در مینیمم‌های موضعی مفید است، از سوی دیگر این عمل برای حفظ حالت‌های متفاوت مورد بررسی و متمایز بودن متغیرها در جمعیت به کار می‌رود.

همچنین باید توجه کرد که در ابتدای سیر برای جستجوی جواب لازم است که احتمالات بسیاری مورد توجه قرار گیرند، و در انتهای دوره‌های محاسباتی یک همگرایی سریع با کاهش نرخ جهش و افزایش نرخ ادغام وجود داشته باشد. که برای دستیابی به شرایط مذکور در برنامه ارائه شده برای بهینه‌سازی از توابع نمایی استفاده شده است، که با فرض میزان جهش با احتمال ۱ به ۲ در ابتدای جستجو و احتمال ۱ به  $V$  در دوره‌های انتهایی موجب افزایش دامنه جستجو در ابتدای دوره‌های جستجو و افزایش همگرایی به جواب در انتهای دوره‌ها شده است (  $V$  عبارت از تعداد متغیرهای طراحی می‌باشد).

$$Ae^{kt} = r \quad (32)$$

$$t=1 \rightarrow Ae^k = 2 \quad (33)$$

$$t=I \rightarrow Ae^{Ik} = V \quad (34)$$

با حل همزمان دو رابطه (۳۳) و (۳۴) مقادیر  $A$  و  $k$  به دست می‌آیند. (در روابط قبل  $I$  نشانگر تعداد دوره‌های محاسباتی می‌باشد.)

$$k = \frac{\ln\left(\frac{V}{2}\right)}{(I-1)} \quad (35)$$

جستجوی کامپیوتری بر پایه الگوریتم‌های بهینه‌سازی و بر اساس ساختار ژن‌ها و کروموزوم‌ها است، که توسط پروفیسور *Holland* در دانشگاه میشیگان مطرح شد، و پس از وی توسط جمعی از همکارانش مثل *Goldberg* و *Ann Arbor* توسعه یافت [11].

اصولاً برای استفاده از  $GA$  باید سه مفهوم زیر مشخص شوند:

۱. تابع هدف یا تابع هزینه برای طراحی تعریف گردد.
  ۲. فضای ژنتیک (فضای جستجو) تعریف و بر روی تابع هدف اعمال گردد.
  ۳. عملگرهای  $GA$  برای بهینه‌سازی تعریف و با توجه به قیود طراحی بر روی تابع هدف اعمال گردند.
- اگر این سه قسمت به طور صحیح تعریف شوند، بدون شک  $GA$  به خوبی عمل خواهد کرد و در نهایت می‌توان با اعمال تغییراتی کارایی سیستم را افزایش داد.

### تولید سلول‌های جدید

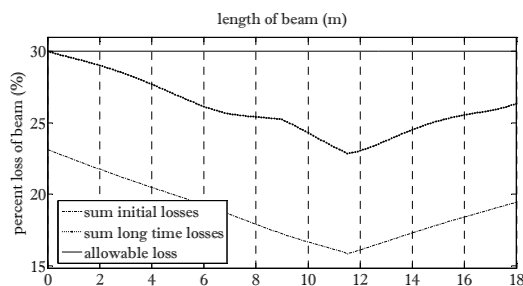
تولید مثل معمولاً اولین عملی است که بر روی جمعیت اعمال می‌شود. در این روش یک سری مناسب از میان جمعیت به عنوان والد انتخاب می‌شود، که در نهایت با عمل ادغام منجر به تولید متغیرهای جدید می‌گردد.

### ادغام<sup>۵</sup>

عمل ادغام با هدف تولید رشته‌های برتر بر روی دسته داده‌های مولد که در مرحله تولید مثل بدین منظور انتخاب شده‌اند، صورت می‌پذیرد. هدف از ادغام جستجوی فضای پارامتر و تا حد امکان حفظ اطلاعات نهفته در رشته‌ها می‌باشد. روش‌های جدید در عملگرهای ادغام باعث شده است که امکان جستجو در طول متغیر نیز ممکن شود، آن چنانکه اگر فرض کنیم  $x_i^{(j)}$  و  $x_i^{(k)}$  مقادیر متغیر طراحی  $x_i$  مربوط به دو رشته والد  $k$  و  $j$  باشند، عمل ادغام بین این دو مقدار باعث تولید مقدار جدیدی مطابق رابطه (۳۱) می‌گردد.

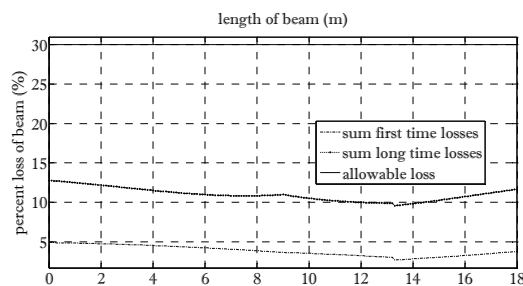
$$x_i^{new} = (1-\lambda).x_i^{(j)} + \lambda.x_i^{(k)} \quad (31)$$

که پارامتر  $\lambda$  یک عدد تصادفی بین صفر تا یک است. این معادله مقادیر جدید مربوط به دو والد را تولید می‌کند، که برای هر یک از متغیرها محاسبه می‌شود. این روش ادغام



شکل ۱۴: نحوه توزیع افت برای تیرهای دو دهانه با تاندون سهموی

- در مورد تیرهای سراسری با تاندون مستقیم افت تعیین کننده نمی‌باشد، ولی با توجه به کنترل کننده بودن لنگرهای منفی در روی تکیه گاه، ارتفاع و میزان سطح مقطع مورد نیاز تاندون‌ها افزایش می‌یابد، که این امر موجب عدم به کارگیری مناسب ظرفیت‌های مقطع می‌گردد. از این رو با توجه به توضیحات ارائه شده توسعه می‌گردد که از دهانه‌های با تکیه گاه ساده به جای تیرهای سراسری برای طراحی‌ها استفاده گردد.



شکل ۱۵: نحوه توزیع افت برای تیرهای دو دهانه با تاندون مستقیم

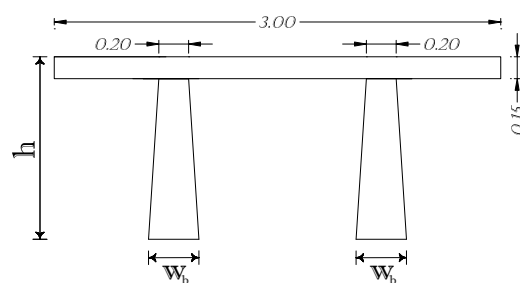
- ولی در صورت اجبار به استفاده از تیرهای سراسری با توجه به مباحث اشاره شده در بالا در اینگونه تیرها بهتر است از تاندون‌های پس کشیدگی با شکل سهموی استفاده گردد، تا لنگرهای منفی حاصل از نیروی تکیه گاهی به نحو مناسبی خنثی گردند. در مورد تیرهای با دهانه ساده نیز استفاده از تاندون‌های پس کشیده سهموی شکل از لحاظ هزینه، مشخصات

$$A = \frac{2}{e^k} = \frac{2}{e^{\left(\frac{Ln\left(\frac{V}{2}\right)}{(T-1)}\right)}} \quad (36)$$

## نتایج و بحث

با توجه به مثال‌های مورد بررسی و خروجی‌های به دست آمده از برنامه‌های مورد استفاده نتایج اشاره شده در زیر حاصل می‌گردد.

- برای تیرهای  $T$  شکل ضخامت قسمت پائین بیشتر از قسمت بالا به دست آمده است، و ضخامت قسمت بالا به حداقل مقدار خود میل کرده است، این امر برخلاف ایده عمومی برای بکارگیری مقطع  $T$  مطابق با شکل (۵) می‌باشد. علت این امر را می‌توان به دلیل وجود دال بتنی با سطح مقطع بالا و انتقال تار خنثی به بالا اشاره نمود، که برای جبران این امر و برقراری تناسب تنش بین حداقل تنش کششی بوجود آمده در تار بالا برای حالت انتقال و حداقل تنش کششی بوجود آمده در تار پائین برای حالت بهره برداری ضخامت قسمت پائین بیشتر از بالا به دست آمده است.

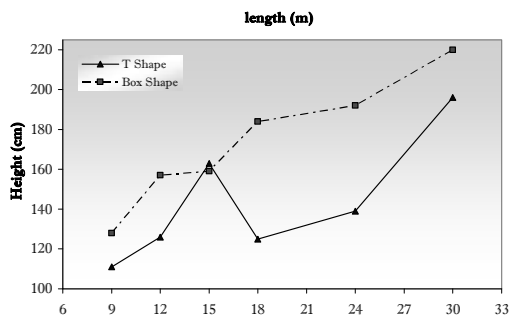


شکل ۱۳: شکل حاصل برای تیر T شکل

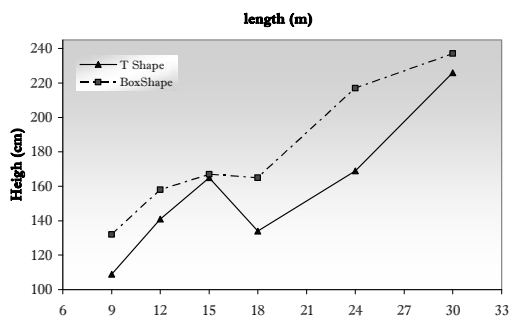
- در حالت تیرهای سراسری با تاندون سهموی افت تاندون حاکم بر طرح گردیده و مانع از بکارگیری حداکثر ظرفیت مصالح می‌گردد که باعث دور شدن از هدف طراحی بهینه تیر می‌گردد؛ این امر برای دهانه‌های کم نیز برقرار است. علاوه بر این هزینه، وزن و مشخصات مقطع (مانند ارتفاع تیر) نیز بیشتر از تیر با تکیه گاه ساده می‌باشند.



شکل را نسبت به مقطع جعبه‌ای نشان می‌دهد، و از محاسن استفاده از مقطع  $T$  شکل محسوب می‌شود.

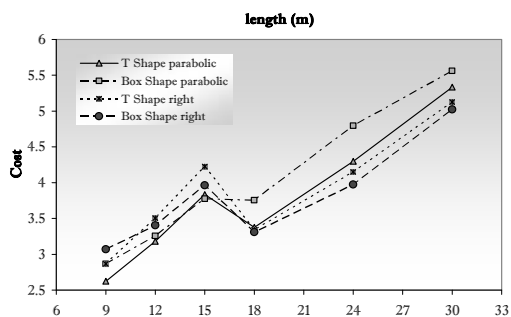


شکل ۱۸: ارتفاع مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون سهموی



شکل ۱۹: ارتفاع مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون مستقیم

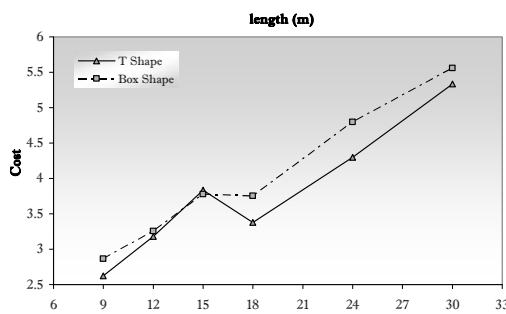
- با توجه به شکل کلی ۲۰ نیز که مربوط به هزینه تمام شده مقاطع جعبه‌ای و  $T$  شکل با تاندون‌های سهموی و مستقیم می‌باشد، می‌توان دریافت که هزینه تمام شده مقاطع با دهانه ساده کمتر از مقاطع با دهانه سراسری پیوسته می‌باشد و همچنین مقاطع با تاندون سهموی هزینه کمتری از مقاطع با تاندون‌های مستقیم دارند. در این مقایسه کلی نیز مقطع  $T$  شکل با تاندون‌های مستقیم نسبت به مقطع جعبه‌ای دارای ارجحیت قابل قبول می‌باشد.



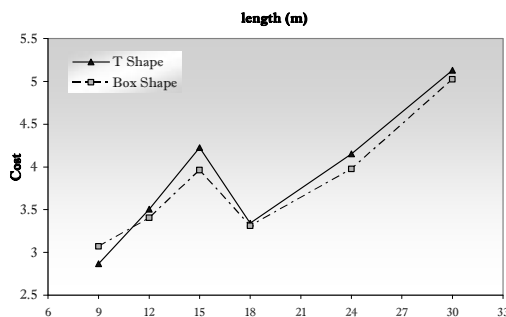
شکل ۲۰: هزینه مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای

مقطع (از قبیل ارتفاع) و وزن جواب‌های بهتری نسبت به تیرهای سراسری یا تاندون‌های مستقیم حاصل می‌شود.

- همچنین با توجه به هزینه‌های به دست آمده برای مقاطع جعبه‌ای و  $T$  شکل با تاندون سهموی و مستقیم که به ترتیب در اشکال ۱۶ و ۱۷ نشان داده شده است، می‌توان نتیجه گیری کرد که هزینه تمام شده برای مقاطع  $T$  شکل در دهانه‌های کوچکتر از ۱۵m کمتر از مقاطع جعبه‌ای می‌باشد. همچنین با افزایش دهانه رشد قیمت  $T$  شکل بیشتر از مقطع جعبه‌ای می‌باشد، این امر به دلیل افزایش سریعتر ارتفاع برای مقاطع  $T$  شکل می‌باشد که باعث افزایش هزینه بتن و آرماتور معمولی مورد استفاده و در نتیجه ناکارآمدی طرح می‌گردد.



شکل ۱۶: هزینه مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون سهموی



شکل ۱۷: هزینه مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون مستقیم

- و با توجه به اشکال ۱۸ و ۱۹ که بیانگر ارتفاع حاصل برای تیرهای جعبه‌ای و  $T$  شکل با تاندون سهموی و یا مستقیم می‌باشد، به راحتی قابل تشخیص می‌باشد که ارتفاع تیرهای  $T$  شکل کمتر از ارتفاع مقاطع جعبه‌ای می‌باشد، این امر نیز در مواردی که محدودیت ارتفاع از نظر معماری طرح وجود داشته باشد کارآمدی مقطع  $T$

استفاده از مقطع  $T$  شکل با توجه به امکان تغییر آزاد فاصله بین تیرها شرایط برای بهینه‌سازی دال عرشه نیز فراهم می‌شود که جزو مزایای استفاده از مقطع  $T$  شکل می‌باشد، ولی این امر در مورد مقطع جعبه‌ای باعث ایجاد قید در طراحی و ناکارآمدی طرح می‌گردد.

با مقایسه کلی ارتفاع که در شکل ۲۱ نشان داده شده است، ارجحیت مقطع  $T$  شکل با ارتفاع کمتر از مقطع جعبه‌ای شکل قابل تشخیص است. این مورد به ویژه برای تیر با تاندون‌های سهموی در دهانه ساده که استفاده از آن توصیه می‌گردد مشهود می‌باشد.

جدول ۱: وزن مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون سهموی

number span	span (m)	Tee (kN/m)	box (kN/m)
1	9	23.01	26.28
1	12	25.4	28.39
1	15	28.27	29.49
2	18	30.23	32.21
2	24	31.4	30.78
2	30	37.49	34.86

جدول ۲: وزن مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون مستقیم

number span	span (m)	Tee (kN/m)	box (kN/m)
1	9	23.94	26.66
1	12	26.37	28.45
1	15	28.5	30.6
2	18	30.29	29.4
2	24	34.35	33.53
2	30	40.26	38.97

جدول ۳: هزینه مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون سهموی

number span	span (m)	Tee	box
1	9	2.623086962	2.865682769
1	12	3.181895221	3.258389073
1	15	3.835004844	3.777418737
2	18	3.377990326	3.754584934
2	24	4.298861499	4.796525833
2	30	5.335742642	5.560600895

جدول ۴: هزینه مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون مستقیم

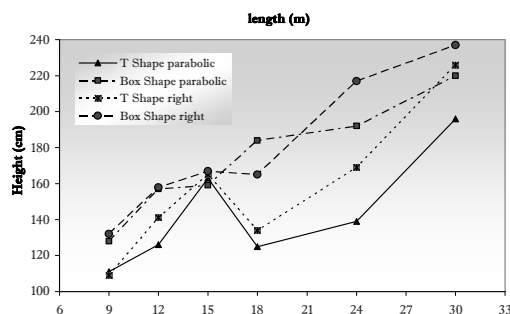
number span	span (m)	Tee	box
1	9	2.867001883	3.069576584
1	12	3.504377266	3.404317647
1	15	4.226901942	3.962373237
2	18	3.339380016	3.31074173
2	24	4.151096726	3.975460007
2	30	5.128594065	5.02298456

جدول ۵: ارتفاع مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون سهموی

number span	span (m)	Tee (cm)	box (cm)
1	9	111	128
1	12	126	157
1	15	163	159
2	18	125	184
2	24	139	192
2	30	196	220

جدول ۶: ارتفاع مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای با تاندون مستقیم

number span	span (m)	Tee (cm)	box (cm)
1	9	109	132
1	12	141	158
1	15	165	167
2	18	134	165
2	24	169	217
2	30	226	237



شکل ۲۱: ارتفاع مقاطع  $T$  شکل و جعبه‌ای

با توجه به جدول ۱ و ۲ وزن مقطع  $T$  شکل به خصوص در دهانه‌های ساده کمتر از مقطع جعبه‌ای شکل می‌باشد، با توجه به اینکه وزن دارای اهمیت خاصی در طراحی‌ها و به ویژه بارگذاری‌های دینامیکی می‌باشد، این موضوع می‌تواند یکی از شاخص‌های مناسب برای طراحی تیرهای بتن پیش تنیده با مقطع  $T$  شکل تلقی گردد. ارتفاع و وزن مقاطع  $T$  شکل نیز به نحو محسوسی مناسبتر از مقاطع جعبه‌ای می‌باشد که این امر در جداول ۱ تا ۶ نشان داده شده‌اند.

### نتیجه گیری

با توجه به توضیحات ارائه شده در بالا می‌توان در نهایت به این نکته دست یافت که هزینه تمام شده برای مقاطع  $T$  شکل برای مواردی که تیر و عرشه پل به شکل همزمان اجرا می‌شوند بر مقطع جعبه‌ای ارجحیت دارد، و اجرای تاندون به شکل سهموی نسبت به تاندون به شکل مستقیم مناسب تر است. به علاوه اجرای سراسری تیرها نه تنها باعث بهبود طراحی نمی‌گردد، بلکه باعث افزایش هزینه‌ها، ارتفاع و وزن تیر می‌گردد. به علاوه وزن و ارتفاع مقاطع  $T$  شکل برای مثال‌های ارائه شده به مراتب بهتر از مقاطع جعبه‌ای شکل می‌باشد و در کل با توجه به نتایج حاصله برای کارهای اجرایی مقطع  $T$  شکل با دهانه ساده و تاندون سهموی شکل توصیه می‌گردد. همچنین با

## مراجع

- 1- Design of prestressed concrete precast pedestrian bridges by heuristic optimization. José V. Mart 1, Fernando Gonzalez-Vidosa. Universidad Politécnica de Valencia, Instituto de Ciencia y Tecnología de Hormigón, Dept. Ingeniería Construcción, Campus Camino de Vera, 46022 Valencia, Spain (Advances in Engineering Software 41 (2010) 916–922)
- 2- Using a modified genetic algorithm to minimize the production costs for slabs of precast prestressed concrete joists. Vanessa Cristina de Castilhoa, Mounir Khalil El Debsa, Maria do Carmo Nicolettib, aDepartamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, USP, Av. Dr. Carlos Botelho, 1465, São Carlos, SP, Brasil. bDepartamento de Computação, Universidade Federal de São Carlos, Caixa Postal 676, São Carlos, SP, Brasil. Received 21 November 2005; received in revised form 31 August 2006; accepted 12 September 2006
- 3- VTOP. An improved software for design optimization of prestressed concrete beams. S. Hernandez \*, A.N. Fontan, J. Diaz, D. Marcos. School of Civil Engineering, University of Coruña, La Coruña, Spain. Advances in Engineering Software 41 (2010) 415–421
- 4- Probabilistic structural optimization 'The objective of this review is to present a brief but comprehensive view of probabilistic structural optimization (PSO)'. D M Frangopol University of Colorado, USA Progress in Structural Engineering and Materials I 998 Vol I(2): 223-230
- 5- Optimal design with discrete variables: some numerical experiments min-wei huang and jasbir S. Aroras Optimal Design Laboratory, College of Engineering, The University of Iowa, Iowa City, IA 52242, U.S.A. International journal for numerical methods in engineering VOL. 40, 165–188 (1997)
- 6- Frangopol DM. Structural optimization using reliability concepts. Journal of Structural Engineering (ASCE) 1985 111(11): 2288-2301
- 7- Frangopol DM & Comtis RB. Reliability-based structural system optimization: state-of-the-art versus state-of-the-practice. Analysis and computation. New York ASCE. 1996.67-78.
- 8- Frangopol DM, Lin K-Y & Estes AC. Reliability of reinforced concrete girders under corrosion attack journal of Structural Engineering (ASCE) 1997 123(3): 286-297.
- 9- Genetic anti-optimization for reliability structural assessment of precast concrete structures Luciano Catalo Department of Structural and Geotechnical Engineering, University of Rome "La Sapienza", Via Eudossiana 18, 00184 Rome, Italy Accepted 5 March 200
- 10- Single objective reliability – based optimization of prestressed concrete beams. Samer Barakat, Nabil Kallas, Mohamad Q.Taha "Department of Civil engineering, University of Shajah" Structural of safty 17(2003)
- 11- Multi - objective reliability – based optimization of prestressed concrete beams. Samer Barakat, Khaldoon Bani-hani, Mohamad Q.Taha "Department of Civil engineering, University of Shajah" Structural of safty 26(2004)
- 12- Optimal design of structural support positions for minimizing maximal bending moment D.Wang. Department of Aeronautical Structural Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, PR China Received 13 September 2005; received in revised form 6 July 2006; accepted 28 July 2006 Available online 11 September 2006
- 13- Optimal design of reinforced concrete T-sections in bending C.C. Ferreira a,\*, M.H.F.M. Barros a, A.F.M. Barros b a Department of Civil Engineering, Faculty of Sciences and Technology, University of Coimbra, Polo II, 3030 Coimbra, Portugal b IDMEC/Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1000 Lisbon, Portugal 4 February 2003
- 14- Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using Genetic Algorithms V. Govindaraj, J.V. Ramasamy a Department of Civil Engineering, Kumaraguru College of Technology, Coimbatore 641 006, Tamil Nadu, India b Department of Civil Engineering, P.S.G. College of Technology, Coimbatore 641 004, accepted 9 September 2005
- 15- Engineering Optimization via GA (Goldberg) book
- 16- Cornell CA. A probability-based structural code. Journal of the American Concrete Institute 1969 66(12): 974-985.

## واژه‌های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن

- 1- Random Base
- 2- Neural Networks
- 3- Genetic Algorithm
- 4- Ant Colony
- 5- Cross over