

همگن سازی خطی و تعیین پارامترهای ارتجاعی المان های آجری تقویت شده با پوشش بتن

بهمن غیائی^۱، مسعود سلطانی محمدی^{۲*}، عباسعلی تسنیمی^۳

^۱ دانش آموخته کارشناس ارشد مهندسی زلزله، دانشگاه تربیت مدرس تهران

^۲ دانشیار گروه مهندسی زلزله، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران

^۳ استاد گروه مهندسی سازه، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس تهران

(تاریخ دریافت ۱۳۸۶/۱۲/۲۲، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۱۳۹۰/۰۶/۰۹، تاریخ تصویب ۱۳۹۰/۰۶/۲۸)

چکیده

یکی از روش های متداول تقویت لرزه ای ساختمان های بنایی در کشور ما استفاده از پوشش بتن مسلح می باشد. در این روش شبکه میلگردهای قائم و افقی روی دیوار آجری اجرا شده و سپس با پوشش بتنی پوشیده می شود. در این مقاله مشخصات ارتجاعی دیوار تقویت شده با پوشش بتن مسلح و نیز دیوار تقویت نشده، که در امر ارزیابی آسیب پذیری با روش های خطی مورد استفاده می باشد، از روی خواص ارتجاعی اجزای آن با استفاده از روش همگن سازی پیشنهادی محاسبه شده است که در ارزیابی لرزه ای به روش خطی می تواند مورد استفاده قرار گیرد. همچنین روابط ساده شده محاسبه پارامترهای ارتجاعی دیوار تقویت نشده و دیوار تقویت شده ارائه شده است. دقت روش همگن سازی پیشنهادی نیز با روش های مورد استفاده دیگر محققین مقایسه شده است. از محاسن روش پیشنهادی می توان به سادگی آن و نیز ارائه یک حل بسته اشاره نمود.

واژه های کلیدی: ساختمان آجری، مقاوم سازی، همگن سازی، پارامترهای ارتجاعی

مقدمه

ارزیابی طرح تقویت مورد نظر، مدلسازی کامپیوتری تحلیل سازه تحت بارهای وارده می باشد. به طور کلی روش های مدلسازی ساختمان های آجری را می توان به دسته کلی تقسیم بندی نمود. ریز مدلسازی و درشت مدلسازی. ریز مدلسازی روشی است که در آن آجر ملات و سطح بین آجر و ملات به صورت مجزا مدلسازی شده و رفتار و مشخصات ارتجاعی و غیر ارتجاعی هر یک در مدل در نظر گرفته می شود. در این روش به دلیل تعداد زیاد المان های مورد استفاده، فرایند مدلسازی و آنالیز بسیار وقت گیر بوده و همچنین احتمال وقوع خطا در آن زیاد می باشد. اگرچه ماهیت این روش به دلیل در نظر گرفتن تمامی مشخصات اجزاء از دقیق ترین روش می باشد، اما به دلیل حجم زیاد عملیات مورد نیاز همچنین پیچیدگی های مدل های حاصل از این شیوه وقوع خطاهای غیر قابل تشخیص در آن بسیار محتمل می باشد. همچنین این روش برای مدلسازی المان های

بسیاری از ساختمان های موجود در سرتاسر جهان ساختمان های بنایی می باشند که تعداد قابل شماری از آنها را بیمارستان ها، مدارس و ساختمان های مسکونی تشکیل می دهند. تجربه زلزله های گذشته نیز آسیب پذیری بسیار زیاد این ساختمان ها را بارها نشان داده است. به دلیل پیچیده و ناشناخته بودن رفتار ساختمان های بنایی و نیز عدم وجود اطلاعات و نتایج تحقیقاتی مناسب، استاندارد ۲۸۰۰ در طراحی این سازه ها برخوردی کاملاً تجویزی داشته و رفتار سازه در زمان طراحی به روشنی مشخص نمی باشد. از طرفی به دلیل کاربری بسیار مهم این نوع ساختمان ها (همانطوریکه پیشتر ذکر شد) آسیب و ویرانی آنها در اثر وقوع زلزله می تواند مرگ بسیاری از انسانها را به همراه داشته باشد. بنابراین از مهمترین مسائل امروزه جامعه مهندسی، ارزیابی لرزه ای این نوع سازه ها و در صورت نیاز تقویت آنها در برابر زلزله های محتمل می باشد. اولین گام در ارزیابی لرزه ای ساختمان ها و نیز

اساس روش‌های تجربی و یا تجویزی می‌باشد. در این روش شبکه‌ای از میلگردهای قائم و افقی روی دیوار قرار گرفته و با آن درگیر می‌شود. سپس یک پوشش بتنی روی آن اجرا می‌شود. در این مقاله در گام بعدی به استخراج پارامترهای ارتجاعی ارتوتروپیک سه بعدی دیوار آجری تقویت شده با پوشش بتن آرمه با استفاده از روش همگن‌سازی پیشنهادی پرداخته شده است.

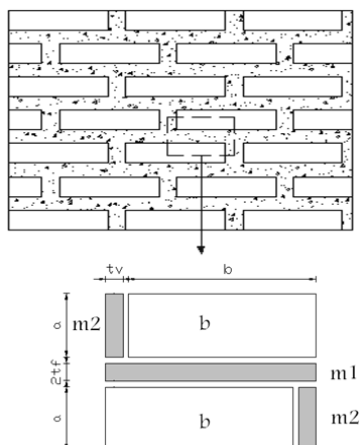
همگن‌سازی روشی است که در آن مشخصات متوسط یک المان تشکیل شده از اجزای مختلف (مانند دیوار آجری که از ملات و آجر تشکیل شده است)، که اجزای آن با یک شکل خاص در سرتاسر المان تکرار می‌شوند، با استفاده از مشخصات اجزای تکرار شونده محاسبه می‌شوند. به عبارت دیگر به فرایند استخراج مشخصات متوسط یک ماده مرکب با استفاده از مشخصات اجزای تشکیل دهنده آن همگن‌سازی گفته می‌شود. روش‌های همگن‌سازی به طور کلی به دو دسته همگن‌سازی تحلیلی و آزمایشگاهی تقسیم بندی می‌شوند. همگن‌سازی آزمایشگاهی نیاز به انجام آزمایشهای پرهزینه زیادی داشته و همچنین نتایج به دست آمده از آن به شرایط انجام آزمایش بستگی دارند. همگن‌سازی تحلیلی توسط محققین مختلف و با روش‌های متفاوت دقیق یا اجزای محدود [۸-۹] و تقریبی [۱۰-۱۳] مورد استفاده قرار گرفته است. در روش‌های تقریبی همانطوریکه از نام آن پیداست از فرضیات ساده کننده‌ای برای محاسبات استفاده می‌شود که دقت آنها به اندازه روش‌های المان محدود نبوده ولی در صورت دقت در فرضیات مورد استفاده می‌توانند دقت قابل قبولی داشته باشند. از این روش‌ها می‌توان به روش تک مرحله‌ای [۱۰]، روش دومرحله‌ای [۱۱] و یا روش‌های مهندسی [۱۲] اشاره نمود. هر یک از این روش‌ها فواید و کاستی‌های خاص خود را دارند. روش تک مرحله‌ای نیاز به انجام محاسبات بسیار زیاد اجزای محدود داشته و همچنین نتیجه به صورت حل بسته نخواهد بود. در روش همگن‌سازی دو مرحله‌ای، المان بنایی ابتدا به صورت افقی و سپس قائم و یا برعکس همگن می‌شود. این روش توسط محققین مختلف مورد استفاده قرار گرفته است [۱۱]. اما در این روش دو منبع اصلی خطا وجود دارد: ۱- نتیجه همگن‌سازی به ترتیب انجام دو گام ذکر شده بستگی دارد و ۲- به دلیل در نظر نگرفتن مناسب چیدمان هندسی آجرها، ممکن است انواع

کوچک قابل کاربرد بوده و مدلسازی یک ساختمان کامل با این روش مناسب نمی‌باشد. در واقع هدف از این نوع مدلسازی بررسی رفتار موضعی یک المان می‌باشد. این روش اولین بار توسط پیچ [۱] مورد استفاده قرار گرفت و پس از آن نیز محققین مختلفی همچون لورنسو [۲] گام‌های بسیار موثری در جهت پیشرفت این نوع مدلسازی برداشته‌اند و روش‌های مختلفی همچون روش اجزای محدود برای آن پیشنهاد شده است. درشت مدلسازی روشی است که در آن المان بنایی به صورت یک المان پیوسته معادل مدل شده و تفاوتی بین آجر و ملات در آن قائل نمی‌شویم. المان پیوسته مورد استفاده در این روش دارای مشخصات متوسط اجزای تشکیل دهنده المان بنایی خواهد بود. درشت مدلسازی نیز به روش‌های گوناگون از جمله روش قاب معادل با استفاده از المان‌های تیر و ستون [۳]، روش بلوکهای صلب [۴] و یا با استفاده از المان‌های پیوسته انجام می‌شود. این روش پیچیدگیهای ریزمدلسازی را نداشته و برای مدلسازی کل یک ساختمان مناسب می‌باشد.

استفاده از درشت مدلسازی برای ارزیابی لرزه‌ای یک ساختمان بنایی نیاز به داشتن اطلاعاتی در مورد مشخصات ارتجاعی (مدول الاستیسیته، ضریب پواسون و ...) و غیرارتجاعی المان بنایی پیوسته دارد. اما امروزه جهت مدلسازی این ساختمان‌ها در کشور ما، از روش‌های تجربی برای تعیین این مقادیر استفاده می‌شود. برای مثال می‌توان به در نظر گرفتن درصدی از مدول الاستیسیته قائم دیوارچینی به عنوان مدول الاستیسیته افقی اشاره نمود. در این مقاله در اولین گام مشخصات ارتجاعی ارتوتروپیک سه بعدی دیوار آجری با استفاده از روش همگن‌سازی پیشنهادی محاسبه شده و روابط آن ارائه می‌گردند. همچنین نتایج روش مورد استفاده با نتایج روش دیگر محققین مورد مقایسه قرار گرفته است. تقویت لرزه‌ای ساختمان‌های بنایی به روش‌های گوناگون از جمله استفاده از پوشش FRP، پیش تنیدگی، تسلیح خارجی و پوشش بتن آرمه [۵-۷] انجام می‌شود که در این بین، در کشور ما استفاده از پوشش بتن آرمه به دلیل سادگی نسبی در اجرا و تامین مقاومت و شکل‌پذیری مناسب، مورد استقبال فراوانی قرار گرفته است. اما در این مورد نیز به دلیل کمبود نتایج تحقیقاتی تحلیلی و آزمایشگاهی، طرح تقویت و استفاده از این روش عموماً بر

در روش مورد استفاده در این تحقیق نیز با انتخاب المان پایه عملیات همگن سازی صورت می گیرد. در مصالح هیپرالاستیک رابطه زیر بین تنش ها، کرنش ها و انرژی ماده برقرار می باشد.

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial u}{\partial e_{ij}} \quad (1)$$



شکل ۱- روند اجرای عملیات همگن سازی

که در این رابطه σ_{ij} تنش المان، e_{ij} کرنش المان و u انرژی حجمی کل ماده می باشد.

به عبارت دیگر هر یک از درایه های تانسور تنش متوسط ماده مورد بررسی را می توان از مشتق گیری انرژی کل ماده نسبت به درایه متناظر در ماتریس کرنش متوسط به دست آورد. با استفاده از این رابطه می توان با محاسبه انرژی حجمی کل المان پایه بر حسب کرنش های متوسط و مشتق گیری از آن نسبت به کرنش های متوسط المان پایه، تنش های متوسط المان پایه را بر حسب کرنش های متوسط محاسبه کرده و ماتریس ارتجاعی المان متوسط را به دست آورد (رابطه (۲)). انرژی کل یک ماده نیز با استفاده از روابط حاکم بر محیط های پیوسته و مطابق با رابطه (۳) محاسبه می شود.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} e_{ij} \quad (2)$$

$$u_{ij} = \frac{1}{2} \sigma_{ij} e_{ij} = \frac{1}{2} C_{ijkl} e_{ij} e_{lk} \rightarrow u = \frac{1}{2} e^T C e \quad (3)$$

که در این رابطه e تانسور کرنش و C تانسور ارتجاعی ماده می باشد. در این تحقیق آجر و ملات موادی ایزوتروپ در نظر گرفته شده اند. المان پایه انتخابی مربوط به یک حالت خاص چیدمان آجر مطابق با شکل ۱ می باشد که زوجینی و لورنسو [۱۵] نیز در تحقیقات خود از همین

مختلف چیدمان آجرچینی نتایجی مشابه را به همراه داشته باشند [۱۰].

در این تحقیق در ادامه تحقیقات صالحی [۱۴]، روش جدیدی برای همگن سازی ۳ بعدی دیوار آجری تقویت نشده و تقویت شده مورد استفاده قرار گرفته است. این روش بر پایه روابط انرژی در اجسام هیپرالاستیک بنا شده و علاوه بر سادگی از دقت قابل قبولی برخوردار می باشد. دقت مدل همگن به دست آمده نیز با مدل های همگن پیشنهادی محققین دیگر مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین اثر پارامترهای مختلف بر روی خواص ارتجاعی دیوار تقویت نشده و دیوار تقویت شده با پوشش بتن نمایش داده شده است. از مزایای روش همگن سازی پیشنهادی می توان به حجم کم عملیات مورد نیاز و همچنین ارائه یک حل بسته با دقت قابل قبول اشاره نمود.

همگن سازی دیوار آجری تقویت نشده

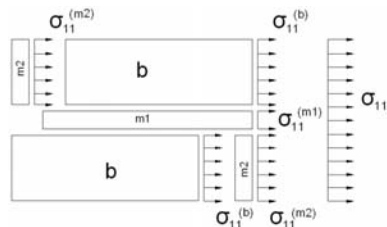
دیوار بنایی یک دیوار با مصالح مرکب متشکل از آجر و ملات می باشد که معمولاً با یک نظم خاص و با یک شکل تکرار شونده در کنار یکدیگر قرار گرفته و المان یا دیوار بنایی را تشکیل می دهند. طبق تعریف استاندارد ۲۸۰۰ ایران ساختمان های بنایی بسته به نوع مصالحی که در ساخت آنها به کار رفته است انواع مختلفی از قبیل سنگی، خشتی و آجری دارند و همچنین ممکن است با سیستم های مختلف سازه ای به صورت ساختمان بنایی غیرمسلح، ساختمان بنایی کلاف دار و ساختمان بنایی مسلح اجرا شده باشد. در این بخش با استفاده از همگن سازی محیط های پیوسته به روش انرژی و در محدوده رفتاری ارتجاعی، یک المان آجری غیرمسلح تحت فرایند همگن سازی قرار گرفته و با استفاده از مشخصات اجزای تشکیل دهنده آن، مشخصات ارتوتروپیک سه بعدی متوسط المان همگن دیوار استخراج شده است. اصول روش های همگن سازی بدین ترتیب است که در ماده مورد نظر (در این مسئله دیوار آجری غیر همگن) یک بخش که در تمام طول ماده تکرار می شود به نام المان پایه از آن خارج شده و مشخصات متوسط جزء استخراج شده از طریق فرایند همگن سازی محاسبه شده و به کل ماده نسبت داده می شود (شکل ۱).

در این مرحله جهت محاسبه کرنش‌های اجزاء بر حسب کرنش متوسط المان همگن با استفاده از اعمال تنش‌های یکنواخت بر سطوح مختلف المان پایه دو فرض ساده کننده زیر در نظر گرفته شده است:

۱- تنش بر روی سطوح جانبی هر یک از اجزاء یکسان است.

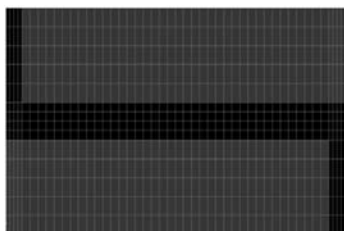
۲- تنش‌های قائم و نیز تنش برشی خالص اعمالی بر سطوح جانبی فقط تنش‌های متناظر بر روی اجزاء المان پایه ایجاد خواهند کرد.

به عنوان نمونه در شکل ۳ بارگذاری یکنواخت اول نشان داده شده است. همانطوریکه مشاهده می شود فرض شده است که در اثر تنش کششی یکنواخت در جهت افقی، هیچ تنش برشی بر روی اجزاء المان پایه ایجاد نمی‌شود.



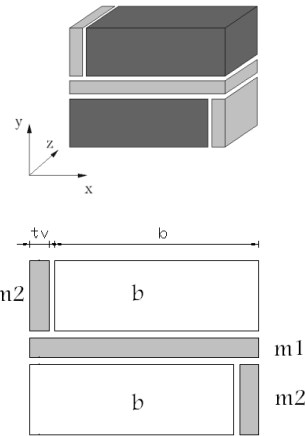
شکل ۳- بارگذاری یکنواخت اول

جهت بررسی صحت فرضیات فوق مدل اجزای محدود المان پایه انتخابی (شکل ۴) برای $\frac{E_m}{E_b} = 0.1$ تحت فشار در راستای قائم و افقی قرار گرفته و شکل تغییر شکل یافته آن تحت هر دو بارگذاری در شکل ۵ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود در هر دو حالت بارگذاری آجر و ملات عمده‌تاً تحت فشار خالص قرار گرفته و تغییر شکل برشی بسیار کمی در ملات اتفاق افتاده است که این مقدار کم نیز با افزایش نسبت سختی ملات به آجر کاهش می‌یابد.



شکل ۴- مدل اجزای محدود المان پایه

المان پایه استفاده نموده و جهت انجام مقایسه نتایج مناسب می‌باشد. البته این روش همگن‌سازی برای انواع چیدمان و ضخامت دیوار به سادگی قابل توسعه و کاربرد می‌باشد.



شکل ۲- المان پایه انتخابی

با توجه به المان پایه انتخابی (شکل ۲) انرژی کرنشی حجمی کل ماده برابر خواهد بود با:

$$U^E \times V^E = U^b \times V^b + U^{m1} \times V^{m1} + U^{m2} \times V^{m2} \quad (۴)$$

که در این رابطه U^E انرژی کرنشی حجمی کل المان پایه، V^E حجم کل المان پایه، U^b انرژی کرنشی آجر، V^b حجم آجر، U^{m1} انرژی کرنشی ملات قائم و V^{m1} حجم ملات قائم، U^{m2} انرژی کرنشی ملات قائم و V^{m2} حجم ملات قائم می‌باشد. حجم هر یک از اجزاء با توجه به شکل ۲ مطابق روابط زیر قابل محاسبه خواهد بود:

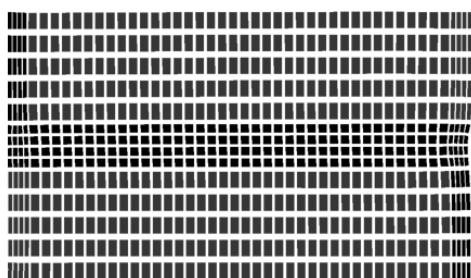
$$V^E = 2(a + t_f)(b + t_v)t_z \quad (۵)$$

$$V^b = 2abt_z \quad (۶)$$

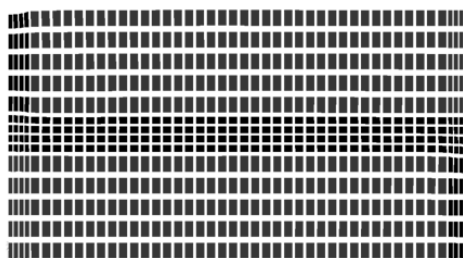
$$V^{m1} = 2t_f(b + t_v)t_z \quad (۷)$$

$$V^{m2} = 2t_vat_z \quad (۸)$$

با محاسبه انرژی هر یک از اجزاء و قرار دادن آنها در رابطه انرژی المان پایه، انرژی کل المان پایه در واحد حجم قابل محاسبه خواهد بود. جهت انجام عملیات همگن‌سازی و محاسبه ماتریس ارتجاعی المان همگن شده می‌بایست کرنش‌های اجزاء بر حسب کرنش متوسط المان همگن شده بیان شوند. بدین منظور لازم است بر سطوح مختلف المان پایه تنش‌های یکنواخت کششی و برشی اعمال کرده و روابط بین کرنش‌های اجزاء و کرنش‌های متوسط استخراج گردند.



Compression along X axis



Compression along Y axis

شکل ۵- تغییر شکل المان پایه تحت فشار قائم (سمت چپ) و فشار افقی (سمت راست)

پس از محاسبه دیگر درایه‌های تنش المان همگن بنایی، ماتریس ارتجاعی ارتوتروپیک المان همگن با استفاده از رابطه ۲ محاسبه می‌شود:

$$C = \begin{bmatrix} 2A & D & E & 0 & 0 & 0 \\ D & 2B & F & 0 & 0 & 0 \\ E & F & 2C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5I \end{bmatrix} \quad (17)$$

و با معکوس کردن ماتریس ارتجاعی ماده همگن، مشخصات ارتجاعی آن نیز به دست می‌آیند (روابط ۱۸ تا ۲۳). لازم به ذکر است استفاده از این روش برای محاسبه پارامترهای ارتجاعی انواع مختلف چیدمان آجر به سادگی قابل استفاده می‌باشد.

$$E_{11}^{eq} = \frac{x}{4BC - F^2}, E_{22}^{eq} = \frac{x}{4AC - E^2} \quad (18)$$

$$E_{33}^{eq} = \frac{x}{4AB - D^2} \quad (19)$$

$$G_{12}^{eq} = 0.5G, G_{13}^{eq} = 0.5H, G_{23}^{eq} = 0.5I \quad (20)$$

$$v_{12}^{eq} = \frac{2DC - EF}{4BC - F^2}, v_{21}^{eq} = \frac{2DC - EF}{4BC - E^2} \quad (21)$$

$$v_{13}^{eq} = \frac{2EB - DF}{4BC - F^2}, v_{31}^{eq} = \frac{2EB - DF}{4AB - D^2} \quad (22)$$

$$v_{23}^{eq} = \frac{2AF - DE}{4AB - D^2}, v_{32}^{eq} = \frac{2AF - DE}{4AC - E^2} \quad (23)$$

که در این روابط داریم:

$$x = 2 \times [A(4BC - F^2) - D^2C + DEF - E^2B]$$

$$A = \frac{1}{2VE} (C_{11b}f_1^2V_b + C_{11m1}V_{m1} + C_{11m2}n^2f_1^2V_{m2})$$

$$B = \frac{1}{2VE} (C_{11b}f_1^2V_b + C_{11m1}n^2f_2^2V_{m1} + C_{11m2}f_2^2V_{m2})$$

$$C = \frac{1}{2VE} (C_{11b}V_b + C_{11m1}V_{m1} + C_{11m2}V_{m2})$$

$$D = \frac{1}{2VE} (C_{12b}f_1f_2V_b + C_{12m1}nf_2V_{m1} + C_{12m2}nf_1f_2V_{m2})$$

صحت فرضیات اشاره شده با توجه به موارد فوق و همچنین اعتبار سنجی نتایج روش همگن‌سازی پیشنهادی که در ادامه ارائه می‌شود به اثبات رسیده است. با استفاده از فرضیات ذکر شده و اعمال تنش‌های یکنواخت بر سطوح المان پایه رابطه بین کرنش‌های اجزاء و کرنش‌های متوسط به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\epsilon_{11}^b = f_1\epsilon_{11}, \epsilon_{11}^{m1} = \epsilon_{11}, \epsilon_{11}^{m2} = nf_1\epsilon_{11} \quad (9)$$

$$\epsilon_{22}^b = f_2\epsilon_{22}, \epsilon_{22}^{m1} = nf_2\epsilon_{22}, \epsilon_{22}^{m2} = \epsilon_{22} \quad (10)$$

$$\epsilon_{33}^b = \epsilon_{33}^{m1} = \epsilon_{33}^{m2} = \epsilon_{33} \quad (11)$$

$$\epsilon_{12}^b = f_3\epsilon_{12}, \epsilon_{12}^{m1} = n_2f_3\epsilon_{12}, \epsilon_{12}^{m2} = f_3\epsilon_{12} \quad (12)$$

$$\epsilon_{23}^b = f_3\epsilon_{23}, \epsilon_{23}^{m1} = n_2f_3\epsilon_{23}, \epsilon_{23}^{m2} = f_3\epsilon_{23} \quad (13)$$

$$\epsilon_{13}^b = \epsilon_{13}^{m1} = \epsilon_{13}^{m2} = \epsilon_{13} \quad (14)$$

که در این روابط داریم:

$$n = \frac{E_b}{E_m}, f_1 = \frac{b+t_v}{b+nt_v}, f_2 = \frac{a+t_f}{a+nt_f}, n_2 = \frac{n_1b+t_v}{b+t_v}$$

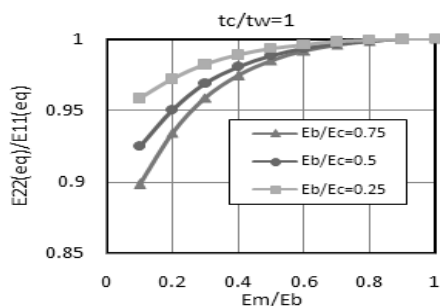
$$f_3 = \frac{a+t_f}{a+n_2t_f}, n_G = \frac{G_b}{G_m}, z = \frac{b+t_v}{n_Gb+t_v}$$

با محاسبه رابطه بین کرنش هر یک از اجزاء و کرنش‌های متوسط (کرنش‌های ماده همگن)، انرژی کرنشی کل با استفاده از رابطه ۴ و بر اساس کرنش‌های متوسط به دست می‌آید:

$$U^E = A\epsilon_{11}^2 + B\epsilon_{22}^2 + C\epsilon_{33}^2 + D\epsilon_{11}\epsilon_{22} + E\epsilon_{11}\epsilon_{33} + F\epsilon_{22}\epsilon_{33} + G\epsilon_{12}^2 + H\epsilon_{13}^2 + I\epsilon_{23}^2 \quad (15)$$

با محاسبه انرژی کرنشی کل ماده همگن، تنش‌های متوسط المان همگن با استفاده از رابطه ۱ قابل محاسبه می‌باشد. به عنوان نمونه σ_{11} در المان همگن برابر است با:

$$\sigma_{11} = \frac{\partial u}{\partial \epsilon_{11}} = 2A\epsilon_{11} + D\epsilon_{22} + E\epsilon_{33} \quad (16)$$



شکل ۷- تغییرات E22/E11 نسبت به تغییرات Em/Eb (برای نسبت ضخامت بتن به دیوار برابر ۱)

کنترل صحت نتایج همگن سازی دیوار آجری تقویت نشده

لورنسو [۱۶] در تحقیقات خود نشان داد هنگامی که نسبت سختی آجر به ملات بزرگتر از ۱۰ می شود خطاهای زیادی در نتایج همگن سازی به روش دو مرحله ای ایجاد می شود. پس از آن زوجینی و لورنسو [۱۵] از یک روش ریزمدلسازی برای همگن سازی مصالح بنایی استفاده کردند. در این روش که جهت اصلاح همگن سازی دو مرحله ای پیشنهاد شده است، تغییر شکلهای اجزای المان پایه انتخابی به دقت مورد توجه قرار گرفته است و همچنین نشان داده شده است که دقت مدل مورد استفاده بسیار مناسب و پاسخهای به دست آمده نسبت به نتایج آنالیز المان محدودی خطای بسیار کمی دارند اما این روش به یک حل بسته منتهی نمی شود. در این بخش از مقاله جهت کنترل صحت نتایج مدل همگن سازی، نتایج همگن سازی با مدل همگن زوجینی و لورنسو [۱۵] مورد مقایسه قرار گرفته است. جهت انجام مقایسه مشخصات المان پایه مشابه با المان پایه انتخابی زوجینی و لورنسو [۱۵] انتخاب شده است. مشخصات ارتجاعی محاسبه شده المان پایه فوق برای محدوده بزرگی از نسبت سختی آجر به ملات (۱ تا ۱۰۰۰) که با مدل همگن پیشنهادی به دست آمده است در کنار نتایج مدل همگن لورنسو و زوجینی در شکل ۸ نمایش داده شده است. همانطوریکه مشاهده می شود دقت مدل پیشنهادی با توجه به سادگی و همچنین ارائه یک حل بسته در مقایسه با مدل پیشنهادی زوجینی و لورنسو [۱۵] بسیار مناسب می باشد.

$$E = \frac{1}{V} (C_{12b} f_1 V_b + C_{12m} V_{m1} + C_{12m2} n f_1 V_{m2})$$

$$F = \frac{1}{V} (C_{12b} f_2 V_b + C_{12m1} n f_2 V_{m1} + C_{12m2} f_2 V_{m2})$$

$$G = \frac{2}{V} (G_b f_3^2 V_b + G_{m1} n^2 f_3^2 V_{m1} + G_{m2} f_3^2 V_{m2})$$

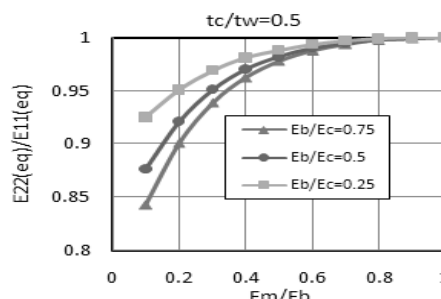
$$H = \frac{2}{V} (G_b V_b n_G z^2 + G_{m1} V_{m1} + G_{m2} V_{m2} z^2)$$

$$I = \frac{2}{V} (G_b f_3^2 V_b + G_{m1} n^2 f_3^2 V_{m1} + G_{m2} f_3^2 V_{m2})$$

در روابط فوق E_b مدول الاستیسیته آجر، E_m مدول الاستیسیته ملات، $2t_v$ طول آجر، $2b$ ضخامت ملات قائم، $2t_f$ ضخامت ملات افقی، $2a$ ارتفاع آجر، G_b مدول برشی آجر، G_m مدول برشی ملات و C_{11} و C_{12} ضرایب ارتجاعی هر یک از اجزا بوده (آجر و ملات) و با استفاده از رابطه ۲۴ قابل محاسبه می باشد. اندیس ۱۱ در این روابط معرف کمیت مورد نظر در جهت X، اندیس ۲۲ معرف کمیت مورد نظر در جهت Y و اندیس ۳۳ معرف کمیت مورد نظر در جهت Z در شکل ۲ می باشد. دیگر پارامترهای آمده در روابط فوق در بخش های قبل تعریف شده اند.

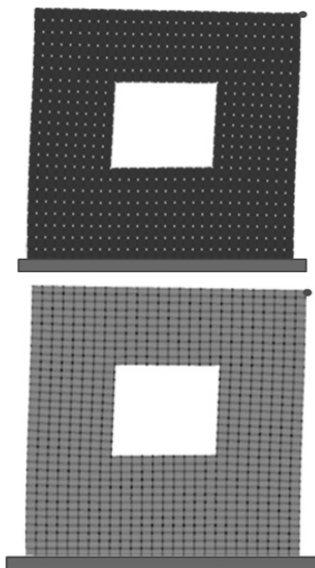
$$C_{11} = \lambda + 2\mu, C_{12} = \lambda, \lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (24)$$

نسبت مدول الاستیسیته قائم (E22) به افقی (E11) دیوار برای ضخامت های مختلف ملات محاسبه و در شکل شماره ۶ و ۷ نمایش داده شده است. مشاهده می شود نسبت E22/E11 با افزایش ضخامت ملات بیشتر شده و به مقدار ۱ نزدیک می شود. همچنین مشاهده می شود با افزایش نسبت Em/Eb رفتار ارتوتروپیک ماده به رفتاری ایزوتروپ نزدیک می شود.



شکل ۸- تغییرات E22/E11 نسبت به تغییرات Em/Eb (برای نسبت ضخامت بتن به دیوار برابر ۰.۵)

به بالای دیوار در شکل ۹ نمایش داده شده است. تغییر مکان جانبی ایجاد شده در ریزمدل تحت بار جانبی برابر ۰.۰۸۱ سانتیمتر و در مدل درشت برابر ۰.۰۸۲۴ سانتیمتر بوده است که نشان دهنده دقت قابل قبول مدل همگن تحت بار جانبی می باشد. همچنین مشاهده می شود تغییر شکلهای دیوار در دو حالت ریزمدل و درشت مدل کاملاً مشابه یکدیگر می باشند.

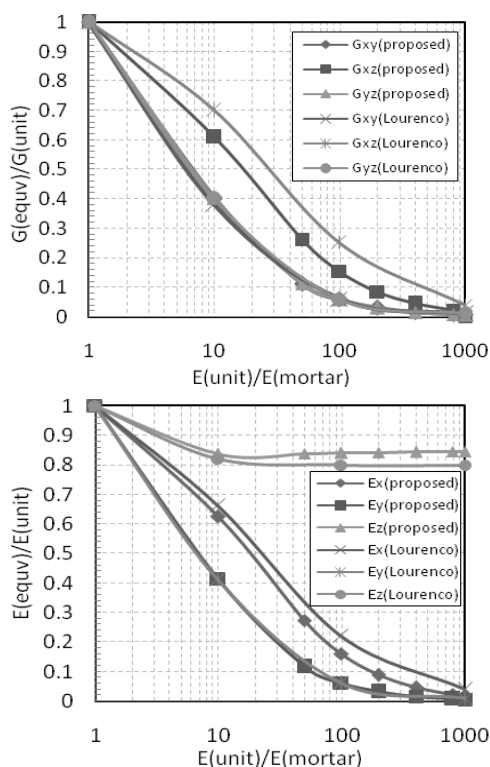


شکل ۹- شکل تغییر شکل یافته مدل درشت و ریز تحت بار جانبی- شکل پایین ریزمدل و شکل بالا مدل همگن می باشد

جهت بررسی دقت مدل همگن در پیش بینی رفتار خارج صفحه دیوار، یک پانل دیوار آجری به ابعاد ۱۰۴*۸۹ سانتیمتر به دو صورت ریزمدل و درشت مدل، مدلسازی شده و در شرایط مختلف تکیه گاهی تحت بار خارج صفحه قرار داده شده است. تغییر مکان خارج صفحه به وجود آمده در دیوار مذکور برای هر یک از شرایط تکیه گاهی در جدول ۱ نمایش داده شده است. مشاهده می شود مدل همگن استخراج شده از دقت بسیار مناسبی در تخمین رفتار داخل و خارج صفحه دیوار دارای بازشو و بدون بازشو برخوردار می باشد.

جدول ۱- تغییر مکان های مدل همگن و ریز مدل تحت بار خارج صفحه بر حسب متر

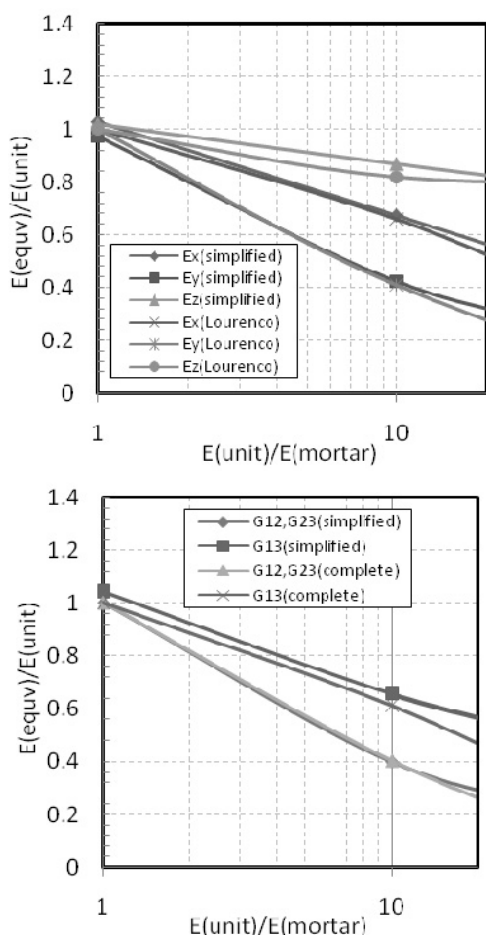
ریز مدل	مدل همگن	شرایط تکیه گاهی دیوار
۰.۰۰۶	۰.۰۰۶۵	تکیه گاه ساده در چهار طرف دیوار
۰.۰۱۵	۰.۰۱۴۷	تکیه گاه ساده در بالا و پایین دیوار
۰.۰۱۷	۰.۰۱۵	تکیه گاه ساده در چپ و راست دیوار



شکل ۸- مقایسه نتایج همگن سازی مدل پیشنهادی با نتایج زوجینی و لورنسو

اعتبار سنجی مدل همگن پیشنهادی دیوار تقویت نشده با استفاده از مدل های سازه ای

هدف از این بخش کنترل صحت مدل همگن پیشنهادی از طریق مدلسازی دیوار آجری به دو روش درشت مدل (با استفاده از مشخصات همگن دیوار) و ریزمدل و مقایسه نتایج تحلیل هر یک تحت بارگذاری های داخل و خارج صفحه می باشد. بدین منظور ابتدا یک دیوار آجری به دو صورت ریز مدل (مدلسازی آجر و ملات به صورت مجزا) و درشت مدل (با استفاده از مشخصات ارتجاعی ماده همگن و به وسیله المان پوسته) با یک نرم افزار اجزای محدود مدلسازی شده و تغییر مکانهای دو مدل تحت بارهای داخل و خارج صفحه با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته اند. بار داخل صفحه به صورت یک بار نقطه ای برابر با ۵۰۰۰ کیلوگرم در بالای دیوار و بار خارج صفحه به صورت یک بار معادل ۳۴۰۰۰ کیلوگرم به طور گسترده بر سطح دیوار وارد شده است. شکل تغییر شکل یافته دیوار آجری دارای بازشو تحت بار جانبی وارد شده



شکل ۱۰- مقایسه روابط ساده شده با نتایج زوجینی و لورنسو [۱۵]

همگن سازی دیوار آجری تقویت شده با پوشش بتن آرمه

در این بخش مشخصات ارتجاعی دیوار آجری تقویت شده با پوشش بتنی با استفاده از روش همگن سازی ذکر شده استخراج شده است. فرایند همگن سازی در این بخش به گونه ای انجام شده است که ضخامت دیوار و پوشش بتنی در روابط قرار بگیرند و در نتیجه روابط ارائه شده برای هر ضخامتی از دیوار و بتن قابل استفاده باشد. المان پایه انتخابی برای این بخش در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. چیدمان دیوار آجری نیز مشابه چیدمان در نظر گرفته شده برای بخش قبل، فرض شده است.

روابط مهندسی پارامترهای ارتجاعی دیوار همگن تقویت نشده

جهت سهولت در محاسبه پارامترهای ارتجاعی ارتوتروپیک دیوار در کارهای مهندسی، روابط ساده شده زیر که از تحلیل رگرسیون روابط دقیق به دست آمده است پیشنهاد می شود. دقت روابط ساده شده نیز در محدوده ارتجاعی رفتار مصالح بنایی بسیار مناسب می باشد.

$$E_{11} = \left(-\frac{0.028T_f b}{a} + 1.14\right) \times E_b \times \left(\frac{E_m}{E_b}\right)^{0.2} \quad (25)$$

$$E_{11} = \left(-\frac{0.021b}{a} - 0.41T_f + 2.23\right) \times E_b \times \left(\frac{E_m}{E_b}\right)^{0.36} \quad (26)$$

$$E_{33} = \left(-\frac{0.03bT_f}{a} + 1.14\right) \times E_b \times \left(\frac{E_m}{E_b}\right)^{0.07} \quad (27)$$

$$G_{12} = G_{23} = \left(-\frac{0.2b}{a} - 0.44T_f + 2.25\right) \times G_b \times \left(\frac{E_m}{E_b}\right)^{0.4} \quad (28)$$

$$G_{13} = \left(-\frac{0.027bT_f}{a} + 1.15\right) \times G_b \times \left(\frac{E_m}{E_b}\right)^{0.2} \quad (29)$$

در این روابط T_f ضخامت ملات افقی می باشد و دیگر پارامترها نیز در بخش های گذشته معرفی شده اند.

در محاسبه روابط فوق به دلیل تاثیر کم ضریب پواسون در پارامترهای ارتجاعی ماده همگن بنایی و با توجه به آنکه این ضریب برای انواع مختلف ملات و آجر تفاوت چندانی ندارد، مقدار آن ثابت و برابر با ۰.۲ در نظر گرفته شده است. همچنین به دلیل مشارکت قابل اغماض ضخامت ملات قائم، مقدار آن نیز در روابط ثابت و برابر با ۱ سانتیمتر در نظر گرفته شده است. همانطوریکه در شکل شماره ۱۰ مشاهده می شود دقت روابط ساده شده در محدوده $1 \leq \frac{E_m}{E_b} \leq 20$ در مقایسه با مدل پیشنهادی زوجینی و لورنسو [۱۵] بسیار مناسب است. برای مواردی که نسبت سختی ملات به آجر بزرگتر از ۲۰ می باشد دقت روابط ساده شده کاهش پیدا کرده و توصیه می شود از روابط کامل، که روابط آنها در بخش های گذشته آمده است، استفاده شود. دقت مناسب روابط ساده شده در محدوده مورد بررسی نمایانگر صحت عملیات رگرسیون انجام شده می باشد.

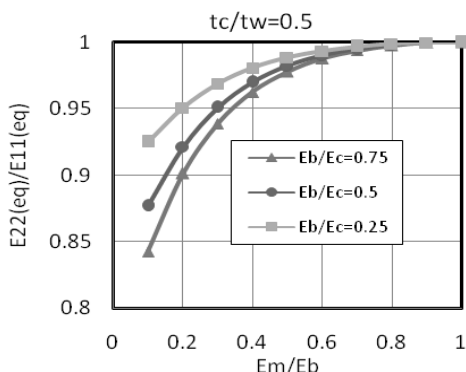
$$I = \frac{2}{(t_m + t_c)} (n_{23}^2 f_{23}^2 G_{23w} t_w + f_{23}^2 G_c t_c)$$

$$n_3 = \frac{E_c}{E_{m3}}, f_3 = \frac{t_m + t_c}{n_3 t_m + t_c}, n_{13} = \frac{G_c}{G_{m13}}, n_{23} = \frac{G_c}{G_{m23}}$$

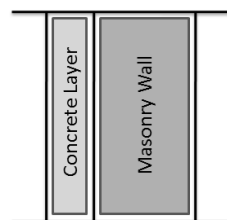
$$f_{23} = \frac{t_m + t_c}{n_{23} t_m + t_c}, f_{13} = \frac{t_m + t_c}{n_{13} t_m + t_c}$$

که در این روابط t_m ضخامت دیوار بنایی، t_c ضخامت پوشش بتنی، E_c مدول الاستیسیته بتن، E_{m3} مدول الاستیسیته دیوار بنایی در جهت Z، G_c مدول برشی بتن، G_{m13} مدول برشی دیوار بنایی در جهت XZ، G_{m23} مدول برشی دیوار بنایی در جهت YX و C_{ijm} معرف درایه سطر i و ستون j ماتریس ارتجاعی المان همگن آجری که در رابطه ۱۷ نمایش داده شده است می‌باشند که به سادگی از روابط بخش قبل قابل محاسبه هستند. اندیس ۱۱ در این روابط معرف کمیت مورد نظر در جهت X، اندیس ۲۲ معرف کمیت مورد نظر در جهت Y و اندیس ۳۳ معرف کمیت مورد نظر در جهت Z در شکل ۲ می‌باشد.

در شکل شماره ۱۲ و ۱۳ نسبت مدول الاستیسیته قائم دیوار تقویت شده به مدول الاستیسیته افقی آن برای مقادیر مختلف Em/Eb و Eb/Ec (مدول الاستیسیته آجر به بتن) و نسبت ضخامت پوشش بتنی به دیوار tc/tw برابر ۰.۵ و ۱ نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود حتی برای $tc/tw=0.5$ اختلاف مدول الاستیسیته قائم و افقی دیوار تقویت شده بسیار کم بوده و رفتار دیوار به رفتاری ایزوتروپ نزدیک شده است.



شکل ۱۲- نسبت مدول الاستیسیته قائم دیوار تقویت شده به مدول الاستیسیته افقی آن برای نسبت ضخامت بتن به دیوار برابر ۰.۵



شکل ۱۱- المان پایه دیوار تقویت شده

پارامترهای ارتجاعی دیوار همگن نظیر دیوار آجری تقویت شده با پوشش بتن مشابه با دیوار تقویت نشده محاسبه و در روابط ۲۵ تا ۳۰ نمایش داده شده‌اند. لازم به ذکر است در روابط زیر از تاثیر وجود میلگردهای قائم و افقی در محاسبه مشخصات ارتجاعی مدل همگن، به دلیل درصد کم میلگرد موجود در این روش تقویت و همچنین تاثیر ناچیز آن در پارامترهای ارتجاعی متوسط ماده، صرف نظر شده است.

$$E_{11}^{eq} = \frac{x}{4BC - F^2}, E_{22}^{eq} = \frac{x}{4AC - E^2} \quad (30)$$

$$E_{33}^{eq} = \frac{x}{4AB - D^2} \quad (31)$$

$$G_{12}^{eq} = 0.5G, G_{13}^{eq} = 0.5H, G_{23}^{eq} = 0.5I \quad (32)$$

$$v_{12}^{eq} = \frac{2DC - EF}{4BC - F^2}, v_{21}^{eq} = \frac{2DC - EF}{4AC - E^2} \quad (33)$$

$$v_{13}^{eq} = \frac{2EB - DF}{4BC - F^2}, v_{31}^{eq} = \frac{2EB - DF}{4AB - D^2} \quad (29)$$

$$v_{23}^{eq} = \frac{2AF - DE}{4AB - D^2}, v_{32}^{eq} = \frac{2AF - DE}{4AC - E^2} \quad (34)$$

که در این روابط داریم:

$$x = 2 \times [A(4BC - F^2) - D^2C + DEF - E^2B]$$

$$A = \frac{1}{2(t_m + t_c)} (C_{11w} t_w + C_{11c} t_c)$$

$$B = \frac{1}{2(t_m + t_c)} (C_{22w} t_w + C_{11c} t_c)$$

$$C = \frac{1}{2(t_m + t_c)} (C_{33w} t_w n_3^2 f_3^2 + C_{11c} t_c f_3^2)$$

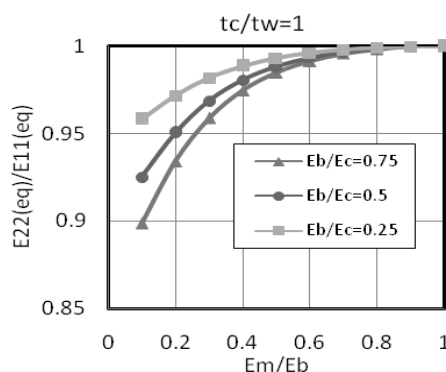
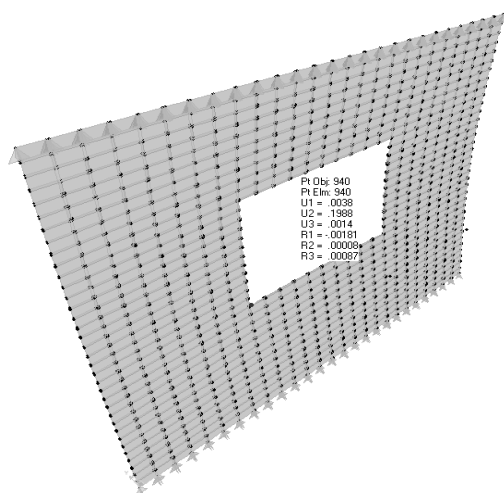
$$D = \frac{1}{(t_m + t_c)} (C_{12w} t_w + C_{12c} t_c)$$

$$E = \frac{1}{(t_m + t_c)} (n_3 f_3 C_{13w} t_w + f_3 C_{12c} t_c)$$

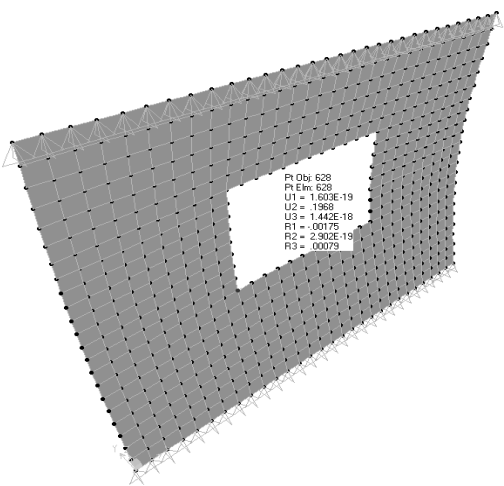
$$F = \frac{1}{(t_m + t_c)} (n_3 f_3 C_{23w} t_w + f_3 C_{12c} t_c)$$

$$G = \frac{2}{(t_m + t_c)} (G_{12w} t_w + G_c t_c)$$

$$H = \frac{2}{(t_m + t_c)} (n_{13}^2 f_{13}^2 G_{13w} t_w + f_{13}^2 G_c t_c)$$



شکل ۱۳- نسبت مدول الاستیسیته قائم دیوار تقویت شده به مدول الاستیسیته افقی آن برای نسبت ضخامت بتن به دیوار برابر ۱



شکل ۱۴- شکل تغییرشکل یافته دیوار تقویت شده با پوشش بتن (شکل بالا: ریزمدل، شکل پایین: مدل همگن)

همچنین پانل دیوار آجری تقویت شده با پوشش بتن به ابعاد ۱۰۴*۹۸ سانتیمتر که با دو روش ریزمدلسازی و درشت مدلسازی، مدلسازی شده است تحت بار خارج صفحه در شرایط مختلف تکیه گاهی قرار داده شد که مقادیر تغییرمکانهای خارج صفحه به وجود آمده در دیوار در هر یک از این حالات در جدول ۳ نمایش داده شده است.

جدول ۳- تغییرمکانهای مدل همگن و ریز مدل دیوار تقویت شده تحت بار خارج صفحه

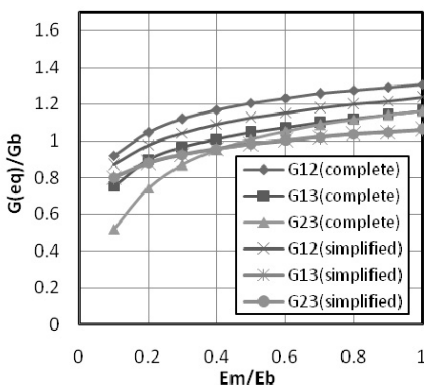
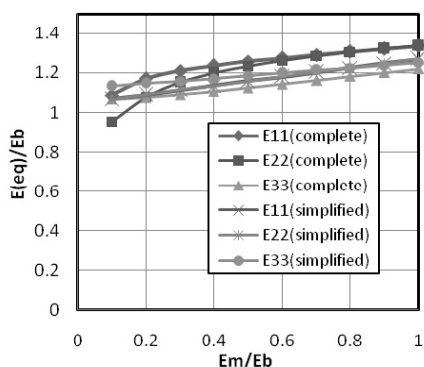
تغییر مکان خارج صفحه (Cm)	شرایط تکیه گاهی	
	ریز مدل	مدل همگن
۰.۰۷۰۳	۰.۰۷۱۴	تکیه گاه مفصلی در بالا و پایین دیوار
۰.۱۰۵۷	۰.۱۰۱۵	تکیه گاه مفصلی در چپ و راست دیوار
۰.۰۴۷۴	۰.۰۴۷۴	تکیه گاه مفصلی در ۴ طرف دیوار

اعتبار سنجی مدل همگن پیشنهادی دیوار تقویت شده با استفاده از مدل های سازه ای

هدف از این بخش کنترل صحت مدل همگن پیشنهادی از طریق مدلسازی دیوار آجری تقویت شده به دو روش درشت مدل (با استفاده از مشخصات همگن دیوار) و ریزمدل و مقایسه نتایج تحلیل هر یک تحت بارگذاری های داخل و خارج صفحه می باشد. بدین منظور دیوار نمایش داده شده در شکل ۸ با پوشش ۱۰ سانتی متری تقویت شده و یکبار به روش ریزمدل و یکبار با مدل همگن مدلسازی و تحت بار داخل و خارج صفحه قرار گرفته است که تغییرمکانهای به وجود آمده در هر یک از مدلها در جدول شماره ۲ و همچنین شکل تغییر شکل یافته آن تحت بار خارج صفحه در شکل ۱۴ نمایش داده شده است.

جدول ۲- تغییرمکانهای مدل همگن و ریز مدل تحت بار داخل و خارج صفحه

تغییر مکان (Cm)		نحوه اعمال بار
ریز مدل	مدل همگن	
۰.۰۱۱۱	۰.۰۱۰۸	داخل صفحه (بار جانبی)
۰.۱۹۸۸	۰.۱۹۶۸	خارج صفحه



شکل ۱۵- مقایسه نتایج روابط ساده شده باروابط کامل برای دیوار تقویت شده

نتیجه گیری

یکی از اساسی ترین نیازهای ارزیابی لرزه‌ای سازه های بنایی به روش‌های خطی، مشخصات ارتجاعی المان‌های بنایی تقویت نشده و تقویت شده می‌باشد. به دلیل عدم وجود روابطی دقیق جهت محاسبه این پارامترها معمولاً از قضاوت مهندسی یا روابطی تجربی استفاده می‌شود. در این تحقیق روابطی برای محاسبه پارامترهای ارتجاعی ارتوتروپیک دیوار بنایی غیر مسلح و همچنین دیوار بنایی تقویت شده با پوشش بتنی ارائه شده و صحت روابط ارائه شده نیز با بررسی‌های صورت گرفته، بسیار مناسب تخمین زده شد. در نمونه های بررسی شده حداکثر خطای موجود در برآورد تغییرمکان داخل صفحه نمونه ها ۳ درصد و در تغییرمکان خارج از صفحه ۷ درصد بوده است. همچنین روابط ارائه شده با مدل‌های سازه‌ای اعتبار سنجی شده‌اند. روابط ساده شده‌ای نیز جهت سهولت در محاسبه پارامترهای ارتجاعی دیوار تقویت نشده و دیوار تقویت شده ارائه شده و دقت مناسب آنها نشان داده شد.

دقت بسیار مناسب مدل همگن پیشنهادی در تخمین رفتار داخل و خارج صفحه الاستیک دیوار تقویت شده به وضوح در جداول ۲ و ۳ قابل مشاهده می‌باشد.

روابط مهندسی پارامترهای ارتجاعی دیوار همگن تقویت شده

جهت سهولت در محاسبه پارامترهای ارتجاعی ارتوتروپیک دیوار تقویت شده با پوشش بتن، روابط ساده شده زیر که از تحلیل رگرسیون روابط دقیق به دست آمده است پیشنهاد می‌شود. دقت روابط ساده شده در محدوده ارتجاعی رفتار مصالح بنایی مناسب می‌باشد.

$$E_{11}^{eq} = E_{22}^{eq} = (-0.068 \frac{t_m}{t_c} + 1.068)(0.243 \frac{E_m}{E_c} + 0.45 \frac{E_b}{E_c} + 0.335)E_c \quad (35)$$

$$E_{33}^{eq} = (0.077 \frac{t_m}{t_c} + 0.924)(0.124 \frac{E_m}{E_c} + 0.785 \frac{E_b}{E_c} + 0.126)E_c \quad (36)$$

$$G_{12}^{eq} = (-0.062 \frac{t_m}{t_c} + 1.062) \times (0.074 \frac{E_b}{E_c} \ln(\frac{E_m}{E_b}) + 0.282 \frac{E_b}{E_c} + 0.145)E_c \quad (37)$$

$$G_{13}^{eq} = G_{23}^{eq} = (-0.066 \frac{t_m}{t_c} + 1.066) \times (0.052 \frac{E_b}{E_c} \ln(\frac{E_m}{E_b}) + 0.413 \frac{E_b}{E_c} + 0.04)E_c \quad (38)$$

همانطوریکه در بخش‌های قبلی مشاهده شد با اجرای پوشش بتنی روی دیوار، رفتار کلی دیوار به رفتاری ایزوتروپ نزدیک می‌شود و بنابراین تاثیر پارامترهای متفاوت بر روی مشخصات ارتجاعی دیوار تقویت شده همگن کاهش خواهد یافت. بدین منظور در محاسبه روابط بالا بعضی پارامترها مانند ضریب پواسون (۰.۱۵) و ضخامت ملات افقی (۱ سانتیمتر) و قائم (۱ سانتیمتر) ثابت در نظر گرفته شده است. در شکل شماره ۱۵ مقایسه‌ای بین نتایج حاصل از روابط کامل و روابط ساده شده صورت گرفته است. مشاهده می‌شود دقت روابط ساده شده جهت استفاده در تحلیل‌های خطی مناسب می‌باشد.

مراجع

- 1 - Page A.W. (1978). "Finite element model for masonry." *Journal of structural division*, Vol. 104, No. 8, pp. 1267-1285.
- 2 - Lourenco P.B., Rots G. (1997). "Multisurface interface model for analysis of masonry structures." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 123, No. 7, pp. 660-668.
- 3 - Kappos A. J., Penelis G. G., Drakopoulos C. G. (2002). "Evaluation of simplified models for lateral load analysis of unreinforced masonry buildings." *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 7, pp. 890-897.
- 4 - Casolo S. (2004). "Modeling in-plane micro-structure of masonry walls by rigid elements." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 41, No. 13, pp. 3625-3641.
- 5 - Abrams D. P., Lynch M. J. (2001). "Flexural behavior of retrofitted masonry piers." *KEERC-MAE Joint Seminar on Risk Mitigation for Regions of Moderate Seismicity*, Illinois, USA.
- 6 - Kahn L. (1984). "Shotcrete retrofit for unreinforced brick masonry." *8th WCEE*, USA, pp. 583-590.
- 7 - Elgawady M., Lestuzzi P., Badoux M. (2004). "A review of conventional seismic retrofitting techniques for URM." *13th IB²MaC*, Amsterdam.
- 8 - Urbanski A., Szarlinski J., Kordecki Z. (1995). "Finite element modeling of the behavior of the masonry walls and columns by homogenization approach." *Computer methods in structural masonry*, pp.32-41.
- 9 - Milani G. (2010). "FE homogenized limit analysis model for masonry strengthened by near surface bed joint FRP bars." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 92, No. 2, pp.32-41.
- 10 - Anthoine A. (1995). "Derivation of in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 2, pp. 137-163.
- 11 - Mistler M., Anthoine A., Butenweg C. (2007). "In-plane and out-of-plane homogenisation of masonry." *Computers and Structures*, Vol. 85, No. 17-18, pp. 1321-1330.
- 12 - Pande G.N., Liang J.X., Middleton J. (1989). "Equivalent elastic moduli for unit masonry." *Computers and Geotechnics* 8, pp. 243-265.
- 13 - Milani G. (2011). "Simple homogenization model for the non-linear analysis of in-plane loaded masonry walls." *Computers and Structures*, Vol. 89, No. 17-18, pp. 1586-1601.
- 14 - Salehi Delarastaghi I. (2006). "Average stress-strain constitutive models and fracture of brick masonry based on its micro structural characteristics." M.Sc. Thesis, Tarbiat Modares University.
- 15 - Zucchini A., Lourenco P.B. (2002). "A micro-mechanical model for homogenisation of masonry." *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 39, No. 12, pp. 3233-3255.
- 16 - Lourenco P.B. (1996). "Computational strategies for masonry structures." Ph.D. Thesis, Delft University of Technology.