

## مدل سازی اجزاء مجزا برای ذرات با شکل نامنظم در محیط دو بعدی

صبا عابدی انارکی<sup>1</sup> و علی اصغر میرقاسمی\*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد مکانیک خاک و پی، دانشگاه تهران

<sup>2</sup> استاد دانشکده مهندسی عمران، پردیس دانشکده‌های فنی

(تاریخ دریافت: 1387/10/10، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده: 1390/07/27، تاریخ تصویب: 1390/10/24)

### چکیده

برای به دست آوردن مدل سازی دقیقی که قابل مقایسه با نتایج آزمایشگاهی باشد، ویژگی‌های ذرات نظیر شکل، اندازه، الاستیسیته و پلاستیسیته، قابلیت خردشدگی و موارد مشابه باید با دقت زیادی مدل شوند. از آن جایی که شکل ذره بر رفتار مکانیکی گروه ذرات نظیر مقاومت برشی تأثیر بسیار زیادی دارد، بنابراین مدل سازی مناسب شکل ذره از اهمیت بالایی برخوردار است. در اکثر مدل سازی‌هایی که تا کنون انجام شده‌اند و به بررسی رفتار خاک پرداخته‌اند، شکل ذرات به صورت دایره، بیضی و چند ضلعی مدل شده‌است که هیچ کدام مدل سازی مستقیمی از شکل ذره نامنظم محسوب نمی‌شوند و بنابراین رفتار مکانیکی را به خوبی نمایان نمی‌سازند. روشی که در این مقاله به کار برده شده‌است، در واقع مدل سازی مستقیم شکل ذره می‌باشد. در این روش شکل نامنظم ذرات واقعی، با ترکیب کردن تعداد دلخواهی المان دایره‌ای شکل که می‌توانند با یکدیگر هم پوشانی داشته‌باشند و به صورت صلب به هم متصل شده‌اند مدل سازی شده‌است. برای بررسی تأثیر شکل ذرات بر ویژگی‌های مکانیکی خاک‌های دانه‌ای سه گروه ذرات یعنی ذرات تیز گوشه، ذرات با زاویه‌داری متوسط و ذرات گرد گوشه در نظر گرفته شده‌اند. سپس با استفاده از روش اجزاء مجزا یک سری آزمایش دو محوری شبیه سازی شده در فشارهای همه جانبه مختلف، ضرائب اصطکاک مختلف و نسبت تخلخل‌های مختلف بر روی مجموعه‌های ایجاد شده از هر دسته ذرات انجام شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که میزان زاویه‌داری ذرات بر رفتار خاک تأثیرات قابل ملاحظه‌ای دارد. هم چنین نتایج به دست آمده به طور کیفی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند که تطابق خوبی بین نتایج دیده شده‌است.

**واژه‌های کلیدی:** شکل نامنظم ذره، روش اجزاء مجزا، مدل سازی عددی

### مقدمه

قانون دوم نیوتن موقعیت‌ها و سرعت‌های جدید را در پایان هر گام زمانی،  $\Delta t$ ، می‌دهد و قانون نیرو- جابه‌جایی نیروهای جدید تماسی بین دو ذره را محاسبه می‌کند. این سیکل محاسباتی تا تعیین مجموعه‌ای از جابه‌جایی‌ها که در آن تمامی ذرات به تعادل برسند ادامه خواهد یافت. بنابراین سه مرحله کلی را در این روش می‌توان در نظر گرفت: 1- اعمال نیرو یا تغییر مکان‌های خارجی 2- انتشار بی نظمی 3- برقراری تعادل

### انواع روش‌های مدل سازی شکل ذرات

در طرح اولیه روش اجزاء مجزا ذرات دانه‌ای به صورت دیسک‌هایی در محیط دو بعدی و کره‌هایی در محیط سه بعدی مدل سازی شده‌اند [2 - 3]. ذرات دایره‌ای (یا کروی) از لحاظ سادگی محاسبات دارای مزیت‌های زیادی هستند. نمایش تماس بین ذرات دایره‌ای شکل نیاز به الگوریتم پیچیده‌ای ندارد. هم چنین در آزمایش‌ها به دلیل سهولت در چرخش به آسانی در کنار یکدیگر حرکت

روش اجزاء مجزا (DEM) یک تکنیک عددی است که اولین بار توسط Cundall برای مسائل مکانیک سنگ که در آن پیوستگی بین المان‌های مجزا موجود نمی‌باشد به کار رفت [1]. روش اجزاء مجزا برای مدل سازی خاک‌های دانه‌ای اولین بار توسط Cundall و Strack توسعه یافت [2]. این روش یک روش مناسب برای شبیه سازی رفتار مصالح دانه‌ای است، چرا که با مجزا فرض کردن ذرات و انتقال نیروها از طریق تماس بین ذرات، رفتار مجزای مصالح دانه‌ای به درستی شبیه سازی می‌شود. در روش المان‌های مجزا تغییر مکان‌ها و نیروهای تماسی متعادل در مجموعه‌ای از ذرات که از طریق شرایط مرزی اعمال شده تحت تنش قرار گرفته‌اند، از طریق یک سری از محاسبات که حرکات هر ذره را دنبال می‌کنند، تعیین می‌شوند. این جابه‌جایی‌ها نتیجه انتشار آشفته‌گی مرتبط با اعمال نیروها یا تغییر مکان‌های خارجی می‌باشند. به دلیل نیروهای نامتعادل، ذرات سعی در باز آرایش خودشان دارند به گونه‌ای که تعادل حاصل شود.

مشابه ذرات بیضی شکل، شکل واقعی ذرات را مشخص نمی‌سازد.

Lin و Ng یک برنامه جدید بر اساس روش اجزا مجزا توسعه دادند که شکل ذرات بیضوی در نظر گرفته شده بود [11]. سپس یک مطالعه عددی روی رفتار مکانیکی مجموعه‌ای متشکل از ذرات هم اندازه با استفاده از این برنامه انجام گردید. مقاومت برشی بیشتر، مدول اولیه بزرگتر، انبساط بیشتر و دوران کمتر ذرات با مجموعه بیضوی هنگام آزمایش سه محوری مشاهده گردید. نتایج نشان داد که استفاده از ذرات غیر کروی در مدل‌سازی اجزا مجزا برای اصلاح شبیه‌سازی‌های مصالح دانه‌ای ضروری است.

Favier و همکاران یک روش برای مدل‌سازی ذرات به صورت المان‌های مجزای متقارن متشکل از چند کره ارائه دادند که تطابق خوبی بین رفتار مجموعه شبیه‌سازی شده و مجموعه مشابه واقعی مشاهده گردید [12]. این متد به طور تئوریک هر شکلی را می‌تواند مدل‌سازی کند اما به هر حال ذرات با شکستگی زیاد نمی‌توانند به درستی مدل‌سازی شوند.

Jensen و همکاران روش خوشه‌ای را معرفی کردند که شکل ذره با اتصال تعدادی المان دایره‌ای در یک پیکر بندی نیمه صلب نشان داده می‌شود و بنابراین شکل ذرات خاک بهتر معرفی می‌شود [13]. تماس‌های بین المان‌های دایره‌ای در داخل خوشه به صورت الاستیک خطی با سختی بالا می‌باشند که منجر به حرکت و دوران ذره به صورت یک جسم صلب می‌شوند. با وجودی که این روش نسبت به متدهای اولیه پیشرفته‌تر است ولی دارای مشکلاتی نیز می‌باشد. از جمله این که خطوط پیرامونی ذره شبیه‌سازی شده به خطوط پیرامونی ذرات واقعی شباهت زیادی ندارند و هم چنین در زمان محاسبات یک افزایش عمده دیده می‌شود.

### مدل‌سازی مستقیم شکل ذره

در تمامی روش‌های مدل‌سازی که در بخش قبلی شرح داده شد، شکل‌هایی فرضی به جای شکل ذره در نظر گرفته می‌شوند و هیچ کدام با مدل‌سازی مستقیم از شکل ذرات سروکار ندارند. روشی که در این قسمت شرح داده می‌شود، در واقع مدل‌سازی مستقیم شکل ذره می‌باشد. در این روش شکل

می‌کنند، اما در تطابق با واقعیت این مدل‌سازی دارای مشکلاتی می‌باشد. مقاومت در برابر دوران برای ذرات دایره‌ای در مقایسه با ذرات واقعی به طور قابل ملاحظه‌ای کمتر می‌باشد. ذرات دایره‌ای تمایل ذاتی به غلتش دارند. هم چنین زاویه اصطکاک داخلی مجموعه ذرات دایره‌ای مدل شده با استفاده از DEM به طور قابل ملاحظه‌ای کوچکتر از مجموعه ذرات واقعی با شکل نامنظم می‌باشد. به دلیل این مشکلات، شکل‌های مختلفی برای ذرات به جای دیسک‌ها (یا کره‌ها) در مطالعات تحقیقاتی زیادی پیشنهاد شده‌اند تا در شبیه‌سازی به روش DEM استفاده شوند و شبیه‌سازی را اصلاح سازند.

تاکنون مطالعات تحقیقاتی زیادی بر روی رفتار خاک‌های دانه‌ای با استفاده از ذرات بیضی شکل انجام شده‌اند [4 - 6]. ذرات بیضی شکل دارای این مزیت‌ها هستند، ذرات بیضی نسبت به ذرات دایره‌ای تمایل کمتری به دوران دارند و رفتار مکانیکی مجموعه‌های شبیه‌سازی شده با این ذرات مشابه با رفتار خاک‌های واقعی می‌باشد، به علاوه در هر نقطه دارای تنها یک بردار عمود بر سطح می‌باشند و تعمیم دادن به حالت سه بعدی این ذرات نیز ساده می‌باشد. اما به هر حال به طور دقیق شکل ذره را نشان نمی‌دهند.

محققان زیادی به مطالعه رفتار خاک با استفاده از ذرات چند ضلعی پرداخته‌اند [7 - 9]. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند یک معرفی واقعی‌تر از رفتار خاک با استفاده از این ذرات می‌تواند حاصل شود. اما به هر حال این روش از لحاظ محاسباتی سنگین می‌باشد و زمان اجرای برنامه به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.

Potapov و Campbell یک مدل کارآمد محاسباتی برای شبیه‌سازی به روش المان مجزای ذرات غیر دایره‌ای را ارائه دادند [10]. ایده آن‌ها تقریب‌زدن بیضی با یک شکل تخم مرغی است که مرز آن توسط چهار کمان دایره‌ای با دو شعاع متفاوت که به طور پیوسته به یکدیگر متصل شده‌اند تعیین می‌شود. این ایده از لحاظ محاسباتی کارآمد است به دلیل آنکه تعیین تماس و هم‌پوشانی بین دو بخش کمان دایره‌ای خیلی مشابه با هم پوشانی دواپر در ذرات دایره‌ای شکل می‌باشد. یک آزمایش مستقیم از عملکرد این روش نشان داد که این روش بسیار مؤثر می‌باشد و اجرای برنامه کمی کندتر از اجرای برنامه با ذرات دایره‌ای شکل است. اما به هر حال این ایده نیز

محاسبات مجموعه‌های با ذرات دایره‌ای شکل است و نیاز به الگوریتم پیچیده محاسباتی نیست. همچنین تعمیم دادن این روش به حالت سه بعدی آسان می‌باشد.

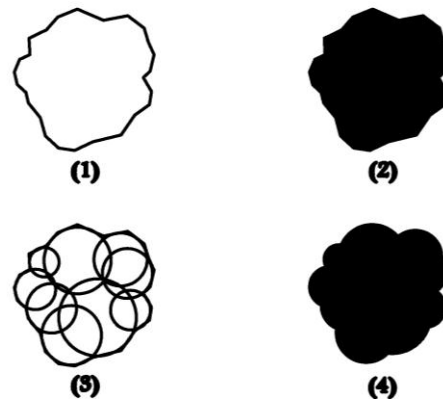
برای شبیه‌سازی مجموعه‌های متشکل از ذراتی که با روش شرح داده شده مدل‌سازی شده‌اند، برنامه DISC که در واقع اصلاح شده برنامه BALL می‌باشد، اتخاذ شد و تغییرات لازم بر روی آن انجام گردید. در این برنامه تغییر یافته، محاسبه نیروهای تماسی برای هر المان دایره‌ای از هر ذره انجام می‌شود و معادله حرکت برای هر ذره حل می‌شود. با این رویکرد، اتصال صلب المان‌های دایره‌ای فراهم می‌گردد.

### انتخاب شکل ذرات

با توجه به روش مدل‌سازی شرح داده شده، ابزار مناسبی برای بررسی تأثیر شکل‌های مختلف ذرات بر ویژگی‌های مکانیکی خاک در دست داریم. بدین منظور سه دسته از ذرات یعنی ذرات تیز گوشه، ذرات با زاویه‌داری متوسط و ذرات گرد گوشه در نظر گرفته شده‌اند. ابتدا 16 تیپ از ذرات تیز گوشه با شعاع معادل 5 تا 20 میلی‌متر ایجاد شدند. سپس با گرد کردن گوشه‌های تیز در این ذرات، ذرات گرد گوشه‌ای با شکل مشابه ذرات تیز گوشه ایجاد شدند، یعنی برای هر تیپ از ذرات گرد گوشه، شکل و شعاع معادل مشابه تیپ نظیر آن در ذرات تیز گوشه می‌باشد. برای ذرات با گوشه‌داری متوسط نیز سعی شد که با کم کردن میزان تیز گوشگی شکل‌های نظیر ایجاد شوند. نمونه‌ای از اشکال ایجاد شده برای سه دسته ذرات در شکل 2 نشان داده شده‌است. هم‌چنین برای اینکه تنها تأثیر میزان گوشه‌داری ذرات بر رفتار مکانیکی لحاظ شود، انتخاب شکل ذرات به گونه‌ای انجام شد که تأثیر خروج از مرکزیت ذرات به حداقل برسد، به عبارت دیگر سعی شد که ذراتی انتخاب شوند که در داخل مربع محاط شوند نه مستطیل، زیرا با توجه به نتایج تحقیقاتی که انجام شده‌است میزان خروج از مرکزیت ذرات نیز بر رفتار مکانیکی آن‌ها تأثیرگذار می‌باشد [15].

نامنظم ذرات واقعی، با ترکیب کردن تعداد دلخواهی المان دایره‌ای شکل که می‌توانند با یکدیگر هم‌پوشانی داشته‌باشند و به صورت صلب به هم متصل شده‌اند مدل‌سازی می‌شود [14]. نمونه‌ای از این مدل‌سازی در شکل 1 نمایش داده شده‌است. عموماً با ترکیب کردن حداکثر 10 تا 15 المان دایره‌ای، شکل ذره مورد نظر عیناً مدل‌سازی می‌شود. تعداد المان‌های دایره‌ای شکل برای مدل‌سازی شکل ذره با توجه به موارد زیر تعیین می‌شود:

- درجه غیر یکنواختی و شکستگی شکل ذره اصلی
- سطح دقت هندسی مد نظر
- محدودیت در نظر گرفته شده برای زمان محاسبات

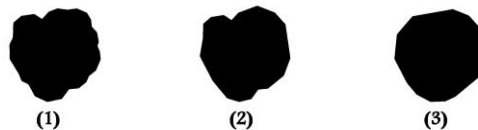
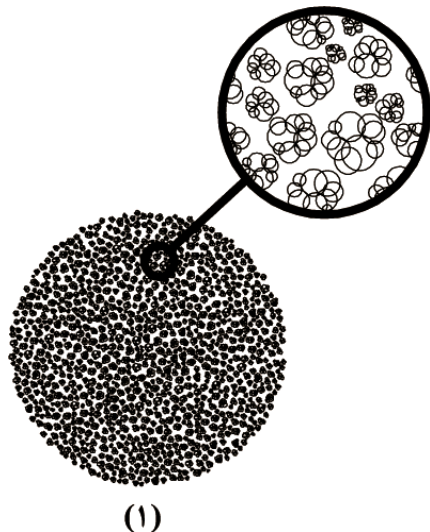


شکل 1:

- (1) خطوط پیرامونی ذره مورد نظر
- (2) ذره مورد نظر
- (3) مدل‌سازی ذره با ترکیب المان‌های دایره‌ای شکل
- (4) ذره مدل‌سازی شده

با این روش مدل‌سازی مستقیم، ابزاری داریم که می‌توان برای به دست آوردن نتایج واقع بینانه‌تر از رفتار مکانیکی مجموعه ذرات از آن استفاده کرد. هم‌چنین نتایج مجموعه‌های شبیه‌سازی شده را از لحاظ کیفی می‌توان با نتایج آزمایشگاهی مجموعه‌های ذرات واقعی مقایسه نمود. از طرفی روند کلی محاسبات مجموعه‌های شبیه‌سازی شده مشابه با

در مرحله بعد با به کار بردن روش مدل‌سازی شرح داده شده شکل ذرات با ترکیب کردن المان‌های دایره‌ای شکل مدل‌سازی شده‌است.



شکل 2:

(1) ذره تیز گوشه

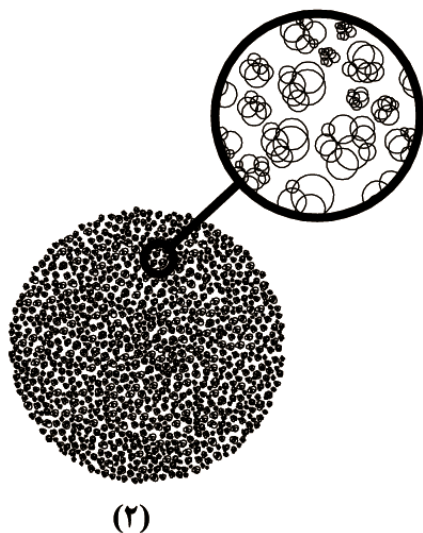
(2) ذره با زاویه‌داری متوسط

(3) ذره گرد گوشه

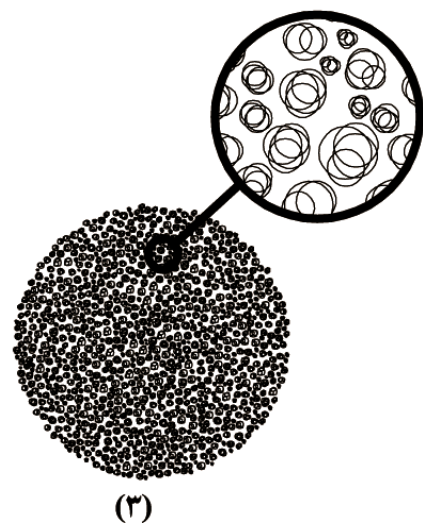
### ایجاد نمونه‌ها

در این مطالعه، آزمایش‌ها بر روی مجموعه‌های دایره‌ای شکل متشکل از 1000 ذره و با دانه‌بندی مشابه شکل 3 برای هر دسته از ذرات انجام شده‌اند.

در ابتدا مجموعه دایره‌ای شکل با ذرات تیز گوشه ایجاد گردید و مختصات مرکز ثقل ذرات در یک فایل خروجی ثبت گردید. برای ایجاد مجموعه‌های با ذرات گرد گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط، این فایل خروجی برای تعیین محل ذرات به کار رفت و محل مرکز ثقل هر یک از ذرات منطبق با محل مرکز ثقل ذره تیز گوشه نظیر آن انتخاب گردید. در واقع با اتخاذ این روش امکان مقایسه بهتر رفتار مجموعه‌های ایجاد شده با هر دسته از این ذرات فراهم می‌شود. مجموعه‌های ایجاد شده با هر دسته از ذرات در شکل 4 نشان داده شده‌اند.



(1)



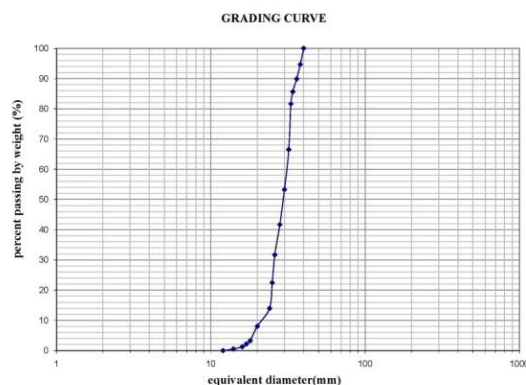
(2)

شکل 4: مجموعه‌های ایجاد شده

(1) با ذرات تیز گوشه

(2) با ذرات با گوشه‌داری متوسط

(3) با ذرات گرد گوشه



شکل 3: منحنی دانه بندی برای ایجاد نمونه‌ها

نسبت مساحت اشغال شده توسط ذرات به مساحت کل مجموعه که نسبت تراکم مجموعه نامیده می شود، برای هر سه نمونه هنگامی که تحت فشارهای همه جانبه مختلف به تعادل رسیده اند در جدول 2 نشان داده شده است. همان طور که دیده می شود مقادیر نسبت تراکم با افزایش فشار همه جانبه و کاهش تیز گوشگی ذرات، اندکی افزایش می یابد.

جدول 2: نسبت تراکم نمونه ها پس از اعمال فشار های همه جانبه مختلف

| Confining pressure (MPa) | Density             |                       |              |
|--------------------------|---------------------|-----------------------|--------------|
|                          | High Angular grains | Medium angular grains | Round grains |
| 0.1                      | 0.858               | 0.876                 | 0.880        |
| 0.5                      | 0.867               | 0.878                 | 0.884        |
| 1                        | 0.867               | 0.880                 | 0.884        |
| 2                        | 0.869               | 0.882                 | 0.880        |
| 4                        | 0.870               | 0.885                 | 0.886        |

در مرحله چهارم آزمایش که به شبیه سازی آزمایش دو محوری اختصاص دارد، نرخ کرنش اعمالی در راستای قائم که منجر به افزایش کرنش محوری می گردد 0/0005 انتخاب شده است، در این مرحله نیز برای اینکه نتایج تحت تأثیر نرخ کرنش های متفاوت قرار نگیرند، سعی شد که نرخ کرنش ثابتی برای حالت های مختلف منظور گردد.

### آزمایش های با ضرائب اصطکاک مختلف

به منظور بررسی تأثیر میزان اصطکاک بین ذرات بر رفتار مکانیکی مجموعه های ایجاد شده، آزمایش های با ضرائب اصطکاک متفاوت به روی مجموعه های ایجاد شده از سه دسته ذرات انجام شده اند. مقادیر پارامترهای ورودی برنامه (به غیر از ضریب اصطکاک که متغیر می باشد)، مشابه بخش قبلی (جدول 1) می باشند.

مراحل اول و دوم آزمایش مشابه مطالب ذکر شده در بخش قبل می باشند. در مرحله سوم آزمایش، نمونه ها تحت فشار همه جانبه ثابت یک مگاپاسکال و ضرائب اصطکاک متغیر صفر، 0/25، 0/5 و 0/75 قرار گرفتند. نسبت تراکم مجموعه ها پس از رسیدن به تعادل در این مرحله در جدول 3 نشان داده شده اند.

### آزمایش های شبیه سازی شده

به منظور بررسی تأثیر عوامل مختلف بر روی رفتار مکانیکی هر دسته از ذرات، سه گروه آزمایش برای هر دسته از ذرات شبیه سازی شده اند:

- آزمایش های با فشارهای همه جانبه مختلف
  - آزمایش های با ضریب اصطکاک های مختلف
  - آزمایش های با نسبت تخلخل های مختلف
- در این بخش به شرح جزئیات هر دسته از آزمایش ها پرداخته می شود.

### آزمایش های با فشارهای همه جانبه مختلف

به منظور بررسی تأثیر میزان زاویه داری ذرات در فشارهای همه جانبه متفاوت بر ویژگی های مکانیکی مجموعه های ایجاد شده، آزمایش های دو محوری بر روی نمونه های ایجاد شده از سه دسته ذرات انجام شده است. برای اینکه امکان مقایسه بهتر نتایج آزمایش ها فراهم شود پارامترهای ورودی برنامه برای انجام آزمایش ها روی سه نمونه یکسان در نظر گرفته شده اند. جدول 1 پارامترهای انتخاب شده را نشان می دهد. لازم به ذکر است که از اثر شتاب جاذبه زمین صرف نظر شده است و چسبندگی سطح دانه ها نیز صفر منظور شده است.

آزمایش های دو محوری در چهار مرحله انجام می شوند. در مرحله اول مجموعه های ایجاد شده در معرض نرخ کرنش 0/005 در 500000 سیکل قرار گرفتند تا مجموعه های شل اولیه متراکم شوند. در مرحله دوم نرخ کرنش صفر انتخاب گردید تا مجموعه ها به تعادل برسند. در مرحله سوم آزمایش، فشارهای همه جانبه 0/1، 0/5، یک، دو و چهار مگاپاسکال انتخاب شدند و بر نمونه های به تعادل رسیده از مرحله قبل اعمال شدند.

جدول 1: پارامترهای ورودی برای شبیه سازی عددی

| Parameters                               | Values            |
|--|-------------------|
| Normal contact stiffness(N/m)            | $245 \times 10^7$ |
| Tangential contact stiffness(N/m)        | $245 \times 10^7$ |
| Density of particles(kg/m <sup>3</sup> ) | 2000              |
| Damping coefficients ( $\alpha, \beta$ ) | 5&0.01            |
| Critical time step factor (FRAC)         | 0.01              |
| Inter-particle friction coefficients     | 0.5               |

یعنی تا انتهای مرحله سوم آزمایش‌ها مشابه بخش قبل می‌باشد و فقط در مرحله چهارم آزمایش با ثابت فرض کردن ضریب اصطکاک و انتخاب نرخ کرنش ثابت 0/0005، تأثیر نسبت تخلخل‌های متفاوت (یا به عبارت دیگر تأثیر میزان تراکم‌های متفاوت) بر رفتار مکانیکی هر دسته بررسی گردید.

جدول 4: نسبت تخلخل‌های مختلف برای نمونه‌ها

| Friction coefficient ( $\mu$ ) | Void ratio          |                       |              |
|--------------------------------|---------------------|-----------------------|--------------|
|                                | High angular grains | Medium angular grains | Round grains |
| 0                              | 0.125               | 0.107                 | 0.089        |
| 0.25                           | 0.147               | 0.126                 | 0.123        |
| 0.5                            | 0.153               | 0.137                 | 0.131        |
| 0.75                           | 0.151               | 0.136                 | 0.133        |

### نتایج آزمایش‌ها

برای ارائه نتایج آزمایش‌های شبیه‌سازی شده در این مقاله از دو نمودار زیر استفاده شده است:

- تغییرات زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده مصالح که با  $\text{Sin}\phi_{\text{mobilized}}$  تعیین می‌گردد در برابر کرنش محوری  $\epsilon_a$
- تغییرات کرنش حجمی  $\epsilon_v$  بر حسب کرنش محوری  $\epsilon_a$

### نتایج آزمایش‌های با فشارهای همه‌جانبه مختلف

نتایج آزمایش‌های دو محوری بر روی مجموعه‌های با ذرات تیز گوشه در فشارهای همه‌جانبه مختلف در شکل 5 و نتایج به دست آمده برای سه دسته ذرات در فشار همه‌جانبه 1 مگا پاسکال در شکل 6 نشان داده شده است. خلاصه بقیه نتایج به دست آمده در جداول 5 و 6 آورده شده است. با توجه به نمودارها و جداول ارائه شده نتایج زیر استخراج می‌شود:

- زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده و انبساط با افزایش فشار همه‌جانبه برای هر سه دسته ذرات کاهش می‌یابد. در واقعیت کاهش این زاویه و انبساط در فشارهای همه‌جانبه بالاتر به شکست و سائیده شدن گوشه‌های تیز ذرات نسبت داده می‌شود [16]، اما در این مطالعه این پدیده مدل‌سازی نشده است. اعمال فشارهای همه‌جانبه بالاتر منجر به انقباض و کاهش حجم بیشتر در نمونه‌ها می‌گردد

جدول 3: نسبت تراکم نمونه‌ها پس از اعمال ضرائب اصطکاک مختلف

| Friction coefficient ( $\mu$ ) | Density             |                       |              |
|--------------------------------|---------------------|-----------------------|--------------|
|                                | High angular grains | Medium angular grains | Round grains |
| 0                              | 0.889               | 0.903                 | 0.918        |
| 0.25                           | 0.872               | 0.888                 | 0.890        |
| 0.5                            | 0.867               | 0.880                 | 0.884        |
| 0.75                           | 0.869               | 0.880                 | 0.883        |

همان‌طور که دیده می‌شود تراکم مجموعه‌ها با کاهش ضریب اصطکاک و کاهش تیز گوشگی ذرات افزایش می‌یابد. جهت بررسی میزان تأثیر تراکم اولیه مجموعه‌ها، آزمایش‌هایی شبیه‌سازی شده‌اند که در بخش بعد توضیح داده شده است.

در مرحله چهارم آزمایش نیز با ضرائب اصطکاک متفاوت آزمایش دو محوری شبیه‌سازی شد. مقدار نرخ کرنش اعمالی در این مرحله مانند قبل برابر 0/0005 برای حالات مختلف انتخاب گردید.

### آزمایش‌های با نسبت تراکم‌های مختلف

همان‌طور که در بخش قبل دیده شد، هنگامی که نمونه‌ها تحت فشار همه‌جانبه ثابت یک مگا پاسکال در ضرائب اصطکاک متفاوت قرار گرفتند میزان تراکم آنها پس از رسیدن به تعادل اندکی با یکدیگر تفاوت داشت. با توجه به تعریف نسبت تراکم مجموعه‌ها، اگر نسبت تخلخل ( $e$ ) را به صورت نسبت سطح فضاهای خالی بین ذرات به سطح اشغال شده توسط ذرات در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$e = \frac{A_v}{A_s} = \frac{A - A_s}{A_s} = \frac{1}{\text{Density}} - 1$$

(1)

بنابراین با توجه به مقادیر نسبت تراکم‌ها در جدول 3، مقادیر نسبت تخلخل مطابق با جدول 4 به دست می‌آید. به دلیل اینکه تنها تأثیر این نسبت تخلخل‌های متفاوت در رفتار مکانیکی هر سه مجموعه بررسی شود، آزمایش‌های دو محوری (مرحله چهارم آزمایش) بر روی این نمونه‌ها با ضریب اصطکاک ثابت 0/5 نیز انجام شد،

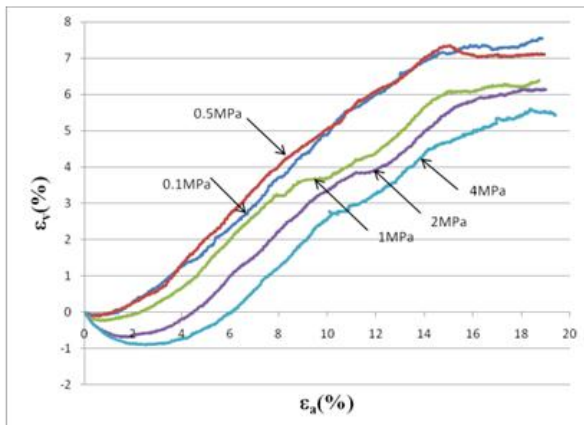
ضرائب اصطکاک برای هر سه دسته ذرات یکسان انتخاب شده اند ( $\mu=0.5$ )، بنابراین مقاومت برشی بالاتر عمدتاً مرتبط با قفل و بسط بیشتر بین دانه‌ها می‌باشد. در ذرات تیز گوشه، قفل و بسط قابل ملاحظه‌ای بین ذرات وجود دارد و منجر به مقاومت برشی و انبساط بیشتر مجموعه در هنگام انجام آزمایش دو محوری می‌گردد.

■ خلاصه نتایج عددی به دست آمده، در جداول 5 و 6 نشان داده شده‌اند. در جدول 5 مقادیر ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده برای سه نمونه در فشارهای همه‌جانبه مختلف آورده شده‌است. همان‌طور که دیده می‌شود، مقدار ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده برای ذرات تیز گوشه در یک فشار همه‌جانبه مشخص، حدود 3 تا 5 درجه بزرگتر از ذرات با گوشه‌داری متوسط معادل آن و حدود 11 تا 14 درجه بزرگتر از ذرات گرد گوشه معادل آن می‌باشد. جدول 6 مقادیر انبساط نمونه‌ها را در فشارهای همه‌جانبه مختلف و در کرنش محوری 18٪ نشان می‌دهد. مقادیر انبساط برای ذرات تیز گوشه حدود 0/5 تا 2٪ بزرگتر از ذرات با گوشه‌داری متوسط و 2 تا 4٪ بزرگتر از ذرات گرد گوشه دیده می‌شود.

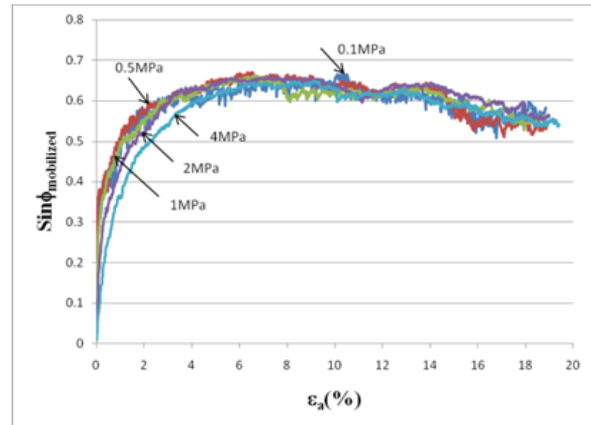
و نمونه‌ها به آسانی نمی‌توانند منبسط گردند. همان‌طور که در شکل 5 نیز دیده می‌شود، میزان کاهش حجم در فشارهای همه‌جانبه بالاتر افزایش یافته‌است. بنابراین، ذرات نمی‌توانند به راحتی روی یکدیگر حرکت کنند و کاهش زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده رخ می‌دهد.

■ در یک فشار همه‌جانبه مشخص، مقاومت برشی (یا زاویه اصطکاک بسیج شده) و انبساط با افزایش گوشه‌داری ذرات به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. هم چنین دیده می‌شود که مقاومت برشی ماکزیمم برای ذرات تیز گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط نسبت به ذرات گرد گوشه در کرنش‌های محوری بزرگتری رخ داده‌است. همان‌طور که دیده می‌شود، مقاومت برشی مانده برای نمونه‌های با ذرات تیز گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط نسبت به ذرات گرد گوشه نیز افزایش یافته‌است مقاومت برشی مانده برای ذرات تیز گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط تقریباً یکسان می‌باشد و بنابراین می‌تواند استنتاج شود که میزان تأثیر گوشه‌داری ذرات بر مقاومت برشی مانده در ذرات با تیز گوشگی بیشتر کاهش می‌یابد.

مقاومت برشی مجموعه‌های ذرات ناشی از دو عامل است، مقاومت ناشی از اصطکاک بین دانه‌ها و مقاومت ناشی از قفل و بست بین دانه‌ها. همان‌طور که گفته شد



(2)

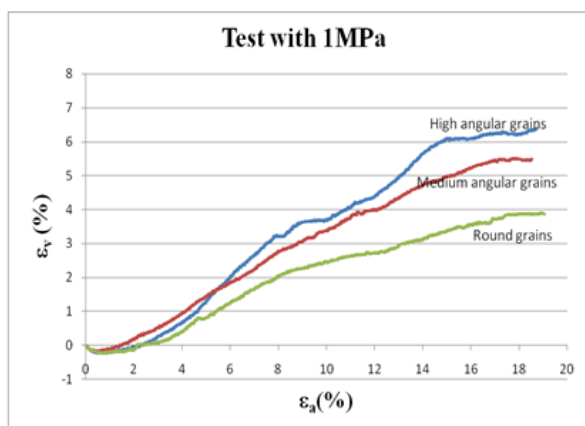


(1)

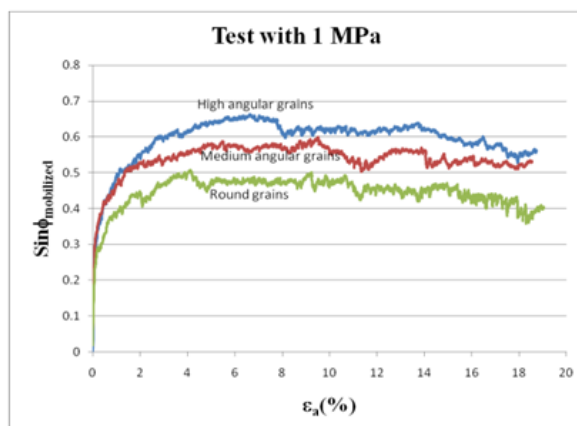
شکل 5: نمودارهای

Sinφ<sub>mobilized</sub> (1)

(2) کرنش حجمی نسبت به کرنش محوری برای ذرات تیز گوشه در فشارهای همه‌جانبه مختلف



(2)



(1)

شکل 6: نمودارهای

 $\text{Sin}\phi_{\text{mobilized}}$  (1)

(2) کرنش حجمی نسبت به کرنش محوری برای سه دسته ذرات در فشار همه جانبه یک مگاپاسکال

نتایج آزمایش‌های دو محوری بر روی مجموعه‌های با ذرات تیز گوشه با ضرائب اصطکاک مختلف در شکل 7 و نتایج به دست آمده برای سه دسته ذرات با ضریب اصطکاک 0/75 در شکل 8 نشان داده شده‌است. خلاصه بقیه نتایج به دست آمده در جداول 7 و 8 آورده شده‌است. با توجه به نمودارها و جداول ارائه شده نتایج زیر به دست می‌آید:

- مقاومت برشی با افزایش ضریب اصطکاک برای هر سه دسته ذرات افزایش می‌یابد. همان‌طور که دیده می‌شود، اختلاف مقاومت برشی حداکثر برای ضرائب اصطکاک 0/5 و 0/75 کم می‌باشد و می‌توان نتیجه گرفت که میزان افزایش مقاومت برشی برای ضریب اصطکاک‌های بالاتر کاهش می‌یابد. با توجه به این نمودارها، با تغییر ضریب اصطکاک از صفر به 0/25 افزایش قابل توجه مقاومت برشی دیده می‌شود و این مطلب نشان دهنده این است که مقاومت ناشی از اصطکاک سهم قابل توجهی از مقاومت برشی را تشکیل می‌دهد، البته برای ذرات تیز گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط، افزایش مقاومت بیشتری نسبت به ذرات دایره‌ای با تغییر ضریب اصطکاک از صفر به 0/25 دیده می‌شود. هم چنین مقاومت برشی مانده نیز با افزایش ضریب اصطکاک افزایش می‌یابد. نمونه‌های با ضرایب اصطکاک بالاتر در هنگام انجام

جدول 5: مقادیر حداکثر زاویه اصطکاک برای نمونه‌ها در فشارهای همه جانبه مختلف

| Confining pressure (MPa) | $(\Phi_{\text{mobilized}})_{\text{max}}$ |                       |              |
|--------------------------|--|-----------------------|--------------|
|                          | High angular grains                      | Medium angular grains | Round grains |
| 0.1                      | 41.8°                                    | 39.7°                 | 30.3°        |
| 0.5                      | 42.1°                                    | 38°                   | 30.8°        |
| 1                        | 41.5°                                    | 36.8°                 | 30.4°        |
| 2                        | 41°                                      | 35.8°                 | 28.4°        |
| 4                        | 40.5°                                    | 36.4°                 | 27.1°        |

جدول 6: مقادیر انبساط برای نمونه‌ها در فشارهای همه جانبه مختلف

| Confining pressure (MPa) | Dilation value in $\epsilon_a=18\%$ |                       |              |
|--------------------------|-------------------------------------|-----------------------|--------------|
|                          | High angular grains                 | Medium angular grains | Round grains |
| 0.1                      | 7.4%                                | 6.6%                  | 3.4%         |
| 0.5                      | 7.1%                                | 6.8%                  | 4.1%         |
| 1                        | 6.2%                                | 5.5%                  | 3.9%         |
| 2                        | 6.1%                                | 5.1%                  | 2.5%         |
| 4                        | 5.4%                                | 3.6%                  | 2.4%         |

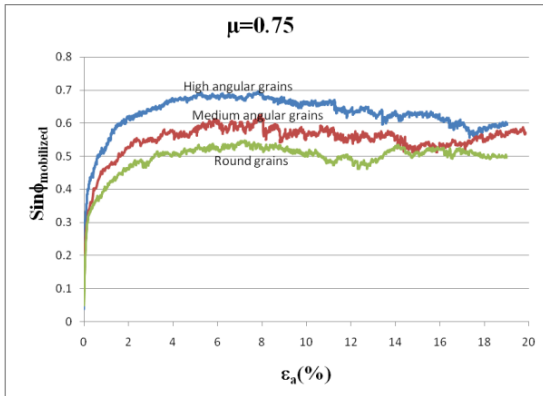
نتایج آزمایش‌های با ضرائب اصطکاک مختلف



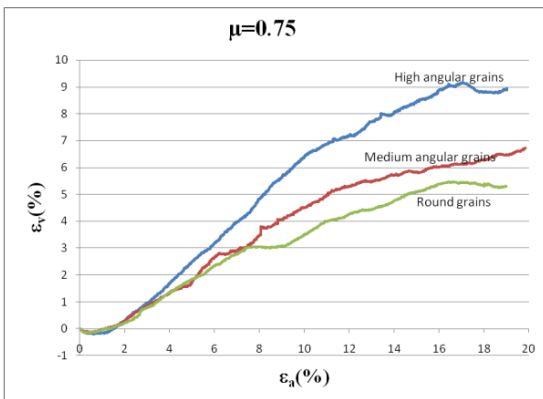
شکل 7: نمودارهای

$$\text{Sin}\phi_{\text{mobilized}} \quad (1)$$

(2) کرنش حجمی نسبت به کرنش محوری برای ذرات تیز گوشه در ضرائب اصطکاک مختلف



(1)



(2)

شکل 8: نمودارهای

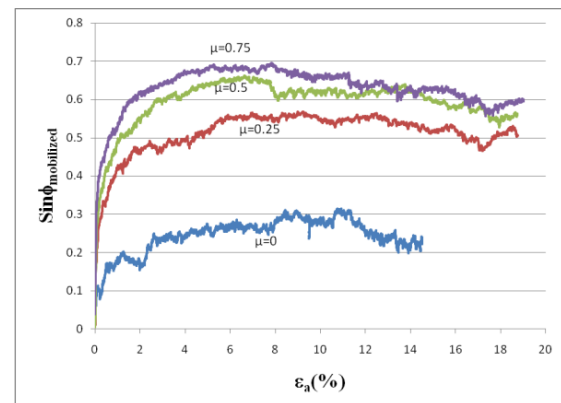
$$\text{Sin}\phi_{\text{mobilized}} \quad (1)$$

(2) کرنش حجمی نسبت به کرنش محوری برای سه دسته ذرات در ضرائب اصطکاک 0/75

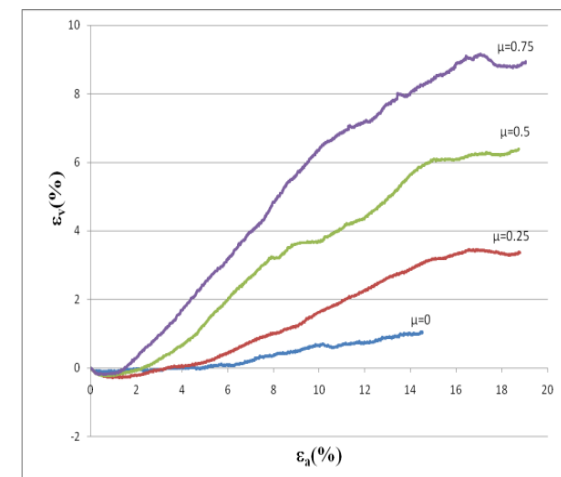
■ خلاصه نتایج عددی به دست آمده از نمودارها، در جداول 7 و 8 آورده شده است. در جدول 7 مقادیر ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده برای سه نمونه در ضرائب اصطکاک مختلف آورده شده است. با افزایش ضریب اصطکاک از 0 تا 0/75، مقدار ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده برای ذرات تیز گوشه و ذرات با گوشه‌داری متوسط حدود 25 درجه و برای ذرات گرد گوشه حدود 20 درجه افزایش یافته است. همچنین در یک

آزمایش دو محوری، کاهش حجم کمتر و انبساط بیشتری را از خود نشان می‌دهند.

■ در یک ضریب اصطکاک مشخص، مقاومت برشی و انبساط با افزایش گوشه‌داری ذرات افزایش می‌یابد. مقاومت برشی مانده نیز با افزایش گوشه‌داری ذرات افزایش یافته است. این نتایج منطبق با نتایج بیان شده در بخش قبل می‌باشند. در حالتی که اصطکاک منظور نمی‌شود ( $\mu=0$ )، مقاومت‌های به دست آمده تنها ناشی از قفل و بسط بین ذرات می‌باشند. در ذرات تیز گوشه به دلیل قفل و بسط بیشتر بین ذرات مقاومت بیشتری نسبت به دیگر ذرات دیده می‌شود، در ذرات با گوشه‌داری متوسط این مقاومت اندکی بیشتر از ذرات گرد گوشه به دست آمده است. همان‌طور که دیده می‌شود افزایش مقاومت برشی با افزایش گوشه‌داری ذرات در ضرائب اصطکاک بزرگتر از صفر، محسوس‌تر از افزایش آن در ضریب اصطکاک صفر می‌باشد.



(1)



(2)

|      |      |      |      |
|------|------|------|------|
| 0.25 | 3.3% | 2%   | 0.7% |
| 0.5  | 6.2% | 5.5% | 3.9% |
| 0.75 | 8.8% | 6.3% | 5.3% |

### نتایج آزمایش‌های با نسبت تخلخل‌های مختلف

نمودارهای به دست آمده برای ذرات تیز گوشه در نسبت تخلخل‌های مختلف در شکل 9 و مقادیر ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده و میزان انبساط در کرنش محوری 18٪ برای هر دسته از ذرات در نسبت تخلخل‌های مختلف در جدول 9 آورده شده‌است. با توجه به نمودارها و جدول نتایج زیر به دست می‌آید:

- مقاومت برشی با کاهش نسبت تخلخل و افزایش تراکم مجموعه برای هر سه دسته ذرات، افزایش می‌یابد که علت این امر افزایش سطح تماس و قفل و بسط بین ذرات می‌باشد. هم چنین با افزایش تراکم مجموعه، ماکزیمم مقاومت برشی در کرنش‌های محوری کوچکتری رخ داده‌است. همان طور که دیده می‌شود، مقاومت برشی مانده برای هر دسته از ذرات در نسبت تخلخل‌های مختلف تقریباً یکسان می‌باشد.

- با کاهش نسبت تخلخل و افزایش تراکم، نمونه‌ها رفتار اتساعی تری از خود نشان می‌دهند، همان طوری که دیده می‌شود میزان کاهش حجم در حین انجام آزمایش دو محوری برای نمونه‌های متراکم‌تر کمتر می‌باشد و در کرنش‌های محوری کوچکتری انبساط آنها آغاز شده و میزان انبساط نیز بیشتر می‌باشد.

ضریب اصطکاک مشخص بزرگتر از صفر، ماکزیمم زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده برای ذرات تیز گوشه حدود 4 تا 5 درجه بزرگتر از ذرات با گوشه‌داری متوسط و حدود 9 تا 11 درجه بزرگتر از ذرات گرد گوشه می‌باشد. جدول 8 میزان انبساط نمونه‌ها را در ضرائب اصطکاک مختلف و در کرنش محوری 18٪ نشان می‌دهد. در حالت بدون اصطکاک به دلیل آن که نمونه‌ها در کرنش‌های محوری کمتر به حجم نسبتاً ثابتی رسیده بودند و پس از آن تغییر حجم نداشتند، میزان انبساط نمونه‌ها در این کرنش‌های کمتر در جدول لحاظ شده‌است. با افزایش ضریب اصطکاک از صفر تا 0.75، میزان انبساط نمونه‌ها حدود 5 تا 8 درصد افزایش یافته‌است. هم چنین در یک ضریب اصطکاک مشخص در میزان انبساط ذرات تیز گوشه 0/5 تا 2/5 درصد افزایش نسبت به ذرات با گوشه‌داری متوسط و 0/5 تا 3/5 درصد افزایش نسبت به ذرات گرد گوشه دیده می‌شود.

جدول 7. مقادیر حداکثر زاویه اصطکاک برای نمونه هادر ضرائب اصطکاک مختلف

| Friction coefficient ( $\mu$ ) | $(\Phi_{mobilized})_{max}$ |                       |              |
|--------------------------------|----------------------------|-----------------------|--------------|
|                                | High angular grains        | Medium angular grains | Round grains |
| 0                              | 18.3°                      | 14.3°                 | 12.9°        |
| 0.25                           | 34.6°                      | 30.2°                 | 25.2°        |
| 0.5                            | 41.5°                      | 36.8°                 | 30.4°        |
| 0.75                           | 44°                        | 38.7°                 | 33.2°        |

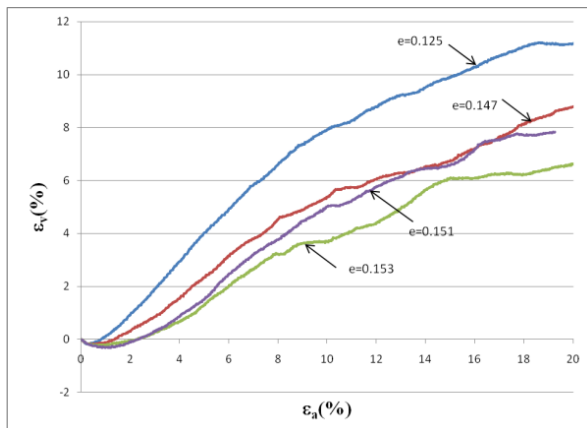
جدول 8. مقادیر انبساط برای نمونه ها در ضرائب اصطکاک مختلف

| Friction coefficient ( $\mu$ ) | Dilation value in $\epsilon_a=18\%$ |                       |              |
|--------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|--------------|
|                                | High angular grains                 | Medium angular grains | Round grains |
| 0                              | 1%                                  | 0.5%                  | 0.6%         |

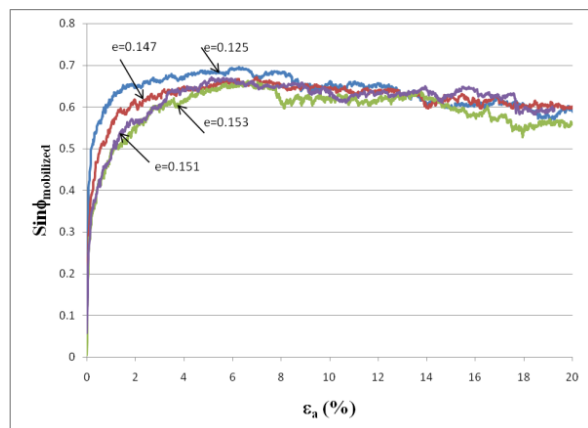
جدول 9: مقادیر زاویه اصطکاک ماکزیمم و انبساط برای نمونه‌ها در نسبت تخلخل‌های مختلف

| High angular grains |                |          | Medium angular grains |                |          | Round grains |                |          |
|---------------------|----------------|----------|-----------------------|----------------|----------|--------------|----------------|----------|
| e                   | $(\phi)_{max}$ | Dilation | e                     | $(\phi)_{max}$ | Dilation | e            | $(\phi)_{max}$ | Dilation |
| 0.125               | 44°            | 11.1%    | 0.107                 | 39.9°          | 8.2%     | 0.089        | 37.5°          | 8%       |
| 0.147               | 42.2°          | 8.1%     | 0.126                 | 38.9°          | 7%       | 0.123        | 32.9°          | 5.1%     |

|       |       |      |       |       |      |       |       |      |
|-------|-------|------|-------|-------|------|-------|-------|------|
| 0.151 | 42.1° | 7.7% | 0.136 | 37°   | 5.3% | 0.131 | 30.5° | 3.9% |
| 0.153 | 41.5° | 6.2% | 0.137 | 36.8° | 5.5% | 0.133 | 31.2° | 3.8% |



(2)



(1)

شکل 9: نمودارهای

$\text{Sin}\phi_{\text{mobilized}}$  (1)

(2) کرنش حجمی نسبت به کرنش محوری برای ذرات تیز گوشه نسبت تخلخل‌های مختلف

تأثیرات تنش بر زاویه اصطکاک داخلی نیز در مطالعات آزمایشگاهی متعددی مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج حاصل از آزمایش‌های برش مستقیم که توسط Taylor (1948) بر روی ماسه‌ها انجام شده‌است در شکل 10 نشان داده شده‌است که کاهش زاویه اصطکاک را با افزایش تنش عمودی و کاهش تراکم نشان می‌دهد [20]. نتایج حاصل از انجام آزمایش‌ها توسط Leps (1970) بر روی ماسه‌ها و خاک‌های درشت دانه تر نیز در شکل 11 نشان داده شده‌است که همین روند در این نمودار نیز دیده می‌شود [21].

### مقایسه نتایج با نتایج تحقیقات قبلی

روند تغییر زاویه اصطکاک با تغییر زاویه داری ذرات به صورت تجربی و آزمایشگاهی توسط محققان مختلفی مورد بررسی قرار گرفته‌است [17 - 19]. جدول 10 نتایج به دست آمده توسط Sowers & Sowers را برای ماسه با دانه‌های گردگوشه و تیزگوشه و برای حالت‌های خوب دانه‌بندی شده و با دانه‌بندی یکنواخت را در دو حالت شل و متراکم نشان می‌دهد [19].

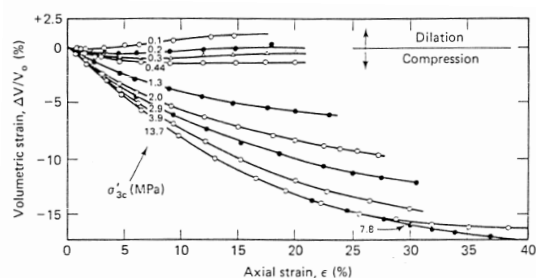
جدول 10: مقادیر حداکثر زاویه اصطکاک مؤثر برای ماسه در حالات مختلف [19]

| Effect of Angularity and Grading on Peak Effective Friction Angle of Coarse Sand in Degrees (e.g. Sowers and Sowers, 1951) |        |       |       |
|--|--------|-------|-------|
| Shape and Grading  | Symbol | Loose | Dense |
| Rounded, Uniform   | SP     | 30    | 37    |
| Rounded, Well Graded   | SW     | 34    | 40    |
| Angular, Uniform   | SP     | 35    | 43    |
| Angular, Well Graded   | SW     | 39    | 45    |

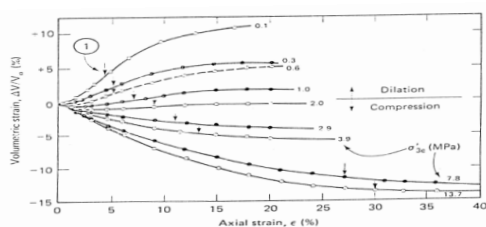
همان‌طور که دیده می‌شود، تطابق خوبی بین نتایج به دست آمده و نتایج این جدول موجود است، روند افزایش زاویه اصطکاک با افزایش زاویه‌داری و افزایش تراکم نیز به طور واضح در این جدول مشهود می‌باشد.

نسبت به نمونه‌های با تراکم نسبی کمتر یافته‌اند. این نتایج با نتایج به دست آمده از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده به طور کیفی کاملاً مطابقت می‌کند.

تأثیرات ضرایب اصطکاک مختلف بر رفتار مکانیک خاک‌ها عمدتاً به صورت عددی و محاسباتی مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج یک کار تحقیقی که توسط Skinner بر روی مجموعه‌ای دلخواه از ذرات کروی در اصطکاک‌های مختلف انجام شده‌است و نتایج حاصل از محاسبات عددی، نشان می‌دهند که به غیر از مواردی که ضرایب اصطکاک خیلی کوچک انتخاب می‌شوند، میزان تأثیر ضرایب اصطکاک مختلف بر رفتار ماکروسکوپیک مصالح دانه‌ای ناچیز می‌باشد [23]. نتایج حاصل از یک کار عددی به روش اجزا مجزا که توسط Krut & Rothenburg بر روی مجموعه‌هایی از ذرات دایره‌ای شکل در ضرایب اصطکاک مختلف انجام شده‌است، نشان می‌دهد که با افزایش ضریب اصطکاک، مقاومت برشی و کرنش حجمی افزایش یافته‌است اما در ضرایب اصطکاک بالاتر تأثیر آن کاهش یافته‌است [24]. نتایج به دست آمده از آزمایش‌های شبیه‌سازی شده در این مطالعه نیز با این نتایج تطابق دارند.



(1)



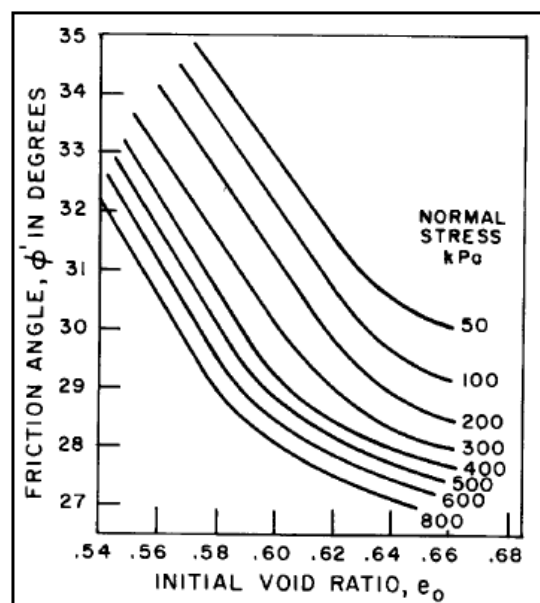
(2)

شکل 12: نمودارهای کرنش حجمی در برابر کرنش محوری برای نمونه‌های ماسه‌ای در فشارهای همه‌جانبه مختلف و با

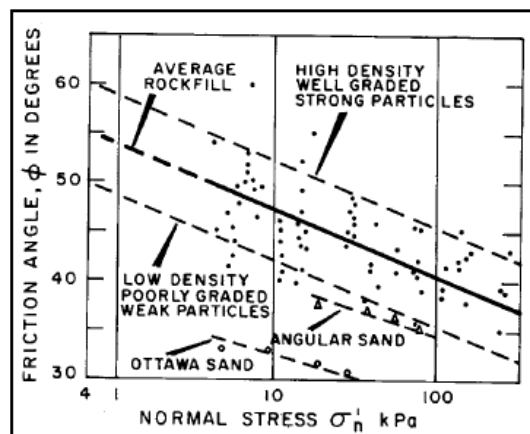
تراکم نسبی

38(1) درصد

100(2) درصد [22]



شکل 10: تغییرات زاویه اصطکاک با تغییرات تنش و نسبت تخلخل [20]



شکل 11: تغییرات زاویه اصطکاک با تغییرات تنش [21]

نتایج حاصل از مطالعات آزمایشگاهی تغییرحجم نمونه‌هایی از ماسه رودخانه Sacramento با لحاظ نمودن اثر نسبت تخلخل و فشار همه‌جانبه در آزمایش سه‌محوری فشاری زهکشی شده، در شکل 12 نشان داده شده‌است [22]. همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در یک تراکم معین با کاهش تنش همه‌جانبه میزان کاهش حجم نمونه‌ها کاهش یافته‌است و در منحنی‌ها رفتار اتساعی دیده می‌شود، به گونه‌ای که در فشارهای همه‌جانبه خیلی کوچک نمونه‌ها افزایش حجم یافته‌اند. هم چنین در یک فشار همه‌جانبه معین، نمونه‌های با تراکم نسبی بیشتر، کاهش حجم کمتر و انبساط بیشتری

## نتیجه گیری

در این مقاله یک روش برای مدل‌سازی مستقیم شکل ذرات معرفی گردید. سپس سه دسته از ذرات با زاویه‌داری‌های مختلف انتخاب و با این روش مدل‌سازی شدند. مجموعه‌هایی متشکل از 1000 ذره برای هر دسته از ذرات ایجاد شدند و آزمایش‌های دو محوری در فشارهای همه‌جانبه مختلف، ضرائب اصطکاک مختلف و نسبت تخلخل‌های مختلف بر روی هر مجموعه انجام شدند. خلاصه نتایج آزمایش‌ها به شرح زیر می باشد:

- برای ذرات با زاویه‌داری‌های مختلف، زاویه اصطکاک داخلی بسیج شده و انبساط با افزایش فشار همه‌جانبه کاهش می‌یابد.
- در یک فشار همه‌جانبه مشخص، مقاومت برشی (یا زاویه اصطکاک بسیج شده)، انبساط و مقاومت برشی مانده با افزایش گوشه‌داری ذرات به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابند، با افزایش تیز گوشگی ذرات از میزان تأثیر گوشه‌داری بر مقاومت برشی مانده کاسته می‌شود.

▪ برای ذرات با زاویه‌داری‌های مختلف، مقاومت برشی، مقاومت برشی مانده و انبساط با افزایش ضریب اصطکاک افزایش می‌یابند، اما میزان تأثیر ضرائب اصطکاک مختلف با افزایش ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

▪ در یک ضریب اصطکاک مشخص، مقاومت برشی، مقاومت برشی مانده و انبساط با افزایش گوشه‌داری ذرات افزایش می‌یابند، با افزایش تیز گوشگی ذرات از میزان تأثیر گوشه‌داری بر مقاومت برشی مانده کاسته می‌شود.

▪ برای ذرات با زاویه‌داری‌های مختلف، مقاومت برشی و انبساط با افزایش میزان تراکم افزایش می‌یابند، اما تراکم‌های مختلف تأثیری بر مقاومت برشی مانده نمی‌گذارند.

نتایج به دست آمده در اکثر موارد تطابق بسیار خوبی با نتایج گزارش شده از مطالعات آزمایشگاهی داشتند. تنها تفاوت اصلی مربوط به این بود که در نتایج تجربی، از کاهش میزان تأثیر زاویه‌داری ذرات بر رفتار مکانیکی با افزایش تنش همه‌جانبه به دلیل شکست ذرات اشاره شده‌است. اما در این مطالعه به دلیل مدل نشدن شکست ذرات چنین رفتاری مشاهده نشد.

## مراجع

1. Cundall, P. A., (1971), "A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems", Proceedings of the Symposium of the International Society of Rock Mechanics, Nancy, Article 8.
2. Cundall, P. A., (1978), "Ball: A computer program to model granular media using the distinct element method", Technical note TN-LN-13, Advance Technology group. London: Dames and Moore.
3. Cundall, P. A., and Strack O. D. L., (1979), "A discrete numerical model for granular assemblies", Geotechnique, Vol. 29, pp. 47-65.
4. Rothenburg, L., and Bathurst, R.J., (1992), "Micromechanical features of granular assemblies with planner elliptical particles", Geotechnique, Vol. 42, No 1, pp. 79-95.
5. Ting, J., Khawaja, M., Meachum, L., and Rowell, J., (1993), "An ellipse-based discrete element model for granular materials", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 17, pp. 603-623.
6. Ng, T.T., (1994), "Numerical simulation of granular soil using elliptical particles", Computers and Geotechnics, Vol. 16, No. 2, pp. 153-169.
7. Barbosa, R., and Ghaboussi, J., (1992), "Discrete finite element method", Engineering Computations, Vol. 9, pp 253-266.
8. Mirghasemi, A.A., Rothenburg, L., and Matyas, E.L., (1997), "Numerical simulations of assemblies of two-dimensional polygon-shaped particles and effects of confining pressure on shear strength", Soils & Foundations, Vol. 37, No 3, pp. 43-52.

9. Mirghasemi, A.A., Rothenburg, L., and Matyas, E.L., (2002), "Influence of particle shape on engineering properties of two-dimensional polygon-shaped particles", *Geotechnique*, Vol. 52, No 3, pp. 209-217.
10. Potapov, A, and Campbell, C. (1998), "A fast model for the simulation of non-round particles", *Granular Matter*, Vol. 1, pp 9-14.
11. Lin, X., and NG, T.T., (1997), "A three-dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids", *Geotechnique*, Vol. 47, No. 2, pp. 319-329.
12. Favier, J., Abbaspour-Fard, M, Kremmer, M., and Raji, A., (1999), "Shape representation of axis-symmetrical, non-spherical particles in discrete element simulation using multi-element model particles", *Engineering Computations*, Vol. 16, pp. 467-480.
13. Jensen, R., Bosscher, P., Plesha, M., and Edil, T., (1999), "DEM simulation of granular media-structure interface: effect of surface roughness and particle shape", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 23, pp. 531-547.
14. Matsushima, T. and Saomto, H., (2002), "Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains", *Proc. NUMGE2002: Numerical methods in geotechnical engineering*, Mestat (ed.), pp.239-246.
15. Rothenburg, L. and Bathurst, R.J., (1991), "Numerical Simulations of Idealized Granular Assemblies with plane Elliptical Particles", *J. Computer and Geotechnics*, 11, 315-329.
16. Fumagalli, E., Mosconi, B. and Rossi, P. P., (1970), "Laboratory tests on materials and static models for rockfill dams," 10<sup>th</sup> Int. Congress on large dams, Montreal, pp. 531-551.
17. Terzaghi, K., and Peck, R.B., (1948), "Soil mechanics in engineering practice", John Wiley and Sons, Inc., New York.
18. Chen, L.S., (1948), "An investigation of stress, strain and strength characteristics of cohesionless soils by triaxial compression tests, Proceedings, 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam, Vol.5, pp. 35- 48.
19. Sowers, G.B, and Sowers, G.F., (1970), "Introductory soil mechanics and foundations", Third Edition, The MacMillan Co., New York, P. 556.
20. Taylor, D.W., (1948), "Fundamentals of soil mechanics", John Wiley and Sons Inc., New York, P. 700.
21. Leps, R.M., (1970), "Review of shearing strength of rockfill", *Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, American Society of Civil Engineers*, Volume 96, No SM4, Proceedings Paper7394, July 1970, pp. 1159-1170.
22. Lee, K.L., and Seed, H.B. (1967), "Drained strength characteristics of sands", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 93(6): 117-141.
23. Skinner, A.E., (1969), "A note on the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles", *Géotechnique* 1:150-157.
24. Kruyt, N.P., Rothenburg, L., (2004), "Micromechanical study of macroscopic friction and dissipation in idealised granular materials: the effect of interparticle friction", 21st International Conference on Theoretical and Applied Mechanics, Warsaw, Poland.