# بررسي رفتار ديناميكي فرآيندهاي پارامتر گسترده، براساس مفهوم گين برتر و كاربرد آن در كنترل اين فرآيندها

**منصور شيرواني*[1] و منصوره اسماعيلي [2]**

[1]استاديار دانشكده مهندسي شيمي - دانشگاه علم و صنعت ايران

[2]دانش آموخته كارشناسي ارشد دانشكده مهندسي شيمي - دانشگاه علم و صنعت ايران

(تاريخ دريافت۸۷/۱/۲۷ , تاريخ تصويب ۸۸/۷/۱۸)

## چكيده

در اين مقاله، ابتدا در مورد رفتار ديناميكي فرآيندهاي پارامتر گسترده در حوزه فركانسي بحث مي شود و در ادامه چهار نوع رفتار ديناميكي اين سيستمها در حوزه فركانسي مورد مطالعه قرار مي گيرد. سپس براساس مفهوم بهره برتر كه برگرفته از رفتار اين فرآيندها در حوزه فركانسي مي باشد، روشي نوين براي كنترل فرآيندهاي پارامتر گسترده ارائه خواهد شد. در اين روش با استفاده از مفهوم بهره برتر، مكان صفرهاي ناشي از پارامتر تاخير زمان موجود در تابع حلقه باز سيستم كنترل را تغيير داده و بدين ترتيب پاسخ سيستم كنترل بهبود مي يابد و رفتار تابع حلقه باز سيستم كنترل، مينيمم فاز مي شود. اين كار با افزودن يك تابع تبديل درجه يك، با اعمال قيد بهره برتر به تابع حلقه باز سيستم كنترل انجام مي شود و بدين صورت، صفرهاي سمت راست تابع حلقه باز را كه ناشي از پارامتر تاخير زمان تابع فرآيند است، از تابع حلقه باز حذف مي كنيم. بنابراين رفتار تابع حلقه باز سيستم كنترل، مينيمم فاز خواهد شد و اثرات نامطلوب غير مينيمم فاز بودن تابع حلقه باز بر روي عملكرد حلقه كنترل، حذف خواهد شد.

**واژه هاي كليدي:** فرآيندهاي پارامتر گسترده، رفتار غير مينيمم فاز، صفرهاي سمت راست، جبران كننده تاخير زمان

## مقدمه

بسياري از فرآيندهاي موجود در صنايع شيميايي مانند مبدل هاي حرارتي، استوانه هاي دوار، خشك كن ها، كريستاليزورها، راكتورهاي بستر سيال و ... از ديدگاه مدل ديناميكي آنها جزء فرآيندهاي پارامتر گسترده اند [۳-۱]. معادلات ديفرانسيل مربوط به اين فرآيندها از نوع پاره اي بوده و متغيرهاي موجود در آن علاوه بر مكان به زمان نيز وابسته اند و لذا اين فرآيندها را فرآيندهاي پارامتر گسترده[1] مي نامند. تابع تبديل اين فرآيندها از مجموع دو تابع، تشكيل شده است كه يكي از آنها حاوي تاخير زمان و ديگري بدون تاخير زمان است. اين دو، در مجموع، يک تابع تبديل Irrational را مي سازند كه با توجه به ابهامات و پيچيدگي هايي كه در رفتار ديناميكي آنها ظاهر مي گردد، به اين نام شناخته شده اند. پيچيدگي هاي مزبور، عمدتا در مورد موقعيت زنجيره بي نهايت صفرهاي آنها است كه هم ممكن است كلا واقع در سمت چپ محورهاي مختصات مختلط قرار گيرند و هم مي توانند كلا در سمت راست باشند و هم ممكن است تعدادي در سمت چپ و تعدادي در سمت راست قرار گيرند. در اين مقاله، پيچيدگي هاي مزبور از ديدگاه پاسخ فركانسي، مورد مطالعه و بررسي قرار گرفته است. نتيجه اين بررسي، منجر به ارائه روشي براي كنترل سيستم هاي پارامتر گسترده شده است كه مبدل حرارتي، از اين بين به عنوان مثال، مورد مطالعه قرار گرفته است. در كنترل مبدل هاي حرارتي با استفاده از يك كنترل كننده رايج PID، در سيستم كنترل، گاهي رفتار مينيمم فاز و گاهي رفتار غير مينيمم فاز مشاهده شده است [۶-۴]. اين موضوع در واقع مربوط به Irrational بودن مدل تابع تبديل مبدل هاي حرارتي است. در واقع بايد گفت، مشكل اصلي در كنترل اين فرآيندها ظهور صفرهاي سمت راست، در تابع حلقه باز سيستم كنترل، به دليل Irrational بودن آن و غالب بودن جمله داراي تاخير زمان بر جمله فاقد تاخير زمان است. بنابراين براي رفع مشكلات كنترلي اين فرآيندها و شناخت رفتار سيستم كنترل، دانستن مدل آنها ضروري است. در كنترل بر اساس مدل اين سيستم ها، صفرهاي سمت راست تابع حلقه باز سيستم كنترل را شناسايي كرده و آنها را به طريقي از معادله مشخصه،

* نويسنده مسئول : تلفن : ۷۳۹۱۲۷۱۵ , فاكس : ۷۷۲۴۰۴۹۵ , Email: shirvani.m@iust.ac.ir

حذف مي كنند [۱۲-۴]. اما ضعف اين روش ها در محاسبه اين صفرها است. چرا كه حل معادله مشخصه، تنها از طريق عددي امكان پذير است و همان طور كه مي دانيم آناليز عددي، علاوه بر محاسبات طولاني، غير دقيق و تنها درمحدوده خاصي از متغييرها انجام مي پذيرد [۱۴-۱۳]. روشي كه در اين مقاله براي كنترل اين سيستم ها معرفي مي شود، بسيار ساده و بر اساس مفهوم بهره برتر است. اين مفهوم با مطالعه رفتارديناميكي سيستم هاي پارامتر گسترده در حوزه فركانسي، معرفي خواهد شد. بر اساس اين مفهوم، مي توان مكان صفرهاي معادله مشخصه را تغيير داد و بدين ترتيب عمل كرد سيستم كنترل را بهبود بخشيد.

در ادامه، ساختار اين مقاله به صورت زير مي باشد: در ابتدا در مورد رفتار ديناميكي سيستم هاي پارامتر گسترده در حوزه فركانسي بحث خواهد شد و سپس در مورد ساختار سيستم كنترل در روش پيشنهادي، توضيح داده مي شود؛ و در قسمتهاي بعد در مورد بررسي سيگنال ورودي به كنترلر و مقاوم بودن روش، نسبت به خطاي مدل[۲]، بحث خواهد شد. سپس نتايج شبيه سازي ها با استفاده از روش پيشنهادي براي رفتارهاي متفاوت اين فرآيندها در حوزه فركانسي، ارائه خواهد شد. در پايان نيز بحث و نتيجه گيري بيان مي شود.

## بررسي رفتار ديناميكي سيستم هاي پارامتر گسترده

تابع انتقال بسياري از سيستم هاي فرآيندي پارامتر گسترده، ازتركيب دو تابع انتقال كه يكي از آنها داراي تاخير زماني است، تشكيل شده است. در [۶-۴] تابع انتقال اين فرآيندها به صورت (۱) نمايش داده شده است و بر اساس اين تابع تبديل، رفتار ديناميكي اين سيستم ها از ديدگاه تئوري مكان مجانبي صفرها و شرايط قرار گرفتن آنها در RHP يا LHP، مورد بررسي قرار گرفته است.

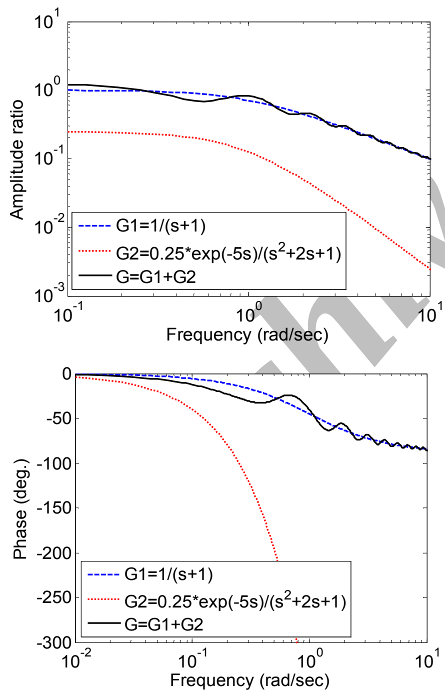
$$G_P(s)=\frac{P_1(s)-P_2(s)\,e^{-st_d}}{Q(s)} \qquad (۱)$$

در تابع تبديل بالا $P_1(s)$ و $P_2(s)$ و $Q(s)$ چند جمله اي هايي بر حسب $s$ هستند كه در آنها درجه $P_1(s)$ و $P_2(s)$ كوچكتر يا مساوي $Q(s)$ خواهد بود.

براي تعيين صفرهاي رابطه (۱) آنرا به صورت زير مي توان بسط داد:

$$N(s)=(s^n+a_1s^{n-1}+.....+a_n) \\ -K\,(s^m+b_1s^{m-1}+.....+b_m)\,e^{-st_d}\;=0 \qquad (۲)$$

در رابطه (۲) ضرايب بالاترين توان ها در $P_1(s)$ و $P_2(s)$ برابر ۱ قرار داده شده است و $K$ نسبت $P_1(s)$ به $P_2(s)$ است. رابطه (۲) به دليل وجود پارامتر تاخير زماني، داراي زنجيره اي از بي نهايت صفر است. اين زنجيره صفرها بسته به مقدار $K$ و $n$ و $m$ مي تواند در RHP يا LHP و يا در هر دو نيمه محورهاي مختصات مختلط قرار داشته باشد و متناسب با آن، رفتار ديناميكي سيستم در حوزه پاسخ فركانسي مي تواند مشخص شود. در تئوري مكان مجانبي صفرها [۱۷-۱۵] با ساده سازي معادله (۲)، مكان مجانب با صفرها به دست آمده است و بر اساس موقعيت مجانب، رفتار ديناميكي QRDS مورد بررسي قرار گرفته است.




**شكل ۱: نمودار Bode براي** $|K|\le 1$ , $n\ge m$ .

به طور كلي، چهار حالت زير در مورد وضعيت قرار گرفتن صفرهاي تابع انتقال (۱) در صفحه محورهاي مختصات مختلط وجود دارد:

۱ - زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت چپ.

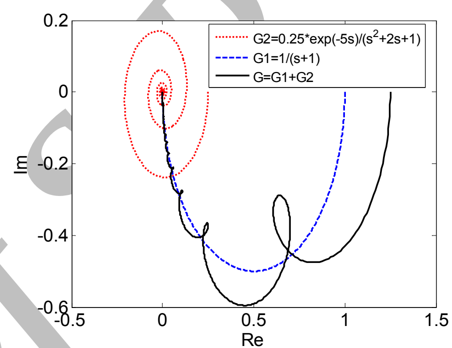
۲ - زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت چپ و تعـداد

محدودي از صفرهاي سمت راست.

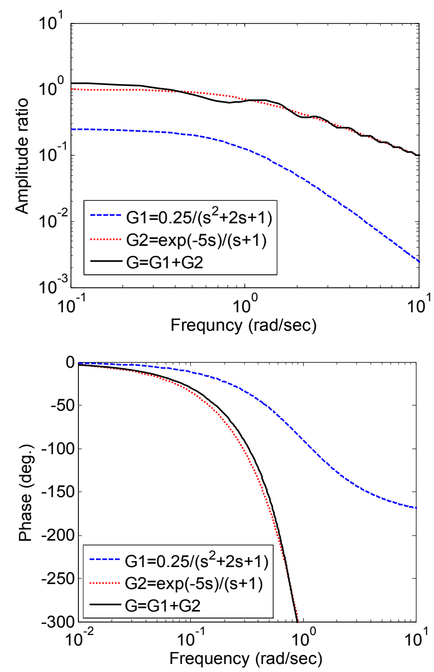
۳ - زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت راست.

٤ - زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت راست و تعداد محدودي از صفرهاي سمت چپ.

مطابق [۱۷-۱۵ و ۶-۴] اگر $n \ge m$ و $|K| \prec 1$ باشد، در اين صورت، شبه چند جمله اي (۲) داراي زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت چپ (LHP) بوده و سيستم، داراي رفتار مينيمم فاز است. در شکل هاي (۱) و (۲) نمودارهاي Bode و Nyquist در شرايط (n = -1, m = -2, K = 0.25) رسم شده اند.




**شکل ۲ : نمودار Nyquist براي** $|K| \le 1$ , $n \ge m$.




**شکل ۳ : نمودار Bode براي** $|K| \succ 1$ , $n \le m$.

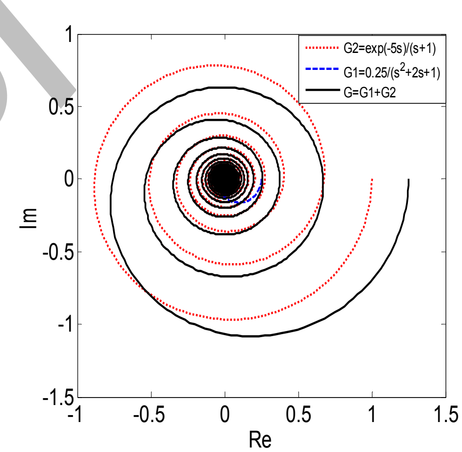
اگر شرايط $n \le m$ و $|K| \succ 1$ برقرار باشد معادله (۲) داراي زنجيره اي از بي نهايت صفرهاي سمت راست بوده و سيستم، داراي رفتار نان مينيمم فاز است. در شکل هاي (۳) و (٤) نمودارهاي Bode و Nyquist در شرايط (n = -2, m = -1, K = 4) ترسيم شده اند.

حالت هاي دوم و چهارم، حالت هايي ويژه هستند که در واقع به صورت تلفيقي از دو حالت ديگرند و در تئوري مکان مجانبي صفرها، به اين دليل که در اين تئوري تنها مجانب زنجيره صفرها به دست مي آيد، به آن اشاره اي نشده است، اما در [۶-۴] به صورت ضمني اشاره شده است که هنگام حل عددي معادله (۲)، گاهي در فرکانسهاي پايين، تعداد محدودي صفر، خلاف جهت زنجيره صفرها مشاهده مي شود. واقعيت اين است که حالتهاي دوم و چهارم به ترتيب مربوط به شرايطي است که $|K| \succ 1$ , $n \succ m$ و $|K| \prec 1$ , $n \prec m$ موجودند و اين شرايط با استفاده از تئوري مکان مجانب صفرها قابل توجيه نيست چرا که در اين حالت ها رفتار مدل در فرکانسهاي مختلف، متفاوت است. اين مطلب را با استفاده از مفهوم "گين برتر" که بعدا توضيح داده خواهد شد، بهتر مي توان توضيح داد. در [۶-۴] صفرهاي معادله (۲) به صورت عددي محاسبه شده و به حالت هاي دوم و چهارم به طور ضمني و به عنوان زير مجموعه اي ازحالات اول و سوم اشاره شده است. پيدا کردن صفرهاي معادله (۲) کار مشکلي است؛ چرا که حل اين معادله، تنها از طريق عددي امکا ن پذ ير است و همان طور که مي دانيم آناليزهاي عددي علاوه بر محاسبات طولاني، خيلي دقيق نيستند و تنها در محدوده خاصي انجام مي پذيرند. در حقيقت بايد گفت که حتي حل عددي اين معادله به دليل پيچيدگي آن تا سالهاي اخير نيز موضوع کار محققين بوده است [۱۴-۱۳]. در مراجع [۲۰-۱۸] پاسخ فرکانسي سيستم هاي پارامتر گسترده با ساختار کلي تر مدل Irrational زير، مورد بررسي قرار گرفته است

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s) = \frac{P_1(s)}{Q_1(s)} + \frac{P_2(s)}{Q_2(s)} e^{-s\,t_d} = G_1(s) + G_2'(s) e^{-s\,t_d} \qquad (۳)$$

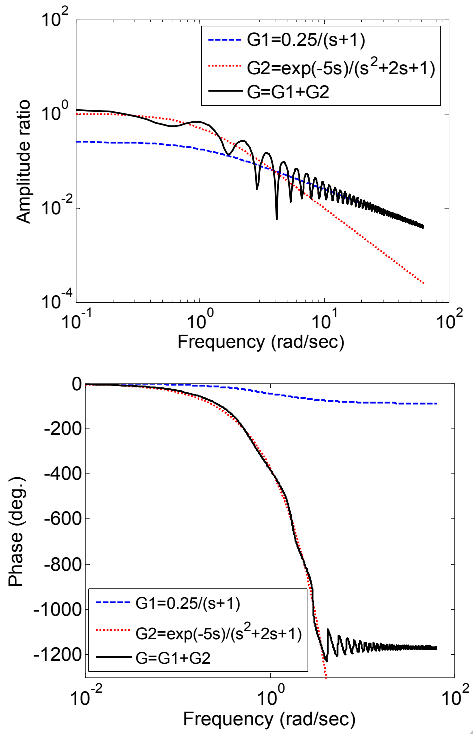
اين معادله، نسبت به معادله ۱، حالت کلي تري داشته و براي بيان رفتار ديناميکي اين سيستم ها مناسبتر است. مفهوم گين برتر بيان مي کند که رفتار کلي مدل در حوزه فرکانسي، همواره تابع رفتار جمله اي است که داراي گين برتر است. به عنوان مثال، اگر در فرکانسي $G_1(s)$ بر $G_2(s)$ غالب باشد (حالت $n \ge m$ , $|K| \prec 1$ $or$ $n \succ m$ , $|K| = 1$) رفتار G(s) در

محيط فركانسي، تابع رفتار $G_1(s)$ خواهد شد؛ يعني اگر رفتار $G_1(s)$ مينيمم فاز باشد رفتار $G(s)$ مينيمم فاز خواهد شد و اين به معناي نبود صفر در سمت راست است. اين حالت را با توجه به اين كه نمودارهاي فركانسي مدل، حول نمودار فركانسي $G_1(s)$ نوسان مي كند، مي توان رفتار Non Delay-QRDS (ND) ناميد. در شكل هاي (١) و (٢) اين مطالب به وضوح مشاهده مي شود. از طرف ديگر،اگر در فركانسي $G_2(s)$ داراي گين برتر باشد (حالت $n \le m$ , $|K| \succ 1 or\, n \prec m$ , $|K| = 1$) رفتار $G(s)$، تابع اين جمله شده و چون $G_2(s)$ به دليل داشتن پارامتر تاخير زمان، داراي رفتار نان مينيمم فاز است رفتار كلي تابع، نان مينيمم فاز خواهد بود. . اين حالت را با توجه به اينكه نمودارهاي فركانسي مدل، حول نمودار فركانسي $G_2(s)$ نوسان مي كند، مي توان رفتار Delay-QRDS (D)ناميد. در شكل هاي (٣) و (٤) اين مطالب به وضوح مشاهده مي شود.




**شكل ٤ : نمودار Nyquist براي** $n \le m$ , $|K| \succ 1$.

با مفهوم "گين برتر" به راحتي مي توان حالت هاي تلفيقي را هم پيش بيني كرد. به عنوان مثال، در حالت دوم كه $|K| \succ 1$ , $n \succ m$ است، به دليل بزرگتر بودن استاتيك گين (گين در فركانس صفر يا همان K) ابتدا $G_2(s)$ غالب است؛ لذا رفتار كلي سيستم در فركانس هاي پايين، نان مينيمم فاز بوده كه اين به معناي ظهور تعداد محدودي صفرهاي سمت راست مي باشد؛ اما چون $n \succ m$ مي باشد، در فركانس هاي بالا ، $G_1(s)$ غالب شده و به محض غالب شدن، رفتار سيستم را تابع خود مي كند. در شكل (٥) اين رفتارها به وضوح مشاهده مي شوند. چون درابتدا فاز مدل به سمت بي نهايت مي رود و در فركانس هاي بالاتر محدود مي شود، لذا رفتار اين حالت Quasi-Delay (QD) ناميده مي شود.



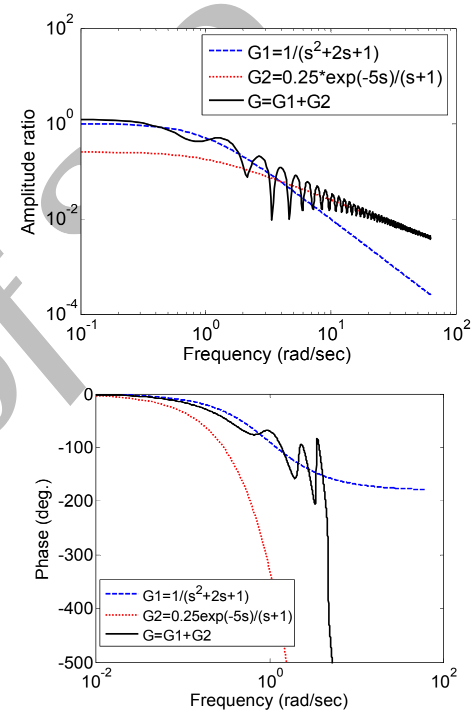

**شكل ٥: نمودار Bode براي حالت** $|K| \succ 1$ , $n \succ m$.

هم چنين در حالت چهارم $|K| \prec 1$ , $n \prec m$ به دليل كوچك بودن استاتيك گين، ابتدا $G_1(s)$ در فركانسهاي پايين برتر بوده و رفتار سيستم، تابع آن است (وجود تعداد محدودي صفر سمت چپ) سپس به دليل غالب شدن $G_2(s)$ در فركانس هاي بالاتر، رفتار سيستم، نان مينيمم فاز خواهد شد (وجود زنجيره اي از صفرهاي سمت راست). اين حالت ها نيز در شكل (٦) به وضوح ديده مي شود. به دليل محدود نشدن فاز و تبعيت نهايي رفتار سيستم از رفتار تابع داراي تاخير زمان، اين حالت Retarded-Delay-QRDS (RD) ناميده مي شود.

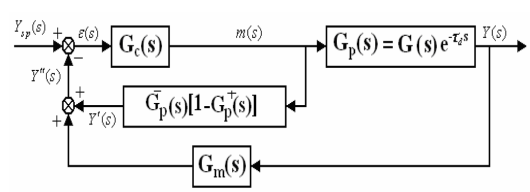
بنابراين مي توان نتيجه گرفت كه رفتار سيستم هاي فرآيندي در حوزه فركانسي، همواره تابع جمله اي است كه داراي گين برتر است و مي توان رفتار اين سيستم ها را در ٤ رفتار مجزا كه عبارتند از Non-Delay-QRDS (ND)، "Quasi-Delay-QRDS (QD)، Delay-QRDS (D) و Retarded-Delay-QRDS (RD) دسته بندي كرد.

## ساختار سيستم کنترل پيشنهادي

در [۶-۴] با الهام از روش اسميت و تقسيم مدل فرآيند به دو بخش $G_p^+(s)$ (بخشي از فرآيند که داراي صفرهاي سمت راست است) و $G_p^-(s)$ (بخشي از فرآيند که صفرهاي سمت راست ندارد) و حذف صفرهاي سمت راست از سيگنال ورودي به کنترلر و به تبع آن، معادله مشخصه، روشي براي بهبود پاسخ فرآيند و تبديل رفتار نان مينيمم فاز سيستم کنترل به رفتار مينيمم فاز، ارائه شده است. روش آنها در شکل (۷) نشان داده شده است.



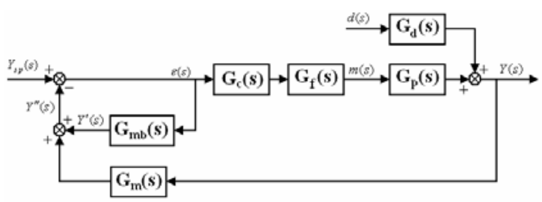

شکل ٦: نمودار Bode براي $|K| \prec 1$ , $n \prec m$.




**شکل ۷: سيستم کنترل در [٦-٤] براي کنترل فرآيندهاي پارامتر گسترده.**

در روش پيشنهادي اين مقاله نيز صفرهاي سمت راست تابع حلقه باز سيستم کنترل، با استفاده از بردار برتر، از تابع، حذف مي شوند. در اين روش، سيگنال خروجي از فرآيند با يک تابع انتقال درجه يک، جمع مي شود؛ به نحوي که سيگنال ورودي به کنترلر، فاقد صفر سمت راست باشد. ساختار حلقه کنترل روش پيشنهادي، در شکل (۸) ارائه شده است. تابع $G_{mb}$ در شکل (۸) همانند تابع $G_p^-[1-G_p^+(s)]$ در ساختار شکل (۷) مانع از ارسال سيگنال حاوي صفرهاي سمت راست به کنترلر و يا به عبارت ديگر، ظهور صفرهاي سمت راست در تابع حلقه باز سيستم کنترل مي شود. با توجه به اينکه تابع $G_{mb}$ اثرات تاخير زمان در مدل فرآيند را دور مي زند و باعث محدود شدن فاز سيستم کنترل مي شود، سيگنال ارسالي از اين تابع به نام Model Bypass Phase Limiter (MBPL) و نام تابع به اختصار $G_{mb}$ ناميده شده است. .

همانطور که مي دانيم، يک حلقه کنترل ساده با يک تابع انتقال حلقه باز درجه يک، هرگز ناپايدار نمي شود. لذا بنظر مي رسد يک تابع درجه يک، بهترين انتخاب براي $G_{mb}$ باشد.




**شکل ۸ : ساختار کنترل در روش پيشنهادي.**

توابع انتقال حلقه بسته اين سيستم به صورت روابط (٤) و (٥) مي باشند.

$$\frac{Y(s)}{Y_{sp}(s)} = \frac{G_c(s)G_f(s)G_p(s)}{1+G_{mb}(s)+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s)} \quad (٤)$$

$$\frac{Y(s)}{d(s)} = \frac{G_d(s)+G_{mb}(s)G_d(s)}{1+G_{mb}(s)+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s)} \quad (٥)$$

مي توان با استفاده از معادله (٤)، مقدار نهايي پاسخ به يک تغيير پله اي واحد در مقدار مقرر را پيش بيني کرد. اگر کنترل کننده، يک کنترل کننده PI باشد اين مقدار برابر با $1/K_m$ مي شود، که در اين جا $K_m$ بهره المان اندازه گير است. از معادله (٥) نيز مي توان مقدار افست به هنگام ايجاد آشفتگي را به دست آورد که اين مقدار، برابر صفر است. از روابط فوق معادله مشخصه به صورت زير درخواهد آمد:

$$1+G_{mb}(s)+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s)=0 \quad (٦)$$

$$Open\ loop = G_{mb}(s)+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s) \quad (٧)$$

براي ايجاد رفتار مينيمم فاز در حلقه باز سيستم کنترل، بايد ترم هاي داراي رفتار مينيمم فاز نسبت به

ترمهاي داراي رفتار نان مينيمم فاز در تابع حلقه باز سيستم كنترل (معادله ۷)، داراي بهره بالاتري باشند. بنابراين، بهره تابع $G_{mb}$ را طوري انتخاب مي كنيم كه به اين هدف نايل شويم. بدين ترتيب در مورد سيستم هايي كه در تابع فرآيندي آنها صفرهاي سمت راست وجود دارد با اين كار، صفرهاي سمت راست را حذف مي كنيم و در مورد سيستمهايي كه داراي صفرهاي سمت چپ هستند باعث مي شويم اين صفرها از محور موهومي فاصله بيشتري پيداكنند كه به پايداري بهتر آنها كمک مي كند.

## بررسي سيگنال ورودي به كنترل كننده

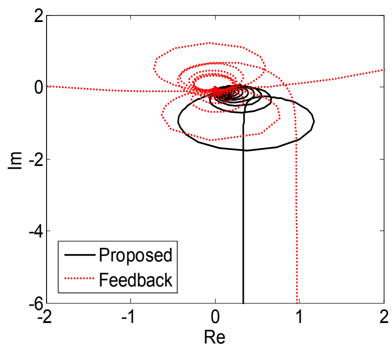
در اين جا سيگنال هاي ورودي به كنترل كننده در دو روش، شامل روش پيشنهادي و يک حلقه پس خور معمولي، مورد بررسي قرار مي گيرند. معادلات (۸) و (۹) به ترتيب، مربوط به سيگنال هاي ورودي به كنترلر در روش پيشنهادي، اسميت و حلقه پس خور معمولي هستند:

$$\varepsilon(s) = \frac{Y_{sp}(s)}{1+G_{mb}(s)+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s)} \quad (۸)$$

$$\varepsilon(s) = \frac{Y_{sp}(s)}{1+G_c(s)G_f(s)G_p(s)G_m(s)} \quad (۹)$$

از بررسي معادلات بالا مي توان به نكات جالبي در مورد پاسخ سيستم كنترل در اين دو روش مختلف دست يافت. به دليل وجود پارامتر تاخير زمان در مخرج معادلات، ممكن است اين عبارات شامل صفرهاي سمت راست شده و بدين ترتيب سيگنال ورودي به كنترلر، حالت نان مينيمم فاز گرفته و پاسخ سيستم كنترل، ضعيف شود.در روش پيشنهادي، به دليل اين كه اندازه تابع $G_{mb}$ طوري انتخاب مي شود كه رفتار سيستم كنترل، مينيمم فاز شود لذا وجود صفرهاي سمت راست در معادله مشخصه، منتفي است. بنابراين، سيگنال ورودي به كنترلر، فاقد صفر سمت راست خواهد بود. براي مقايسه اين دو سيگنال، در شكل (۹) يک مثال عددي آورده شده است. در اين شكل، مدل فرآيند $G_p(s) = 0.5/(s+1)+[6\exp(-8s)/(s+1)]$ و جبران كننده $G_{mb}(s) = 6/(s+1)$ هستند.

همان طور كه در اين شكل ديده مي شود، سيگنال ورودي به كنترلر در حالت معمولي، نقطه ۱- را دور زده است؛ اما در روش پيشنهادي، اين گونه نيست و سيستم كنترل در اين روش، مشكلي از لحاظ پايداري پيدا نخواهد كرد.




**شكل ۹ : مقايسه نمودار Nyquist سيگنالهاي ورودي به كنترلر .**

## مقاوم بودن روش نسبت به خطاي مدل

در اين بخش، مقاوم بودن روش نسبت به خطاي مدل مورد بررسي قرار مي گيرد و با دو روش مطرح در بالا مقايسه خواهد شد. در سيستم هاي كنترل داراي تاخير زمان، وجود خطا در مدل، مي تواند تاثير به سزايي در پاسخ سيستم داشته باشد كه حتي در مواردي باعث ناپايداري حلقه كنترل مي شود. در صورت خطا در مدل، اين خطادر معادله مشخصه ظاهر مي شود و ممكن است باعث ايجاد صفرها ي سمت راست در آن شود. خطا در مدل را ميتوان با معادله زير نشان داد [۲۱]:

$$G(s) = G_n(s) + \delta G(s) \quad (۱۰)$$

در معادله (۱۰) G(s) تابع انتقال فرآيند و $\delta G(s)$ اختلاف تابع انتقال واقعي و اسمي فرآيند مي باشند. $\delta G(s)$ را به عنوان شعاع رباست بودن مي شناسند و معياري برا ي ميزان مقاومت روش در مقابل خطا در مدل است. با جا گذاري G(s) در معادله مشخصه روش پيشنهادي و حلقه پس خور معمولي به ترتيب مي توان به معادلات (۱۱) و (۱۲) دست يافت:

$$|\delta G(s)| = \frac{|1+G_{mb}(s)+G_c(s)G_n(s)|}{|G_c(s)|} \quad (۱۱)$$

$$|\delta G(s)| = \frac{|1+G_c(s)G_n(s)|}{|G_c(s)|} \quad (۱۲)$$

با مقايسه معادلات (۱۱) و (۱۲) مي توان به اين نتيجه رسيد كه در شرايط مساوي، شعاع رباست بودن در روش پيشنهادي، نسبت به روش پس خور معمولي، بزرگتر است. هم چنين روش پيشنهادي با مقادير $K_{mb}$ بزرگتر، شعاع بزرگتري از رباست بودن را دارا خواهد شد. بنابراين در اين روش، اين شعاع مي تواند متغير باشد و براي خطاهاي

خيلي زياد هم مي تواند مورد استفاده قرار گيرد كه نشان دهنده انعطاف پذيري بالاي اين روش است.

## شبيه سازي

همـــان طور كــه قبلا نيز ذكـــر شد، در بررســـي رفتارهاي ديناميكي فرآيندهاي پارامتر گسترده، چهار رفتار ديناميكي متفاوت در پاسخ هاي فركانسي اين فرآيندها شناسايي شدند. در اين بخش، براي دو رفتار كلي در اين فرآيندها شبيه سازي هايي با استفاده از روش پيشنهادي و روش پس خور معمولي و استفاده از يک كنترلر PI در هر دو روش انجام شده و نتايج آنها با يک ديگر مقايسه شده اند. بديهي است براي دو رفتار ديگر نيز، روش مشابهي مي توان به كار برد. براي انجام شبيه سازي ها، اولين كار، انتخاب پارامترهاي $G_{mb}(s)$ است. با توجه به اين كه در ابتدا پارامترهاي كنترل كننده مشخص نيستند، براي شروع كار، كنترل كننده را برابر با ١ در نظر مي گيريم حال، اگر تابع فرآيند را $G_p(s) = G_1(s) + G_2'(s)\, e^{-s t_d}$ در نظر بگيريم مطابق با مفهوم بهره برتر، مي بايد در تابع حلقه باز سيستم كنترل، بهره تابع داراي رفتار مينيمم فاز از تابع داراي رفتار نان مينيمم فاز برتر و ياحداقل مساوي آن باشد. به نحوي كه نمودار بد تابع داراي رفتار مينيمم فاز، هرگز حول نمودار غير مينيمم فاز نوسان نكند. بنابراين براي انتخاب پارامترهاي جبران كننده، تنها با رعايت قيد بهره برتر مي توان هر پارامتري را مطابق خواست طراح، انتخاب كرد. به عنوان مثال، هر چه بهره تابع جبران كننده بيشتر باشد، پاسخ كندتر خواهد بود. همين اثر را كاهش ثابت زماني جبران كننده خواهد داشت. در اين مقاله، براي جلوگيري از كند شدن پاسخ، بهره توابع مينيمم فاز، و غير مينييم فاز يكسان در نظر گرفته شده و در ابتدا، براي سادگي كار، ثابت زماني برابر با ١ انتخاب مي شود. پس از انتخاب اوليه $G_{mb}(s)$، پارامترهاي كنترل كننده را به دست آورده و با در نظر گرفتن مقدار خطا در مدل، يک بار ديگر شرايط بهره برتر را مورد بررسي قرار مي دهيم. اگر اين قيد همچنان برقرار بود، پارامترها مورد قبولاند؛ در غير اين صورت مي بايد يا مقدار بهره $G_{mb}(s)$ را افزايش و يا پارامتر ثابت زماني را كاهش داد. در شبيه سازيهاي زير، اين روش بهتر توضيح داده شده است. در اين شبيه سازيها معيار براي به دست آوردن پارامترهاي كنترل كننده، معيار ISE بوده و اين شبيه سازي در محيط سيمولينک انجام شده است. لازم به توضيح است كه در مثالهاي زير، براي سهولت در تشريح مسائل، گاهي، مدل تابع فرآيند به دو بخش $G_1(s)$ ترم فاقد تاخير زمان و $G_2(s)$ ترم داراي تاخير زمان تقسيم شده است.

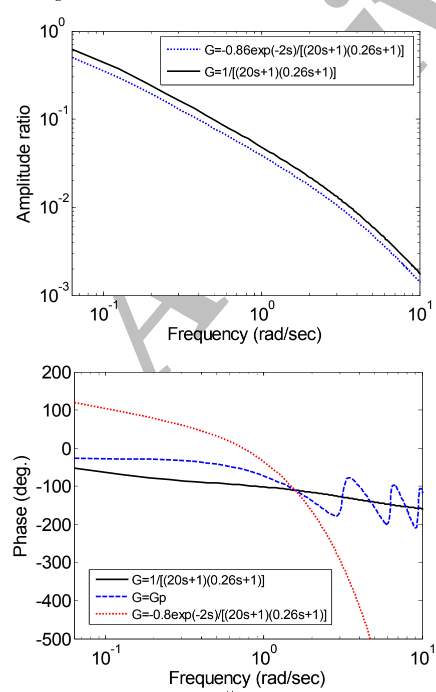
### الف: زماني كه رفتار پاسخ فركانسي، فرآيند Non-Delay-QRDS (ND) باشد

در اين مثال از تابع انتقال يک مبدل حرارتي پوسته لوله استفاده مي كنيم. در [٢٣] براي شرايطي كه درجه حرارت و سرعت سيال ورودي به لوله تغيير نكند، تابع انتقالي كه درجه حرارت سيال را به درجه حرارت بخار مربوط مي كند به صورت معادله (١٣) به دست آورده شده است:

$$\frac{\overline{\delta T}(L,s)}{\overline{\delta T_g}(0,s)} = \frac{b(s)}{a(s)}\left(1 - e^{\frac{-a}{\upsilon_s}L}\right) \qquad (١٣)$$

جزئيات به دست آوردن اين معادله، در پيوست (الف) آورده شده است. براين اساس، تابع انتقالي كه در [٢٤] به عنوان مدل، براي يک مبدل حرارتي پوسته لوله ارائه شده است را در نظر مي گيريم. اين تابع به صورت زير خواهد بود:

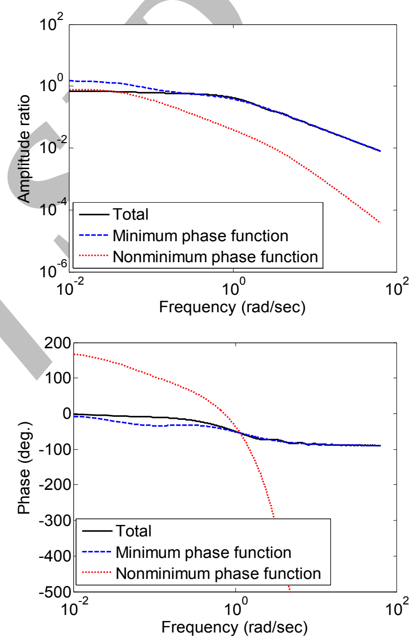
$$G_p = \frac{T(s)}{T_g(s)} = \frac{1 - 0.8\exp(-2s)}{(20s+1)(0.26s+1)} \qquad (١٤)$$




**شكل ١٠ : نمودار Bode براي فرآيندي با رفتار فركانسي (ND) .**

همان طور که در نمودار Bode (شکل ۱۰) مشخص است، در تمامي فرکانس ها $G_1$ بزرگتر از $G_2$ مي باشد.

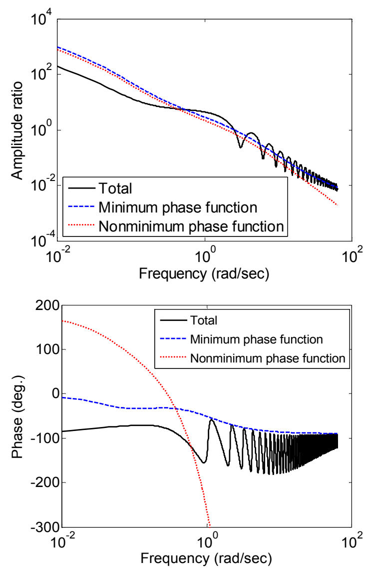
اگر بخواهيم مطابق قاعده اي که قبلا توضيح داده شد پارامترهاي تابع جبران کننده را پيدا کنيم، در مورد مدل مفروض، بهره تابع جبران کننده، منفي خواهد شد. در اين موارد، پيشنهاد مي شود که بهره تابع جبران کننده، يک عدد کوچک ومثبت انتخاب شود که در اين صورت، تابع جبران کننده $G_{mb}(s)=0.5/(s+1)$ انتخاب گرديد. در شکل (۱۱) نمودارهاي فاز و نسبت دامنه براي مجموع توابع جبران کننده پيشنهادي و فرآيند، ترسيم شده است:



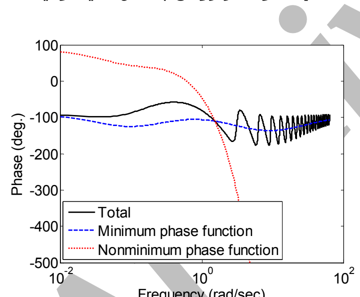

**شکل ۱۱ : مقايسه نمودارهاي نسبت دامنه و فاز تابع $G_{mb}(s)$ و فرآيند براي فرآيندي با رفتار فرکانسي (ND).**

همان طور که از نمودار نسبت دامنه مشخص است، در همه فرکانس ها، بهره توابع دارا ي رفتار مينيمم فاز همواره از توابع داراي رفتار غير مينيمم فاز، بزرگتر است. بنابراين، تابع جبران کننده انتخابي، مناسب است. پس از انتخاب بهره تابع جبران کننده، با استفاده از معيار ISE، پارامترهاي کنترل کننده در روش پيشنهادي و روش پس خور معمولي به ترتيب $G_c(s)=55.2531+\frac{9.7819}{s}$ و $G_c(s)=33.436+\frac{8.585}{s}$ به دست آمدند. در شکل (۱۲) نمودارهاي پاسخ فرکانسي براي توابع موجود در تابع حلقه باز، در روش مذکور، آورده شده اند.

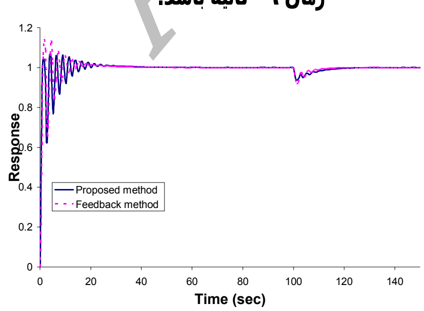
همان طور که در اين شکل، نشان داده شده است، در تمامي فرکانس ها، تابع داراي رفتار مينيمم فاز، بهره بالاتري از تابع داراي رفتار غير مينيمم فاز دارد. حال، اگر محدوده خطاي پارامتر تاخير زمان در فاصله $-1 \le t_d \le -6$ در نظر گرفته شود، نمودار فاز در روش پيشنهادي، براي بالاترين حد خطا به صورت شکل (۱۳) خواهد بود.




**شکل ۱۲ : مقايسه نمودارهاي پاسخ فرکانسي مربوط به تابع حلقه باز سيستم کنترل در روش پيشنهادي براي مثال فوق.**




**شکل ۱۳ : نمودار فاز تابع حلقه باز، هنگاميکه تاخير زمان ٦- ثانيه باشد.**




**شکل ۱٤: مقايسه پاسخهاي سيستم کنترل براي فرآيندي با رفتار (ND) .**

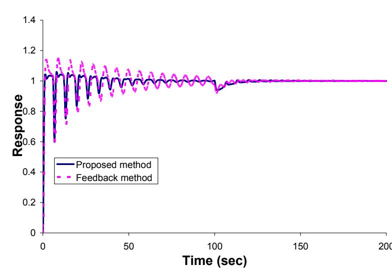
همان طور که در اين شکل، مشاهده مي شود نمودار فاز تابع کلي، همواره از تابع داراي رفتار مينيمم فاز تبعيت کرده و قبل از رسيدن به مقدار ۱۸۰- درجه، محدود مي شود. بنابرين، براي مقاوم کردن روش، نيازي به تغيير بهره و يا ثابت زماني جبران کننده يست. در شکل (۱٤) پاسخ هاي مربوط به يک تغيير پله اي در مقدار مقرر در زمان صفر و آشفتگي ۳- در زمان ۱۰۰ ثانيه در دو روش مذکور نمايش داده شده و مقايسه شده است. همانطور که انتظار مي رود، پاسخ روش پيشنهادي داراي سرعت بيشتر و فرارفت کمتري است و زودتر به مقدار مقرر مي رسد. در جدول (۱) شاخص هاي دو پاسخ در شکل (۱٤) با يکديگر مقايسه شده اند.

**جدول ۱: مقايسه شاخص هاي دو پاسخ در شکل ۱٤.**

| نام روش | فرارفت | زمان نشست | IAE |
|---|---|---|---|
| پيشنهادي | ۱/۰۶ | ۸/۲ | ۱۰/۹ |
| پسخور معمولي | ۱/۱٤ | ۹/۹۰ | ۱۳/٤۲ |

## بررسي مقاوم بودن روش

همان طور که قبلا نيز ذکر شد، روش پيشنهادي نسبت به خطا در پارامترهاي مدل، داراي مقاومت زيادي خواهد بود. در شکل (۱۵) در پارامتر تاخير زماني ۲۰۰+ درصد خطا وارد شده است. همان طور که در شکل، مشخص است روش پيشنهاد شده در مقابل اين خطا، به مراتب بهتر و مقاوم تر، جواب داده است. در حاليکه پاسخ يک کنترل کننده معمولي، بسيار نوساني و غير قابل قبول است.




**شکل ۱۵ : مقايسه پاسخ روش پيشنهادي و پس خور معمولي هنگامي که ۲۰۰+ درصد خطا در پارامتر تاخير زمان مدل باشد.**

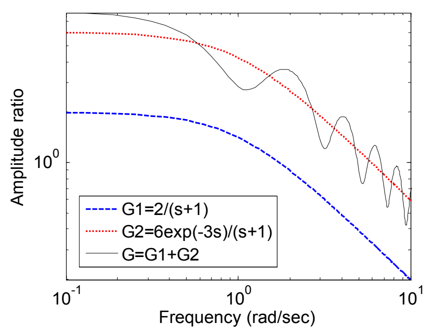
**جدول ۲: مقايسه شاخصهاي دو پاسخ در شکل ۱۵.**

| نام روش | فرارفت | زمان نشست | IAE |
|---|---|---|---|
| پيشنهادي | ۱/۱٤ | ۱٦/۱۰ | ۱٦ |
| پسخور معمولي | ۱/۲۳ | ٥٤ | ۱۹ |

در جدول (۲) شاخص هاي دو پاسخ در شکل (۱٤) با يک ديگر مقايسه شده اند

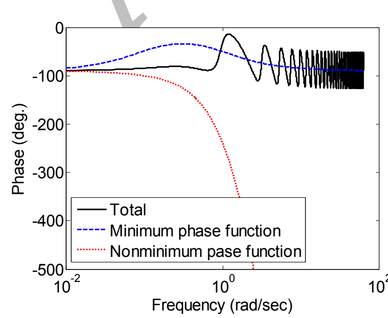
### ج: زماني که رفتار پاسخ فرکانسي فرآيند Delay-QRDS (D) باشد

براي اين مورد، تابع فرآيندي $G_p(s)=\frac{2}{s+1}+\frac{6\exp(-3s)}{s+1}$ را درنظر گرفتيم. همان طور که در شکل (۱٦) نشان داده شده است، در تمامي فرکانس ها تابع داراي تاخير، زمان غالب است. اين به مفهوم وجود زنجيره اي از صفرها در سمت راست است.



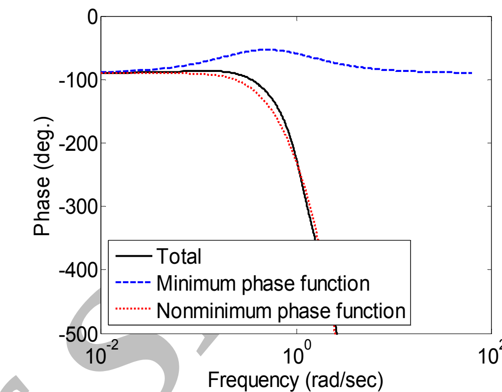

**شکل ۱٦ : نمودار نسبت دامنه فرآيندي با رفتار فرکانسي (D).**

براي کنترل اين سيستم در روش پيشنهادي، تابع $G_{mb}(s)=\frac{4}{s+1}$ انتخاب مي شود و مطابق معيار ISE، براي روش پيشنهادي $G_c(s)=0.5123+\frac{0.2346}{s}$ و براي پس خور معمولي $G_c(s)=0.1639+\frac{0.0409}{s}$ به دست آمدند. در شکل (۱۷) نمودار فاز براي تابع حلقه باز سيستم کنترل، ترسيم شده است. همانطور که در اين شکل مشخص است، نمودار فاز در فاصله ۹۰- تا ۱۰۰- محدود شده و هيچ گونه صفر سمت راست در تابع حلقه باز موجود نيست.



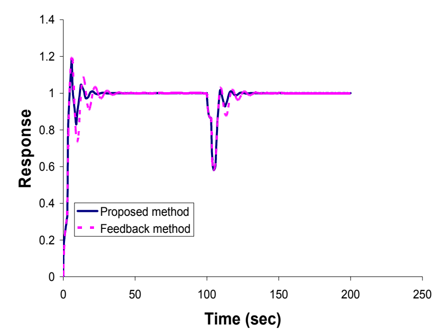

**شکل ۱۷ : نمودار فاز تابع حلقه باز سيستم کنترل در روش پيشنهادي براي فرآيندي با رفتار فرکانسي D-QRDS.**

در شکل (١٨) نمودار فاز مربوط به تابع حلقه باز در روش پس خور معمولي، نمايش داده شده است. همان طور که در اين شکل نيز مشخص است، تابع حلقه باز سيستم کنترل، در اين روش، داراي رفتار غير مينيمم فاز است که به مفهوم وجود بي نهايت صفر سمت راست خواهد بود.




**شکل ١٨ : نمودار فاز تابع حلقه باز سيستم کنترل در حلقه پس خور معمولي براي فرآيندي با رفتار فرکانسي (D).**

در شکل (١٩) پاسخ سيستم کنترل در روش هاي مذکور، ترسيم شده است. همان طور که در اين شکل ها مشخص است، پاسخ روش پيشنهادي داراي جهش و نوسانات کمتري است و سريع تر به مقدار مقرر مي رسد.




**شکل ١٩ : مقايسه پاسخ هاي سيستم کنترل براي فرآيندي با رفتار فرکانسي (D).**

در جدول (٣) شاخص هاي دو پاسخ در شکل (١٤) با يکديگر مقايسه شده اند.

**جدول ٣ : مقايسه شاخص هاي دو پاسخ در شکل ١٩.**

| نام روش | فرارفت | زمان نشست | IAE |
|---|---|---|---|
| پيشنهادي | ١/١٨ | ١٠/٨٠ | ٧/٥٠ |
| پسخور معمولي | ١/١٩ | ١٩/٨٠ | ١٤/٨٠ |

## بحث و نتيجه گيري

همان طور که در مثال هاي بالا مشخص شد، در تمامي مدل هاي فرآيندي، پارامتر گسترده شبيه سازي شده که داراي رفتارهاي ديناميکي متفاوت بودند، روش پيشنهادي نسبت به روش پس خور معمولي، پاسخ هاي بهتري ارائه داده است و در همه موارد، رفتار تابع حلقه باز سيستم کنترل، در حوزه فرکانسي مينيمم فاز است. در اصل، بايد گفت که در روش پيشنهادي، با افزودن تابع $G_{mb}$ (s) به تابع حلقه باز سيستم کنترل، صفرهاي سمت راست آن را حذف کرده و بدين ترتيب، پاسخ سيستم کنترل را بهبود مي دهيم و در مورد سيستم هايي که صفر سمت راست ندارند، باعث مي شود که زنجيره صفرها در فاصله دورتري از محور موهومي قرار گيرد و بدين ترتيب، کنترل سيستم، بهبود يابد. هم چنين، اين روش نسبت به خطا در مدل نيز مي تواند مقاوم باشد و هر چه مقدار بهره تابع $G_{mb}$ (s) بيشتر باشد، مطابق رابطه (٤)، شعاع مقاوم بودن، بيشتر مي شود؛ لذا اين روش قابليت مقاومت در برابر خطاهاي زياد را نيز خواهد داشت.

## پيوست (الف)

موازنه انرژي براي يک المنت حجمي به طول $\Delta x$ در جريان سيال درون لوله، به صورت زير است.

$$\upsilon A_i \rho C T - \upsilon A_i \rho C \left(T + \frac{\partial T}{\partial x}\Delta x\right) + \pi D_i h_i \Delta x (T_w - T) = \frac{\partial}{\partial t}(A_i \rho \Delta x C T) \qquad \text{(A-1)}$$

در جدول (الف-١) ترم ها يي که در معادله بالا هستند تعريف شده اند. بعد از ساده سازي، معادله زير به دست مي آيد:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\upsilon \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\tau_1}(T_w - T) \qquad \text{(A-2)}$$

در معادله بالا $\tau_1 = \frac{A_i \rho C}{\pi D_i h_i}[s]$ است. ترم $\upsilon \frac{\partial T}{\partial x}$ در معادله بالا، غير خطي است. براي به دست آوردن تقريب خطي، بسط هاي سري هاي تيلور اطراف نقاط $(\upsilon = \upsilon_s, T = T_s)$ انجام مي شود.

$$f\left(\upsilon, \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \upsilon \frac{\partial T}{\partial x} \cong (\upsilon - \upsilon_S)\frac{dT}{dx} + \upsilon_S \frac{\partial T}{\partial x} \qquad \text{(A-3)}$$

زير نويس s نشان دهنده مقدار حالت يکنواخت است. با جاگذاري معادله (A-3) در (A-2) داريم:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -(\upsilon - \upsilon_S)\frac{dT_S}{dx} - \upsilon_S \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\tau_1}(T_w - T) \quad \text{(A-4)}$$

به طرز مشابهي، يک موازنه انرژي براي ديواره لوله، حول المنت حجمي $\Delta x$ معادله زير را مي دهد:

$$\pi D_o h_o \Delta x (T_g - T_w) - \pi D_i h_i \Delta x (T_w - T) = A_w \Delta x \rho_w C_w \frac{\partial T_w}{\partial t} \quad \text{(A-5)}$$

بعد از يک مقدار عمليات رياضي، عبارت زير به دست مي آيد:

$$\frac{\partial T_w}{\partial t} = \frac{1}{\tau_2}(T_g - T_w) - \frac{1}{\tau_{12}}(T_w - T) \quad \text{(A-6)}$$

در معادله بالا $\tau_{12} = \frac{A_w \rho_w C_w}{\pi D_i h_i}[s]$ ، $\tau_2 = \frac{A_w \rho_w C_w}{\pi D_o h_o}[s]$ هستند.

**جدول الف-۱ : متغيرها و پارامترهاي مدل.**

| متغيير / پارامتر | توضيح | واحد |
|---|---|---|
| $A_i$ | سطح مقطع جريان داخل لوله | $m^2$ |
| $A_w$ | سطح مقطع ديواره لوله | $m^2$ |
| C | ظرفيت حرارتي ويژه | $J/kg°C$ |
| $C_w$ | ظرفيت حرارتي ويژه فلز ديواره لوله | $J/kg°C$ |
| $D_i$ | قطر داخلي لوله دروني | $m$ |
| $D_o$ | قطر خارجي لوله | $m$ |
| $h_i$ | ضريب انتقال حرارت جابجايي داخل لوله | $W/m^2°C$ |
| $h_o$ | ضريب انتقال حرارت جابجايي | $W/m^2°C$ |
| $L$ | طول بخش فعال مبدل حرارتي | $m$ |
| $\rho$ | دانسيته سيال | $kg/m^3$ |
| $\rho_w$ | دانسيته فلز ديواره لوله | $kg/m^3$ |
| $T(x,t)$ | درجه حرارت سيال | $°C$ |
| $T_g(t)$ | درجه حرارت بخار | $°C$ |
| $T_w(x,t)$ | درجه حرارت ديواره لوله | $°C$ |
| $\upsilon(t)$ | سرعت سيال | $m/s$ |

مرحله بعد، نوشتن (٤) و (٦) بر حسب متغييرهاي انحراف حول حالت يکنواخت است.

$$0 = -\upsilon_S \frac{dT_S}{dx} + \frac{1}{\tau_1}(T_{w_S} - T_S) \quad \text{(A-7)}$$

$$0 = \frac{1}{\tau_2}(T_g - T_w) - \frac{1}{\tau_{12}}(T_w - T) \quad \text{(A-8)}$$

در معادله بالا، $c = \upsilon_S \tau_1 (1 + \frac{\tau_2}{\tau_{12}})[m]$ و $T_{S_0} = T_S(x=0) = T(x=0, t=0)$ هستند. با تفريق معادله (٧) از (٤) و (٨) از(٦) و داخل کردن متغيـــرهاي انحراف، داريم:

$$\frac{\partial \delta T}{\partial t} = -\delta\upsilon \frac{dT_S}{dx} - \upsilon_S \frac{\partial \delta T}{\partial x} + \frac{1}{\tau_1}(\delta T_w - \delta T) \quad \text{(A-10)}$$

$$\frac{\partial \delta T_w}{\partial t} = \frac{1}{\tau_2}(\delta T_g - \delta T_w) - \frac{1}{\tau_{12}}(\delta T_w - \delta T) \quad \text{(A-11)}$$

در معادلات بالا $\delta T = T - T_S,\ \delta\upsilon = \upsilon - \upsilon_S,\ \delta T_w = T_w - T_{w_S}$ و $\delta T_g = T_g - T_{g_S}$ متغييرهاي انحراف هستند.

با استفاده از تبديل لاپلاس، معادلات ديفرانسيل پاره اي قبلي به معادلات ديفرانسيل معمولي تبديل مي شوند. متغييرهاي وابسته $\overline{\delta T}, \overline{\delta\upsilon}, \overline{\delta T_w}$ و $\overline{\delta T_g}$ در معادلات زير، نشانگر تبديل لاپلاس متغييرهاي انحراف اند.

$$s\overline{\delta T} = -\overline{\delta\upsilon}\frac{dT_S}{dx} - \upsilon_S \frac{\partial \overline{\delta T}}{\partial x} + \frac{1}{\tau_1}(\overline{\delta T_w} - \overline{\delta T}) \quad \text{(A-12)}$$

$$s\overline{\delta T_w} = \frac{1}{\tau_2}(\overline{\delta T_g} - \overline{\delta T_w}) - \frac{1}{\tau_{12}}(\overline{\delta T_w} - \overline{\delta T}) \quad \text{(A-13)}$$

با حذف $\overline{\delta T_w}$ از معادلات (A-12) و (A-13) داريم:

$$\frac{d\overline{\delta T}}{dx} + \frac{a}{\upsilon_S}\overline{\delta T} = -\frac{\overline{\delta\upsilon}}{\upsilon_S}\frac{dT_S}{dx} + \frac{b}{\upsilon_S}\overline{\delta T_g} \quad \text{(A-14)}$$

در معادلات بالا:

$$a(s) = s + \frac{1}{\tau_1} - \frac{\tau_2}{\tau_1(\tau_{12}\tau_2 s + \tau_{12} + \tau_2)}$$

$$b(s) = \frac{\tau_{12}}{\tau_1(\tau_{12}\tau_2 s + \tau_{12} + \tau_2)}$$

هستند. با حل معادله (A-14) و شرايط مرزي $\overline{\delta T}(x,s) = \overline{\delta T}(0,s)$ در $x = 0$ داريم:

$$\overline{\delta T}\, e^{\frac{a}{\upsilon_S}x} = -\frac{\overline{\delta\upsilon}}{\upsilon_S}\int_0^x \frac{dT_S}{dx} e^{\frac{a}{\upsilon_S}x} dx + \frac{b}{\upsilon_S}\overline{\delta T_g}\int_0^x e^{\frac{a}{\upsilon_S}x} dx + \overline{\delta T}(0,s) \quad \text{(A-15)}$$

از معادله (A-9) مي توان $dT_S$ را پيدا کرد؛ بنابراين داريم:

$$\int_0^x \frac{dT_S}{dx} e^{\frac{a}{\upsilon_S}x} dx = \frac{T_{g_S} - T_{S_0}}{a\tau_1(1+\frac{\tau_2}{\tau_{12}})-1}\left(e^{x(\frac{a}{\upsilon_S}-\frac{1}{c})}-1\right) \quad \text{(A-16)}$$

سرانجام، معادله (A-15) مي تواند به صورت معادله كلي زير حل شود:

$$\overline{\delta T} = -\overline{\delta\upsilon}\frac{T_{g_S} - T_{S_0}}{ac-\upsilon_S}\left(e^{-\frac{x}{c}} - e^{-\frac{a}{\upsilon_S}x}\right) + \overline{\delta T_g}\frac{b}{a}\left(1-e^{-\frac{a}{\upsilon_S}x}\right) + \overline{\delta T}(0,s)\,e^{-\frac{a}{\upsilon_S}x} \quad \text{(A-17)}$$

معادله بالا پس از به كاربردن پارامترها، همان مدل مطرح شده در مقاله خواهد بود.

## مراجع


1 - Gay, D. H. and Ray, W. H. (1995). "Identification and control of distributed parameter systems by means of the singular value decomposition." *Chemical Engineering Science*, Vol. 50, No. 10, PP. 1519-1539.

2 - Butkowskii, A. G. (1969). *Distributed Parameter Systems*, American Elsevier.

3 - Ray, W. H. (1978). "Some recent applications of distributed parameter systems theory- a survey." *Automatica*, Vol. 14, No. 3, PP. 281-287.

4 - Ramanathan, S., Curl R. L. and Kravaris, C. (1987). "Dynamics and control of the cumulative mass fraction of a particle size distribution." *ACC Proc.*, Minneapolis.

5 - Ramanathan, S. (1988). *Control of Quasirational Distributed Systems with Examples on the Control of Cumulative Mass Fraction of Particle Size Distribution*, Ph.D Thesis, University of Michigan, Ann Arbor.

6 - Ramanathan, S., Curl R. L. and Kravaris, C. (1989). "Dynamics and Control of Quasirational Systems." *AIChE J.*, Vol. 35, No.6, PP.1017-1028.

7 - Özbay, H. (1993). "H∞ optimal controller design for a class of distributed parameter systems." *International Journal of Control*, Vol.58, No.4, PP.739-782.

8 - Foias, C., Özbay, H. and Tannenbaum, A. (1995). "Robust control of infinite dimensional systems-frequency domain methods." *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol.209.Berlin: Springer.

9 - Toker, O. and Özbay, H. (1996). "On the rational H∞ controller design for infinite dimensional plants." *International Journal of Robust and Non-linear Control*, Vol.6, No.5, PP.383-397.

10 - Vollmer, U. and Raisch, J. (2001). "H∞-Control of a continuous crystallizer." *Control Engineering Practice*, Vol. 9, No. 8, PP. 837-845.

11 - ZÍtek, P. and Hlava, J. (2001). "Anisochronic internal model control of time delay systems." *Control Engineering Practice*, Vol. 9, No. 5, PP. 501-516.

12 - Vollmer U. and Raisch J. (2002). "Population balance modeling and H∞-Controller design for a crystallization process." *Chemical Engineering Science*, Vol. 57, No. 20, PP. 4401-4414.

13 - Dimitri Breda. (2006)."Solution operator approximations for characteristic roots of delay differential equations." *Applied Numerical Mathematical*, Vol. 56, No. 3, PP. 305-317.

14 – Verheyden, K., Luzyanina, T. and Roose, D. (2007). "Efficient computation of characteristic roots of delay differential equations using LMS methods." *J. Comput. Appl. Math*, Vol. 214, No. 1, PP. 209-226.

.15 - Bellman, R.E. and Cooke, K. L. (1963). *Differential-Difference Equations*, Chap. 12, Academic Press, New York.

16 - Krall, A. M. (1967). *Stability Techniques for Linear Systems*, Chap. 7, Gordon and Breach, New York.

17 - Manitius, A., Tran, H., Payre, G. and Roy, R. (1987). "Computation of eigenvalues associated with functional differential equations." *Siam J. Sci. Stat. Comput.*, Vol. 8, No. 3, PP. 222.

18 - Shirvani, M., Inagaki, M. and Shimizu, T. (1993). "A simplified model of distributed parameter systems." *Int. J. Eng.*, Vol. 6, No. 2.PP. 65-78.

19 - Shirvani, M., Inagaki, M. and Shimizu, T. (1995). "Simplification study on dynamic models of distributed parameter systems." *AIChE J.,* Vol. 41, No. 12, PP. 2658-2660.

20 - Shirvani, M., Doustary, M. A., Shahbaz, M. and Eksiri, Z. (2004). "Heuristic process model simplification in frequency response domain." *I. J. E. Transactions B: Applications*, Vol. 17, No. 1, PP.19-39.

21 - Morari, M. and Zafiriou, E. (1989). *Robust Process Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

22 - Cohen, W.C. and Johnston, E. F. (1956). "Dynamic characteristics of double-pipe heat exchangers." *Industrial and Engineering Chemistry*, Vol. 48, No. 6, PP. 1031-1034.

23 Romero, J. A., Campo, A. And Albertos, P. (2005). "Control of a heat exchanger using an iterative design approach." *16th IFAC World Congress*, Prague.

## واژه هاي انگليسي به ترتيب استفاده در متن

1 - Distributed Parameter Process
2 - Robustness