

بررسی تجربی و تحلیلی بسامد حالت‌های نوسانی در

محفظه‌های احتراق ناپایدار

نوذر اکبری^{i*}; ناصر سراج مهدیزادهⁱⁱ; رضا ابراهیمیⁱⁱⁱ; محمد رضا پاکچیان^{iv}

چکیده

احتراق پیش مخلوط با نسبت سوخت به هوای کم برای موتورهای توربین کازی به عنوان روشنی برای رسیدن به استانداردهای زیست محیطی در رابطه با انتشار NOx پذیرفته شده است. با این حال این فرایندهای احتراقی برای تحریک ناپایداری احتراق بسیار مستعد هستند. هدف اصلی از این تحقیق، بررسی تجربی و تحلیلی حالت‌های 'اصوات' محفظه احتراق در هنگام ناپایداری احتراق است. برای این منظور یک محفظه احتراق از نوع پیش مخلوط طراحی و ساخته شد، و آزمایش‌های مربوطه برای دو حالت پایدار و ناپایدار انجام شده است. در این طرح از پروپان کازی به عنوان سوخت استفاده شده و آزمایش‌ها در فشار اتمسفر و در نسبت تعادل بین ۰/۷ الی ۱/۲ انجام شده است. برای تعیین بسامد^a نوسانات ناپایدار در محفظه احتراق در شرایط مختلف، از منحنی‌های هیستوگرام، اسپکتروگرام و منحنی انتقال فوریه نوسانات فشاری استفاده شده است. در پایان تحلیلی بسامد حالت‌های اصوات محسنه گردید و کد کامپیوتری نیز برای این منظور نوشته شده است. در پایان نتایج بدست آمده از روش تحلیلی با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند که دقت نتایج رضایت بخش می‌باشد.

کلمات کلیدی : ناپایداری احتراق، موتورهای توربین کازی، محفظه‌های پیش مخلوط، آزمایش‌های تجربی اصوات

Analytical and Experimental Investigation of Frequency of Oscillation Modes in Combustion Chambers of Gas Turbines

N. Akbari; N. Seraj Mehdizadeh; R. Ebrahimi; M. R. Pakatchian

ABSTRACT

Premixed combustion is widely used for simulation of combustion chambers of gas turbines, utilized for low NOx emission applications. However, this category of gas turbine is susceptible to combustion instability. The main aim of this investigation is to focus on thermo-acoustic instability modes in gas turbine combustion chambers. Both analytical and experimental methods are applied for this study. For this purpose, an experimental combustion chamber is designed and fabricated and various experiments are planned and performed in order to achieve the behavior of combustion chamber during stable and unstable conditions. In this research, gaseous propane is introduced as fuel and experiments are performed at nearly atmospheric pressure with equivalence ratios within the range of 0.7 to 1.2. To distinguish the frequency of combustion instability, through various operating conditions, probability density functions, spectral diagrams and the discretized fast Fourier transform of pressure wave oscillations are employed. Moreover, an analytical method is applied and a computer code is written and elaborated for this purpose. Instability frequencies are derived experimentally and analytically and the results are compared with each other. Accordingly, good agreements are observed between the results.

KEYWORDS : Combustion Instability, Gas Turbine Engine, Premix Combustion

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۸۷/۷/۱۴

تاریخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱/۱۵

*نویسنده مسئول و استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد شهر ری، a8129982@aut.ac.ir

ⁱⁱدانشیار دانشگاه صنعتی امیرکبیر، دانشکده هواپیما

ⁱⁱⁱدانشیار دانشگاه صنعتی خواجه نصیر، دانشکده هواپیما

^{iv}کارشناس ارشد دانشگاه امیرکبیر، دانشکده هواپیما

باید محفظه‌های مانند شکل (۲) طراحی و ساخته شود.

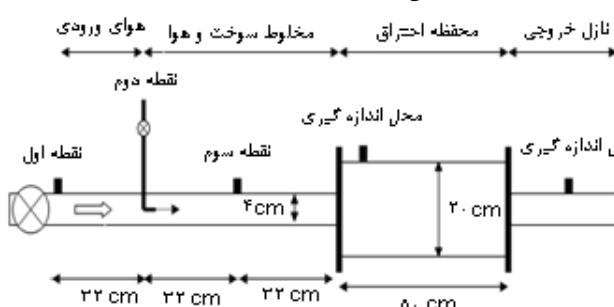
اجزاء این دستگاه عبارتند از:

۱- قسمت هوای ورودی

۲- قسمت اختلاط سوخت و هوا

۳- قسمت محفظه احتراق

۴- قسمت خروجی گازهای سوخته شده



شکل (۲): شماتیک اجزاء، محفظه احتراق مورد آزمایش همراه با ابعاد آن.

عملکرد این محفظه به این صورت است که ابتدا سوخت با سوخت پاشهای معمولی بطور شعاعی در مرکز لوله هوای ورودی پاشیده می‌شود و سپس در لوله ورودی (لوله پیش مخلوط) جریان سوخت و هوا بطور کامل با هم مخلوط می‌شوند. در پایان مخلوط سوخت و هوا وارد محفظه احتراق شده و احتراق در آن جا انجام می‌شود. در تست آزمایشگاهی، هوای متراکم شده از لوله ورودی وارد محفظه می‌شود. دمای هوای ورودی را می‌توان با گرم کن تنظیم کرد. در قسمت هوای ورودی شرایط طوری مهیا شده که طول لوله پیش مخلوط را بتوان تغییر داد و فاصله محل پاش سوخت تا شعله قابل تنظیم باشد. به این ترتیب امکان بررسی تاثیر اندازه طول لوله ورودی پیش مخلوط در ناپایداری احتراق وجود دارد.



شکل (۳): محفظه احتراق پیش مخلوط مورد آزمایش

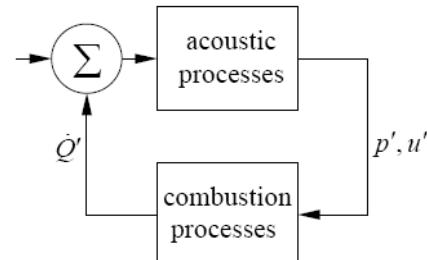
باید توجه داشت که دبی جرمی سوخت و هوا ورودی هیچگونه نوساناتی به محفظه وارد نکند. علت آن است که این

۱- مقدمه

محققان تلاش‌های زیادی برای تولید محفظه‌های با NO_x کم برای توربین‌های گازی کردند که منجر به استفاده از محفظه‌های جدیدی بنام^۱ LPM گردید. در این نوع محفظه‌ها ابتدا سوخت و اکسید کننده در بالا دست جریان کاملاً مخلوط شده و سپس مخلوط سوخت و هوا وارد محفظه احتراق می‌شوند. در این محفظه‌ها دمای احتراق به طوری کاهش یافته است تا از ایجاد NO_x حرارتی تا حد ممکن جلوگیری شود. با اینکه روش پیش مخلوط نسبت کم سوخت و هوا، میزان انتشار NO_x را به طور قابل قبولی کنترل می‌کند ولی نوسانات فشاری ایجاد شده در اثر احتراق باعث ایجاد مشکلاتی می‌شود^[۱].

اغتشاشات فشاری^۷ در محفظه احتراق موتور توربین گازی همیشه وجود دارد حتی اگر محفظه، عملکرد پایداری داشته باشد. این اغتشاشات در شرایط پایدار معمولاً با نوساناتی با کم دامنه ظاهر شده که با نام نوسانات اصوات سنتی^۸ معروفی می‌شوند و مهمترین عامل موثر بر آنها هندسه محفظه است^[۲]. بطور معمول بعضی از این اختلالات می‌تواند انرژی لازم برای نوسانات ناپایدار را ایجاد کرده و دامنه آنها را افزایش دهد. نتایج نشان می‌دهد که نوسانات فشاری با دامنه بیشتر از ۵ % فشار اصلی محفظه، می‌توانند نشان دهنده ناپایداری احتراق باشند^[۳]. در هنگام ناپایداری احتراق معمولاً دو پدیده مهم رخ می‌دهد که عبارتند از:

- ۱- افزایش بیش از حد حرارت آزاد شده
- ۲- تولید نوساناتی با دامنه بزرگ



شکل (۱): شماتیک مکانیزم ناپایداری احتراق^[۴]

با توجه به مطالب گفته شده، ناپایداری احتراق در واقع همگیری بین نوسانات اصوات و نوسانات حرارت آزاد شده در محفظه احتراق می‌باشد^[۱] (شکل (۱)).

۲- دستگاه مورد آزمایش

برای انجام آزمایش‌های تجربی در محفظه احتراق LPM

تغییر ابعاد برای بررسی تاثیر ابعاد محفظه و لوله‌های ورودی و خروجی در ناپایداری را نیز داشته باشد.

در این آزمایش از کاز پروپان به عنوان سوخت و از هوا به عنوان اکسید کننده استفاده شده است. فشار هوای ورودی، توسط متراکم کننده از نوع پیستونی ایجاد می‌شود و می‌توان در نقاط نشان داده شده در شکل (۲)، با فشار سنج معمولی مقدار آن را اندازه‌گیری نمود. در حین آزمایش باید فشار مخزن متراکم کننده ثابت بماند.

برای اندازه‌گیری دبی سوخت و هوا از روتامتر گازی استفاده می‌شود. این وسیله می‌تواند دبی جرمی را با دقت خوبی تعیین کند. علت استفاده از روتامتر گازی، پایین بودن دبی جرمی سوخت و هوای مصرفی است.

شدت صوت ایجاد شده در اثر ناپایداری با میکروفون اندازه‌گیری می‌شود. با این وسیله اندازه گیری، آزمایش‌های زیادی در رابطه با اثر فشار هوای ورودی به همراه تغییرات نسبت اختلاط سوخت و هوا و طول لوله پیش مخلوط بر ناپایداری احتراق انجام گرفته شده است.

۳- تعیین تجربی بسامد حالت‌های اصوات

در محفظه احتراق پیش مخلوط نشان داده شده در شکل (۳) دو آزمایش، یکی در شرایط پایدار و دیگری در شرایط ناپایدار ترتیب داده شده است. در هر دو آزمایش محل سوخت پاش در نقطه اول نشان داده شده در شکل (۲) است.

در این آزمایش‌های صفر دسی بل (dB)^۹ برابر با بیشترین دامنه اندازه‌گیری شده توسط وسیله اندازه گیری کننده الکترونیکی است (در تنظیمات اولیه نرم افزاری، پردازش اطلاعات ۸۰ دسی بل بیشترین دامنه قابل حس در نظر گرفته شده است). بنابراین سطح فشار صوت همیشه کمتر از صفر دسی بل (dB) یعنی مقداری منفی است. برای مثال سطح فشار صوت ۱۰ dB- به اندازه ۱۰ دسی بل از سطح فشار صوت مربوط به بیشترین دامنه اندازه‌گیری شده توسط این وسیله الکترونیکی کمتر است و دامنه ۱۰- dB از دامنه ۲۰- dB- به اندازه ۱۰- dB- بزرگتر می‌باشد.

فشارکلی مخزن هوای فشرده ۷ بار و فشار کلی مخزن سوخت که از نوع پروپان است، ۲/۵ بار می‌باشد. ولی احتراق در محفظه LPM با فشار اتمسفر انجام شده است.

شکل (۴) موج نوسانات اصوات را در حالت پایدار نشان می‌دهد. در این حالت دبی حجمی سوخت مصرفی ۱/۷ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوای مصرف شده ۲۱ لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل ۱/۹۲ است. در این شرایط دامنه نوسانات حدود ۵۷-

نوسانات سوخت و هوا می‌تواند در بسامد ناپایداری مشاهده شده تاثیر گذارد. لذا در هنگام تزریق سوخت و هوا به لوله ورودی از نازلهایی استفاده می‌شود که بتوانند شرایط خفگی جریان را در ورودی ایجاد نمایند.

برای مشاهده شعله در محفظه احتراق پنچرهای از جنس کواتز تعییه شده است، ضخامت این شیشه باید طوری باشد که توانایی تحمل فشار و دمای بالا را داشته باشد (شکل (۳)).

مقدار دبی سوخت مصرفی توسط شیر مخصوصی که از نوع جریان یکطرفه است و قابلیت تنظیم مقدار دبی عبوری با دقت زیاد را به محفظه احتراق دارد، کنترل می‌شود. علت انتخاب این نوع شیر اینمنی بالای آن در مصارف احتراقی است.

برای شروع آزمایش لازم است که ابتدا دستگاه کالبیره شود، پس از انجام تنظیمات اولیه، ضروری است که دستگاه مدتی کار کند تا به دمای پایدار برسد. سپس آزمایش‌های مورد نظر در رابطه با ناپایداری احتراق انجام گیرد.

وسایل اندازه‌گیری این دستگاه عبارتند:

۱. دبی سنج گازی، که برای اندازه‌گیری دبی سوخت و هوای مصرفی استفاده می‌شود، محلهای نصب آن در لوله ورودی جریان هوا و سوخت به لوله پیش مخلوط است.

۲. فشار سنجهای معمولی، که محلهای نصب آنها روی لوله‌های سوخت و هوای ورودی به سیستم محفظه احتراق است.

۳. میکروفون، که قابلیت اندازه‌گیری فشار دینامیکی محفوظه احتراق و شدت صوت ایجاد شده را دارد. این میکروفون در انتهای محفظه احتراق، محلی که گازهای سوخته شده از محفظه خارج می‌شوند، نصب می‌شود. لازم بهذکر است که میکروفون طوری نصب شده که نوسانات سازه‌ای محفظه تاثیری بر آن نداشته باشد و همچنین در معرض مستقیم گازهای داغ خروجی قرار نگیرد. برای این منظور میکروفون توسط سیمی از سقف آزمایشگاه آویزان شده است.

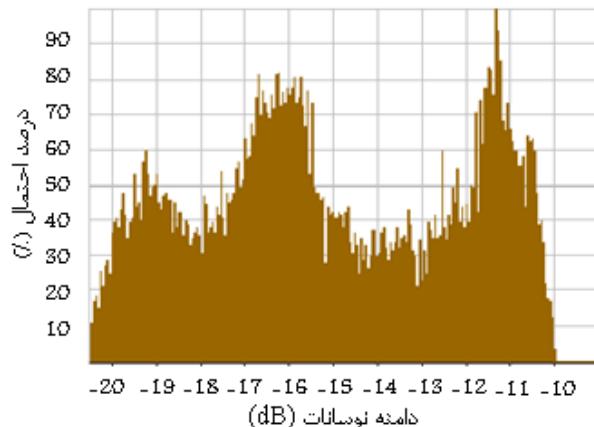
۴. کارت داده برداری

۵. رایانه برای پردازش اطلاعات

۶. نرم افزارهای مربوطه برای پردازش اطلاعات
۷. دما سنجهای برای اندازه‌گیری دمای محفظه احتراق و هوای ورودی

پیش بینی شده است که این وسیله علاوه بر اینکه قابلیت تغییر متغیرهای جریان از قبیل دما و دبی جرمی را دارد، قابلیت

در شکل (۶) نسبت تعادل حدود ۱/۹ است. در این شرایط نسبت سوخت به هوا از نسبت استوکیومتری بیشتر بوده و سیستم در شرایط پایدار است که علت آن را می‌توان بالا بودن نسبت تعادل دانست و به این موضوع در مرجع [۵] نیز اشاره شده است. همانطور که منحنی هیستوگرام شکل (۶) نشان می‌دهد، این منحنی یک قله دارد، که توزیع آن تقریباً "منحنی گوس" است. در واقع منحنی هیستوگرامتابع چگالی احتمال یا توزیع دامنه نوسانات اصوات را نشان می‌دهد، همان‌طور که در شکل (۶) نشان داده شده، محدوده دامنه نوسانات بین -۵۱dB تا -۶۱dB است که در مقایسه با محدوده دامنه نوسانات بین -۲۰dB تا -۱۰dB نشان داده شده در شکل (۷) که شرایط ناپایدار را بیان می‌کند دامنه‌ی بسیار کوچکتری دارد.



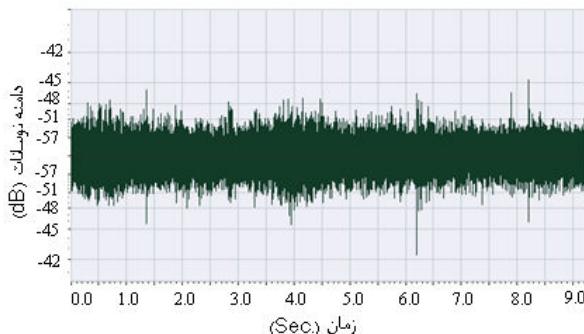
شکل (۷): منحنی هیستوگرام در شرایط ناپایداری

شکل (۷) در شرایطی مشابه با شکل (۵) رسم شده است بطوری‌که دبی سوخت ۶/۰ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوا ۱۹ لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل ۶/۶۲ است. نکته دیگری که از منحنی شکل‌های (۷) و (۸) نتیجه می‌گیریم، این است که حتی در شرایط پایدار نیز نوسانات فشاری در محفظه احتراق وجود دارند اما دامنه آنها بسیار کوچک است که در مرجع [۶] به این موضوع اشاره شده است. همچنین در شکل (۷) بر خلاف منحنی شکل (۶) چند قله وجود دارد، این قله‌ها نشان دهنده نحوه توزیع دامنه نوسانات اصوات در شرایط ناپایدار محفظه احتراق هستند [۷].

با رسم منحنی انتقال فوریه D.F.F.T. از منحنی موج در حالت ناپایدار (شکل (۵))، می‌توان حالت‌های بسامدی، تعداد حالت‌های ارجح و همین‌طور دامنه نوسانات بر حسب دسیبل درا شرایط ناپایدار را بدست آورد.

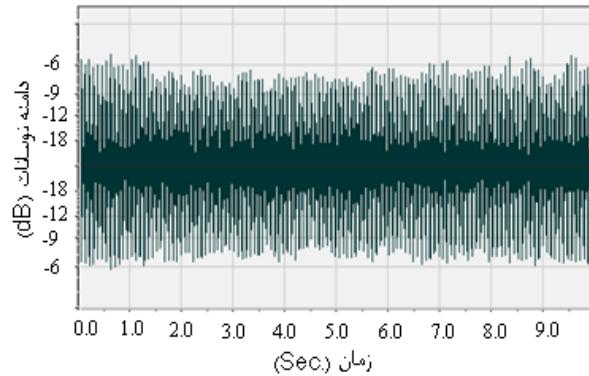
محور افقی در شکل (۸) بسامد نوسانات بر حسب هرتز (Hz) محور عمودی دامنه نوسانات بر حسب دسیبل است. همانطور که در شکل مشخص است، منحنی D.F.F.T. حالت‌های

است که مقدار کوچکی نسبت به دامنه موج نوسانات اصوات در حالت ناپایدار است (شکل (۵)). دامنه نوسانات فشاری در حالت ناپایدار حدود ۱۲ dB بوده که چهار برابر حالت پایدار است.



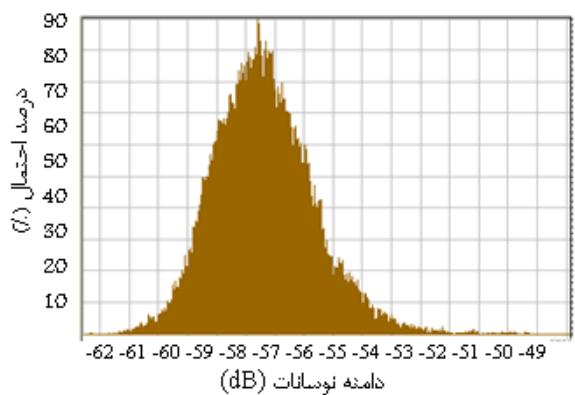
شکل (۴): منحنی دامنه نوسانات اصوات در حالت پایدار

شکل (۵) در شرایطی رسم شده است که دبی حجمی سوخت ۶/۰ لیتر بر دقیقه، دبی حجمی هوا ۱۹ لیتر بر دقیقه و نسبت تعادل حدود ۶/۶۲ است.



شکل (۵): منحنی دامنه نوسانات اصوات در حالت ناپایدار

شکل (۶) منحنی هیستوگرام را در شرایطی نشان می‌دهد که محفظه پایدار است. در این منحنی، محور افقی دامنه نوسانات بر حسب دسیبل (dB) است و محور عمودی درصد احتمالات را نشان می‌دهد.



شکل (۶): منحنی هیستوگرام در شرایط پایداری



برای حل معادله هلمهولتز فرض می‌شود که مولفه عمود بر

گرadiان فشار ($\vec{\nabla}P_\omega$) روی دیوارهای صفر باشد:

۴- محاسبه بسامد ناپایداری احتراق به کمک مدل موجود

همانطور که بیان شد، ناپایداری احتراق ناشی از نوسانات فشاری است و این نوسانات رفتار مشابه‌ای با نوسانات اصوات کلاسیک دارند. لذا حالت‌های این نوسانات نیز مشابه که عبارتند از: حالت نوسان طولی و حالت نوسان عرضی. حالت عرضی شامل نوسانات شعاعی و نوسانات مماسی است. هر حالت مماسی نیز به دو صورت موج ایستا و چرخشی ایجاد می‌شود. برای بررسی تاثیر نوسانات فشاری در ناپایداری احتراق موتور توربین گازی، فرض می‌شود که جواب معادله هلمهولتز (معادله (۱))، ترم مختلط $P_\omega(x, y, z)$ باشد [۸].

مهمترین ویژگی اصوات این است که می‌تواند محفظه احتراق موتورهای توربین گازی پیش مخلوط را به ناپایداری هدایت کند. علت اینست که این حالت‌های ویژه^{۱۰} اصوات، انرژی نوسانات فشاری و سرعتی بالائی دارند. مشخصه دقیق حالت‌های ویژه اصوات، بستگی به شکل محفظه و شرایط مرزی آن دارد. در شرایط عمومی برای یک محفظه با سطح مقطع A، حالت‌های ویژه را می‌توان توسط حل معادله هلمهولتز^{۱۱} به دست آورد.

$$\nabla^2 P_\omega + k^2 P_\omega = 0 \quad (1)$$

برای حل معادله هلمهولتز فرض می‌شود که مولفه عمود بر

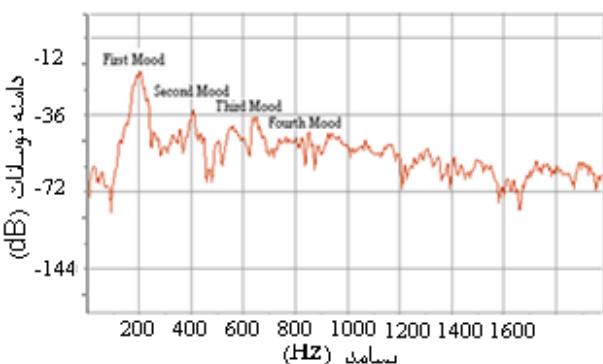
گرadiان فشار ($\vec{\nabla}P_\omega$) روی دیوارهای صفر باشد(رابطه (۲)):

$$\vec{n} \cdot \vec{\nabla}P_\omega = 0 \quad (2)$$

۵- پیکربندی یک محفظه برای مطالعه حالت‌های ویژه اصوات

منظور از توابع ویژه ($P_\omega(x, y, z)$)، در واقع حالت‌های اصوات محفظه است، به شرطی که معادله هلمهولتز با شرایط مرزی بیان شده (معادله (۲)) حل شود. معمولاً برای اشکال پیچیده باید حل عددی انجام شود تا بتوان توابع ویژه برای P_ω را به دست آورد. برای یک هندسه ساده از نوع محفظه مستطیلی (شکل (۱۰)) دامنه فشار و فشار لحظه‌ای در داخل محفظه از معادله هلمهولتز بصورت رابطه (۳) محاسبه می‌شود:

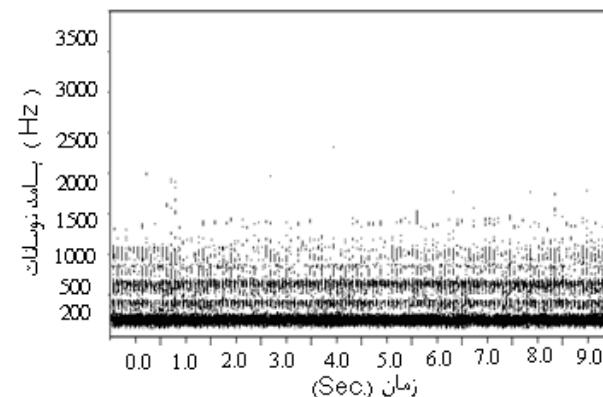
اول، دوم، سوم و چهارم نوسانات را نشان داده است.



شکل (۸): منحنی انتقال فوریه در شرایط ناپایدار در شرایطی که دبی حجمی سوخت ۶/۰ لیتر بر دقیقه و دبی حجمی هوا ۲۱ لیتر بر دقیقه است

حالات اول که مهمترین حالت بسامدی در شرایط ناپایدار است، دارای بسامد ۲۰۰ هرتز و حالت‌های دوم و سوم و چهارم بترتیب بسامدهای ۴۰۰، ۶۳۰ و ۸۳۰ هرتز را دارند.

در شکل (۹) که منحنی اسپکتروال منحنی موج در شرایط ناپایدار است، می‌توان بسامد حالت‌های ارجح در شرایط ناپایدار را مشاهده نمود. شکل‌های (۵)، (۷)، (۸) و (۹) همگی مربوط به یک آزمایش در حالت ناپایدار هستند. بیشینه دامنه نوسانات فشاری ثبت شده در منحنی شکل (۵) حدود ۱۲dB است و درصد بسیار کمی دارای دامنه‌های بالاتر هستند. این موضوع در شکل (۷) نیز نشان داده است.



شکل (۹): نمودار اسپکتروال در شرایط ناپایدار

در شکل (۹) حالت‌های بسامدی اصلی موجود در نوسانات در شرایط ناپایدار با رنگ تیره تر نشان داده شده است که حدود ۲۰۰ هرتز است و با توجه به شکل (۸)، حالت اول نوسانات ایجاد شده که اصلی ترین حالت نوسانات نیز است، دامنه‌ای حدود ۱۲dB را دارد.

محفظه‌های مستطیلی، از معادله هلمهولتز دیفرانسیل‌گیری می‌شود. در این صورت برای سادگی از مختصات استوانه‌ای (r, θ, z) استفاده می‌شود. با این روش مختصات m^m حالت‌های آکوستیکی (m, n, q) که شامل؛ حالت شعاعی^{۱۳} حالت مماسی^{۱۴} و حالت طولی^{۱۵} بdst می‌آید جواب معادله هلمهولتز برای یک محفظه استوانه‌ای بصورت رابطه (۱۰) می‌شود:

$$p(r, \theta, z) = J_n(\pi\beta_{mn} \frac{r}{a}) \cos(q\pi \frac{z}{l})(Pe^{in\theta} + Qe^{-in\theta}) \quad (10)$$

منظور از J_n در رابطه (۱۰)، تابع بسل^{۱۶} از مرتبه n است. مقدار β_{mn} ریشه معادله $J'_n(\pi\beta_{mn}) = 0$ است که از جداول استاندارد بdst می‌آید. با داشتن β_{mn} می‌توان بسامدهای تشدید ناپایداری احتراق در یک محفظه استوانه‌ای را به صورت رابطه (۱۱) بdst آورد:

$$f = \frac{c_0}{2} [(\frac{\beta_{mn}}{a})^2 + (\frac{q}{l})^2]^{1/2} \quad (11)$$

محفظه مورد آزمایش، استوانه‌ای با ابعاد نشان داده شده در شکل (۲) است.

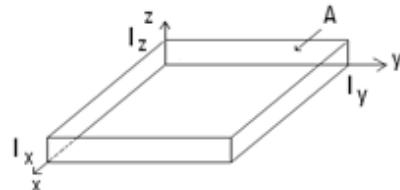
از آنجایی که حالت‌های ارجح در ناپایداری احتراق با توجه به نوع پیکربندی این محفظه (بزرگ بودن نسبت طول به قطر محفظه) (شکل (۲)) از نوع نوسانات طولی هستند. لذا معادله (۱۱) ساده‌تر شده و بصورت رابطه (۱۲) می‌شود:

$$f = \frac{c_0}{2} [(\frac{q}{l})^2]^{1/2} \quad (12)$$

لازم به ذکر است که نتایج بdst آمده برای موج نوسانی طولی در لوله‌های با سطح مقطع دایره‌ای برای سطح مقطع‌های چهار گوش نیز صادق بوده و جواب یکسان است. علت این است که با حذف جمله‌های عرضی در روابط (۱۱) و (۹) معادلات یکسان می‌شوند. این موضوع را می‌توان برای هر نوع سطح مقطعی بسط داد. به این معنی که با شرط ثابت بودن سرعت صوت، بسامد نوسانی طولی یکسان بوده و فقط با طول محفوظه رابطه دارد. در معادله (۱۲) منظور از c_0 و 1 بترتیب سرعت صوت و طول کلی (مجموع طول محفوظه و لوله ورودی) در محفوظه احتراق بوده و دمای محفوظه احتراق از رابطه (۱۳) بdst می‌آید که حدوداً ۸۵۰ کلوین است.

$$\frac{T_{cs} + T_{is}}{2} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲) T_i و T_{cs} بترتیب دمای مواد اولیه ورودی و دمای محفوظه احتراق است.



شکل (۱۰): شماتیک محفظه مستطیلی

$$P_\omega(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z) \quad (3)$$

با استفاده از روش جدا سازی متغیرها رابطه بالا در معادله هلمهولتز جایگزین می‌شود و بعد از ساده سازی معادله هلمهولتز بصورت رابطه (۴) بdst می‌آید:

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + \frac{Z''}{Z} + K^2 = 0 \quad (4)$$

حل این معادله، با جایگرین کردن $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$ عدد موج است) در معادله بالا ساده‌تر می‌شود، به‌طوری که معادله دیفرانسیل جزئی به سه معادله دیفرانسیل معمولی بصورت رابطه (۵) تجزیه می‌شود:

$$\frac{X''}{X} = -K_x^2, \quad \frac{Y''}{Y} = -K_y^2, \quad \frac{Z''}{Z} = -K_z^2 \quad (5)$$

$$\frac{dX}{dx}(x=0 \text{ or } l_x) = \frac{dY}{dy}(y=0 \text{ or } l_y) = \frac{dZ}{dz}(z=0 \text{ or } l_z) = 0$$

با اعمال شرایط مرزی، جواب معادلات موجود در رابطه (۵) بصورت رابطه (۶) بdst می‌آید:

$$\begin{aligned} X &= \cos(K_x x) \\ Y &= \cos(K_y y) \\ Z &= \cos(K_z z) \end{aligned} \quad (6)$$

با قرار دادن شرایط مرزی محفوظه، روابط (۷) حاصل می‌شوند:

$$K_x = n_x \frac{\pi}{l_x}, \quad K_y = n_y \frac{\pi}{l_y}, \quad K_z = n_z \frac{\pi}{l_z} \quad (7)$$

و در پایان با قرار دادن رابطه (۷) در روابط (۶) و (۳) رابطه (۸) بdst می‌آید:

$$\begin{aligned} P_\omega(x, y, z, t) &= P_\omega(x, y, z) e^{-i\omega t} = \\ &= \bar{P} \cos(n_x \frac{\pi}{l_x} x) \times \cos(n_y \frac{\pi}{l_y} y) \times \cos(n_z \frac{\pi}{l_z} z) e^{-i\omega t} \end{aligned} \quad (8)$$

برای حالت‌های (n_x, n_y, n_z) بسامد تشدید نیز از رابطه (۹) به دست می‌آید [۹]:

$$f = \frac{Kc_0}{2\pi} = \frac{c_0}{2} [(\frac{n_x}{l_x})^2 + (\frac{n_y}{l_y})^2 + (\frac{n_z}{l_z})^2]^{1/2} \quad (9)$$

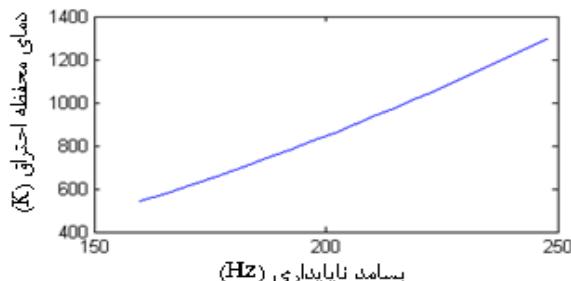
برای محفوظه‌های استوانه‌ای، با شعاع a و طول l نیز مانند

در جدول (۱) فقط داده‌های یک حالت خاص آورده شده است ولی در شکل (۱۱) رنچ وسیعی از نسبت تعادل‌های عملکردی ($\phi \leq 1/2$) در موتورهای توربین گازی در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل مشخص است؛ با تغییر نسبت تعادل ϕ ، بسامد حالت‌های نوسانی تغییر زیادی نمی‌کند. لذا می‌توان به این نتیجه رسید که نسبت تعادل، پارامتر موثری در ناپایداری احتراق است ولی اثری بر بسامد نوسانات در شرایط ناپایداری ندارد.

با توجه به شکل (۱۱)، حالت اول نوسانات پراکندگی کمتری نسبت به حالت دوم، سوم و چهارم دارد لذا می‌توان نتیجه گرفت که در این محدوده عملکردی نسبت تعادل، واضح‌ترین حالت بسامدی، حالت اول نوسانات بوده است. محدوده بسامدی برای حالت اول (کمی بیشتر از ۲۰۰ هرتز)، حالت دوم (بین ۴۰۰ الی ۴۷۰ هرتز)، حالت سوم (حدود ۶۰۰ الی ۶۷۰ هرتز) و حالت چهارم (بین ۸۰۰ الی ۸۷۰ هرتز) است. این محدوده‌های مشخص شده در شکل (۱۱) از طریق انجام آزمایش بدست آمده‌اند.

۶- رابطه تحلیلی بین فرکانس حالت‌های نوسانی با دمای محفظه احتراق

این قسمت بر اساس نتایج تحلیلی قسمت پنجم این طرح است و بطور تحلیلی ارتباط بین فرکانس طبیعی سیستم با دمای محفظه را نشان می‌دهد. در شکل (۱۲) محور عمودی دمای محفظه احتراق و محور افقی بسامد ناپایداری است. این منحنی در شرایطی رسم شده است که فقط حالت اول نوسانات طولی اجازه رشد داشته باشد. همانطوری که مشخص است، در دمای کمتر از ۶۰۰ کلوین بسامد ناپایداری کمتر از ۱۷۰ هرتز است. در این نوع محفظه با افزایش درجه حرارت، بسامد ناپایداری نیز افزایش می‌یابد. بعلت پایین بودن بسامد نوسانات طولی احتمال اینکه در این بسامد، ناپایداری وجود داشته باشد بیشتر است. لذا احتمال میرا شدن آن در این محفظه نسبت به حالت‌های دیگر ناپایداری کمتر است.



شکل (۱۲): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری در شرایطی که فقط حالت اول نوسانات طولی اجازه رشد دارند

جدول (۱): مقایسه نتایج محاسبه شده با نتایج تجربی

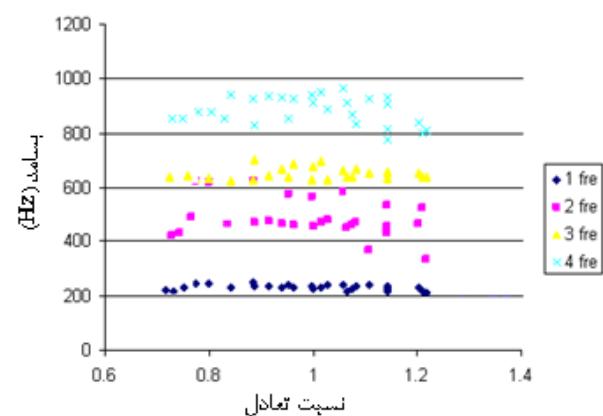
حالات بسامدی	بسامد اندازه (Hz) گیری شده (Hz)	بسامد محاسبه شده (Hz)
حالات اول	۲۰۰	۲۰۰/۲
حالات دوم	۴۰۱	۴۰۰/۳
حالات سوم	۶۱۵	۶۰۰/۷
حالات چهارم	۸۳۰	۸۰۱/۲
حالات پنجم	۱۰۷۰	۱۰۰۱/۳

در جدول (۱) فرکانس نوسانات در دو حالت تجربی و تئوری مقایسه شده اند. نتایج تجربی در شرایطی بدست آمده ۲۱ لیتر بر دقیقه و دبی حجمی هوا که برابر حالت‌های اول و دوم، فرکانس نوسانات به هم نزدیک هستند ولی برای مودهای سوم و چهارم به بعد فرکانس محاسبه شده تفاوت اندکی با مقادیر تجربی دارد. علت این است که حالت‌های عرضی نیز در این نوسانات وجود دارند. بنابراین معادله (۱۲) دارد دقت کمتری برای حالت‌های آکوستیکی بسامد بالا دارد. لذا برای این موارد لازم است حالت‌های عرضی نیز در محاسبات وارد شوند. عبارت دیگر توصیه می‌شود از معادله (۱۱) در این موارد استفاده شود.

۶- تحلیل نتایج بدست آمده

۶-۱- رابطه تجربی بین فرکانس حالت‌های نوسانی با نسبت تعادل

در شکل (۱۱) بطور تجربی رابطه بین بسامد حالت‌های نوسانی فشاری ایجاد شده در محفظه احتراق با نسبت تعادل ϕ نشان داده شده است.



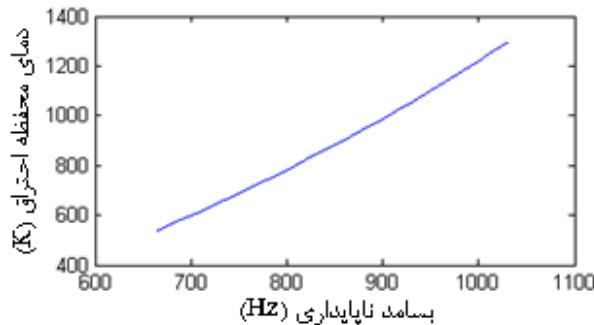
شکل (۱۱): رابطه بین بسامد حالت‌های نوسانی در محفظه احتراق با نسبت تعادل

با توجه به شکل‌های (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) که از تئوری بدست آمده مشخص است که در شرایط ناپایداری احتراق حالت‌های نوسانی طولی چون کمترین بسامد نوسانات را دارد لذا ارجح‌ترین حالت‌های نوسانی در هنگام ناپایداری احتراق است که در منحنی اسپکتروال و منحنی تابع تبدیل فوریه سریع گستته نیز آن را تأکید می‌نماید.

۷- نتایج

با توجه به مقادیر ثبت شده از آزمایش‌های انجام گرفته در شکل‌های آورده شده و جدول (۱) می‌توان این نتایج را بدست آورده:

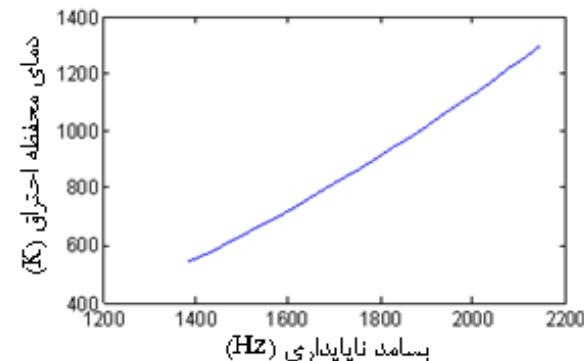
- ۱- اندازه‌گیری‌های تجربی نشان داد که نه تنها در شرایط ناپایداری بلکه در شرایط پایداری نیز نوسانات آکوستیکی در محفظه احتراق وجود دارد. تفاوت این دو در دامنه و بسامد نوسانات است، بطوری که در شرایط پایداری، دامنه و بسامد نوسانات کوچک بوده ولی در شرایط ناپایداری بزرگ می‌باشد.
- ۲- در شرایط پایداری احتراق، منحنی هیستوگرام فقط یک قله دارد که تقریباً "توزيع دامنه نوسانات آن بصورت منحنی گوس" است، در حالی‌که در شرایط ناپایداری، منحنی هیستوگرام چند قله دارد.
- ۳- در شرایط ناپایداری حالت‌های اصواتی ایجاد می‌شوند، بطوری که منحنی اسپکتروال بسامد آنرا با دقت زیاد می‌تواند نشان دهد و در صورت پایدار شدن محفظه این حالت‌های اصواتی حذف می‌شوند.
- ۴- بسامد حالت‌های طولی اصوات بدست آمده برای سطح مقطع‌های متفاوت با طول‌های یکسان، مشابه است.
- ۵- نوسانات اصوات ایجاد شده در پیکربندی محفظه احتراق مورد مطالعه با توجه به نسبت طول به قطر بزرگ محفوظه احتراق، در بسامدهای پایین از نوع نوسانات طولی بوده و نتایج محاسبات نیز این موضوع را تأکید می‌نماید.
- ۶- دقت نتایج برای حالت‌های اول و دوم نوسانی که بیشترین دامنه را دارند، بسیار خوب بوده ولی برای حالت‌های سوم به بعد همانطور که جدول (۱) و شکل (۱۱) نشان داده شد اختلافاتی دیده می‌شود. علت اختلاف، در ایجاد حالت‌های عرضی در بسامدهای بالا و لحاظ نکردن آنها در مدل محاسباتی است.



شکل (۱۳): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری در شرایطی که حالت نوسانات شعاعی اجازه رشد دارد.

در شکل (۱۲) رابطه بین بسامد ناپایداری احتراق با دمای محفظه احتراق در شرایطی که حالت اول نوسانات شعاعی اجازه رشد داشته باشد، نشان داده شده است. در کمترین دمای محفظه احتراق، حداقل بسامد ناپایداری احتراق برابر ۶۸۰ هرتز است و این بدین معنی است که احتمال ایجاد این بسامد ناپایداری بسیار کمتر از حالت‌های نوسانی طولی است.

در شکل (۱۴) رابطه بین بسامد طبیعی سیستم با دمای محفظه در صورتی که تنها حالت اول نوسانات مماسی از موج عرضی در نظر گرفته شده باشد، را نشان می‌دهد. همانطور که شکل (۱۴) نشان می‌دهد، در حداقل دمای محفظه احتراق (حدود ۶۰۰ کلوین) بسامد ناپایداری حالت اول مماسی از نوسانات عرضی از حدود ۱۴۰۰ هرتز شروع شده است. از آنجایی که این بسامد بالا است، بنابراین احتمال میرا شدن آن زیاد است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که احتمال اینکه این حالت بسامدی در شرایط ناپایداری وجود داشته باشد، ضعیفتر از حالت اول طولی یا حالت اول شعاعی می‌باشد.



شکل (۱۴): رابطه بین دمای محفظه احتراق و بسامد ناپایداری

- Lieuwen, T., "Experimental Investigation of Combustion Instability in a Gas Turbine Combustor Simulator", Journal of Propulsion and Power, AIAA-99-0712 pp. 1-10 (1999)
- Lieuwen, T., "Experimental Investigation of Limit Cycle Oscillations in an Unstable Gas Turbine Combustor", Journal of Propulsion and Power, Vol. 18, No. 1, February, pp. 61-67 (2002)
- Culick F.E.C., "Combustion Instabilities in Liquid Rocket Engine: Fundamentals and Control", California Institute of Technology, 28-29 October (2002)
- Poinsot, T. and Veynant, D.; "Theoretical and Numerical Combustion", Philadelphia, Edwards, (2005)
- [۶] Akbari, N, Mehdizadeh, N S; R "Thermo-Acoustic Instability Simulation in Gas Turbine", Journal of Mechanics, Vol.25, No.4, pp. 279-289 December, (2009)
- [۷] Lieuwen T., Yang V., "Combustion Instabilities in Gas Turbine Engines: Operational, Experience, Fundamental Mechanisms and Modeling", AIAA (2006)
- [۸] You D., "A Three-Dimensional Linear Acoustic Analysis of Gas-Turbine Combustion Instability", Thesis, Pennsylvania State University, May (2004)
- [۹] Lieuwen T.; "A Mechanism of Combustion Instability in Lean Premixed Gas Turbine Combustor", Transactions of ASM, Volume123, January (2001)
- [۱۰] Lieuwen, T., and Zinn B., "The Role of Equivalence Ratio Oscillations in Driving Combustion Instabilities in Low NO_x Gas Turbine", Twenty-Seventh Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, pp. 1809-1816 (1998)

- ^۱ مودهای
^۲ آکوستیکی
^۳ فرکانس
^۴ Histogram
^۵ Spectral
^۶ Lean Pre-Mixed
^۷ Pressure fluctuations
^۸ آکوستیک کلاسیک
^۹ decibel
^{۱۰} Discretized Fast Fourier Transform
^{۱۱} Eigen modes
^{۱۲} Radial
^{۱۳} Tangential
^{۱۴} Longitudinal
^{۱۵} Bessel Function