مدل‌سازي و حل يک مسأله زمان‌بندي دو معياره در يک سيستم توليد سلولي با در نظر گرفتن زمان‌هاي آماده‌سازي وابسته به توالي سلول‌ها

رضا توكلي مقدم[i] *; آزاده نصري[ii]

چكيده

در اين مقاله، يك مدل برنامه‌ريزي رياضي عدد صحيح مختلط دو معياره براي زمان بندي سلول‌ها و قطعات در هر سلول به‌طور همزمان در يک سيستم توليد سلولي[1] (CMS) ارائه مي‌شود. هدف اين مدل، كمينه كردن زمان كل تكميل ساخت قطعات و حركت بين سلولي قطعات با در نظر گرفتن زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي خانواده قطعه اختصاص يافته به سلول‌ها مي‌باشد. در طراحي و برنامه‌ريزي سيستم توليد سلولي، سه مرحله اصلي مي‌بايست مد نظر قرار گيرد كه شامل تشكيل سلول، استقرار سلول‌ها و ماشين‌ها، و زمان بندي آنها است. از آنجا كه اين مدل پيشنهادي و مسأله زمانبندي CMS جزء مسايل چندجمله‌اي نامعين سخت[2] است، از الگوريتم ژنتيک[3] (GA) به‌عنوان يكي از روش‌هاي فراابتكاري كارامد براي حل مدل استفاده مي‌شود. در پايان براي نشان دادن كارايي اين الگوريتم پيشنهادي، چند مسأله نمونه حل شده، نتايج محاسباتي مربوطه با نتايج به‌دست آمده به كمک يك ابزار بهينه‌ساز مورد مقايسه قرار مي‌گيرد.

كلمات كليدي : زمان بندي، سيستم توليد سلولي، زمان‌هاي آماده‌سازي وابسته به توالي، الگوريتم ژنتيک.

Modeling and Solving of a Bi-Criteria Scheduling Problem for a Cellular Manufacturing System with Sequence-Dependent Cell Setup Times

R. Tavakkoli-Moghaddam; A. Nasri

ABSTRACT

This paper presents a new, bi-criteria mixed-integer programming model for scheduling cells (part families) and parts within each cell in a manufacturing cellular system. The objective of this model is to minimize the makespan and inter-cell movements simultaneously, while considering sequence-dependent cell setup times. In the CMS design and planning, three main steps must be considered, namely cell formation (i.e., part families and machine grouping), inter and intra-cell layouts, and scheduling issue. Due to the NP-hardness of the proposed model and the scheduling problem in the CMS, a genetic algorithm (GA) as an efficient meta-heuristic method is proposed to solve such a hard problem. Finally, a number of test problems are solved to show the efficiency of the proposed GA and the related computational results are compared with the results obtained by the use of an optimization tool.

KEYWORDS : Scheduling, Cellular Manufacturing System, Sequence-Dependent Setup Times, Genetic Algorithm

تاريخ دريافت مقاله:۱۳۸۶/۱۲/۱۱

تاريخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۸/۵/۱۰

[i] * نويسنده مسئول و استاد گروه مهندسي صنايع، پرديس دانشكده‌هاي فني، دانشگاه تهران: E-mail: tavakoli@ut.ac.ir

[ii] دانش‌آموخته كارشناسي ارشد گروه مهندسي صنايع، پرديس دانشكده‌هاي فني، دانشگاه تهران: E-mail: azadehnasri@yahoo.com

۱- مقدمه

يکي از تصميم‌گيري‌هاي اساسي در توليد سلولي، زمان- بندي قطعات در هر سلول است. در زمان بندي CM مجموعه اي از قطعات بايد در سلول‌ها به وسيله مجموعه اي از ماشين‌ها پردازش شوند. هدف يافتن توالي انجام قطعات در هر گروه و توالي انجام گروه‌هاي قطعات در سلول‌ها بر روي مجموعه ماشين‌هاست؛ به گونه‌اي که معيار مورد نظر در زمانبندي بهينه شود. معيارهاي مختلفي مي‌توانند براي يک مسأله زمانبندي توليد سلولي در نظر گرفته شوند که مي‌توان به "حداقل نمودن زمان تکميل"، "حداقل کل زمان تکميل وزن‌دار"، "حداقل کردن حداکثر ديرکرد"، حداقل کردن کل تاخير"، "حداقل کردن کل تأخير وزن‌دار"، "حداقل کردن تعداد کارهاي به تاخير افتاده" و "حداقل کردن تعداد جابجايي‌هاي بين سلولي" اشاره کرد. همچنين در عمل محدوديت هاي عملياتي مختلفي نيز در مسأله زمانبندي CM وجود دارند. براي نمونه زمان‌هاي راه‌اندازي مي‌توانند به توالي انجام سلول‌ها وابسته باشند. در توضيح زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي انجام سلول‌ها اين نکته مورد توجه است که در سيستم توليد سلولي با توجه به توالي خانواده قطعات متعلق به هر سلول هزينه راه‌اندازي ماشين‌ها متفاوت است، براي مثال در صنايع شيميايي و يا خطوط رنگ کاري اگر توالي پردازش هر سلول تغيير کند با توجه به رنگ مورد نياز، زمان آماده‌سازي ماشين‌ها براي پردازش خانواده قطعه بعدي متفاوت خواهد بود. در اين شرايط در صورت تغيير در توالي سلول‌ها زمان‌هاي راه‌اندازي متفاوت بوده، مدت زمان تکميل کل کارها تغيير مي‌کند.

بيشتر الگوريتم‌هايي که براي مسأله زمان‌بندي گروهي توسعه داده شده‌اند داراي دو مرحله‌اند: مرحله‌ي اول توالي قطعات را در گروه‌ها مشخص مي‌کند و مرحله دوم توالي انجام گروه‌هاي قطعات در سلول‌ها را تعيين مي‌نمايد. از نظر تعداد سلول‌ها مي‌توان مقالات را به دو دسته تقسيم نمود: مقالاتي که يک سلول و آنهايي که بيش از يک سلول را در نظر گرفته اند. سليمانپور [۱] چندين سلول را در نظر گرفت و روشي ابتکاري براي کمينه کردن زمان تکميل ارائه نمود. از نظر تعداد ماشين‌ها نيز مقالات را مي توان به دو دسته تقسيم نمود: مقالاتي که دو ماشين در سلول توليدي نظر گرفتند، يوشيدا و هيتومي [۲] الگوريتمي براي حل بهينه مسأله زمانبندي جريان کارگاهي دو ماشينه ارائه داده‌اند که در آن زمان راه‌اندازي در نظر گرفته شده است. سگيکوچي [۳] و بيکر [٤] کار يوشيدا و هيتومي را گسترش داده، مسأله جريان کارگاهي دو ماشينه را با زمان راه‌اندازي زمانبندي کردند. يانگ و چرن [۵] مسأله زمانبندي جريان کارگاهي را در نظر گرفتند که در آن هر گروه نياز به زمان راه‌اندازي و زمان برداشت از ماشين مشابه دارند. هيتومي و حام [٦] حد پاييني براي بهينه کردن مدت زمان کل ساخت تعريف کرده، روش شاخه و حد را براي دستيابي به توالي بهينه قطعات و گروه‌ها پيشنهاد مي‌کند. با توجه به اينکه زمانبندي سيستم‌هاي توليد سلولي يک مسأله چندجمله‌اي نامعين سخت است [۷]، تحقيق‌هاي مختلفي انجام شده‌اند که در آنها تلاش بر ايجاد الگوريتم‌هاي ابتکاري براي حل مسأله زمانبندي گروهي است.

لگندران و نودتاسمبون (LN) [۸] الگوريتمي پيشنهاد کردند که براي حل مسأله زمانبندي داخل سلولي به روش LN ارجاع داده شد و بسيار مشابه الگوريتم پيشنهادي NEH (نواز، ان- اسکور و هم) [۹] بود. تنها تفاوت بين الگوريتم NEH و روش LN اين است که در الگوريتم NEH کارهاي اوليه بر حسب مدت کل پردازش به‌صورت نزولي مرتب مي‌شود اما در روش LN ميانگين زمان پردازش به‌صورت نزولي در نظر گرفته مي‌شود. در مسايل زمانبندي تک سلولي با بيش از دو ماشين مقالات حاضر را مي‌توان از نظر محيط توليدي به دو گروه توليد کارگاهي، جريان کارگاهي و غيره تقسيم نمود. ومرلو و واکهاريا [۱۰] پياده‌سازي زمانبندي هشت خانواده محصول در يک محيط توليد کارگاهي را با هم سنجيداند و بيان کردند که زمانبندي بر مبناي تشکيل خانواده در ارتباط با حداقل زمان جريان و تاخير برتري دارد. محمودي و دولي [۱۱] يک سلول جريان کارگاهي با زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي را در نظر گرفتند. براي يک مسأله ماشين موازي با زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي، ائوم [۱۲] باهدف حداقل کردن کل ديرکرد وزني، يک روش ابتکاري جستجوي ممنوع را توسعه داد. لگندران [۱۳] بر روي پياده‌سازي روش‌هاي مختلف حاصل از ترکيب سه روش PT، LN و CDS (کمبل، دوداک و اسميت) [١٤] بررسي‌هايي را انجام داد و در پايان بيان نمود که روش LN-PT که در آن در مرحله اول از روش LN و در مرحله بعدي از روش PT استفاده مي‌شود، نسبت به روش‌هاي ترکيبي PT-LN، PT-CDS و CDS-PT برتري دارد. الگوريتم‌هاي PT و CDS به‌ترتيب الگوريتم‌هاي ابتکاري يگانه و چندگانه هستند که مسأله زمانبندي جريان کارگاهي با n کار و m ماشين را به مسأله‌اي با n کار و دو ماشين ساده مي‌کنند و سپس از الگوريتم جانسون براي تعيين توالي کارها استفاده مي‌کنند.

يانگ و لياو [۱۵] مسأله زمانبندي سلولي را با دو سلول و حرکت بين سلولي در نظر گرفتند و آن را با استفاده از روش

شاخه و حد و یک الگوریتم ابتکاري حل نمودند. اسکالر [۱۶] حد پايين جديدي که پايين تر از روش ارائه شده توسط هيتومي و هام [۲] که در آن از مقايسه جزئي توالي‌ها در رويه شاخه و حد استفاده مي‌شود براي مسأله زمانبندي گروهي جريان کارگاهي ارائه داد.

اسکالر [۱۷]، فرانکا [۱۸] و هنديزاده [۱۹] مسأله زمانبندي سلولي را با يک سلول، چندين ماشين و زمان آماده‌سازي وابسته به توالي با هدف حداقل کردن زمان کل ساخت و چشم پوشي از حرکات بين سلولي در نظر گرفتند، اسکالر مسأله مورد نظر را با الگوريتم‌هاي ابتکاري بهبود يافته حل کرد. فرانکا مسأله مورد نظر را با الگوريتم‌هاي فراابتکاري ژنتيک و ممتيک حل نمود، و هنديزاده مسأله مورد نظر را با الگوريتم فرا ابتکاري جستجوي ممنوع حل نمود. توکلي مقدم و همکاران [۲۰] مسأله زمانبندي توليد سلولي را با هدف حداقل کردن زمان تکميل قطعات و جابجايي‌هاي بين سلولي، با الگوريتم ممتيک حل نمودند.

تفاوت مدل ارئه شده در اين مقاله با ساير تحقيقات انجام شده، در نظر گرفتن زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي سلولي با دو هدف کمينه کردن زمان کل تکميل قطعات و جابجايي‌هاي بين سلول‌ها براي تعيين توالي قطعات در هر سلول و توالي انجام گروه‌هاي قطعات در سلول‌ها به‌طور همزمان و ارائه يک مدل برنامه‌ريزي عدد صحيح مختلط چند معياره[۴] است.

۲- مدل پيشنهادي و روش حل آن

طي فرايند زمانبندي سيستم توليد سلولي با توجه به مدل پيشنهادي مقاله، خروجي هاي مورد انتظار عبارتند از:

- تشکيل خانواده قطعات با توجه به استقرار ماشين‌ها در هر سلول،
- تعيين توالي قطعات براي توليد در هر سلول،
- تعيين توالي انجام گروه‌هاي قطعات در سلول‌ها.

۲-۱- مدل رياضي

مدل پيشنهادي با تشريح مفروضات، پارامترها، متغيرها، تابع هدف و محدوديت‌ها در ادامه ارائه مي‌گردد:

مفروضات مدل

فرضيات در نظر گرفته شده براي اين مدل عبارتند از:

- زمان عمليات تمامي قطعات روي هر نوع ماشين قطعي است.
- تعداد قطعات مشخص و ثابت مي‌باشد.
- تعداد ماشين‌هاي موجود در سيستم مشخص و ثابت است.
- تعداد سلول‌هاي موجود در سيستم مشخص و ثابت است.
- ماشين‌هاي موجود در هر سلول مشخص است.
- هر نوع ماشين مي‌تواند تنها يک نوع عمليات را انجام دهد و هر عمليات نيز مي‌تواند توسط يک نوع ماشين انجام شود.
- مسافت بين سلول‌ها يکسان است؛ يعني زمان جابجايي بين سلولي براي تمامي حرکات ثابت است.
- زمان خرابي براي ماشين‌ها نخواهيم داشت.
- راندمان ماشين‌ها ۱۰۰٪ است.
- زمان‌هاي راه‌اندازي براي هر يک از ماشين‌ها مشخص و وابسته به توالي سلول‌ها است.

اهداف مدل

همان‌طور که مي‌دانيم در يک رويکرد کلي بايد چندين معيار را در زمانبندي مدنظر قرار داد؛ يعني بايد تمامي معيارهاي مرتبط با زمانبندي توليد سلولي را به گونه‌اي در تابع هدف با هم ترکيب نمود. اما به دليل پيچيدگي مسأله و مشکلات ناشي از زمان محاسباتي مورد نياز آن؛ در نظر گرفتن همه آنها امکان پذير نيست. بنابراين در اين مقاله، تنها زمان کل ساخت (تکميل قطعات يا کارها) و حرکت بين سلولي در نظر گرفته خواهد شد. هدف مدل، به حداقل رساندن مجموع کل زمان ساخت و زمان حرکت بين سلولي است.

- مدت زمان کل ساخت: زماني که لازم است تا کل قطعات موجود در سيستم زمانبندي شده و توليد گردند.
- مدت زمان حرکت بين سلولي: زمان حمل و نقل قطعات بين سلول‌هاست. در مواقعي قطعات نمي‌توانند به‌طور کامل داخل يک سلول توليد گردند؛ زيرا که تمامي ماشين‌هاي مورد نياز براي توليد قطعات در همان سلولي که قطعه قرار دارد وجود ندارد. بايد توجه داشت که اين حرکات بين سلولي باعث کاهش اثر بخشي سيستم‌هاي توليد سلولي از طريق افزايش حجم حمل و نقل قطعات و زمان جريان و همچنين پيچيدگي کنترل توليد مي‌شوند.

زير نويس‌ها

- i : نماد قطعات که متعلق به مجموعه $i = \{1,\ldots,P\}$ است و P تعداد قطعات است.
- j : نماد ماشين که متعلق به مجموعه $j = \{1,\ldots,M\}$ است و M تعداد ماشين‌ها است.

- c : نماد سلول که متعلق به مجموعه $c = \{1,\ldots,f\}$ است و f تعداد سلول‌ها است.
- k : نماد توالي قطعات که متعلق به مجموعه $k = \{1,\ldots,K\}$ مي‌باشد و K تعداد توالي‌ها است.
- b : نماد توالي سلول که متعلق به مجموعه $b = \{1,\ldots, KC\}$ مي‌باشد و Kc تعداد توالي‌ها است.

نمادهای ورودی

مقادير پارامترهاي ورودي که بايد در ابتداي حل مدل رياضي مشخص شوند، عبارتند از: مسير ساخت قطعات، زمان عمليات، استقرار ماشين در سلول، زمان حرکت بين سلول و زمان راه‌اندازي وابسته به توالي:

t_{ij} : زمان لازم براي پردازش قطعه i روي ماشين j؛

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر قطعه } i \text{ به ماشين } j \text{ نياز داشته باشد؛} \\ 0 & \text{در غير اين‌صورت.} \end{cases}$$

$$m_{jc} = \begin{cases} 1 & \text{اگر ماشين } j \text{ به سلول } c \text{ تخصيص يابد؛} \\ 0 & \text{در غير اين‌صورت.} \end{cases}$$

s_{ncj} : زمان راه‌اندازي روي ماشين j در سلول c وقتي بلافاصله پس از سلول n قرار دارد.

s_{ccj} : زمان راه‌اندازي روي ماشين j در سلول c .

متغيرهای تصميم گيری

$$x_{ic} = \begin{cases} 1 & \text{اگر قطعه } i \text{ به سلول } c \text{ تخصيص يابد؛} \\ 0 & \text{در غير اين‌صورت.} \end{cases}$$

$$y_{cb} = \begin{cases} 1 & \text{اگر سلول } c \text{ به توالي } b \text{ اختصاص يابد؛} \\ 0 & \text{در غير اين‌صورت.} \end{cases}$$

$$z_{ikc} = \begin{cases} 1 & \text{اگر قطعه } i \text{ به توالي } k \text{ سلول } c \text{ تخصيص يابد؛} \\ 0 & \text{در غير اين‌صورت.} \end{cases}$$

C_{kjcb} = زمان تکميل قطعه واقع در توالي k روي ماشين j در سلول c که در توالي b واقع است؛

C_{max} = مدت زمان کل ساخت.

مدل رياضی

تابع هدف عبارت است از کمينه‌سازي زمان حرکت بين سلولي و مدت زمان کل ساخت. در واقع مدل ياد شده، مساله را هم از لحاظ زمانبندي و هم از لحاظ عملياتي مدنظر قرار مي‌دهد.

$$\min \sum_{i=1}^{P} \sum_{c=1}^{C} \left(\sum_{j=1}^{M} a_{ij} \times \left| a_{ij} - m_{jc} \right| \right) \times x_{ic} \times T_c + C_{\max} \qquad (۱)$$

رابطه (۲) هر يک از قطعات را به يک سلول تخصيص مي‌دهد.

$$\sum_{c \in C} x_{ic} = 1 \qquad ; \forall i \in P \qquad (۲)$$

رابطه (۳) تضمين مي‌کند که هر توالي فقط يک سلول اختصاص يابد.

$$\sum_{c \in C} y_{cb} = 1 \qquad ; \forall b \in Kc \qquad (۳)$$

رابطه (٤) تضمين مي‌کند که هر سلول تنها به يک توالي اختصاص يابد.

$$\sum_{b \in K_c} y_{cb} = 1 \qquad ; \forall c \in C \qquad (۴)$$

رابطه (۵) هر يک از قطعات تخصيص داده شده به هر سلول را به يک توالي در آن سلول اختصاص مي‌دهد.

$$\sum_{k \in K} z_{ikc} = x_{ic} \qquad ; \forall i \in P \;\; , \forall c \in C \qquad (۵)$$

رابطه (٦) تضمين مي کند که هر توالي در يک سلول حداکثر به يک قطعه اختصاص يابد.

$$\sum_{i \in P} z_{ikc} \le 1 \qquad ; \forall k \in K \; , \; \forall c \in C \qquad (۶)$$

رابطه (۷) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به اولين توالي بر روي اولين ماشين در سلولي که در توالي اول قرار گرفته را برابر با مجموع زمان پردازش قطعه مشخص شده و زمان راه‌اندازي سلول مشخص شده بر روي ماشين اول قرار مي‌دهد.

$$C_{11C1} = \max(\forall i \in p : (t_{i1} + s_{cc1} \times a_{i1}) \times z_{i1c} \times y_{c1}) \;\; ; \forall c \in C \qquad (۷)$$

رابطه (۸) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي kام روي ماشين اول در سلولي که در توالي اول قرار گرفته را در صورتي‌که پيش از قطعه مشخص شده، قطعه‌اي در توالي ما قبل سلول مشخص شده قرار گرفته باشد (براي ماشين اول راه‌اندازي در سلول مورد نظر صورت گرفته است) برابر با مجموع زمان تکميل در توالي قبلي و زمان پردازش در توالي فعلي قرار مي‌دهد؛ در غير اين‌صورت برابر با مجموع زمان پردازش توالي فعلي و زمان راه‌اندازي ماشين اول در سلول مشخص شده قرار مي‌دهد.

$$C_{k1c1} = \begin{cases} C_{k-1,1,c,1} + \max(\forall i \in p : t_{i1} \times z_{ikc} \times y_{c1}) & \text{if } C_{k-1,1,c,1} > 0 \\ \max(\forall i \in P : (t_{i1} + s_{cc1} \times a_{i1}) \times z_{ikc} \times y_{c1}) & \text{if } C_{k-1,1,c,1} = 0 \end{cases} \;\; ; \forall (k \ge 2) \in K \; , \; c \in C \qquad (۸)$$

رابطه (۹) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي اول سلول‌هايي که در ساير توالي‌ها غير از توالي اول قرار دارند روي ماشين اول را برابر با مجموع زمان تکميل در توالي آخر سلول قبلي و زمان راه‌اندازي ماشين اول در سلول توالي فعلي و زمان پردازش قطعه توالي اول سلول فعلي قرار مي‌دهد.

$$C_{1,1,C,b}=\begin{cases}\max(\forall n_1 \in C, n_1 \neq c \& i \in P: C_{K,1,n_1,b-1} \\ +(s_{n_1c1}\times a_{i1}\times y_{n_1,b-1}+t_{i1})\ \times z_{i1c}\times y_{cb}) \\ \quad \text{if } C_{K,1,n_1,b-1}>C_{K,1,n_2,b-2}>0 \\ \max(\forall n_1 \in C, n_1 \neq c \& i \in P: C_{K,1,n_1,b-1} \\ +(s_{n_2c1}\times a_{i1}\times y_{n_2,b-1}+t_{i1})\ \times z_{i1c}\times y_{cb}) \\ \quad \text{if } C_{K,1,n_1,b-1}=C_{K,1,n_2,b-2}>C_{K,1,n_3,b-3}>0 \\ \vdots \\ \max(\forall n_1 \in C, n_1 \neq c \& i \in P: C_{K,1,n_1,b-1} \\ +(s_{n_fc1}\times a_{i1}\times y_{n_f,b-f}+t_{i1})\ \times z_{i1c}\times y_{cb}) \\ \quad \text{if } C_{K,1,n_1,b-1}=C_{K,1,n_2,b-2}= \\ \quad C_{K,1,n_3,b-3}=\cdots=C_{K,1,n_f,b-f}>0 \\ \max(i\in P:\ (s_{cc1}\times a_{i1}+t_{i1})\times z_{i1c}\times y_{cb}) \\ \quad \text{if } C_{K,1,n_1,b-1}=0 \end{cases}$$
$$;\forall\ (b\geq 2)\in Kc\ \ \&\ \ c\in C$$

(۹)

رابطه (۱۰) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي k روي ماشين اول را در سلولي که در ساير توالي‌ها غير از توالي اول قرار دارند برابر با مجموع زمان تکميل توالي قبلي و زمان پردازش قطعه مشخص شده در توالي فعلي روي ماشين اول و در صورتي‌که هيچ قطعه‌اي در توالي‌هاي ماقبل توالي فعلي در سلول مشخص شده قرار نداشته باشند، زمان آماده‌سازي ماشين اول در سلول مورد نظر قرار مي‌دهد.

$$C_{k1cb}=\begin{cases}C_{k-1,1,c,b}+\max(\forall n\in C, n\neq c\ \&\ i,o\in P \\ \quad ,i\neq 0\ \&\ d\in K, d<k: (s_{nc1}\times a_{i1}\times y_{n,b-1} \\ \quad \times(1-a_{o1}\times z_{odc})+t_{i1})\times z_{ikc}\times y_{cb}) \\ \quad \text{if } C_{k-1,1,c,b}>0 \\ \max(i\in P:\ (s_{cc1}\times a_{i1}+t_{i1})\times z_{ikc} \\ \quad \times y_{cb}) \quad \text{if } C_{k-1,1,c,b}=0\end{cases} \qquad (۱۰)$$
$$;\forall\ (b\geq 2)\ \in\ Kc\ ,\ c\in\ C\ ,\ (k\geq 2)\in K$$

رابطه (۱۱) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي اول روي ماشين j (غير از ماشين اول) را در سلولي که به توالي اول اختصاص دارد برابر با مجموع زمان تکميل اين قطعه روي ماشين (j-1) در همان توالي و زمان راه اندازي ماشين j در سلول مشخص شده و زمان پردازش قطعه توالي k روي ماشين j قرار مي‌دهد.

$$C_{1jc1}=C_{1,j-1,c,1}+\max(\ \forall i\in P:(t_{ij}+s_{ccj}\times a_{ij})\times z_{i1c}\times y_{c1})\ ;\forall\ (j\geq 2)\in M\ \ \&\ \forall c\in C \qquad (۱۱)$$

رابطه (۱۲) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي اول روي ماشين j (غير از ماشين اول) را در سلولي که به توالي غير از توالي اول اختصاص داده شده است برابر مجموع بيشترين زمان تکميل اين قطعه روي ماشين قبلي (j-1) در سلول فعلي و زمان تکميل توالي آخر سلول قبلي (b-1) روي ماشين j با زمان راه‌اندازي ماشين j در سلول فعلي با زمان پردازش قطعه توالي اول در سلول فعلي (b) روي ماشين j قرار مي‌دهد.

$$C_{1jcb}=\max(\max(\ \forall n\in C: C_{K,j,n,b-1}), C_{1,j-1,c,b})+\max(\forall n\in C, n\neq c\ \&\ \text{i}\in\text{P}: (\text{t}_{ij}+\text{s}_{ncj}\times a_{ij}\times y_{n,b-1})\times z_{i1c}\times y_{cb})\ ;\forall(\text{j}\geq 2)\in\text{M}\ ,\ \text{c}\in\text{C}\ ,\ (\text{b}\geq 2)\in\text{Kc} \qquad (۱۲)$$

رابطه (۱۳) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي k (غير از توالي اول) روي ماشين j (غير از ماشين اول) را در سلولي که در توالي اول قرار گرفته در صورتي‌که پيش از قطعه مشخص شده؛ قطعه‌اي در توالي‌هاي ماقبل ($d<k$) سلول مشخص شده قرار گرفته باشد (براي ماشين j راه اندازي در سلول مورد نظر صورت گرفته است) برابر با مجموع بيشترين زمان تکميل توالي قبلي (k-1) روي ماشين j و زمان تکميل توالي فعلي (k) روي ماشين قبلي (j-1) با زمان پردازش در توالي فعلي روي ماشين j قرار مي دهد و در غير اين‌صورت برابر با مجموع بيشترين زمان تکميل توالي قبلي (k-1) روي ماشين j و زمان تکميل توالي فعلي (k) روي ماشين قبلي (j-1) با زمان راه‌اندازي ماشين j در سلول توالي اول با زمان پردازش در توالي فعلي روي ماشين j قرار مي‌دهد.

$$C_{kjc1}=\begin{cases}\max(C_{k-1,j,c,1}, C_{k,j-1,c,1})+\max(\forall i\in p: t_{ij}\times z_{ikc}\times y_{c1}) \\ \quad \text{if } C_{k-1,j,c,1}>0 \\ \max(C_{k-1,j,c,1}, C_{k,j-1,c,1})+\max(\forall i\in P: \\ \quad (t_{ij}+s_{ccj}\times a_{ij})\times z_{ikc}\times y_{c1}) \quad \text{if } C_{k-1,j,c,1}=0\end{cases} \qquad (۱۳)$$
$$;\forall\ (k\geq 2)\ \in\ K\ ,\ \ (j\geq 2)\in\ M\ ,\ c\in C$$

رابطه (۱۴) زمان تکميل قطعه اختصاص داده شده به توالي k (غير از توالي اول) روي ماشين j (غير از ماشين اول) را در سلول c که به توالي b (غير از توالي اول) اختصاص دارد برابر با مجموع بيشترين زمان تکميل توالي قبلي (k-1) روي ماشين j و زمان تکميل توالي فعلي (k) روي ماشين قبلي(j-1) با زمان پردازش قطعه مشخص شده در توالي فعلي روي ماشين j و در صورتي‌که هيچ قطعه‌اي در توالي‌هاي ماقبل توالي فعلي ($d<k$) در سلول توالي فعلي قرار نداشته باشند، زمان راه‌اندازي ماشين j را در سلول مورد نظر قرار مي‌دهد.

$$C_{kjcb} = \max(C_{k-1,j,c,b}, C_{k,j-1,c,b}) + \max(\forall n \in C, n \neq c \;\&\; i,o \in P, i \neq 0 \;\&\; d \in K \;,\; d \leq k: (s_{ncj} \times a_{ij} \times y_{n,b-1} \times (1 - a_{oj} \times z_{odc}) + t_{ij}) \times z_{ikc} \times y_{cb}) \;;\; \forall\, (j \geq 2) \in M \;,\; c \in C \;,\; (k \geq 2) \in K \;,\; (b \geq 2) \in K_c \qquad (۱۴)$$

رابطه (۱۵) C_{max} برابر با بیشترین زمان تکمیل قرار می‌گیرد.

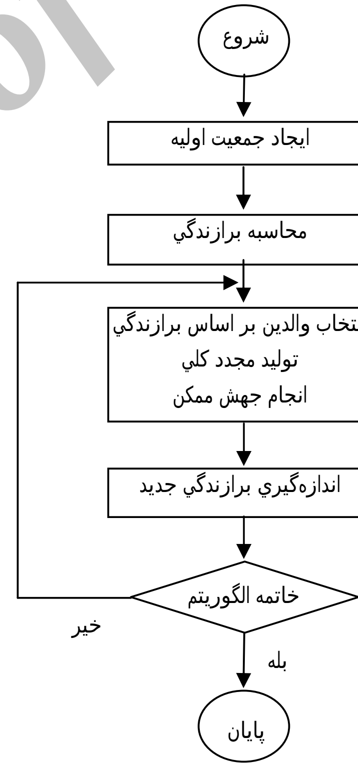
$$C_{\max} = \max(C_{k,j,c,b}) \;;\forall j \in M \;,\; k \in K ,\; c \in C \;\&\; b \in Kc \qquad (۱۵)$$

در رابطه (۱٦) متغیرهای ۰ و ۱ معرفی می‌گردند،

$$x_{ic}, y_{cb}, z_{ikc} : \text{binary} \quad ;\forall i \in P \,,\, k \in K,\, c \in C \;,\; b \in Kc \qquad (۱۶)$$

۲-۲- الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

الگوریتم ژنتیک یک رویکرد جستجوی تصادفی تطبیقی بر اساس نظریه "بقای انسب" داروین است. مناسب ترین عضو، بیشترین احتمال بقا را و در نتیجه ازدیاد تعداد را دارد؛ در حالی‌که نامناسب‌ترین‌ها می‌میرند. یکی از مهم‌ترین ویژگی‌های GA گرایش آن به سمت جواب‌های بهینه قطعی یا نزدیک به بهینه حتی در فضاهای جستجوی بزرگ یا پیچیده است [۲۱]. شکل (۱) روش کلی الگوریتم ژنتیک را نشان می‌دهد.



شکل ۱ : نمای کلی الگوریتم ژنتیک

به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک نیاز دارد به :

- یک ساز و کار کدگذاری برای نمایش جواب به نام کروموزوم،
- توابع ارزیابی،
- یک رویکرد انتخاب برای تولید دوباره،
- یک عملگر تقاطعی[۵]،
- یک عملگر جهش[۶].

در ادامه به تشریح جزییات الگوریتم می‌پردازیم.

نمایش جواب

در این مسأله ماتریس A با ابعاد ($c \times p$) طراحی شده که به عنوان یک حل برای تعیین توالی قطعات در سلول‌ها است. بدین ترتیب که در p عنصر این ماتریس اعداد ۱ تا p اختصاص می‌یابد و چگونگی طراحی این ماتریس و حل‌ها به گونه‌ای است که حل‌ها همگی به‌صورت شدنی ایجاد می‌گردند و مسأله در محیط نشدنی سیر نمی‌کند. همان‌طور که قبل از این بیان شد، برای کمینه کردن مدت زمان کل ساخت با دو نوع توالی روبه رو هستیم: تعیین توالی قطعات در هر سلول و تعیین توالی سلول‌ها، که به‌طور همزمان تعیین می‌گردند. پس متناظر با هر توالی قطعات درون سلول‌ها یک توالی برای سلول‌ها نیز خواهیم داشت. پس متناظر با ماتریس A که توالی قطعات در سلول‌ها را مشخص می‌کند، ماتریس B با ابعاد ($1 \times c$) در نظر گرفته شده است که در هر سطر آن توالی سلول‌ها آورده می‌شود. پس در پایان هر ماتریس A و یک ماتریس B یک حل برای مدل ارایه شده در قسمت ۲ محسوب می‌گردد. اینک نمونه‌ای از کروموزوم برای ۱۰ قطعه و ۳ سلول آورده شده است.

۱	.	.	۴	.	.	۹	.	.	.
.	.	۳	.	.	۱۰	.	.	.	۶
.	.	.	۲	.	.	۷	۵	.	۸

ماتریس A

۲	۳	۱

ماتریس B

در مثال یاد شده، دو ماتریس A و B با هم یک کروموزوم به شمار می روند که نشان می‌دهد قطعات (۹،٤،۱) به ترتیب به سلول اول، قطعات (٦،۱۰،۳) به ترتیب به سلول دوم و قطعات (۲،۷،۵،۸) به ترتیب به سلول سوم اختصاص یافته‌اند و همچنین توالی سلول‌ها به‌صورت ۲، ۳ و ۱ است: یعنی ابتدا قطعات موجود در سلول دوم با توالی تعیین شده پردازش می‌شوند؛ سپس قطعات موجود در سلول سوم و در پایان پردازش قطعات مربوط به سلول اول انجام می‌گیرد.

جمعیت اولیه

اولین مرحله ای بعد از تعیین روشی برای تبدیل هر جواب به یک کروموزوم ایجاد یک جمعیت اولیه از کروموزوم هاست.

در اين مرحله جواب اوليه به‌صورت تصادفي توليد مي‌شود. البته در بعضي موارد با توجه به نوع مساله و براي بالا بردن سرعت همگرايي الگوريتم از روش‌هاي ابتكاري نيز استفاده گرديده است. در اين مقاله جمعيت اوليه به‌صورت تصادفي ايجاد شده و ساختار ماتريسي دارد، يعني به اندازه جمعيت كروموزوم به‌صورت تصادفي ايجاد مي‌گردد. در اين تحقيق اندازه جمعيت از رابطه (۱۸) محاسبه مي‌گردد:

$$pop-size=\begin{cases}2\times(m\times p\times c) & \text{if } (m\times p\times c)\le 40\\ 80 & \text{if } (m\times p\times c)>40\end{cases} \qquad (۱۸)$$

تابع برازش

اگر g مقدار تابع هدفي باشد كه از رابطه (۱) به دست مي‌آيد، با انجام تبديل (۱۹) مقدار تابع برازش براي هر يک از كروموزوم‌هاي توليد شده در مرحله قبل به دست مي‌آوريم:

$$f_i=\begin{cases}C_{\max}-g_i & \text{if } g_i<C_{\max}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}\quad ;\quad i=1,\dots,n \qquad (۱۹)$$

كه در آن n = pop-size است. براي انتخاب C_{max} راه‌هاي مختلفي وجود دارد؛ بزرگترين مقدار g_i كه تا اين لحظه ديده شده، بزرگ‌ترين مقدار در جمعيت فعلي و يا بزرگ‌ترين مقدار در k نسل قبلي [۲۲]. در اينجا مقدار C_{max} برابر با بزرگ‌ترين مقدار g كه در جمعيت فعلي وجود دارد قرار داده مي‌شود.

مكانيزم نمونه گيري

ساز و كار نمونه‌گيري به چگونگي انتخاب كروموزوم‌ها از فضاي نمونه گيري مربوط مي‌شود كه در اين مقاله از روش نمونه‌برداري تصادفي با جايگذاري[۷] استفاده شد. در اين روش احتمال انتخاب متناظر با هر كروموزوم، بر اساس مقدار برازندگي آن محاسبه مي‌شود؛ به‌طوريكه اگر f_k مقدار برازندگي كروموزوم k باشد احتمال بقاي متناظر با آن كروموزوم عبارت است از:

$$p_k=f_k\Big/\sum_{i=1}^{n}f_i \qquad (n=\text{pop-size}) \qquad (۲۰)$$

روش SSR روش انتخاب اصلي چرخ رولت[۸] است. در اين روش به اين صورت عمل مي شود كه براي انتخاب هر كروموزوم، ابتدا يک عدد تصادفي بين صفر و يک توليد شده و سپس عدد گفته شده در هر بازه اي كه قرار گرفت، كروموزوم متناظر با آن انتخاب مي شود. كروموزوم انتخاب شده دوباره به گردونه شانس بازگردانده مي‌شود و اين چرخه تا انتخاب اندازه جمعيت مورد نياز ادامه مي‌يابد.

عملگر تقاطع

احتمال يا نرخ تقاطعي (P_c) عبارت است از احتمال رخ دادن عملگر تقاطع در هر يک از كروموزوم‌ها. براي هر يک از كروموزوم‌ها يک عدد تصادفي بين صفر و يک توليد كرده، اگر اين عدد كوچک‌تر از P_c باشد كروموزوم مورد نظر براي تقاطع انتخاب مي‌گردد كه در اين صورت به‌صورتي كه در ادامه تشريح مي‌گردد فرزند جديدي توليد مي‌كند؛ در غير اين صورت كروموزوم مورد نظر براي عمل تقاطع انتخاب نمي‌گردد.

عملگر تقاطع عملگرهايي هستند كه يک يا چند نقطه از دو يا چند جواب را انتخاب و مقادير آنها را تعويض مي‌كنند. اين عملگرها يک جواب را در نظر گرفته، محل‌هايي از جواب را با جواب‌هاي ديگر جايگزين مي‌كنند و جواب‌هاي جديد بوجود مي‌آورند. در اين مقاله، براي توليد فرزندان از عملگر يک نقطه‌اي استفاده شده كه به تصادف نقطه‌اي براي برش مشخص مي‌گردد و از اين نقطه عمل برش صورت گرفته، سمت راست كروموزوم‌هاي والد با هم تعويض مي شوند؛ به اين ترتيب دو فرزند جديد ايجاد مي‌شود. ممكن است فرزندان ايجاد شده حلي غير موجه باشند كه در اين صورت بايد دو فرزند ايجاد شده به عنوان دو حل از مسأله موجه گردند. با يک مثال چگونگي عملكرد عملگر تقاطعي طراحي شده نشان داده مي‌شود، كه ماتريس A با ۵ قطعه و ۲ سلول را در نظر مي‌گيرد. دو كروموزوم P_1 و P_2 به عنوان والد هستند كه بعد از عمل برش دو فرزند C_1 و C_2 توليد مي‌گردند:

نقطه برش

$$P_1\ \begin{array}{ccc|cc}0&2&5&0&0\\3&0&1&0&4\end{array}\ \rightarrow\ C_1\ \begin{array}{ccccc}0&2&5&2&1\\3&0&1&0&4\end{array}$$

$$P_2\ \begin{array}{ccc|cc}5&0&0&2&1\\0&0&3&0&4\end{array}\ \rightarrow\ C_2\ \begin{array}{ccccc}5&0&0&0&0\\0&0&3&0&4\end{array}$$

همانطور كه مشخص است، كروموزوم‌هاي توليد شده غير موجه هستند؛ كروموزوم C_1 داراي قطعات مضاعف است (قطعات ۱ و ۲) ودر كروموزوم C_2 بعضي قطعات ناديده گرفته شده‌اند (قطعات ۱ و ۲). براي موجه كردن اين كروموزوم ها از استراتژي اصلاحي استفاده مي‌شود كه در بخش‌هاي بعدي به تشريح آن پرداخته مي‌شود.

عملگر جهش

عملگر جهش براي جلوگيري از جستجو از واگرايي در يک بهينه محلي مورد استفاده قرار مي گيرد. احتمال يا نرخ جهش (P_m) در كروموزوم برابر با احتمال تغيير كردن هر كدام از ژن‌ها است كه مقدار كوچكي است. فرايند جهش استفاده شده در اين مقاله بدين صورت است كه ابتدا براي هر كروموزوم عددي بصورت تصادفي بين صفر و يک توليد مي شود؛ اگر اين عدد كوچكتر از P_m باشد، عمل جهش به‌صورتي كه در ادامه

تشريح مي‌گردد، انجام مي‌شود؛ در غير اين‌صورت بدون تغيير باقي مي‌ماند. در كروموزومي كه براي جهش انتخاب شده است، دو عدد تصادفي بين يک و تعداد كل ژن‌ها انتخاب مي‌گردد و مقادير ژن‌هاي متناظر با اين اعداد با يكديگر تعويض مي‌گردند. ممكن است فرزندان ايجاد شده حلي غير موجه باشند كه در اين صورت بايد دو فرزند ايجاد شده به عنوان دو حل از مسأله موجه گردند.

كروموزوم C_1 در مثال قبل را در نظر گيريد؛ فرض كنيد مكان‌هاي ۳ و ۴ به عنوان محل‌هاي جهش انتخاب مي‌شوند؛ در نتيجه بعد از انجام جهش تبديل به C'_1 مي‌شود.

$$C_1 \quad \begin{matrix} & & \downarrow & \downarrow & \\ 0 & 2 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 & 4 \end{matrix} \quad \longrightarrow \quad C'_1 \quad \begin{matrix} 0 & 2 & 2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{matrix}$$

استراتژي برخورد با محدوديت‌ها

بحث ديگري كه در اجراي الگوريتم ژنتيک وجود دارد چگونگي برخورد با محدوديت‌هاي مسأله است؛ زيرا عملگرهاي ژنتيک مورد استفاده در الگوريتم باعث توليد كروموزوم هاي غير موجه مي‌شود. در اين مقاله از استراتژي اصلاحي استفاده شده كه در اين روش به جاي اينكه كروموزوم غير موجه حذف گردد، تبديل به يک كروموزوم موجه مي‌شود. از اين عمل بعد از انجام عمل تركيب كه امكان ايجاد كروموزوم‌هاي غير موجه وجود دارد، استفاده مي‌شود.

متناظر با هر يک از كروموزوم‌هاي غير موجه دو ماتريس انتقال تعريف مي‌كنيم كه تمام درايه‌هاي آن در شروع صفر است. ژن‌هاي سمت چپ كروموزوم غير موجه را با ژن‌هاي سمت راست نقطه برش مقايسه مي‌كنيم؛ به ازاي هر تساوي كه مشاهده مي‌كنيم، در كروموزوم مربوطه ژن مربوطه را صفر و متناظر با آن در ماتريس انتقال مقدار آن را قرار مي‌دهيم. اين كار را براي تمام ژن‌هاي سمت راست نقطه برش انجام مي‌دهيم. در پايان براي توليد فرزند موجه والد اول از ماتريس انتقال والد دوم و بالعكس استفاده مي‌كنيم؛ به اين ترتيب كه به ازاي ژن‌هاي سمت راست نقطه برش از مقادير ماتريس انتقال مربوطه استفاده مي‌كنيم. به اين ترتيب سعي مي‌شود كه فرزندان خصوصيات والدين خود را ارث ببرند، به جاي آنكه اين خصوصيات را با حذف كروموزوم‌هاي غير موجه از بين ببريم. براي روشن شدن مطلب مثال قبلي را در نظر بگيريد؛ به ازاي دو كروموزوم C_1 و C_2 دو ماتريس I_1 و I_2 را داريم. ادامه الگوريتم به شرح زير است:

$$C_1 \quad \begin{matrix} 0 & \underline{0} & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & \underline{0} & 0 & 4 \end{matrix} \qquad I_1 \quad \begin{matrix} 0 & \underline{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{1} & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$C_2 \quad \begin{matrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 4 \end{matrix} \qquad I_2 \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

و در پايان، با جايگذاري ماتريس I_1 در كروموزوم C_2 و ماتريس I_2 در كروموزوم C_1 دو فرزند موجه C'_1 و C'_2 توليد مي‌گردند.

$$C'_1 \quad \begin{matrix} 0 & 0 & 5 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{matrix} \qquad C'_2 \quad \begin{matrix} 5 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & 4 \end{matrix}$$

معيار توقف

حركت الگوريتم ژنتيک از يک نسل به نسل ديگر، يعني فرايند انتخاب كروموزوم‌هاي اصلح و توليد مجدد تا جايي ادامه مي‌يابد كه معيار توقف ارضاء مي‌گردد. چندين معيار توقف از جمله تعداد ثابت توليد نسل، زمان محاسباتي و همگرايي توابع برازش را مي‌توان انتخاب كرد. در اين مقاله از تعداد ثابت توليد نسل به عنوان معيار خاتمه الگوريتم پيشنهادي استفاده شده است.

۳-۲- تحليل نتايج محاسباتي

با ارائه نمونه مسايل انتخابي، جواب‌هاي الگوريتم ژنتيک با يک حد نزديک به بهينه كه توسط نرم افزار لينگو ۸ ، حاصل شده، مقايسه مي‌گردد. ماهيت الگوريتم‌هاي حل مسأله رسيدن به بهترين جواب در يک زمان قابل قبول است. از اين دو پارامتر زمان محاسباتي و مقدار بهينه جواب به عنوان عوامل اصلي قياس و نتيجه‌گيري مطرح خواهند بود. همچنين با توجه به اينكه زمان كل عمليات در اين مدل مورد توجه است، زمان نيز مورد اندازه‌گيري و قياس قرار مي‌گيرد.

طراحي آزمايش

نحوه انتخاب ابعاد مسايل انتخابي با توجه به تاثير سه پارامتر قطعه، ماشين و سلول پيچيده خواهد بود. تعداد سلول‌ها بين ۲ و ۳، تعداد قطعات به‌طور تصادفي بين ۳ و ۱۰ و تعداد ماشين‌ها بين ۲ و ۸ تغيير مي‌كنند. براي مقايسه‌هاي هدف‌مندتر، ۱۲ مساله كه به نوبت تغييرات يک پارامتر را نشان مي‌دهد تعيين شده است كه در جدول (۱) نشان داده شده است.

در هر يک از ۱۲ مسأله انتخاب شده ورودي هاي مسأله به اين‌صورت تعيين مي‌گردند: ماتريس مسير ساخت قطعات؛ يعني نياز قطعات به ماشين‌ها، به‌طور تصادفي تعيين مي‌گردند؛ زمان پردازش قطعات بر روي ماشين‌هايي كه در ماتريس مسير قطعه درايه متناظر با آن عدد ۱ قرار دارد اعداد صحيحي هستند كه به‌طور تصادفي از توزيع يكنواخت U[1,10] انتخاب مي گردند، ماتريس تعيين شرايط تعلق ماشين‌ها به سلول‌ها نيز به‌طور

تصادفي از اعداد ۰ و ۱ جايگذاري مي‌گردند و زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي سلول‌ها بدون در نظر گرفتن شرايط

جدول (۱): ابعاد مسايل انتخابي براي حل

رديف	تعداد قطعه	تعداد ماشين	تعداد سلول	ابعاد($M×P×C$)
۱	۳	۲	۲	۱۲
۲	۴	۲	۲	۱۶
۳	۳	۴	۲	۲۴
۴	۴	۴	۲	۳۲
۵	۴	۵	۲	۴۰
۶	۴	۷	۲	۵۶
۷	۵	۷	۲	۷۰
۸	۵	۸	۲	۸۰
۹	۶	۸	۲	۹۶
۱۰	۷	۸	۳	۱۶۸
۱۱	۸	۸	۳	۱۹۲
۱۲	۱۰	۸	۳	۲۴۰
۱۳	۲۰	۱۰	۴	800
۱۴	۳۰	۱۲	۵	1800
۱۵	۴۰	۱۵	۶	3600

تعلق ماشين‌ها در سلول‌ها، اعداد صحيحي هستند كه از توزيع يكنواخت U[1,20] انتخاب مي‌شوند. اين زمان راه‌اندازي در دسته كلاس زمان راه‌اندازي كوچك[۹] قرار مي‌گيرند [۱۷]. توزيع زمان راه‌اندازي سلولي U[1,20] نشان مي‌دهد كه نسبت ميانگين متوسط زمان راه‌اندازي سلول به متوسط زمان پردازش قطعات موجود در هر سلول تقريباً ۲ به ۱ است (۱۰/۵ به ۵/۵).

مسأله نمونه

در يک شركت توليدي كه شامل واحد هاي مختلفي است، در واحد رنگ شركت، چهار نوع قطعه توليدي اين شركت را رنگ مي‌كند. اين واحد داراي دو سلول توليدي است كه پنج ماشين آن در اين دو سلول مستقر شده‌اند. در اين دو سلول، زمان راه‌اندازي هر ماشين با توجه به اين كه هر يک از خانواده محصولات داراي چه توالي در پردازش هستند متفاوت است. اين تفاوت بدين علت است كه براي پردازش هر خانواده قطعه به‌وسيله ماشين هاي مستقر در واحد رنگ با توجه به اين كه خانواده قطعه موجود در توالي قبلي نياز به چه نوع رنگي دارد زمان راه اندازي ماشين‌ها وابسته به توالي سلول‌هاست و متفاوت است. براي مثال زمان راه‌اندازي ماشيني كه در رنگ آميزي خانواده قطعه توالي اول از رنگ سفيد استفاده كرد، جهت آماده‌سازي براي رنگ آميزي خانواده قطعه موجود در توالي دوم كه از رنگ قرمز استفاده مي كند، اگر توالي خانواده قطعات كه همان توالي سلول‌هاست تغيير كند، زمان راه‌اندازي نيز متفاوت خواهد بود. زمان‌هاي راه‌اندازي در اين مثال نمونه در جدول شماره ۵ آمده است. براي مثال در اين جدول زمان آماده سازي ماشين اول زماني كه ابتدا قطعات مربوط به سلول اول پردازش گردد؛ سپس قطعات مربوط به سلول دوم ۵ است. جدول (۲) ماتريس مسير ساخت قطعات را نشان مي‌دهد كه نشان دهنده ماشين‌هاي مورد نياز جهت پردازش بر روي قطعات است. همان‌طور كه مي‌بينيم، قطعه ۱ به ماشين هاي ۱، ۲ و ۳ نياز دارد. جدول (۳) زمان پردازش هر يک از قطعات را نشان مي‌دهد. همان‌طور كه مي بينيد زمان پردازش قطعه ۱ روي ماشين ۱، ۲ و ۳ به ترتيب ٤، ۵ و ۱۲ است. در نهايت تعلق ماشين هاي واحد رنگ شركت به هر يک از دو سلول در جدول (٤) آمده است.

جدول (۲): ماتريس مسير ساخت قطعات (a_{ij})

قطعه \ ماشين	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۱	۰	۰
۲	۱	۱	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۱	۱	۱
۴	۰	۰	۱	۱	۰

جدول (۳): زمان پردازش قطعات بر روي ماشين‌ها (t_{ij})

قطعه \ ماشين	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۴	۵	۱۲	۰	۰
۲	۶	۴	۰	۰	۰
۳	۰	۰	۷	۶	۱۴
۴	۰	۰	۵	۳	۰

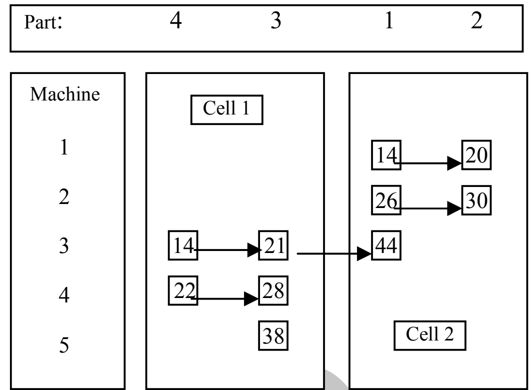
جدول (۴): ماتريس تخصيص ماشين‌ها به سلول‌ها (m_{cj})

سلول \ ماشين	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۰	۰	۰
۲	۰	۰	۱	۱	۱

جدول (۵): زمان آماده سازي وابسته به توالي سلول‌ها (s_{ncj})

سلول-سلول \ ماشين	۱	۲	۳	۴	۵
۱−۱	۱۰	۷	۸	۳	۱۷
۲−۱	۵	۱۴	۹	۱۰	۶
۱−۲	۸	۳	۱۰	۱۰	۱۰
۲−۲	۱۲	۱۸	۹	۵	۹

با حل مدل رياضي مربوط به مثال فوق با استفاده از نرم افزار لينگو ۸ جواب بهينه به‌صورت زير به دست آمد:



شکل ۲: شمايي از توالي قطعات و سلول‌ها در آزمون ارائه شده

مقدار تابع هدف براي اين مثال ۹٤ محاسبه شد که مدت زمان کل ساخت ٤٤ بوده (C_{max} = ٤٤) و با توجه به تخصيص قطعات، عدد حرکت بين سلولي وجود دارد. با توجه به نتايج حل، قطعات ۱ و ۲ به سلول ۱ و قطعات ۳ و ٤ به سلول ۲ اختصاص يافته‌اند. مدت زمان کل حل توسط لينگو ۸، ٥ ساعت و ٥٤ دقيقه بود. ساير اطلاعات مربوط به حل بهينه در شکل (۲) آمده است. در اين شکل زمان تکميل هر يک از قطعات را روي هر ماشين مشاهده مي‌کنيد.

جواب بهينه حاصل از حل مدل توسط نرم افزار لينگو بدين ترتيب است که در سلول ۱، ابتدا قطعه ۱ سپس قطعه ۲ و در سلول ۲، ابتدا قطعه ٤ سپس قطعه ۳ مي‌بايست پردازش گردد. توالي سلول‌ها نيز بدين ترتيب است که ابتدا قطعات موجود در سلول ۲ با در نظر گرفتن توالي آنها پردازش مي‌شوند و سپس قطعات موجود در سلول ۱.

تحليل نتايج

براي پياده‌سازي الگوريتم ژنتيک از برنامه ويژوال بيسيک (VB) استفاده شده است. پردازشگر اجرا کننده الگوريتم ژنتيک و مدل رياضي لينگو يک کامپيوتر با مشخصات 2.4 GHz و 512 MB RAM است. با توجه به پيچيدگي حل مدل زمانبندي سيستم توليد سلولي به خصوص در ابعاد بزرگ محاسبه مقدار بهينه بسيار مشکل است؛ بنابراين معيار قضاوت، جواب نرم افزار لينگو ۸ به عنوان يک جواب نزديک به بهينه است.

مقايسه جواب ساير مسايل در جدول ()٦ نشان داده شده است. با توجه به نتايج به دست آمده از حل مسأله توسط الگوريتم ژنتيک و نرم‌افزار لينگو ۸ ديده مي‌شود که در ابعاد کوچک حل به‌دست امده از الگوريتم و نرم‌افزار مساوي هستند. اين مطلب کارايي الگوريتم‌ها را نشان مي‌دهد. با افزايش ابعاد مسأله (بزرگ‌تر از ٤٠) نرم افزار لينگو ۸ نمي‌تواند در زماني قابل قبول مسأله را حل کند و الگوريتم ژنتيک در زماني بسيار مناسب حلي بهينه يا نزديک به بهينه ايجاد را مي‌کند.

۳- نتيجه‌گيري

مدلي که در اين مقاله پيشنهاد شده است، يک مدل قطعي براي حداقل کردن مدت زمان بيکاري و اختصاص قطعات به سلول‌ها با در راستاي گرفتن زمان‌هاي راه‌اندازي وابسته به توالي سلول‌ها در جهت حداقل کردن زمان مورد نياز براي تکميل قطعات و حرکت بين سلولي در نظر گرفته شده است. بر اساس مطالعات انجام شده، اين مسأله از نوع چندجمله‌اي نامعين سخت است است که با افزايش تعداد قطعات و ماشين‌ها حل آن از طريق نرم‌افزارهاي بهينه‌سازي غير ممکن مي‌شود. رويکردهايي از قبيل شاخه و حد و برنامه‌ريزي پويا نيز با افزايش تعداد کارها داراي محدوديت زمان محاسبات و محدوديت ذخيره‌سازي در کامپيوتر است؛ از اين رو استفاده از الگوريتم‌هاي ابتکاري و فراابتکاري مي‌تواند موثر باشد. الگوريتم ژنتيک يکي از مهم‌ترين الگوريتم‌هاي فراابتکاري است که از آن براي بهينه‌سازي توابع مختلف استفاده مي‌شود. الگوريتم ژنتيک، الگوريتم جستجويي است که در يک منطقه از جواب جستجو مي‌کند و از فرايندهاي ارزيابي زيست شناسي تقليد مي‌کند. الگوريتم ژنتيک با توجه به مشخصات شرح داده شده براي حل مسأله مورد نظر اين مقاله مورد استفاده قرار گرفت.

نتايج به دست آمده را مي‌توان بصورت زير خلاصه کرد:

- نتايج حاصل نشان مي دهد که الگوريتم ژنتيک عملکرد قابل قبولي دارد و زمان رسيدن به حل بهينه را بسيار کاهش مي‌دهد.
- با توسعه و گسترش مسايل، زمان محاسباتي توسط لينگو افزايش مي‌يابد؛ در حالي که در حالت استفاده از الگوريتم فراابتکاري کم و افزايش نامحسوسي در مقابل زمان محاسباتي توسط لينگو دارد.
- با توجه به افزايش تنوع محصولات و حرکت صنايع به سمت استفاده از توليد سلولي در جهت بهره‌مندي از منافع حاصل از آن، استفاده از روش‌هاي معمولي تعيين توالي عمليات و زمانبندي توليد سلولي از عملکرد خوبي برخوردار نيست و استفاده از روش‌هاي فراابتکاري بسيار مورد توجه خواهد بود.

براي تحقيقات آتي پيشنهادهاي زير ارائه مي گردد:

- از آنجا که مسأله به‌صورت ایستا در نظر گرفته شده است، بررسي آن در حالت پويا مي‌تواند مفيد باشد.
- در اين مسأله شکست کارها مجاز نيست. در نظر گرفتن شکست در بعضي از صنايع ضروري است، لذا بررسي آن مي‌تواند ارزشمند باشد.
- زمان‌هاي پردازش و موعدهاي تحويل به‌صورت قطعي در نظر گرفته شده است که در برخي از صنايع مي‌تواند به‌صورت احتمالي باشد.
- براي حل مسأله مورد نظر مي‌توان از ساير الگوريتم‌هاي فراابتکاري مانند ممتيک، جستجوي پراکنده، شبيه‌سازي تبريد و غيره استفاده کرد.

جدول ٦: جواب‌هاي مسايل انتخابي

رديف	تعداد قطعه	تعداد ماشين	تعداد سلول	روش حل	مقدار تابع هدف	زمان کل ساخت	زمان اجراي برنامه (ثانيه)
۱	۳	۲	۲	GA	۲۹	۲۹	۱۱
				لينگو	۲۹	۲۹	۰
۲	۴	۲	۲	GA	۲۸	۲۸	۵۶
				لينگو	۲۸	۲۸	۱۸۶
۳	۳	۴	۲	GA	۱۳۹	۳۹	۹۰
				لينگو	۱۳۹	۳۹	۷۲۵
۴	۴	۴	۲	GA	۱۳۷	۳۷	۱۷۸
				لينگو	۱۳۷	۳۷	۱۹۹۵
۵	۴	۵	۲	GA	۱۹۹	۴۹	۳۴۵
				لينگو	۱۹۹	۴۹	۱۷۷۲۳
۶	۴	۷	۲	GA	۲۵۶	۵۶	۵۰۱
				لينگو	--	--	۲۱۲۷۴
۷	۵	۷	۲	GA	۲۳۶	۸۶	۵۱۰
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۸	۵	۸	۲	GA	۳۴۲	۹۲	۶۰۶
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۹	۶	۸	۲	GA	۳۷۷	۷۷	۷۷۶
				Lingo	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۰	۷	۸	۳	GA	۳۹۱	۹۱	۱۰۴۳
				Lingo	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۱	۸	۸	۳	GA	۵۵۵	۱۰۵	۱۱۰۰
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۲	۱۰	۸	۳	GA	۸۴۱	۹۱	۱۲۳۳
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۳	۲۰	۱۰	۴	GA		۲۴۰	۱۵۴۵
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۴	۳۰	۱۲	۵	GA		۳۸۷	۲۱۲۷
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*
۱۵	۴۰	۱۵	۶	GA		۵۷۸	۲۷۳۶
				لينگو	--	--	۲۸۸۰۰*

* تا این زمان، جواب بهینه‌ای برای مسأله توسط نرم‌افزار لینگو ۸ به‌دست نیامده است.

۴- مراجع

[۱] Soleymanpour, M., Vrat, P., Shankar, R., "A transiently chaotic neural network approach to the design of cellular manufacturing", International Journal of Production Research, Vol. 40 (10), p.p. 2225–2244, 2002.

[۲] Yoshida, T., Hitomi, K., "Optimal two-stage production scheduling with setup times separated", AIIE Transactions, Vol. 11, p.p. 261–263, 1979.

[۳] Sekiguchi, Y., "Optimal schedule in a GT-type flow-shop under series-parallel precedence constraints", Journal of the Operations Research Society of Japan, Vol. 26, p.p. 226–251, 1983.

[۴] Baker, K.R., "Scheduling groups of jobs in the two machine flow shop", Mathematical and Computer Modeling, Vol. 13, p.p. 29-36, 1990.

[۵] Yang, D.L., Chern, M.S., "Two-machine flow shop group scheduling problem", Computers & Operations Research, Vol. 27, p.p. 975–985, 2000.

[۶] Hitomi, K., Ham, I., "Operations scheduling for group technology applications", Annals of the CIRP, Vol. 25 (1), p.p. 419–422, 1976.

[۷] Logendran, R., Sriskandarajah, C., "Two-machine group scheduling problem with blocking and anticipatory setups", European Journal of Operational Research, Vol. 69 (3), p.p., 467–481., 1993.

[۸] Logendran, R., Nudtasomboon, N., "Minimizing the makespan of a group scheduling problem: A new heuristic", International Journal of Production Economics, Vol. 22, p.p. 217–230, 1991.

[۹] Nawaz, M., Enscore, J.E.E., Ham, I., "A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow shop sequencing problem", OMEGA: International Journal of Management Science, Vol. 11 (1), p.p. 91–95., 1983.

[۱۰] Wemmerl. ov, U., Vakharia, A.J., "Job and family scheduling of a flow-line manufacturing cell: A simulation study", IIE Transactions, Vol. 23 (4), p.p. 383–393, 1991.

[۱۱] Mahmoodi, F., Dooley, K.J., "Group scheduling and order releasing: Review and foundations for research", Production Planning & Control, Vol. 3 (1), p.p. 70–80, 1992.

[۱۲] Eom, D.H., Shin, H.J., Kwun, I.H., Shim, J.K., Kim, S.S., "Scheduling jobs on parallel machines with sequence-dependent family setup times". Advanced Manufacturing Technology, Vol. 19, p.p. 926–932, 2002.

[۱۳] Logendran, R., Mai, L., Talkington, D., "Combined heuristics for bi-level group scheduling problems", International Journal of Production Economics, Vol. 38, p.p. 133–145, 1995.

[۱۴] Campbell, H.G., Dudek, R.A., Smith, M.L., "A heuristic algorithm for the n job, m machine sequencing problem", Management Science, Vol. 16, p.p. 630-637. 1970.

[۱۵] Yang, W. H., Liao, C. J., "Group scheduling on two cells with inter-cell movement", Computers & Operations Research, Vol. 23 (10), p.p. 997–1006, 1996.

[۱۶] Schaller, J., "A new lower bound for the flow shop group scheduling problem", Computers & Industrial Engineering, Vol. 41, p.p. 151–161, 2001.

[۱۷] Schaller, J.E., Gupta, J.N.D., Vakharia, A.J., "Scheduling a flowline manufacturing cell with sequence dependent family setup times". European Journal of Operational Research, Vol. 125, p.p. 324–339, 2000.

[۱۸] Franca, P.M., Gupta, J.N.D., Mendes, A.S., Moscato, P., Veltink, K.J., "Evolutionary algorithms for scheduling a flowshop manufacturing cell with sequence dependent family setups". Computers & Industrial Engineering, Vol. 48 (3), p.p. 491–506, 2005.

[۱۹] Hendizadeh, S.H., Faramarzi, H., Mansouri, S.A., "Meta-heuristics for scheduling a flowline manufacturing cell with sequence dependent family setup times". International Journal of Production Economics, Vol. 111 (2), p.p. 593-605, 2008.

[۲۰] Tavakkoli-Moghaddam, R., Gholipour-Kanani, Y., Cheraghalizadeh, R., "A genetic algorithm and memetic algorithm to sequencing and scheduling of cellular manufacturing systems", International Journal of Management Science and Engineering Management, Vol. 3 (2), pp. 119-130, 2008.

[۲۱] Holland, J.; Adaptation natural and artificial systems, University of Michigan press, An Arbor, MI, MIT Press, Cambridge, Ma, 1975.

[۲۲] Gen, M., Cheng, R.; Genetic algorithms & engineering design, New York, A Wiley Interscience Publication, 1997.

۵- زیرنویس‌ها

1 Cellular Manufacturing Systems
2 Non–Deterministic Polynomial Hard (NP-Hard)
3 Genetic Algorithm
5 Multi-Criteria Mixed-Integer Programming Model
5 Crossover
6 Mutation
۷ Stochastic Sampling with Replacement (SSR)
9 Roulette Wheel Selection
10 Small Setup Time (SSU)