اثر سيم‌هاي حافظه دار بر ارتعاشات آزاد ورق ساندويچي

علي مظفري[i]؛ محمدكرمي[ii *]؛ اميرحسين آذرنيا[iii]

چكيده

آلياژهاي حافظه‌دار به علت نمايش رفتارهاي ويژه از جمله ميرايي بالا، قابليت حافظه‌داري و سوپرالاستيسيته براي كاربرد در سامانه‌هاي مختلف مهندسي مورد توجه قرار گرفته‌اند.

همچنين باتوجه به توسعه كاربرد سازه‌هاي كامپوزيتي و به خصوص ساختارهاي ساندويچي در صنايع مختلف از جمله هوافضا، براي اولين بار در كار حاضر تلاش شده تا اثر برخي از ويژگي‌هاي آلياژهاي حافظه‌دار بر رفتار ارتعاشات آزاد پانل ساندويچي حافظه‌دار مستطيلي با هسته انعطاف‌پذير عرضي و رويه كامپوزيتي بررسي شود. به اين منظور، الياف حافظه‌دار در رويه‌هاي كامپوزيتي ورق ساندويچي، هم جهت با الياف گرافيت تعبيه شده‌است. در اين بررسي، از تئوري بهبود يافته مرتبه بالاي صفحات ساندويچي[1] استفاده شده، به‌نحوي كه در رويه‌هاي كامپوزيتي از تئوري برشي مرتبه اول[2] و در هسته مياني از تئوري الاستيسيته با در نظر گرفتن اثرات اينرسي هسته مياني و رويه‌ها استفاده شده است. معادلات حاكم براي شرايط مرزي اطراف لولا با استفاده از اصل هميلتون استخراج و تنش بازيافتي ناشي از تحريک سيم‌هاي SMA به عنوان اثر نيروهاي خارجي در نظر گرفته شده و مسئله، به كمک روش گالركين ساده و حل شده است. نتايج حاصله بيانگر بهبود فركانس‌ها و برخي ويژگي‌هاي سامانه به نسبت افزايش دماي سيم‌هاي SMA است.

كلمات كليدي : پانل ساندويچي، آلياژ حافظه‌دار(SMA)، اصل هميلتون، تئوري بهبود يافته مرتبه بالا، تئوري برشي مرتبه اول

Effects Of SMA Wires Free Vibration Of Shape Memory Sandwich Panel

A.mozaffari; M.Karami and A.H.Azarnia

Abstract

Shape memory alloys(SMA) due to the exhibition of certain performance such as high damping, shape memory effects and Super-elasticity are consider for application in engineering systems.

In this study, considering the usage of composite-sandwich structures in various industries including aerospace, the effects of SMA parameters such as SMA volume fraction and SMA wires temperature on hybrid sandwich panel free vibrations with transverse flexible core have been surveyed. The SMA wires (NiTiNol) are embedded at the mid-plane of the sandwich face sheets. For analyze, the improved high order theory is applied, First Shear Deformation Theory (FSDT) at the composite face sheets and Elasticity Theory by the assumption of inertia forces at the core. For governing equations of simply support panel Hamiltonian method has been used. At this study it is assumed that the SMA recovery stress produced via temperature actuation is exerted tensely on mid-plane of the face sheets. For solving problem and simplification the Galerkine method is used. The results showed that SMA actuation improves the vibration behaviors of whole sandwich panel.

Keywords : Sandwich panel- shape memory alloy- Hamilton principle- Improved high order theory- FSDT

تاريخ دريافت مقاله:۱۳۸۹/۶/۲۱

تاريخ اصلاحات مقاله: ۱۳۹۰/۱/۲۲

[i] دكتري هوافضا، هيئت علمي دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي، دانشكده مهندسي هوافضا *mozaffari@kntu.ac.ir*

[ii] * نويسنده مسئول و دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي، دانشكده مهندسي هوافضا، *mohammadkarami61@gmail.com*

[iii] دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي دانشكده مهندسي هوافضا، *azarnia@gmail.com*

۱- مقدمه

در سال‌هاي اخير، براي كنترل ناپايداري‌ها، مشخصه‌هاي ارتعاشي پانل‌ها و پوسته‌هاي بيروني تمام سازه‌هاي هوافضايي مافوق صوت كه تحت اثر بارهاي حرارتي ناشي از گرمايش آيروديناميكي هستند، از سازه‌هاي هوشمند (حافظه-دار) استفاده شده است. اين افزايش دما در پوسته، با انتقال به سطوح دروني سازه مي‌تواند منجر به القاي كمانش گرمايي و ناپايداري ديناميكي پانل‌ها شود. بنابراين با توجه به خواص منحصربه‌فرد آلياژهاي حافظه‌دار، تحريک آلياژهاي هوشمند تعبيه شده در اين سازه‌ها مي‌تواند بروز اين پديده‌ها را به تاخير اندازد. سازه‌هاي هوشمند، سازه‌هايي هستند كه آلياژهاي هوشمندي مانند مواد پيزوالكتريک، مگنتوالكتريک و آلياژهاي حافظه‌شكل يا حافظه‌دار[۳] در ساخت آن استفاده شده‌اند. از جمله اين سازه‌ها، كامپوزيت‌هايي هستند كه وايرهاي *SMA* از جنس نيتينول[۴] به عنوان تقويت‌كننده در صفحه مياني آن با درصد حجمي خاص در جهات مختلف تعبيه شده‌اند.

از اوايل دهه۱۹۸۰ ميلادي آلياژهاي حافظه‌دار در زمينه‌هاي وسيعي از جمله تعديل؛ رفتار آيروالاستيسيته آنتن ماهواره‌ها، كنترل ارتعاش سازه‌هاي فضايي، كنترل ارتعاش سطوح كنترلي هواپيماها و حتي در شبيه‌سازي‌هاي پزشكي مورد استفاده قرار گرفته است و توسعه و گسترش فناوري‌هاي مختلف با كاربرد اين آلياژها همچنان ادامه دارد. *SMA*ها دو فاز جامد جدا از هم دارند؛ فاز دماي پايين مارتنزيت[۵] و فاز دما بالاي آستنيت[۶]. تبديل اين فازها به يكديگر به استحاله موسوم است. اين فرآيند تغيير شكل برشي شبكه كريستالي *SMA* است كه روش اصلي استحاله فازي *SMA* را توجيه مي‌نمايد. يعني ساختار كريستالي مارتنزيتي با افزايش دما به ساختار كريستالي آستنيتي تبديل مي‌شود و در هنگام سرد شدن، فرآيند عكس رخ خواهد داد. اگر در اين آلياژها در دماي پايين، هنگامي كه فاز مارتنزيت دوقلويي حاكم است، تغيير شكل پلاستيک روي دهد، ساختار كريستالي غير دو قلوشده براي آلياژ ايجاد مي‌شود. با گرمايش آلياژ تغيير شكل يافته تا دماي متناظر با پايان فاز آستنيت، شكل اوليه بازيافت مي‌شود. در اثر فرآيند برگشت به شكل اوليه، تنش‌هايي در آلياژ ايجاد مي‌شود كه اين تنش باعث تحريک مي‌شود. اين تنش‌هاي حاصله، تنش بازيافتي[۷] ناميده مي‌شود. روشي كه با اين تنش به بررسي رفتار سازه مي‌پردازد به روش فعالسازي انرژي كرنشي[۸] معروف است. در اين روش وايرهاي *SMA* قبل از جايگذاري در سازه، ابتدا با كرنش ٦ تا ٨ درصدي روبرو شده و با تعبيه در سازه در نقاط مرزي سامانه مقيد مي‌شود. با اعمال جريان الكتريكي از داخل اين وايرها، گرماي الكتريكي توليد شده در آن منجر به شروع استحاله فازي معكوس و بازيابي طول اوليه وايرها شده كه از بازيابي شكل اوليه در اين قيود جلوگيري شده و بنابراين تنش بازيافتي كششي به سامانه اعمال مي‌شود. همچنين با صرف‌نظر از تنش بازيافتي القاء شده از الياف *SMA* به سازه، روش كنترلي ديگري به نام روش خواص فعال[۹] ارائه مي‌شود. در اين روش الياف *SMA*، بدون تغيير طول در سازه تعبيه شده كه با تغيير مدول يانگ *SMA* در طول استحاله فازي، سختي كل سازه نيز تغيير مي‌نمايد. [۱]

در شكل (۲) رابطه تنش بازيافتي را با توجه به پيش كرنش‌هاي متفاوت و افزايش دما مي‌توان ديد.

پانل‌هاي ساندويچي نيز بيش از نيم قرن است كه در صنايع مختلف از جمله هوافضا، ساختمان، خودروسازي و غيره به كار مي‌روند. يک پانل ساندويچي، به‌طور كلي متشكل از دو رويه با جنس فلزي يا ورق‌هاي چندلايه كامپوزيتي و يک هسته از نوع لانه زنبوري است كه در جهت عمودي سفت و در جهت افقي انعطاف‌پذير است. در سال‌هاي اخير، فوم‌هاي پلاستيكي، جايگزين هسته‌هاي لانه زنبوري شده‌اند. بنابراين رفتار هسته به واسطه انعطاف‌پذيري آن در جهت عمودي، با اثرات موضعي ناشي از ميدان خطي جابه‌جايي‌ها و تنش‌هاي موضعي، مرتبط مي‌شود. در كار حاضر رفتار ارتعاشات آزاد پانل ساندويچي-كامپوزيتي هوشمند مورد مطالعه قرار گرفته است. پانل گفته شده، متشكل از رويه‌هاي كامپوزيتي سه‌لايه و يک هسته از جنس فوم است كه در جهت عرضي انعطاف‌پذير است. رويه‌هاي كامپوزيتي حاوي الياف *SMA*، در جهت الياف تقويت كننده (گرافيت) اين لايه‌ها است. براي به‌دست آوردن ثوابت هندسي و سختي لايه‌هاي مركب حافظه‌دار رويه، از روش بسط ميكرومكانيک كامپوزيت حافظه‌دار مرجع [۲] استفاده شده است. در اين روش خواص لايه‌هاي كامپوزيتي رويه شامل الياف معمولي گرافيت و ماتريس اپوكسي، ابتدا با ميكرومكانيک مناسب محاسبه مي‌شوند سپس با افزودن الياف *SMA* و استفاده از همان طرح ميكرومكانيک كه كامپوزيت معمولي را به عنوان ماتريس ايزوتروپيک عرضي در نظر مي‌گيرد، خواص كامپوزيت مركب حافظه‌دار محاسبه مي‌شود. در ادامه رابطه تنش-كرنش اصلاح شده با رابطه تنش بازيافتي الياف *SMA* تعبيه شده در رويه‌ها نيز بدست مي‌آيد. با توجه به اين كه هسته انعطاف‌پذير، تحمل شرايط تكيه‌گاهي را ندارد بنابراين شرايط مرزي لولا فقط روي رويه‌ها اعمال مي‌شود. براي به-دست آوردن معادلات حاكم بر اين پانل از اصل هميلتون

استفاده شده که شامل استنتاج معادلات حاکم همراه با شرايط مرزي مناسب است. از روش گالرکين براي ساده‌سازي و حل اين معادلات استفاده شده است. از نکات مهم مقاله حاضر اين است که؛ تاکنون تحقيقي در مورد تعبيه الياف *SMA* در اين نوع از سازه‌هاي کامپوزيتي (پانل ساندويچي) انجام نشده است. اما تعدادي از مقالات به بحث در مورد اثر الياف *SMA* بر روي عملکرد ديناميکي ورق‌هاي کامپوزيتي پرداخته‌اند.

استاچـوويچ[10] و همکارانش در سال ۲۰۰۰، اثر الياف SMA را در تغييرات فرکانس طبيعي و کمانش حرارتي يک ورق کامپوزيت چند لايه بررسي نموده و معادلات حاکم بر آن را بر اساس روش المان محدود توضيح داده‌اند. آنها نشان دادند که تحريک الياف SMA اثر زيادي در افزايش فرکانس طبيعي سازه دارد [۳]. در سال ۲۰۰۶، ملک‌زاده و همکارانش براي تحليل پاسخ ديناميکي مرتبه بالاي پانل ساندويچي با هسته انعطاف‌پذير به ضربه سرعت پايين، معادلات حاکم بر اين پانل را بدست آوردند [٤]. شيه يائوکو[11] و همکارانش در سال ۲۰۰۹، اثرات SMA را بر روي رفتار کمانش يک ورق کامپوزيتي به روش المان محدود بررسي نمودند و ماتريس سختي هندسي و ماتريس سختي ناشي از تنش ريکاوري وابسته به دما را براي اين ورق محاسبه نمودند. آنها نشان دادند تمرکز اين الياف در ناحيه مياني ورق، باعث بهبود محسوس بار کمانش ورق مي‌شود [۵]. خليلي و همکارانش نيز در ۲۰۰۷، اثر تحريک وايرهاي SMA را بر روي خمش، کرنش صفحه‌اي و تنش در سازه بررسي نمودند. نتايج آنها مبين نقش مهم کسر حجمي مارتنزيتي و بعضي عامل‌هاي ديگر اين الياف در پاسخ ديناميکي و طراحي سازه است [٦]. هشام حامدابراهيم و همکارانش در سال ۲۰۱۰، اثر بارهاي آيروترمومکانيکي را بر ورق کامپوزيتي حافظه‌دار که وايرهاي تحريک شده SMA در جهت کمانش ورق تعبيه شده‌اند به روش المان محدود بررسي نمودند. تحقيقات آنها نشان داد که مقاومت کمانش و نيروي بحراني کمانش براي شرايط مرزي ساده بهبود مي‌يابد [۷]. م.احمدي در سال ۲۰۰۷، اثرات تحريک SMA بر روي ورق کامپوزيتي حافظه‌دار را بررسي نمود. او نشان داد که افزايش حرارت سيم‌هاي تعبيه شده SMA در ورق منجر به افزايش نوسانات طبيعي ورق مي‌شود [۸]. فرضيات به کار رفته در اين کار براي پانل ساندويچي کامپوزيتي طبق مرجع [٤] و اثر آلياژهاي حافظه‌دار مبتني بر مراجع [۲] و [۵] است.

۲- معادله حرکت حاکم

با اعمال تئوري مرتبه اول برشي براي رويه‌ها و تئوري الاستيسيته، با درنظر گرفتن نيروهاي اينرسي کامل در هسته مياني و رويه‌ها، ممان‌هاي اينرسي و تغيير شکل‌هاي برشي در هسته مياني، براي دستيابي به روابط حاکم بر اين پانل، از روش انرژي و اصل‌هميلتون استفاده مي‌شود. روابط جابجايي در تئوري برشي مرتبه اول به صورت رابطه (۱) نوشته مي‌شود [٤]:

$$u_i(x,y,z,t) = u_{0j}(x,y,t) + z\psi_{xj} \qquad (۱)$$
$$v_i(x,y,z,t) = v_{0j}(x,y,t) + z\psi_{yj}$$
$$w_i(x,y,z,t) = w_{0j}(x,y,t)$$

که w_{0j}, v_{0j}, u_{0j} به ترتيب تغيير مکان‌ها در جهات x و y و z براي صفحه مياني رويه بالا و پايين و همچنين ψ_{xj} و ψ_{yj} نشان دهنده چرخش لايه‌ها است ($j = t,b$). بنابراين براي روابط سينماتيکي داريم:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xj} \\ \varepsilon_{yj} \\ \gamma_{xyj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{0j,x} \\ v_{0j,y} \\ u_{0j,y} + v_{0j,x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \psi_{xj,x} \\ \psi_{yj,y} \\ \psi_{xj,y} + \psi_{yj,x} \end{Bmatrix} \qquad (۲)$$

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_{0,x} + \psi_x \\ w_{0,y} + \psi_y \end{Bmatrix} \qquad (۳)$$

از اصل هميلتون به صورت رابطه (٤) استفاده مي‌شود [۱۱]:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(U + V - T)\,dt = 0 \qquad (٤)$$

که V,T و U به ترتيب معرف انرژي جنبشي، کار نيروهاي خارجي و انرژي پتانسيل دروني پانل است. δ نيز اپراتور تغييرات است. متغير t نشان‌دهنده زمان است و انتگرال‌گيري فوق در بازه زماني $t_2 - t_1$ انجام مي‌شود. تغييرات مرتبه اول انرژي جنبشي با فرض شرايط همگن براي سرعت‌ها و تغيير مکان‌ها در لحظات t_1 و t_2 به صورت زير انجام مي‌شود:

$$\delta T = -\int_{t_1}^{t_2} \left\{ \sum_{j=t,b,c} \int_{V_j} \rho_j \left[\ddot{u}_j \delta u_j + \ddot{v}_j \delta v_j + \ddot{w}_j \delta w_j \right] dV_j \right\} dt \qquad (۵)$$

w,v,u مبين تغيير مکان‌ها و $\ddot{w},\ddot{v},\ddot{u}$ نيز معرف مولفه‌هاي شتاب به ترتيب در جهت x، y و z و $j = t,b,c$ است. تغييرات مرتبه اول انرژي پتانسيل دروني بر حسب کرنش‌هاي مجازي به‌صورت زير تعريف مي‌شود:

$$\delta U = -\int_{t_1}^{t_2} \int_{V_j} \left[\sigma_{xx}^j \delta\varepsilon_{xx}^j + \sigma_{yy}^j \delta\varepsilon_{yy}^j + \tau_{xy}^j \delta\gamma_{xy}^j + \tau_{xz}^j \delta\gamma_{xy}^j + \tau_{yz}^j \delta\gamma_{yz}^j \right] dv\,dt$$
$$+ \int_{t_1}^{t_2} \int_{V_c} \left[\tau_{xz}^c \delta\gamma_{xz}^c + \tau_{yz}^c \delta\gamma_{yz}^c + \sigma_{zz}^c \delta\varepsilon_{zz}^c \right] dv\,dt \qquad (٦)$$

σ_{ii} و ε_{ii} به ترتيب معرف تنش‌ها و كرنش‌هاي نرمال در جهات x، y بوده و τ_{iz} و γ_{iz} با توجه به (i=x يا y) نشان‌دهنده تنش‌ها و كرنش‌هاي برشي قائم در هستة مياني هستند.

σ_{zz}^{c} و ε_{zz}^{c} تنش‌ها و كرنش‌هاي نرمال در جهت قائم در هسته مياني هستند. همان‌طور كه گفته شد؛ تنش‌هاي صفحه‌اي در هسته، انعطاف‌پذير در نظر گرفته نشده‌اند. همچنين V_t، V_b و V_{core} به ترتيب حجم رويه‌هاي بالايي، پاييني و هسته مياني هستند.

براي هسته انعطاف‌پذير عرضي در پانل ساندويچي با درنظر گرفتن تغيير مكان‌ها و چرخش‌هاي كوچك، روابط سينماتيكي كرنش‌ها به شكل رابطه (۷) است [۶]:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{xz}^{c} \\ \gamma_{yz}^{c} \\ \varepsilon_{zz}^{c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{c,z} + w_{c,x} \\ v_{c,z} + w_{c,y} \\ w_{c,x} \end{bmatrix} \quad (۷)$$

در اين روابط u_c، v_c و w_c معرف مؤلفه‌هاي تغيير مكان در هسته ورق به‌ترتيب درجهت x، y و z هستند.

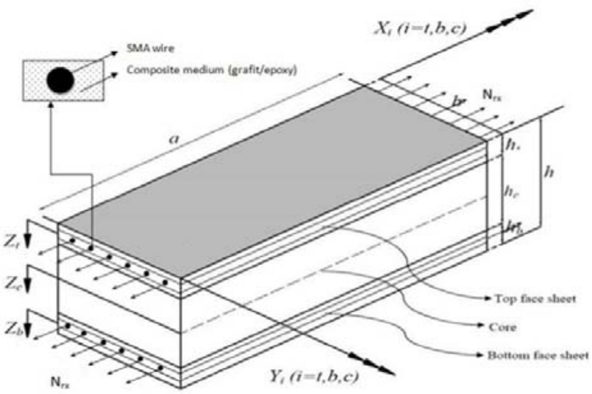
با فرض تغييرات خطي شتاب در جهت محورهاي x ، y و در جهت محور قائم از روية بالا به سمت رويه پايين در هسته مياني، مي‌توان شتاب هسته مياني را برحسب شتاب رويه‌هاي بالا و پايين نوشت. در اين‌صورت:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_c(x,y,z_c,t) &= (\ddot{u}_{0b} - \ddot{u}_{0t})\left(z_c/c \right) + \ddot{u}_{0t} \\ \ddot{v}_c(x,y,z_c,t) &= (\ddot{v}_{0b} - \ddot{v}_{0t})\left(z_c/c \right) + \ddot{v}_{0t} \\ \ddot{w}_c(x,y,z_c,t) &= (\ddot{w}_{0b} - \ddot{w}_{0t})\left(z_c/c \right) + \ddot{w}_{0t} \end{aligned} \quad (۸)$$

كه z_c و c به ترتيب ارتفاع هسته و ضخامت كل هسته است. معادلات تعادل ديناميكي در هسته مياني با توجه به تحمل نكردن تنش‌هاي نرمال و برشي صفحه‌اي در هسته و انعطاف‌پذيري آن، عبارت است از:

$$\begin{aligned} &\tau_{xz,z}^{c} = \rho_c \ddot{u}_c , \tau_{yz,z}^{c} = \rho_c \ddot{v}_c \\ &\tau_{xz,x}^{c} + \tau_{yz,y}^{c} + \sigma_{zz,z}^{c} = \rho_c \ddot{w}_c \end{aligned} \quad (۹)$$

براي تعبيه وايرهاي SMA در رويه‌هاي كامپوزيتي پانل گفته شده از روش فعالسازي انرژي كرنشي استفاده شده است [۱]. طول وايرهاي SMA تا محدوده پلاستيک افزايش يافته و بدون هيچ‌گونه تنشي در صفحه مياني رويه‌هاي كامپوزيتي بالا و پايين پانل در راستاي محور xها تعبيه و در تكيه‌گاه مقيد مي‌شوند كه نتوانند در صورت واقع شدن در دماي بالاتر از دماي شروع فاز آستنيت به ابعاد طبيعي خود بازگردند. جلوگيري از بازيابي شكل اوليه، منجر به توليد تنش بازيافت كششي در سيم مي‌شود كه به صورت نيروي صفحه‌اي $\bar{N}_x$ از طرف تكيه‌گاه به صفحه مياني رويه‌هاي حافظه‌دار اعمال مي‌شوند (شكل(۱)):



شكل(۱): پانل ساندويچي-كامپوزيتي حافظه‌دار

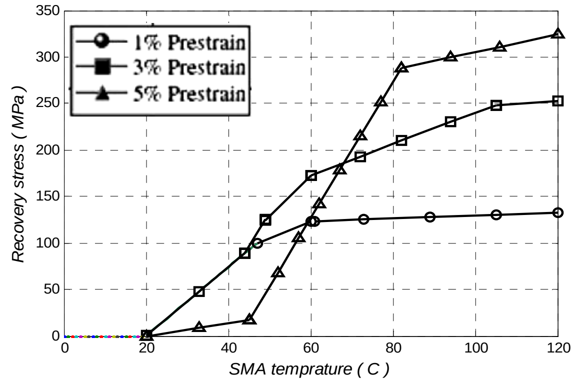
تغييرات مرتبه اول كار نيروهاي خارجي صفحه‌اي كه شامل نيروهاي بازيافتي وايرهاي نيتينول به‌صورت رابطه (۱۰) است [۳] و [۹]:

$$\delta V = -\int_V \left[\bar{N}_{xi} \left(\frac{\partial^2 w_{0t}}{\partial x^2} \right) + \bar{N}_{yi} \left(\frac{\partial^2 w_{0t}}{\partial y^2} \right) + 2\bar{N}_{xyi} \left(\frac{\partial^2 w_{0t}}{\partial x \partial y} \right) \right] dV \delta w_{0i} \quad (۱۰)$$

N_{ji} بارهاي خارجي از نوع صفحه‌اي[۱۲] است كه ماهيت تنش دارند و در كار حاضر نيروي بازيافتي (N^r) ناشي از استحاله فازي وايرهاي نيتينول تعبيه شده در رويه‌هاي بالا و پايين پانل است كه به صورت كششي از طرف تكيه‌گاه بر رويه‌ها اعمال مي‌شود و با انتگرال‌گيري در عرض ورق حافظه‌دار بر حسب مقادير كسر حجمي اين الياف به دست مي‌آيد.($j = x, y$ و $i = t, b$)

$$N^r = \iint_{A_w} \sigma^r dA_w = \sigma^r h_s V \quad (۱۱)$$

A_w و h_s و V_s به ترتيب مربوط به سطح مقطع و ضخامت لايه محتوي SMA (هيبريدي)، كسرحجمي نيتينول موجود در لايه حافظه‌دار است. مقدار σ^r كه تابعي از دما و پيش كرنش است از راه شكل (۲) براي پيش كرنش‌هاي متفاوت به‌دست مي‌آيد [۵].



شکل (۲): تنش بازيابي σ^r برحسب دماي الياف *SMA* براي پيش-کرنش‌هاي مختلف

۳- روابط ساختاري

روابط ساختاري براي ورق کامپوزيت مرکب چند لايه با اثرات نيروي بازيافتي الياف نيتينول (*SMA*) ترکيب شده و روابط تنش-کرنش اصلاح شده به‌دست مي‌آيند [۵] و [۲]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} + V_s \begin{Bmatrix} \sigma_1^r \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \qquad (۱۲)$$

$\left[Q_{ij}\right]$ ماتريس سختي کاهش‌يافته براي ورق‌هاي کامپوزيت هيبريدي (ورق متشکل از گرافيت/اپوکسي به عنوان بستر کامپوزيت و سيم‌هاي نيتينول به عنوان الياف) است که به‌صورت رابطه (۱۳) محاسبه مي‌شود [۲]:

$$Q_{11} = E_1/(1-\upsilon_{12}\upsilon_{21}) \qquad (۱۳)$$
$$Q_{12} = \upsilon_{21}E_1/(1-\upsilon_{12}\upsilon_{21})$$
$$Q_{22} = E_2/(1-\upsilon_{12}\upsilon_{21})$$
$$Q_{66} = G_{21}$$

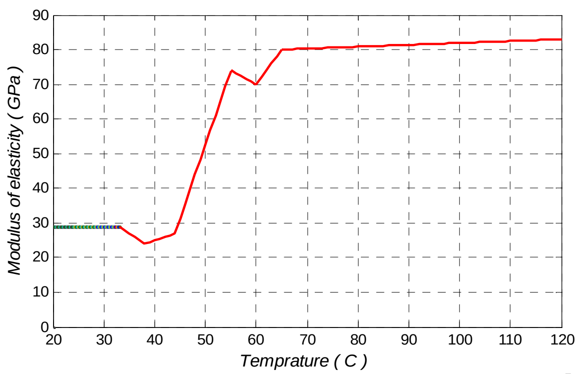
فرمولاسيون استفاده شده براي محاسبه ثابت‌هاي هندسي و خواص لايه حافظه‌دار نيز بر اساس قانون ترکيبي است که براي گسترش طرح ميکرومکانيکي ورق کامپوزيت معمولي به کار مي‌رود. اين ثوابت براي لايه مرکب حافظه‌دار به‌صورت جدول (۱) نوشته مي‌شود.

عامل‌هاي G,υ,V,E به ترتيب بيانگر مدول الاستيسيته، کسرحجمي، ضريب پوآسون و مدول برشي بوده و پايين نويس‌هاي s و m معرف خواص سيم‌هاي نيتينول و بستر کامپوزيت است. پايين نويس‌هاي ۱ و ۲ نيز مبين جهات x و y است.

جدول (۱): خواص و ثوابت مهندسي لايه حافظه‌دار

E_1	$E_{1m}V_m + E_sV_s$
E_2	$E_{2m}E_s / E_{2m}V_s + E_sV_m$
υ_{12}	$\upsilon_{12m}V_m + \upsilon_sV$
υ_{21}	$\upsilon_{21m}V_m + \upsilon_sV_s$
G_{12}	$Q_{12} = G_{12m}G_s/(G_{12m}V_s - G_sV_m)$
G_{23}	$G_{23m}V_m + G_sV_s$
V_m	$1 - V_s$

تغييرات مدول الاستيسيته سيم‌هاي نيتينول $E_s(t)$ است که وابسته به دماي سيم‌هاي SMA بوده و در کار حاضر در بازه‌هاي دمايي کوچک به‌صورت خطي فرض شده و از شکل (۳) به‌دست مي‌آيد [۵].



شکل (۳): تغييرات مدول الاستيک سيم‌هاي *SMA* با افزايش دما

با انتگرال‌گيري از روابط تنش-کرنش اصلاح شده (رابطه ۱۲) در ضخامت لايه‌هاي ورق روابط ساختاري به‌صورت رابطه (۱٤) استفاده مي‌شود.

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ \psi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} N^r \\ M^r \end{Bmatrix} \qquad (۱٤)$$

$$\begin{bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} KA_{45}(w_{0,y}+\psi_y) + KA_{55}(w_{0,x}+\psi_x) \\ KA_{44}(w_{0,y}+\psi_y) + KA_{45}(w_{0,x}+\psi_x) \end{bmatrix}$$

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{ij}^k (1, z, z^2)\, dz$$

M^r و N^r بردارهاي برايند نيروهاي بازيافتي و ترکيب آن در واحد طول هستند که به وسيله الياف SMA توليد شده‌اند. فرض بر تقارن رويه‌ها و کل پانل است، بنابراين B=M r=0 است. N وQ به ترتيب مولفه‌هاي محوري نيرو و نيروهاي برشي هستند. A، B و D به عنوان ماتريس‌هاي سختي برشي و جفت خمشي- برشي و خمشي معرفي مي‌شوند. h ضخامت هر لايه است.K عامل تصحيح برشي است که توسط مايندلين[۱۳] محاسبه شده‌است.

٤- استخراج معادلات

با اعمال روش پيش‌گفته هميلتون (روش انرژي) و كليه روابط اعم از روابط سينماتيكي و سازگاري در رويه و هسته و استفاده از روابط حاكم بين مولفه‌هاي تنش و نيروهاي صفحه‌اي و ممان‌هاي صفحه‌اي، نيروهاي بازيافتي سيم‌هاي *SMA*، به مجموعه معادلات حاكم بر سامانه مي‌توان دست يافت. با انتگرال‌گيري در جهت ضخامت و استفاده از روش انتگرال‌گيري جزءبه‌جزء و صفر قرار دادن ضرايب تغييرات اول مولفه‌هاي تغيير مكان و چرخش و تنش برشي در رويه‌ها و هسته، مي‌توان معادلات ديفرانسيلي حاكم بر حركت پانل ساندويچي- كامپوزيتي حافظه‌دار (محتوي سيم‌هاي *SMA*) و معادلات شرايط مرزي را به‌دست آورد.

$$
\begin{aligned}
&N^t_{xx,x}+N^t_{xy,y}+\tau^c_{xz}(z_c=0)=I_{0t}\ddot{u}_{0t}\\
&N^t_{yy,y}+N^t_{xy,x}+\tau^c_{yz}(z_c=0)=I_{0t}\ddot{v}_{0t}\\
&Q^t_{x,x}+Q^t_{y,y}+\bar{N}_{xt}+\sigma^c_{zz}(z_c=0)=I_{0t}\ddot{w}_{0t}\\
&N^b_{xx,x}+N^b_{xy,y}-\tau^c_{xz}(z_c=c)=I_{0b}\ddot{u}_{0b}\\
&N^b_{yy,y}+N^b_{xy,x}-\tau^c_{yz}(z_c=c)=I_{0b}\ddot{v}_{0b}\\
&Q^b_{x,x}+Q^b_{y,y}+\bar{N}_{xb}-\sigma^c_{zz}(z_c=c)=I_{0b}\ddot{w}_{0b}\\
&M^t_{xx,x}+M^t_{xy,y}-Q^t_x+\tau^c_{xz}(z_c=0)\left(h_t/2\right)=I_{2t}\ddot{\psi}_{xt}\\
&M^t_{yy,y}+M^t_{xy,x}-Q^t_y+\tau^c_{yz}(z_c=0)\left(h_t/2\right)=I_{2t}\ddot{\psi}_{yt}\\
&M^b_{xx,x}+M^b_{xy,y}-Q^b_x-\tau^c_{xz}(z_c=c)\left(h_b/2\right)=I_{2b}\ddot{\psi}_{xb}\\
&M^b_{yy,y}+M^b_{xy,x}-Q^b_y+\tau^c_{yz}(z_c=c)\left(h_b/2\right)=I_{2b}\ddot{\psi}_{yb}\\
&\tau^c_{xz,z}=\rho_c\ddot{u}_c\\
&\tau^c_{yz,z}=\rho_c\ddot{v}_c\\
&\tau^c_{xz,x}+\tau^c_{yz,y}+\sigma^c_{zz,z}=\rho_c\ddot{w}_c
\end{aligned}
\qquad (١٥)
$$

براي روابط فوق داريم:

w_{0b}, w_{0t} و w_c به ترتيب جابجايي عرضي رويه بالا، پايين و هسته است. v_{0b}, u_{0t} و u_c جابجايي در راستاي x براي رويه بالا، پايين و هسته است. τ^c_{xz}, τ^c_{yz} و σ^c_{zz} در $(z_c=0,z)$ به‌ترتيب، تنش‌هاي برشي و نرمال قائم در سطح مشترك بالا و پايين هسته و رويه‌ها هستند. Q^j_x و Q^j_y نيروهاي برشي توزيع شده بر واحد طول لبه‌هاي پانل به‌ترتيب در راستاي x و y است (j= t , b). ρ_t و ρ_b به‌ترتيب چگالي رويه‌هاي بالا و پايين است. براي ممان اينرسي لايه‌ها داريم: (١٦)

$$
I_{jt}=\int_{-h_t/2}^{h_t/2}\rho_t z^j dz \text{ و } I_{jb}=\int_{-h_b/2}^{h_b/2}\rho_b z^j dz \text{ ، } j=0,2
$$

٥- حل معادلات و به‌دست آوردن فركانس‌هاي طبيعي سيستم

با استفاده از روابط سينماتيكي، روابط ساختاري تنش-كرنش اصلاح شده، روابط (١٣) و ماتريس‌هاي سختي (برشي، خمشي و جفت خمشي-برشي) و سپس جايگزيني مشتقات جزيي آن در مجموعه روابط شماره (١٥)، معادلات ديناميكي پانل ساندويچي حافظه‌دار با هسته انعطاف‌پذير به‌دست مي‌آيد. براي مثال نتيجه اعمال روابط گفته‌شده در رابطه ششم (معادله مربوط به خيز رويه پاييني) از مجموعه معادلات (١٥) به‌صورت رابطه (١٧) بيان مي‌شود:

$$
\begin{aligned}
&KA^b_{45}\left(2w_{0b,xy}+\psi_{yb,x}+\psi_{xb,y}\right)+N^r w_{0b,xx}\\
&+KA^b_{44}\left(w_{0b,yy}+\psi_{yb,y}\right)+KA^b_{55}\left(w_{0b,xx}+\psi_{xb,x}\right)\\
&-\left(\tau^c_{xz,x}+\tau^c_{yz,y}\right)\left(c/2\right)+\left(w_{0t}-w_{0b}\right)\left(E_c/c\right)\\
&+\rho_c\left\{\ddot{w}_{0b}(c/3)+\ddot{w}_{0t}(c/6)\right\}=I_{0b}\ddot{w}_{0b}
\end{aligned}
\qquad (١٧)
$$

براي به‌دست آوردن پاسخ ديناميكي ارتعاشات آزاد ورق با هسته مياني انعطاف‌پذير، از روش حل با سري‌هاي فوريه استفاده شده است. براي ورق با لبه‌هاي لولا (تكيه‌گاه ساده)، توابع فوريه استفاده شده براي مولفه‌هاي جابجايي، چرخش و تنش برشي در هسته عبارت هستند از [٦]:

$$
\begin{bmatrix}
u_{0j}(x,y,t)\\ v_{0j}(x,y,t)\\ w_{0j}(x,y,t)\\ \psi_{xj}(x,y,t)\\ \psi_{yj}(x,y,t)\\ \tau^c_{xz}(x,y,t)\\ \tau^c_{yz}(x,y,t)
\end{bmatrix}
=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}
\begin{bmatrix}
u_{0jmn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\\
v_{0jmn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y)\\
w_{0jmn}\sin(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\\
A_{0jmn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\\
B_{0jmn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y)\\
T_{cxmn}\cos(\alpha_m x)\sin(\beta_n y)\\
T_{cymn}\sin(\alpha_m x)\cos(\beta_n y)
\end{bmatrix}
e^{-i\omega t}
\qquad (١٨)
$$

در رابطه (١٨)، ضرايب فوريه در ماتريس سمت راست، وابسته

به زمان هستند و m,n نیز به ترتیب تعداد نیم موج‌ها در جهت x و y هستند و ω نیز فرکانس نوسانات (rad/s) است و j= t , b.

با جایگذاري مشتقات جزيي توابع فوريه مربوطه و اعمال روش عددي گالركين در نمونه معادله (۱۷) رابطه (۱۹) به‌دست مي‌آيد:

$$\begin{aligned} &KA_{45}^{b}\left(2\alpha_m\beta_n f_4 w_{0bmn}+\alpha_m f_4 B_{0bmn}+\beta_n f_4 A_{0bmn}\right)\\ &-KA_{44}^{b}\left(\beta_n^2 f_3 w_{0bmn}+\beta_n f_3 B_{0bmn}\right)-N^r\alpha_m^2 f_3 w_{0bmn}\\ &-KA_{55}^{b}\left(\alpha_m^2 f_3 w_{0bmn}+\alpha_m f_3 A_{0bmn}\right)\\ &-\left(\alpha_m f_3 T_{cxmn}+\beta_n f_3 T_{cymn}\right)\left(c/2\right)\\ &+\left(f_3 w_{0tmn}-f_3 w_{0bmn}\right)\left(E_c/c\right)\\ &-\omega^2\rho_c f_3\left(c/6\right)\left\{2w_{0bmn}+w_{0tmn}\right\}=-I_{0b}\omega^2 f_3 w_{0bmn} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

ماتريس جرمي و سختي سامانه را از معادلات فوق به‌دست مي‌آيد.

چون در اين مسئله المان‌هايي از آلياژهاي حافظه‌دار موجود است كه باعث توليد نيروي بازيافتي در صفحه مياني لايه‌هاي رويه مي‌شوند، بنابراين ماتريس سختي حاصل شده، از دو ماتريس سختي هندسي سامانه و ماتريس سختي ناشي از تنش بازيافت تشكيل شده‌است.

$$[k]_{10\times10}=[k_s]_{10\times10}+[k_r]_{10\times10} \quad (۲۰)$$

بنابراين مسئله با محاسبه ماتريس‌هاي جرمي و سفتي، به يک مسئله استاندارد مقادير ويژه تبديل مي‌شود.

$$[M]\{\ddot{\chi}\}+\left([k_s]+[k_r]\right)\{\chi\}=\{0\} \quad (۲۱)$$

$[M]$ و $[k_s]$ ماتريس‌هاي ۱۰×۱۰ جرمي و سختي هندسي است. $[k_r]$ماتريس تعميم‌يافته سختي ناشي از تنش بازيافتي سيم‌هاي *SMA* است. بنابراين به معادله (۲۲) خواهيم رسيد:

$$\left([k]-\omega^2[M]\right)\{\chi\}=\{0\} \quad (۲۲)$$

با فرض $K^{-1}M=A$ و $\lambda=\left(1/\omega^2\right)$ معادله مشخصه به دست مي‌آيد كه با صفر قراردادن دترمينان ماتريس ضرايب آن مقادير ويژه و فركانس‌هاي طبيعي سامانه حاصل مي‌شود.

$$|A-\lambda I|=0 \quad (۲۳)$$

٦- بررسي درستي نتايج

براي حل معادلات برنامه‌اي جامع در فضاي نرم‌افزار متلب[۱۴] تهيه شد كه با استفاده از آن مي‌توان مشخصه‌هاي ديناميكي مورد نياز براي پانل ساندويچي-كامپوزيتي با رويه‌هاي محتوي سيم‌هاي *SMA* را بررسي نمود.

كليه خصوصيات پانل ساندويچي- كامپوزيتي حافظه‌دار مورد بررسي در اين قسمت در جدول (۲) آورده شده‌است. پانل گفته‌شده داراي رويه‌هاي ۳ لايه است. لايه مياني رويه، هيبريدي بوده و خواص آن از شكل (۳) و جدول (۲) و قانون تركيب بدست مي‌آيد.

جدول (۲): خواص الاستيسيته مواد موجود در لايه‌هاي پانل

[۹۰/۰,SMA(۰)/۹۰/core/۹۰/۰,SMA(۰)/۹۰]			
a/b	h_c/h	a/b	Ks
۱۰	۰/۸۴	۱	۰/۳
properties	graphit-epoxy	SMA	Core (foam)
E_{11} (Gpa)	۱۵۵	Es(t)	۰/۱۱۳۵
E_{22} (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
E_{33} (Gpa)	۸/۰۷	Es(t)	۰/۱۱۳۵
G_{12} (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
G_{13} (Gpa)	۴/۵۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
G_{23} (Gpa)	۳/۲۵	۲۵/۶	۰/۰۱۸۸۶
υ_{12}	۰/۲۲	۰/۳	۰/۳۲
υ_{13}	۰	۰	۰
υ_{23}	۰	۰	۰
$\rho\left(kg/m^3\right)$	۱۵۸۶	۶۴۵۰	۱۳۰

براي بررسي درستي نتايج حاصل از تحريک سيم‌هاي *SMA* تعبيه شده در رويه‌هاي پانل ساندويچي حافظه‌دار، نتايج حاصل از تحريک پانل ساندويچي با شرايط فيزيكي *hc/h*=۱/۷، *a/b*= ۰/۷۵ و *a/h*=۱۷۰ با ورق كامپوزيتي حافظه‌دار مرجع [۱۰] در جدول (۳) مقايسه مي‌شود. اثرات تنش بازيافتي سيم‌هاي *SMA* بر فركانس طبيعي اول و دوم پانل با نتايج ورق اورتوتروپ مرجع [۱۰] و فرض كسرحجمي ۵% براي الياف *SMA* مقايسه مي‌شود.

جدول (۳) بيانگر هم‌خواني فركانس اول در مرجع [۱۰] و كار حاضر است. در حالت دوم كمي اختلاف ديده مي‌شود. اين تفاوت به اين دليل است كه همه معادلات اين كار بر اساس وجود يک هسته انعطاف‌پذير (فوم) محاسبه شده است. بنابراين علت تفاوت فركانس آن نسبت به لمينيت مرجع [۱۰] وجود يک لايه نرم در پانل حاضر است.

جدول (۳): مقايسه فركانس طبيعي اول و دوم كار حاضر و مرجع [۱۰]

[۴۵/-۴۵/۰,SMA(۰)/۹۰/۹۰/۰,SMA(۰)/-۴۵/۴۵]

Ks=%۵

σ^r *(10^4 psi)	Ref.[19] 1st freq.	Ref.[19] 2nd freq.	Present work 1st freq.	Present work 2nd freq.
۰	۲۶	۵۱	۲۵/۲	۴۸/۲
۰/۵	۲۷/۱	۵۱/۵	۲۶/۸	۵۰/۴
۱	۲۸/۳	۵۲	۲۹/۱	۵۰/۹
۱/۵	۲۹/۷	۵۳/۱	۳۰/۴۲	۵۱/۳
۲	۳۱	۵۴	۳۱/۵	۵۲/۱
۳	۳۲/۹	۵۵	۳۳/۴	۵۳
۴	۳۵/۵	۵۶/۲	۳۶/۲	۵۴

۷- بررسي و تحليل نتايج

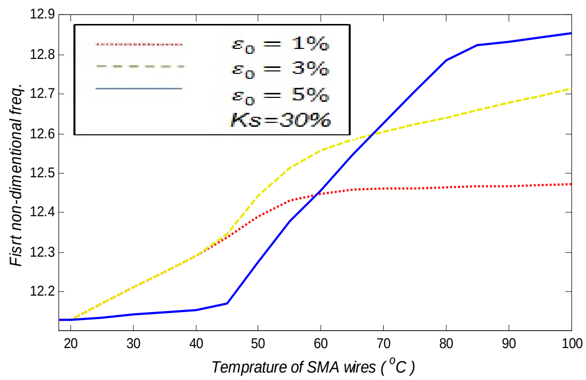
رفتار ديناميكي پانل ساندويچي براي رويه‌هاي حافظه‌دار با شرايط تكيه‌گاهي ساده و خواص مواد مندرج در جدول (۲) محاسبه شده‌است. در اين پانل، رويه‌ها، ارتوتروپ فرض شده و الياف حافظه‌دار در لايه مياني رويه و در راستاي محور x است.

با توجه به شكل (٤)، نتايج حاصل از فركانس طبيعي اول، بيانگر وابستگي آن به دماي الياف *SMA* و تنش بازيافتي است. در اين نمودار به وضوح رفتار فركانس طبيعي پانل ساندويچي بر حسب تغيير دماي الياف متناظر با شكل (۲) تغيير مي‌نمايد. ديده مي‌شود كه با افزايش تنش بازيافتي بر فركانس سامانه افزوده مي‌شود.

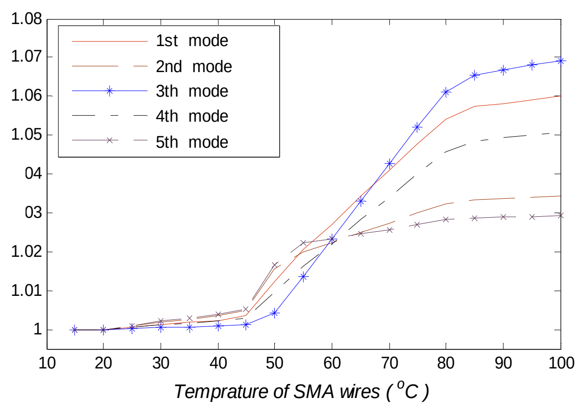
در شكل (٥) تغييرات نسبي پنج فركانس طبيعي اول پانل حافظه‌دار بر حسب تغيير دماي وايرهاي *SMA* ديده مي‌شود. خصوصيات پانل مورد بحث در جدول (۲) آورده شده است. در اين نمودار $\bar{\omega}_n$، مقدار فركانس‌هاي طبيعي پانل در زماني است كه الياف *SMA* تحريك نشده‌اند و فركانس‌هاي ω_n با در نظر گرفتن اثرات تحريك الياف *SMA* به‌دست آمده‌اند. در اين شكل نيز ديده مي‌شود كه بيش‌ترين تغييرات فركانس طبيعي در بازه دمايي شروع و پايان استحاله معكوس مارتنزيتي الياف *SMA* رخ مي‌دهد.

اين نتايج نشان مي‌دهند كه الياف *SMA* با بالا رفتن دما، اثرات مطلوبي بر روي فركانس‌ها مي‌گذارند اما بر روي بعضي از فركانس‌ها مثلا فركانس پنجم (ω_5) اثر مطلوبي ندارد.

در شكل‌هاي (٤) و (٥) ديده مي‌شود كه كاربرد سيم‌هاي حافظه‌دار در داخل لايه‌چيني رويه‌هاي كامپوزيتي پانل موردنظر، بيش‌ترين اثر را بر فركانس سوم (ω_3) دارد. افزايش دما باعث كشيده شدن الياف *SMA* و در نتيجه اعمال تنش كششي بازيافتي الياف مذكور بر لايه مي‌شود كه منجر به افزايش سفتي‌هاي عرضي سازه و در نتيجه افزايش نوسانات طبيعي سامانه مي‌شود.



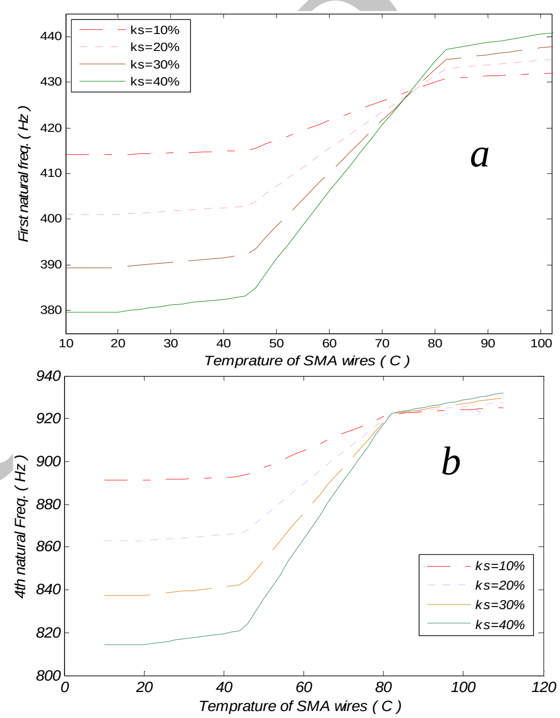
شكل (٤): تغييرات فركانس اول پانل برحسب افزايش دما براي پيش كرنش‌هاي متفاوت



شكل (٥): نسبت پنج فركانس اول پانل ساندويچي حافظه‌دار به همان فركانس‌ها براي پانل معمولي بر حسب دماي سيم‌هاي ***SMA***

در شكل‌هاي (6a) و (6b) تغييرات فركانس اول و چهارم پانل با خواص گفته شده در جدول (۲) بر حسب تغييرات دمايي الياف SMA براي مقادير متفاوت كسر حجمي اين الياف نشان داده شده‌است. ديده مي‌شود كه با افزايش كسر حجمي الياف SMA، نوسانات سامانه بيش‌تر تحت اثر افزايش دما قرار مي‌گيرند. به نوعي كنترل بيش‌تر بر فركانس‌هاي سامانه با كنترل درصد حجمي اين الياف امكان‌پذير است. در اين شكل يک نقطه عطف براي نوسانات سامانه وجود دارد. در اين نقطه دمايي خاص، مقدار فركانس طبيعي سامانه براي مقادير مختلف كسر حجمي الياف SMA يكسان است. در دماي كمتر از اين دماي خاص، افزايش كسر حجمي باعث افت فركانس شده و در

دماي بالاتر از اين دما، كسر حجمي بزرگتر سبب رشد نوسانات سامانه مي‌شود. به نوعي افزايش كسر حجمي الياف SMA پيش از اتمام استحاله فازي موجب كاهش فركانس طبيعي پانل شده و در زمان گذار از دماي پايان استحاله، افزايش Ks به همراه افزايش دما باعث افزايش فركانس سامانه مي‌شود. اين پديده ناشي از اين است كه تا زمان تكميل استحاله معكوس (در دماهاي كمتر از دماي انتهاي فاز آستنيت الياف SMA)، افزايش وزن سازه به موجب افزايش كسرحجمي نيتينول بر تنش بازيافتي اين الياف غلبه نموده و موجب تعديل فركانس سامانه مي‌شود. اين پديده با توجه به چگالي بالاي الياف SMA قابل تحليل است.

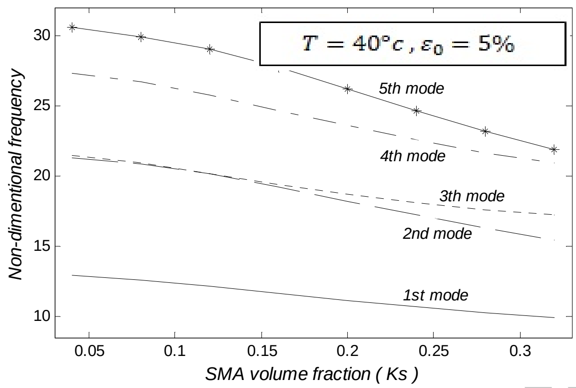


شكل (۶): اثر كسر حجمي بر روي تغييرات فركانس طبيعي اول و چهارم بر حسب دماي سيم‌هاي *SMA*

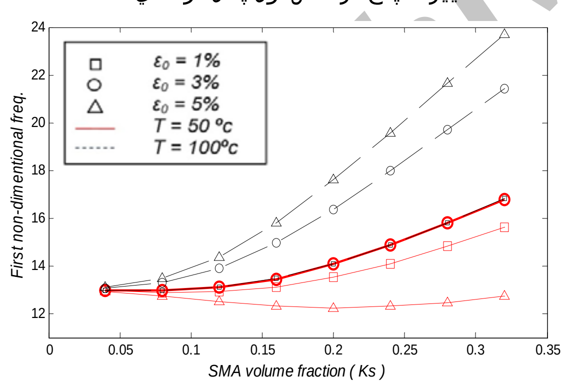
شكل‌هاي بعدي براي پانل ساندويچي-كامپوزيتي حافظه‌دار با مشخصات مندرج در جدول (۲) بررسي شده است با اين تفاوت كه مشخصه h_c/h به ميزان ۰/۹٤ در نظر گرفته شده است.

در شكل (۷) كه براي پانل ساندويچي گفته شده به‌دست آمده است، ديده مي‌شود كه با افزايش كسر حجمي الياف نيتينول در يک دماي مشخص $40^{\circ}C$ (دماي كمتر از دماي پايان فاز مارتنزيت) و پيش كرنش $\varepsilon_0 = \%0$ پنج فركانس اول كاهش مي‌يابد. اين مسئله ناشي از افزايش چگالي و جرم سازه پانل در نبود تنش بازيافتي الياف *SMA* است.

در شكل (۸) نيز افزايش نوسانات پايه سامانه پيش‌گفته با پيش كرنش‌هاي متفاوت براي درصد حجمي‌هاي مختلف در دو دماي پايين و بالا بررسي شده است. برايند تنش كششي بازيافتي الياف كه وابسته به دماي نيتينول است، بر چگالي ناشي از افزايش كسرحجمي غالب شده و منجر به افزايش سختي هندسي سامانه و در نتيجه افزايش نوسانات طبيعي سامانه مي‌شود. در اين شكل ديده مي‌شود كه در دماي $50^{\circ}C$، پيش كرنش ۳% بيش‌ترين اثر را در افزايش نوسان طبيعي دارد. با مراجعه به شكل (۲) مي‌توان ديد كه الياف *SMA* در دماي $50^{\circ}C$ و پيش كرنش ۳%، بيش‌ترين ميزان تنش را بازتوليد مي‌نمايد.



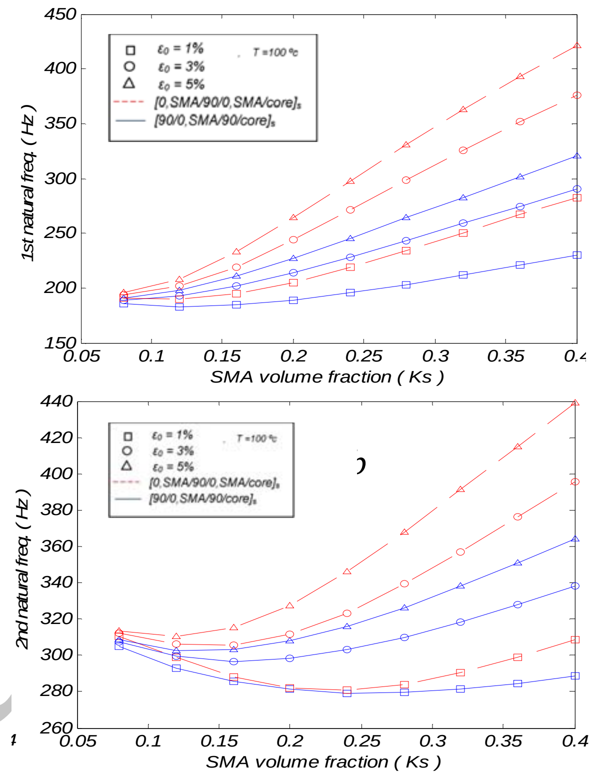
شكل (۷): اثرات افزايش كسر حجمي الياف نيتينول بر روي تغييرات پنج فركانس اول پانل در دماي $40^{\circ}c$



شكل (۸): اثر پيش كرنش‌هاي متفاوت بر روي مقادير فركانس طبيعي سامانه بر حسب كسر حجمي الياف نيتينول واقع در دو دماي ۵۰ و ۱۰۰ درجه سانتي‌گراد

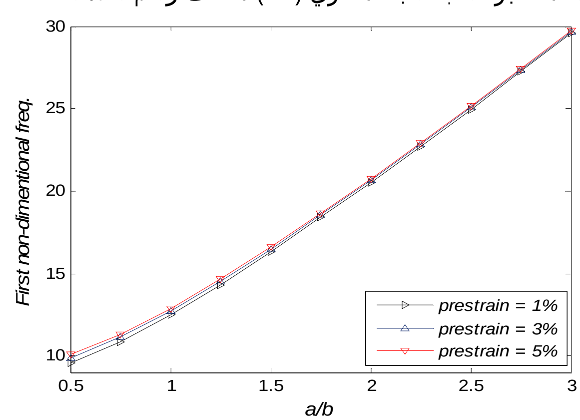
با توجه به شكل‌هاي (۹*a*) و (۹*b*)، افزايش ميزان پيش كرنش سيم‌هاي نيتينول اثر فزاينده‌اي بر روي رفتار فركانس‌هاي اول و دوم بر حسب تغييرات كسرحجمي اين سيم‌ها دارد. بدين صورت كه افزايش توليد تنش بازيافتي

کششي ناشي از افزايش کسرحجمي، باعث سخت‌تر شدن سازه و بنابراين بيش‌تر شدن مقادير فرکانس سامانه مي‌شود. با توجه به اين شکل‌ها در لايه‌چيني نوع دوم چون مقدار الياف *SMA* تعبيه شده زيادتر از نوع اول است پس برايند توليد تنش بازيابي در اين مورد طبق شکل (۲) بيش‌تر شده و اثر بزرگ‌تري بر روي افزايش فرکانس سامانه دارد.



شکل (۹): اثر پيش کرنش بر رفتار فرکانس طبيعي اول (a) و دوم (b) پانل ساندويچي براي دو نوع لايه چيني بر حسب کسر حجمي الياف نيتينول در دماي ۱۰۰ ^oC

در شکل (۱۰) اثر پيش کرنش‌هاي مختلف بر رفتار نوساني سامانه برحسب نسبت منظري (*a/b*) مختلف رسم شده‌است.

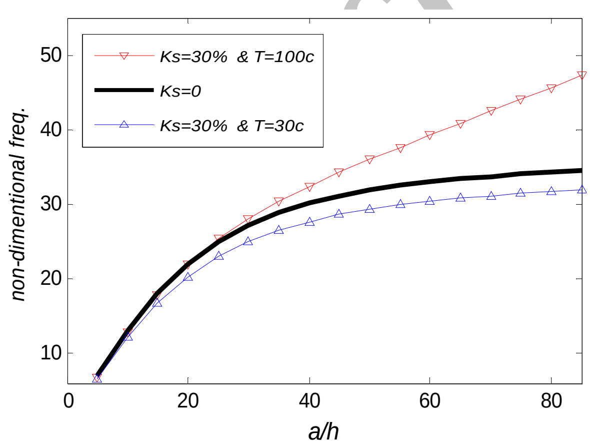


شکل (۱۰): اثر پيش کرنش‌هاي مختلف بر رفتار نوساني سامانه بر حسب نسبت منظري (*a/b*)

اثر افزايش پيش کرنش الياف نيتينول در نسبت‌هاي منظري کوچک محسوس‌تر بوده و باعث افزايش بيشتر در فرکانس مي‌شود، دماهاي بالاتر تنش‌هاي بازيافتي بزرگ‌تري توليد مي‌نمايد که به‌صورت کششي بر لايه موردنظر از رويه‌هاي پانل اعمال شده و باعث افزايش سفتي نسبي پانل و در نتيجه افزايش نوسانات مي‌شود. هرچه اين نسبت (نسبت منظري) افزايش يابد، اثرات افزايش پيش کرنش کاهش مي‌يابد. علت آن در ابتدا کاهش سفتي نسبي پانل در جهت طولي و ثابت ماندن برايند تنش بازيافتي همزمان با افزايش طول پانل است. لذا بنابراين با افزايش *a/b* سفتي ورق افزايش کمتري نشان داده و فرکانس طبيعي افزايش کمتري نشان خواهد داد. از نظر کاربردي استفاده از الياف نيتينول در حالت باريکه لولا، اثر بسيار کمي در افزايش فرکانس طبيعي خواهد داشت و در عمل بي‌اثر خواهد شد. افزايش فرکانس بيشتر در محدوده بين دماهاي شروع و پايان استحاله معکوس قابل ملاحظه است (الياف *SMA* در جهت طولي قرار دارند).

شکل (۱۱) براي بررسي اثر محدوده دمايي الياف نيتينول بر رفتار نوسانات پانل ساندويچي بر حسب تغيير نسبت *a/h* رسم شده‌است. خصوصيات پانل به‌طور دقيق منطبق بر جدول (۲) و مقدار پيش کرنش 0% و لايه‌چيني[۱۵] نيز مشخص است.

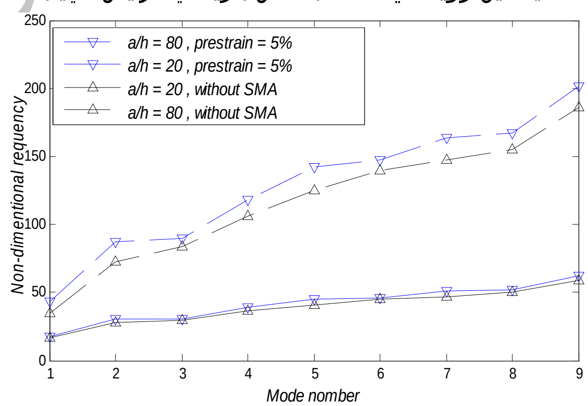
در شکل (۱۱) اثر دماي کمتر از دماي شروع استحاله معکوس (۳۰ درجه سانتي‌گراد) و دماي بالاتر از دماي پايان استحاله معکوس مارتنزيتي (۱۰۰درجه سانتيگراد) بر روي فرکانس پانل در *a/h*هاي مختلف براي دو کسر حجمي الياف حافظه‌دار (۰ و ۳۰%) مورد بررسي قرار گرفته است.



شکل (۱۱): اثر محدوده‌هاي دمايي بر تغييرات فرکانس اول بر حسب نسبت‌هاي ***a/h***

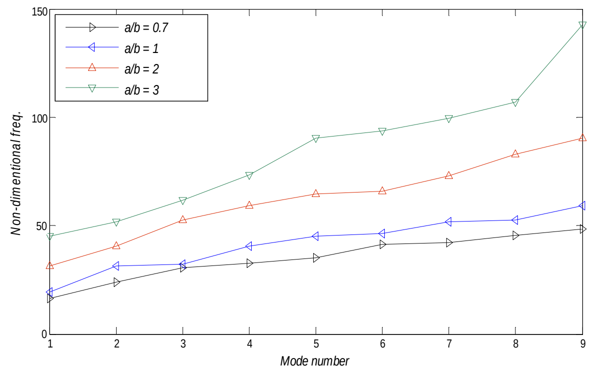
با توجه به اینکه در دماي ۳۰ ^oc برايند تنش بازيافتي الياف نيتينول ناچيز است، اثر سنگيني سازه ناشي از حضور ۳۰% کسر حجمي بر تنش بازيافتي کششي غالب شده و سبب کاهش فرکانس سامانه مي‌شود. در اين دما و کسرحجمي (Ks=%۳۰) در تمام نسبت‌هاي a/h نوسانات پايين‌تر از حالت Ks=۰ است. در دماي ۱۰۰ ^oc (بالاتر از A_f)، تنش بازيافتي کششي کافي براي غلبه بر سنگيني سازه ناشي از کسر حجمي الياف نيتينول توليد شده است که منجر به افزايش سفتي هندسي سامانه مي‌شود. در اين حالت براي تمام مقادير a/h ميزان فرکانس بيش‌تر از حالت Ks=۰ است.

در شکل (۱۲) اثر الياف *SMA* بر روي فرکانس‌هاي اول تا نهم در مقادير مختلف a/h در دو حالت پانل بدون الياف *SMA* و پانل حافظه‌دار مرکب با الياف *SMA* رسم شده‌است. ويژگي‌هاي فيزيکي اين پانل به صورت hc/h=۰/۸ ، a/b= ۱ است. دما، پيش کرنش و کسرحجمي الياف *SMA* نيز به ترتيب برابر ۸۵ ^oc ، ۵% و ۳۰% فرض شده است. ديده مي‌شود در بعضي از فرکانس‌ها مانند فرکانس‌هاي دوم، پنجم و هفتم الياف *SMA* بيش‌ترين تاثير را دارد. با افزايش a/h نوسانات به مراتب افزايش مي‌يابند. که اين امر بدليل افزايش طول پانل و کاهش ضخامت هسته نرم (فوم) پانل است. در نسبت‌هاي بالاتر a/h به علت کاهش هسته نرم انعطاف‌پذير، تنش بازيافتي اثر بيش‌تري بر رويه داشته و حساسيت اين رويه‌هاي سخت به تنش بازيافتي افزايش مي‌يابد.



شکل (۱۲): رفتار ۹ حالت اول فرکانسي براي نسبت‌هاي مختلف **a/h**

در شکل (۱۳) رفتار ۹ حالت اول فرکانسي براي نسبت‌هاي مختلف a/h پانل مشخص شده در شکل قبلي رسم شده‌است. ديده مي‌شود که با افزايش نسبت a/b مقدار هر فرکانس در هر حالت افزايش مي‌يابد. بيشترين افزايش در حالت پنجم و کمترين اختلاف در حالت دوم و سوم روي مي‌دهد. در همه حالات رسم شده، فرکانس طبيعي نسبت به عامل $\bar{\omega} = \omega\sqrt{a^4E_c/h^2\rho_c}$ بي‌بعد شده‌است.



شکل (۱۳): رفتار ۹ مود اول فرکانسي براي نسبت‌هاي مختلف **a/b**

۸- نتيجه‌گيري

در اين کار، يک طرح تحليلي براي بررسي اثرات تعبيه الياف حافظه‌دار (نيتينول) در رويه‌هاي کامپوزيتي پانل ساندويچي با استفاده از تئوري بهبود يافته مرتبه بالا براي پانل ساندويچي ارائه شد که به طور کلي به نتايج زير مي‌توان اشاره نمود:

۱- الياف *SMA* اثر مطلوبي در افزايش اکثر فرکانس‌هاي طبيعي دارند که اين اثر در برخي فرکانس‌ها بيشتر محسوس است.

۲- سريع‌ترين افزايش فرکانسي در بازه دمايي استحاله معکوس مارتنزيتي براي سيم‌هاي *SMA* روي مي‌دهد. اين افزايش فرکانس متناظر با نمودار تنش دماي الياف *SMA* (شکل (۳)) است.

۳- با بزرگ شدن نسبت طول به ضخامت پانل (a/h)، فرکانس‌ها به نحو چشمگيري افزايش مي‌يابند.

٤- با افزايش نسبت منظري (a/b) اثر الياف *SMA* به علت ثابت ماندن برايند تنش بازيافتي و بزرگ شدن طول ورق کاهش مي‌يابد.

۵- افزايش کسرحجمي بدون حضور تنش بازيافتي باعث کاهش فرکانس و افزايش خيز رويه‌هاي پانل مي‌شود.

بنابراين مي‌توان با کنترل دما و کسرحجمي اعمالي به سيم‌هاي الياف *SMA*، ميزان ارتعاشات سامانه را کنترل نمود.

۹- مراجع

[۱] John, S.; Hariri, M.; "Effect of shape memory alloy actuation on the dynamic response of polymeric composite plates", Composites, applied science and manufacturing:Part A, vol. 39, p.p.769–776, 2008.

[۲] Jae-Sang, B.; Park, S.; Hwan, k.; “Vibration of thermally post-buckled composite plates embedded with shape memory alloy fibers”, Composite structures,vol. 63, p.p. 179-188, 2004.

[۳] Ostachowicz, W.; Krawczuk, M.; Zak, A.; “Dynamics and Buckling of a multilayer composite plate with embedded SMA wires”, Composite Structures, vol. 48, p.p. 163-167, 2008.

[۴] Malekzadeh, K.; Kalili, M.R.; Olsson, R.; Jafari, A.; “High-order dynamic response of composite sandwich panels with flexible core under simultaneous low – velocity impact”, International Journal of Solids and Structures, vol. 43, p.p. 6667-6687, 2006.

[۵] Shih-Yao, K.; Le-chang, S.; Ke-han, C.; “Buckling analysis of shape memory reinforced composite laminates”, Composite structures, vol. 90, p.p. 188-195, 2009.

[۶] [. Kalili, M.R.; Shokuhfar, A.; Malekzadeh, K.; Ghasemi, F.; “Low-velocity impact response of active thin-walled hybrid composite structures embedded with SMA wires”, Thin-Walled Structures, vol. 45, p.p. 799-808, 2007.

[۷] Ibrahim, H.H.; HeeYoo,H.; SooLee, K.; “Aero-thermo-mechanical characteristics of imperfect shape memory alloy hybrid composite panels”, Journal of Soundand Vibration, p.p. 230-237, 2010.

[۸] ملک زاده، کرامت؛ مظفري، علي؛ احمدي، مجتبي؛ “ تاثير الياف حافظه‌دار در فرکانس‌هاي طبيعي و شکل مودهاي يک ورق کامپوزيت مرکب هوشمند با تکيه‌گاه مفصلي”، هفتمين همايش سالانه (بين‌المللي) انجمن هوا فضاي ايران، صنعتي شريف، ۳۰ بهمن - ۲ اسفند ۱۳۸٦.

[۹] Reddy, J.N.; “ Energy principles and variational methods in applied Mechanics”, Department of Mechanical Engineering of Texas, A&M University, 2002.

[۱۰] Rogers, C.A.; Liang, C.; Jia, J.; “Structural modification of simply-supported laminated plates using embedded shape memory alloy fibers”, Composite Structures, Vol. 38, p.p. 569-580, 1999.

[۱۱] آذرنيا، اميرحسين." ارتعاشات آزاد پانل ساندويچي – کامپوزيتي با هسته انعطاف پذير"، پايان نامه کارشناسي ارشد هوافضا، دانشگاه خواجه نصير، تهران، ۱۳۸٦.

۱۰- زيرنويس

[۱] IHSAPT
[۲] FSDT
[۳] Shape Memory Alloy (SMA)
[٤] NiTiNol
[٥] Martensit
[٦] Austenite
[۷] Recovery stress
[۸] Active Property Tuning (APT)
[۹] Active strain Energy Tuning (ASET)
[۱۰] Ostachowicz
[۱۱] Shih yao kou
[۱۲] in-plane
[۱۳] Mindlin
[۱٤] MATLAB
[۱٥] [90/0,SMA/90/core/90/0,SMA/90]s