



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و شش، شماره ۱، تابستان ۱۳۹۳، صفحه ۴۷ تا ۵۶
Vol. 46, No. 1, Summer 2014, pp. 47- 56



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)
(AJSR - ME)

تحلیل انتقال حرارت ترکیبی هدایت-تابش در عایق‌های چندلایه

مهدی معرفت^{۱*}، آرش اسماعیلی^۲

۱- دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس
۲- دانشجوی دکتری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت ۱۳۹۰/۱۰/۲۱ پذیرش ۱۳۹۲/۲/۲۸)

چکیده

در تحقیق حاضر مدل‌سازی انتقال حرارت ترکیبی هدایت-تابش در عایق چندلایه انجام شده است. معادلات حاکم حل دقیق ندارند. بنابراین از حل عددی به همراه حل‌های تقریبی استفاده شده است. معادلات حاکم اصلی شامل معادله‌ی انرژی و معادلات دوشار هستند که به ترتیب با استفاده از روش‌های حجم محدود و اختلاف محدود گسسته‌سازی شده‌اند. حل عددی ابتدا با حل اویزیسیک و سپس با داده‌های منتشرشده‌ی تجربی صحت‌سنجی شده است. با استفاده از حل پایا، شار حرارتی و رسانش حرارتی معادل و با استفاده از حل بی‌بعد توزیع دمای بی‌بعد در حالت پایا و نسبت شارهای بی‌بعد تابشی و هدایتی در طول نمونه به دست آمده است. در مجاورت مرز گرم، شار تابشی غالب است، بنابراین پیشنهاد شده است، بازتاباننده‌ها نزدیک به مرز گرم قرار گیرند. برای اختلاف دماهای کم، هدایت غالب است، بنابراین وجود بازتاباننده‌ها در عایق، در رسانش معادل تاثیرگذار نیست.

کلمات کلیدی

عایق چندلایه، رسانش حرارتی، سامانه حفاظت حرارتی، انتقال حرارت ترکیبی.

* نویسنده مسئول و عهده دار مکاتبات
Email: maerefat@modares.ac.ir

۱- مقدمه

است. مطالعه‌ی اول برای عایق الیافی و با شرط پراکندگی غیرایزوتروپیک [۷] و مطالعه‌ی دوم برای عایق چندلایه با بازتاباننده‌های مختلف انجام شده است [۸]. اغلب مطالعاتی که بر روی عایق‌های چندلایه انجام شده‌است، تجربی بوده است. در مطالعات نظری نیز به طور معمول از تقریب‌هایی مانند ضخامت نوری زیاد و یا کم استفاده شده است. ایراد مهمی که به استفاده از این تقریب‌ها برای مسئله‌ی حاضر وارد است، آنست که اول محدود به ضخامت نوری خاصی هستند، دوم در معادلات آن‌ها خصوصیات تابشی دیواره‌های جامد^۱ جایی ندارند [۹]. این امر ممکن است برای عایق‌های الیافی^۱ که فقط دو مرز سرد و گرم دارند چندان مهم نباشد، اما برای عایق‌های چندلایه که از بازتاباننده‌ها نیز استفاده می‌شود، استفاده از این تقریب‌ها به هیچ عنوان توصیه نمی‌شود. در تحقیق حاضر از تقریب دوشار برای شبیه‌سازی تابش استفاده شده است که برای تمام محدوده‌های ضخامت نوری معتبر است و خصوصیات تابشی دیواره‌های جامد در آن لحاظ می‌شود. همچنین از خواص موادی و تابشی وابسته به دما استفاده شده است. بسیاری از مطالعاتی که تاکنون انجام شدند از خواص ثابت استفاده نموده‌اند.

از اهداف پیش‌رو در انجام تحقیق حاضر مطالعه‌ی پارامتریک و طراحی بهینه عایق است، کاری که در مطالعات پیشین کمتر به آن پرداخته شده است. از نتایج آن، پیشنهاداتی از قبیل متغیر بودن فاصله‌گذاری بازتاباننده‌ها یا خصوصیات تابشی آن‌ها که در طراحی‌های معمول عایق چندلایه کمتر دیده می‌شود، ارائه شده است.

۲- تحلیل تئوری

مکانیزم‌های انتقال حرارت هم در عایق‌های الیافی و هم در عایق‌های چندلایه شامل هدایت جامد، هدایت گاز و همچنین تابش است. تابش در یک ماده خود می‌تواند متشکل از یک یا چند گونه از مکانیزم‌های جذب، پراکندگی و تابش باشد. بقای انرژی برای انتقال حرارت یک بعدی در عایق منجر به معادله دیفرانسیل پاره‌ای (۱) می‌شود [۱۰]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial q}{\partial x} \quad (1)$$

که در آن چگالی، c گرمای ویژه، T دما، t زمان و q'' شار حرارتی است. این شار مجموع شار هدایتی و شار تابشی است؛

$$q'' = k \frac{\partial T}{\partial x} + q_r'' \quad (2)$$

عایق‌های حرارتی موضوع جذاب و مهمی برای مهندسیین و محققین برای توسعه فناوری‌های مرتبط با انتقال حرارت محسوب می‌شود. عایق چندلایه اولین بار در صنایع کرایجنیک^۱ به کار رفته است [۱]. این عایق‌ها در مخازن ذخیره گازها و مایعات در دماهای بسیار پایین استفاده شد. در مخازن کرایجنیک از یک دیواره‌ی دو جداره استفاده می‌نمایند و بین آنرا خلاء می‌کنند. این کار باعث کاهش جابجایی و هدایت گاز می‌شود. برای کاهش انتقال حرارت تابشی، از بازتاباننده‌ها^۲ که قابلیت انعکاس بالایی دارند استفاده می‌شود. بین این بازتاباننده‌ها فاصله‌اندازه‌های^۳ پلیمری و یا سرامیکی قرار داده می‌شود. برای کاربردهای دمابالا، مانند سامانه‌های حفاظت حرارتی وسایل پرنده در بازگشت به زمین، طراحی عایق‌های چندلایه متفاوت خواهد بود. در سامانه‌های بازگشت‌پذیر به زمین از سامانه‌های حفاظت حرارتی^۴ استفاده می‌شود. این سامانه‌ها که به اختصار از آن‌ها به عنوان TPS نیز یاد می‌شود، دمای داخل خود را در یک محدوده‌ی خاص حفظ می‌کنند. سامانه‌های حفاظت حرارتی، یک فن‌آوری کلیدی برای دستیابی به فضا با هزینه‌ی کمتر است.

برخی کارهای نظری و تجربی برای مدل‌سازی و تعیین انتقال حرارت در عایق‌های چندلایه انجام شده است. مطالعه‌ی کاربردی عایق‌های چندلایه دمابالا، در اواخر دهه ۱۹۸۰ و اوایل دهه ۱۹۹۰ توسط محققین آلمانی انجام شد. آن‌ها امکان استفاده از عایق‌های چندلایه را در سامانه‌های حفاظت حرارتی فلزی برای نقل مکان‌های فضایی با سرعت فراصوت، بررسی نمودند. همچنین اثر هدایت جامد را نادیده گرفته‌اند و برای مدل‌سازی تشعشع از تقریب ضخامت نوری زیاد و تقریب نفوذ اصلاح‌شده^۵ استفاده نموده‌اند [۲]. برآوردی از اندازه‌گیری انتقال حرارت برای عایق‌های چندلایه دمابالایی که در فضاپیماها و ماهواره‌ها از آنها استفاده می‌شود، انجام شده است [۳]. کلر^۶ سهم حالت‌های مختلف انتقال حرارت و نقش چگالی لایه را بر آن‌ها بررسی نموده و از تقریب ضخامت نوری زیاد برای شبیه‌سازی تابش استفاده نموده است [۴]. همچنین در تحقیق دیگری مسئله‌ی انتقال حرارت ترکیبی برای عایق‌های الیافی با استفاده از تقریب دوشار و با آلبیدوی پراکندگی ثابت انجام شده است [۵]. اثرات تغییر فشار و دما بر رسانش حرارتی معادل در عایق‌های الیافی بررسی شده است. در این تحقیق از تقریب ضخامت نوری زیاد برای تابش و حل موازی برای هدایت استفاده شده است [۶]. در سال ۲۰۰۹ دو تحقیق با استفاده از تحلیل معکوس^۷ انجام شده

مولکول‌های گاز مجاور با دیواره‌ی جامد است که با دیواره به تعادل حرارتی رسیده‌اند. Pr عدد پرنتل، γ نسبت گرمای ویژه گاز^{۱۰} و ضرایب Φ و Ψ بر اساس عدد نادسن (Kn)، مقادیر صفر یا یک را اختیار می‌نمایند. از آن‌جا که در مسئله‌ی حاضر رژیم گاز، پیوسته^{۱۱} در نظر گرفته می‌شود، هردو ضریب برابر با ۱ خواهند بود. k_g° رسانش گاز در فشار اتمسفریک است که این رسانش وابسته به دماست. اگرچه رسانش گاز با تغییرات فشار تغییر نمی‌کند، اما در فرمول رسانش موثر عبارتی وجود دارد که در آن اثر تغییرات فشار در برهم‌کنش گاز/جامد لحاظ شده است. همان‌طور که گفته شد k_g° خود وابسته به دما است. در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی این وابستگی از رابطه‌ی (۱۱) که توسط کلر برای رسانش گاز نیتروژن پیشنهاد شده است، استفاده شد [۱۲]:

$$k_g^\circ = 1.38 \times 10^{-6} T^{0.92} \quad (11)$$

مدل‌سازی تئوری هدایت جامد در الیاف و نقاط برخورد آنها کار بسیار مشکلی است. روابط تجربی زیادی برای مدل‌کردن هدایت جامد وجود ندارد. دو مدل تجربی که اغلب از آنها استفاده می‌شود، عبارتند از:

$$k_s = f^3 k_s^\circ \quad (12)$$

$$k_s = H k_s^\circ D_f^n \quad (13)$$

تغییرات رسانش خود الیاف (مانند آلومینا^{۱۷}) نسبت به دما، f نسبت کسر جامد، D_f قطر الیاف و H ثابتی است که برای سازگاری ابعادی بکار می‌رود. هیگر^{۱۸} و استییر^{۱۹} از معادله (۱۲) استفاده نموده‌اند [۱۳]. درحالی‌که کانینگتون از معادله (۱۳) استفاده نموده است [۱۴]. مطلوب آنست که مدل هدایت جامد به طور ضمنی^{۲۰} به f وابسته باشد به طوری که وقتی $f=I$ است، $k_s = k_s^\circ$ می‌شود و وقتی که $f=0$ است، $k_s = 0$ می‌شود. در تحقیق حاضر از معادله (۱۲) استفاده شده است.

حال که رسانش‌های گاز و جامد هریک به تنهایی به‌دست آمدند، باید بتوان با استفاده از رابطه‌ای اثر همزمان آن‌ها را تعریف نمود. بعضی از روابط این دو مکانیزم را سری، بعضی دیگر موازی و بعضی دیگر ترکیبی از این دو حالت را در نظر می‌گیرند. روابط مربوط به حالت‌های گفته شده به ترتیب در رابطه‌های (۱۴) تا (۱۶) دیده می‌شود [۱۵-۱۶]:

$$k = k_s + k_g \quad (14)$$

$$k = f k_s + (1-f) k_g \quad (15)$$

k رسانش متاثر از هر دو اثر هدایت گاز و هدایت جامد است. با در نظر گرفتن دو معادله بالا رابطه‌ی (۳) به‌دست می‌آید [۱۰]:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{\partial q_r''}{\partial x} \quad (3)$$

در مدل‌کردن انتقال حرارت، برای هرکدام از مدهای تابش و هدایت مدلی در نظر گرفته شده است. برای تابش از روش دوشار^{۱۰} استفاده شده است، معادلات آن عبارتند از:

$$\frac{\partial q_r''}{\partial x} = \beta(1-\omega)(4\pi I_b - G) \quad (4)$$

$$q_r'' = -\frac{1}{3\beta} \frac{\partial G}{\partial x} \quad (5)$$

G تابش تابیده، q_r'' شار تابشی، β ضریب خاموشی^{۱۱}، ω آلبدوی پراکندگی^{۱۲}، و I_b شدت تابش جسم سیاه است. در محیطی با ضریب شکست^{۱۳} یک رابطه‌ی (۶) برقرار است:

$$I_b = \frac{e_b}{\pi} = \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (6)$$

با ترکیب سه معادله بالا (۴-۶) رابطه‌ی (۷) به‌دست می‌آید:

$$-\frac{1}{3\beta^2(1-\omega)} \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + G = 4\sigma T^4 \quad (7)$$

این معادله توزیع تابش تابیده را در ماده نشان می‌دهد. این معادله باید با دسته معادلات مبتنی بر بقای انرژی، هم‌زمان حل شود. شرایط مرزی برای معادله دیفرانسیل معمولی^{۱۴} تابش تابیده (۷)، عبارت است از [۱۰]:

$$-\frac{2}{3\beta \left(\frac{\varepsilon_1}{2-\varepsilon_1} \right)} \frac{\partial G}{\partial x} + G = 4\sigma T_1^4 \quad (@ x=0) \quad (8)$$

$$-\frac{2}{3\beta \left(\frac{\varepsilon_2}{2-\varepsilon_2} \right)} \frac{\partial G}{\partial x} + G = 4\sigma T_2^4 \quad (@ x=L) \quad (9)$$

با استفاده از رابطه‌ی (۷) و شرایط مرزی (۸ و ۹)، توزیع تابش تابیده G به‌دست می‌آید.

در شبیه‌سازی هدایت، مدلی برای هدایت گاز، هدایت جامد و نیز برهم‌کنش آن‌ها در نظر گرفته شده است. رسانش موثر گاز از رابطه‌ی (۱۰) به‌دست می‌آید [۱۱]:

$$k_g = k_g^\circ \left[\Phi + 2\Psi \frac{2-\alpha}{\alpha} \frac{2\gamma}{\gamma+1} \frac{1}{Pr} Kn \right]^{-1} \quad (10)$$

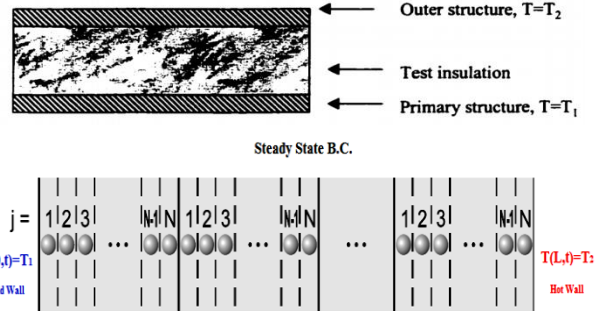
در رابطه‌ی بالا k_g° رسانش معادل گاز در عایق است. α ضریب تطابق حرارتی است، این ضریب بیان‌گر درصدی از

با نام تجاری سفیل^{۲۳} استفاده شده است. این الیاف، از جنس سرامیک پلی کریستالین^{۲۴} با خلوص بالا است و نقطه ذوب آن ۲۰۰۰ درجه سانتی گراد است. فاصله اندازها بین فویلها قرار می گیرند. ابعاد فویلها ۰/۱۰۴×۱۵۲/۴×۱۵۲/۴ میلی متر است. تمام فویلها با طلا پوشش داده شده اند. ضخامت اسمی پوشش طلا در هر طرف فویل یک میکرون است. پوشش های طلا با استفاده از رسوب سازی با بخار^{۲۵} ایجاد شدند. چگالی اسمی تمام نمونه های استفاده شده در حل پایا 48 kg/m³ است. ضریب گرمای ویژه برای نمونه ها 880 J/kg.K است. ضخامت نمونه های اول 13/3mm و ضخامت نمونه های دوم تا چهارم 26/6mm است. در شکل (۲) طرح کلی نمونه های ML1 تا ML4 دیده می شود.

۴- حل عددی

در حل عددی، معادلات حاکم که شامل معادله انرژی و معادلات دوشار (۳) و (۹-۷) است، باید به نحوی گسسته سازی شوند. در پژوهش حاضر ابتدا سعی شده است تا هم معادله انرژی و هم معادلات دوشار با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته سازی شوند. پس از حل، مشاهده شده است که نتایج حل عددی معقول نیست. یعنی شار حرارتی با تغییر تعداد گره ها، تغییرات قابل ملاحظه ای می کند، در صورتی که شار باید ثابت بماند. این نتایج ناشی از ماهیت ناپایستار فرمولاسیون اختلاف محدود است. بنابراین معادله انرژی بار دیگر با استفاده از روش حجم محدود گسسته سازی شده است. انتخاب روش حجم محدود به دلیل ماهیت پایستار آن است. هم چنین شمای ضمنی گسسته سازی برای بهبود پایداری و عدم وابستگی به شبکه است. از لحاظ همگرایی حل نیز از آن جایی که در معادلات حاکم، جریان وجود ندارد، مشکل خاصی در روند حل به وجود نیامده است. با تغییر روش و مقایسه ای آن با حل اوزسیک و همین طور با مقایسه با داده های تجربی که در ادامه ارائه می شود، مشخص شده است که حل عددی از دقت قابل قبولی برخوردار است. معادلات گسسته سازی شده برای بقای انرژی (۳) عبارتند از:

$$\left(\rho c_{j-1} \frac{\Delta x_{j-1}}{2} + \rho c_j \frac{\Delta x_j}{2}\right) \frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} = \frac{k_{j-1}}{\Delta x_{j-1}} (T_{j-1}^{n+1} - T_j^{n+1}) + \frac{k_j}{\Delta x_j} (T_{j-1}^{n+1} - T_j^{n+1}) + \frac{1}{3\beta_{j-1}\Delta x_{j-1}} (G_{j-1}^{n+1} - G_j^{n+1}) - \frac{1}{3\beta_j\Delta x_j} (G_j^{n+1} - G_{j+1}^{n+1})$$



شکل (۱): طرح کلی مدل انتقال حرارت پایا [۱۹]

$$k = A\{fk_s + (1-f)k_g\} + (1-A)\left(\frac{k_s k_g}{fk_g + (1-f)k_s}\right) \quad (16)$$

در رابطه (۱۶)، A درصد هدایت گاز و جامدی است که چیدمان موازی دارند. در تحقیق حاضر از رابطه ای منسوب به باتاچاریا^{۲۱} استفاده شده است [۱۷]:

$$k = k_s + \frac{k_g - k_s}{1 + \frac{f}{1-f} \left[1 + z \frac{k_g - k_s}{k_g + k_s}\right]} \quad (17)$$

z بسته به جهت الیاف و شار حرارتی نسبت به هم، اعداد 1، 5/6 و 2/3 را اختیار می کند. تمام این روابط باید به ازای f=1 به k_s و به ازای f=0 به k_g متمایل شوند.

در تحقیق حاضر، شبیه سازی برای انتقال حرارت ترکیبی در عایق های چندلایه ارائه شده است. به عنوان یک مورد خاص، این تحقیق بر روی یک سامانه بر روی یک سامانه حفاظت حرارتی انجام شده است. هدف اصلی در این بخش تحلیل خصوصیات دمایی عایق به کار رفته در سامانه حفاظت حرارتی است نه تحلیل رفتار دمایی کل آن. بلاسر^{۲۲} مدل های عددی یک بعدی و دوبعدی را برای انتقال حرارت در سامانه حفاظت حرارتی مقایسه نموده است. او نشان داده است که مدل یک بعدی دقت مناسب و کافی برای مدل سازی حرارتی خود عایق چندلایه (و نه کل TPS) را دارد [۱۸].

در تحقیق حاضر، مدل انتقال حرارت پایا به همراه دمای ثابت در مرزها در نظر گرفته شده است. طرح کلی مدل مذکور در شکل (۱) نشان داده شده است.

۳- شرح نمونه ها

برای تحلیل پایا از ۴ نمونه با نام های ML1 تا ML4 استفاده شده است. برای فاصله اندازها در تمام نمونه ها از آلومینا

زیرنویس‌ها مختصات مکانی و بالانویس‌ها مختصات زمانی را نشان می‌دهند. خواص وابسته به دما با متوسط‌گیری بین گرہ‌های همسایه به دست می‌آید؛

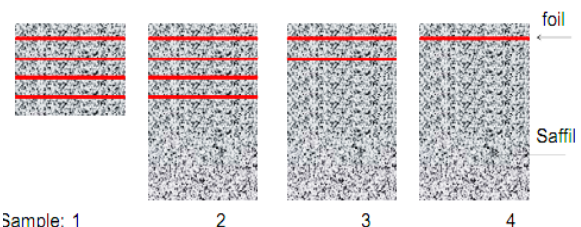
$$k_j = k \left(\frac{T_j + T_{j+1}}{2} \right) \quad (19)$$

فرمولاسیون بالا هم‌چنین برای گرمای ویژه و ضریب خاموشی نیز اعمال می‌شود. دقت شود برای شبیه‌سازی حالت پایا از شرط مرزی دما ثابت استفاده شده است. معادلات حاکم و شرایط مرزی برای تابع G از قبل داده شده است. این معادلات برای مشتقات اول و دوم با استفاده از تفاضل‌گیری مرکزی گسسته شده‌اند. برای نمونه‌های عایق چندلایه، برای هر ناحیه (لایه) که به وسیله‌ی دو بازتاباننده یا یک بازتاباننده و مرز جامد محصور شده است، فواصل گرہ‌ها یکنواخت در نظر گرفته شده‌اند. اما فواصل گرہ‌ها برای هر لایه نسبت به لایه دیگر تغییر می‌کند. با توجه به این که تغییرات دما نزدیک به مرز سرد شدیدتر است و تحقیق حاضر از فاصله‌گذاری تطبیقی^{۲۶} استفاده شده است، بنابراین هرچه به مرز سرد نزدیک‌تر می‌شویم، فاصله‌ی بین گرہ‌ها کمتر می‌شود.

شکل گسسته‌شده معادلات حاکم برای تابع G و شرایط مرزی آن با استفاده از روش اختلاف محدود به صورت زیر است:

$$[2 + 3\beta_1 \Delta x \{ \beta_1 \Delta x (1 - \omega_1) + \frac{\epsilon_1}{2 - \epsilon_1} \}] G_1 - 2G_2 = 12\beta_1 \Delta x \sigma T_1^4 \{ \beta_1 \Delta x (1 - \omega_1) + \frac{\epsilon_1}{2 - \epsilon_1} \} \quad (20)$$

$$-G_{j-1} + [2 + 3\beta_j^2 \Delta x^2 (1 - \omega_j)] G_j - G_{j+1} = 12\beta_j^2 \Delta x^2 (1 - \omega_j) \sigma T_j^4 \quad (21)$$



شکل (۲): طرح کلی عایق‌های ML1 تا ML4

$$-2G_{n-1} + [2 + 3\beta_n \Delta x \{ \beta_n \Delta x (1 - \omega_n) + \frac{\epsilon_n}{2 - \epsilon_n} \}] G_n - 2G_2 = 12\beta_n \Delta x \sigma T_n^4 \{ \beta_n \Delta x (1 - \omega_n) + \frac{\epsilon_n}{2 - \epsilon_n} \} \quad (22)$$

رابطه‌های (۲۰) و (۲۲) به ترتیب مربوط به $x=L$ و $x=0$ هستند و رابطه‌ی (۲۱) مربوط به گرہ‌های میانی است. مجموعه معادلات گفته شده (۲۰-۲۲) تشکیل یک ماتریس سه‌قطری^{۲۷} می‌دهند که در هر گام زمانی با استفاده از توزیع دما در گام قبل باید حل شوند. در هر گام، آن‌گاه که تابع G به دست آمد، در معادله‌ی انرژی قرار داده می‌شود تا دما به دست آید. گام زمانی مورد قبول برای پایداری از طریق آزمون و خطا به دست می‌آید. اگر عایق شامل بازتاباننده نباشد، فرمولاسیون بالا عیناً به حل اعمال می‌شود، اما اگر عایق چندلایه باشد، تنها تصحیحی که باید انجام پذیرد اینست که بازتاباننده‌ها به عنوان جسم یکپارچه^{۲۸} به سمت چپ معادله‌ی گسسته‌ی انرژی (۱۸) اضافه شوند. به این صورت که حاصل ضرب چگالی و گرمای ویژه و ضخامت بازتاباننده به عبارت‌های داخل پرانتز در سمت چپ معادله‌ی انرژی اضافه می‌شود.

در پژوهش حاضر حل عددی با استفاده از معادله‌ی انرژی بی‌بعد به همراه تقریب دوشار انجام شده است. مسئله به صورت گذرا با ۳۴ گرہ و گام زمانی بی‌بعد $\Delta t^* = 0/001$ حل شده است و حل پایا با پیش‌روی در زمان حاصل شده است. معیار همگرایی به این صورت بوده است که اختلاف دمای دو زمان متوالی برای تمام گرہ‌ها اندازه‌گیری شده و بیشینه‌ی آن‌ها در هنگام پایایی باید کمتر از $0/01 \text{ K}$ باشد.

۵- نتایج

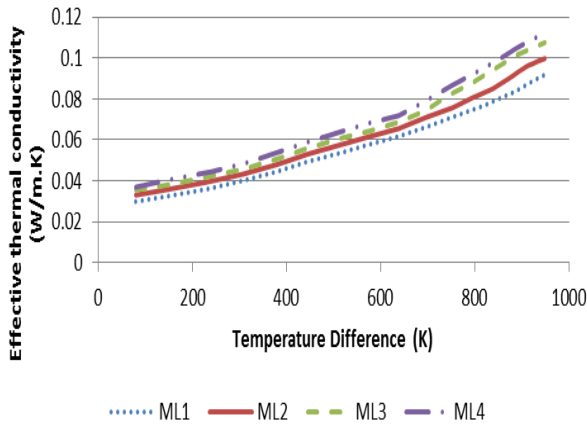
برای صحت‌سنجی حل عددی ارائه شده و تقریب دوشار برای مسئله‌ی انتقال حرارت ترکیبی هدایت-تابش از یک روش دقیق‌تر استفاده شده است. اوزن‌سبک با استفاده از روش بسط حالت نرمال^{۲۹}، یک حل عددی برای انتقال حرارت پایا در مسئله‌ی هدایت-تابش ارائه کرده است که از تقریب دوشار دقیق‌تر است. او خواص دمایی و تابشی را ثابت در نظر گرفته است و از شرط مرزی دما ثابت استفاده نموده است. برای این که بتوان نتایج تحقیق حاضر را با نتایج اوزن‌سبک مقایسه کرد، باید پارامترها را به شکل زیر بی‌بعد نمود [۲۱]؛

$$N_r = \frac{k\beta}{4\sigma T_1^3} \quad (23)$$

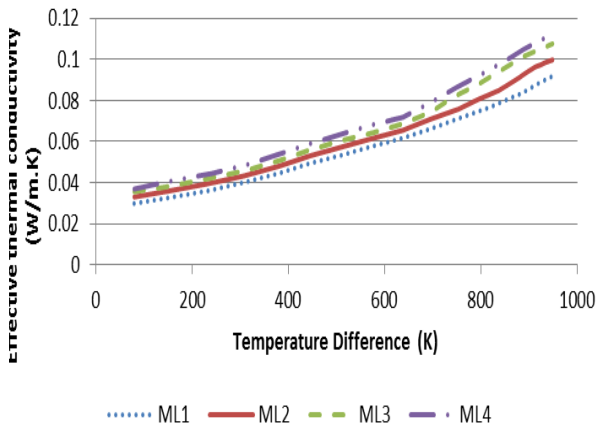
$$\tau = \beta x \quad (24)$$

$$t^* = \frac{k}{\rho c} \beta^2 t \quad (25)$$

در شکل‌های (۴) و (۵) تغییرات رسانش معادل برای چهار عایق ML1 تا ML4 و در دو فشار مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشخص است با افزایش فشار، رسانش ۴ نمونه به هم نزدیک می‌شود، دلیل آنست که با افزایش فشار رسانش گاز افزایش می‌یابد و اثر بازتاباننده‌ها و سازوکار تابش کاهش می‌یابد. با افزایش اختلاف دما، اختلاف رسانش‌ها برای ۴ نمونه افزایش می‌یابد، زیرا سهم تابش افزایش می‌یابد و اختلاف تعداد بازتاباننده‌ها در نمونه‌ها خود را بیشتر می‌نمایند



شکل (۴): رسانش معادل عایق‌های ML1 تا ML4 در فشار 100 torr



شکل (۵): رسانش معادل عایق‌های ML1 تا ML4 در فشار 100 torr

برای مشاهده‌ی بهتر چگونگی تغییرات رسانش معادل نسبت به تغییرات فشار، نمودار این تغییرات برای ۴ نمونه، در کنار هم در شکل (۶) رسم شده‌اند. خطوط پیوسته مربوط به حل عددی در پژوهش حاضر و نقاط، مربوط به داده‌های تجربی موجود، در مرجع [۲۲] هستند.

$$q_r^* = \frac{q_r''}{4\sigma T_1^3} \quad (26)$$

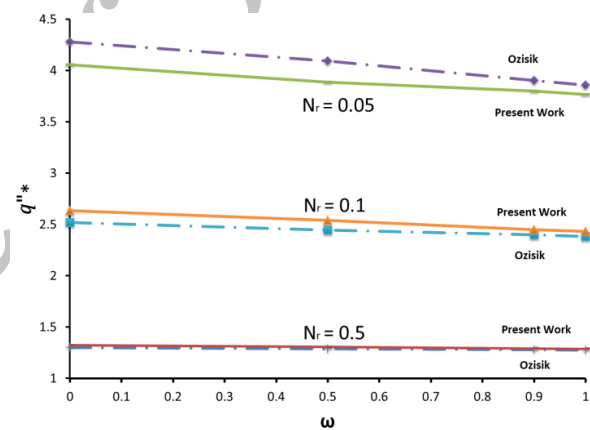
$$G^* = \frac{G}{4\sigma T_1^3} \quad (27)$$

$$\theta = \frac{T}{T_1} \quad (28)$$

در رابطه‌ی (۲۴) ضخامت نوری است، هم‌چنین به عامل بی‌بعد N_r نسبت هدایت به تابش گفته می‌شود. مقادیر بالای N_r دلالت بر نقش بیشتر هدایت در انتقال حرارت کل می‌نماید و برعکس. با استفاده از پارامترهای بی‌بعد گفته شده معادله انرژی و شار حرارتی کل به صورت زیر در می‌آیند:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{1}{N_r} q_r^* \right) \quad (29)$$

$$q_r^{**} = \left(-\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{1}{N_r} q_r^* \right) \quad (30)$$

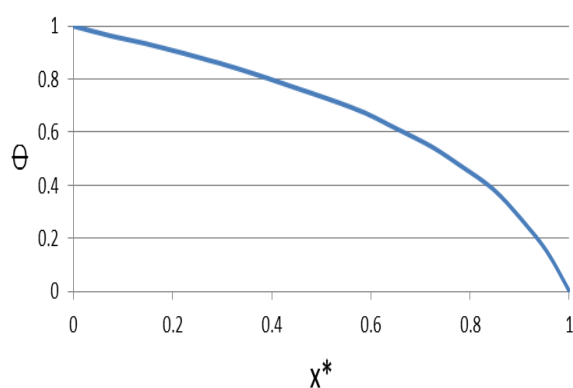


شکل (۳): نمودار شار حرارتی بی‌بعد بر حسب آلیبدوی پراکندگی برای نتایج منتشرشده‌ی اوزیسیک و حل عددی با تقریب دوشار

در شکل (۳) نتایج حاصله از حل بی‌بعد در کنار حل اوزیسیک مشاهده می‌شود. اوزیسیک مسئله را برای ضخامت نوری ۱ و شرایط مرزی دما ثابت یعنی، $\theta[\tau=0]=1$ و $\theta[\tau=1]=0$ حل کرد. انتخاب ضخامت نوری ۱ باعث می‌شود که مسئله وارد هیچ‌کدام از محدوده‌های ضخامت نوری کم یا زیاد نشود و از معادلات کامل (بدون ساده‌سازی) انتقال تابش استفاده شود.

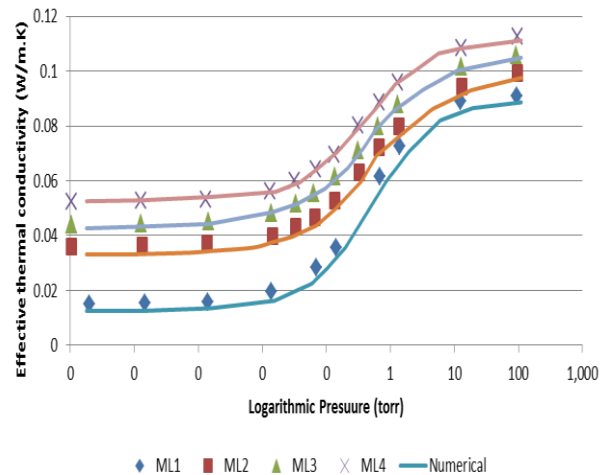
در شکل (۳) نمودارهای با خط پیوسته مربوط به پژوهش حاضر و حل دو-شار و نمودارهای نقطه خط مربوط به حل اوزیسیک [۲۱] هستند. خطای تقریب دوشار از ۰/۸ درصد تا ۵/۵ درصد متغیر است. با افزایش N_r خطا کاهش می‌یابد. از آنجایی که تقریب اعمال‌شده فقط بر روی سازوکار تابش است و نه هدایت، بنابراین خطای وابسته به این تقریب نیز کاهش می‌یابد.

همچنین با مقایسه‌ی نتایج با نتایج تجربی منتشر شده توسط دریاپیگی [۲۲] تطبیق قابل قبولی مشاهده می‌شود. همین‌طور مشاهده می‌شود که تقریباً تا فشار 0.001 torr رسانش معادل ثابت می‌ماند و از فشاری در حدود 0.01 torr به بالا، رسانش معادل، خیزشی ناگهانی دارد. دلیل این پدیده آنست که بر گاز نیترژن در فشارهای پایین تا فشار 0.01 torr، جریان آزاد مولکولی^{۳۰} حاکم است و از فشار 0.01 torr به بعد است که رژیم جریان عوض شده و برخوردهای مولکولی آغاز می‌شوند و به طور کلی مکانیزم هدایت گاز شروع به فعالیت می‌کند. همان‌طور که در شکل (۷) مشخص است تغییرات دما در نمونه غیرخطی است و تغییرات دما در مجاورت مرز سرد شدیدتر است. شکل (۸) تغییرات سهم هر یک از شارهای تابشی و هدایتی از شار کل در طول بی‌بعد عایق را نشان می‌دهد. در طول بی‌بعد $x^*=0.91$ شارهای تابشی و هدایتی با هم برابر می‌شوند. شارهای تابشی و هدایتی نسبت به شار کل بی‌بعد شده‌اند. در شرایط پایه، شار حرارتی کل همه جا در طول عایق ثابت است. اما شارهای هدایتی و تابشی ممکن است تغییر نمایند. تنها در موردی که پراکندگی محض^۱ وجود داشته باشد، شارهای تابشی و هدایتی نیز در طول عایق ثابت می‌مانند [۲۳]. همان‌طور که از شکل (۸) مشخص است، برای هر دو نمودار در قسمت‌هایی، ناپیوستگی‌هایی در شیب نمودار مشاهده می‌شود. با کمی دقت می‌توان دریافت که این افت و خیزها بعد از مرز جامد و بازتاباننده‌ها اتفاق می‌افتد. دلیل این امر آنست که در مجاورت این مرزها، سازوکار هدایت به دلیل بیشتر بودن رسانش بازتاباننده‌ها و مرز جامد نسبت به الیاف، بر سازوکار تابش غالب می‌شود. در واقع شار هدایتی دمای دیواره را به مجاورت دیواره تحمیل می‌کند. به همین دلیل است که به طور موضعی شار هدایتی افزایش و شار تابشی کاهش می‌یابد.



شکل (۷): تغییرات دمای بی‌بعد در طول بی‌بعد عایق

همان‌طور که در شکل (۶) دیده می‌شود، هم‌خوانی قابل قبولی بین داده‌های تجربی و نتایج حل عددی وجود دارد. کمینه‌ی خطای حل عددی ۲/۴ درصد و بیشینه‌ی خطا ۹/۸ درصد است.



شکل (۶): رسانش معادل عایق‌های ML1 تا ML4 نسبت به فشار در اختلاف دمای $\Delta T=1000K$

حل بی‌بعد

در این قسمت با نتایج حاصل از حل بی‌بعد، نمودارهای بی‌بعد برای حالت پایه ارائه می‌شود. عوامل بی‌بعد به کاررفته در نمودارهایی که به آن پرداخته می‌شود عبارتند از:

$$q_r'' = \frac{q_r''}{q_T''} \quad (31)$$

$$q_s'' = \frac{q_s''}{q_T''} \quad (32)$$

$$x^* = \frac{x}{L} \quad (33)$$

$$\Phi = \frac{T(x) - T(L)}{T(0) - T(L)} \quad (34)$$

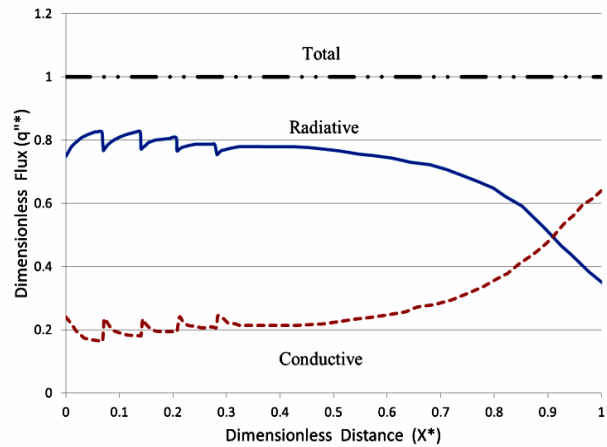
Φ دمای بی‌بعد، x^* مکان بی‌بعد و q_s'' و q_r'' به ترتیب شارهای هدایتی و تابشی بی‌بعد هستند. $x^*=0$ نمایانگر مرز با دمای بالاتر است. نمودارهای بی‌بعد برای نمونه‌ی ML2 و برای $\Delta T=1000K$ و $P=760$ torr رسم شده‌اند.

همان‌طور که از شکل (۶) مشاهده می‌شود؛ با افزایش فشار، رسانش حرارتی معادل افزایش می‌یابد. زیرا با ثابت بودن دما، مقدار تابش تغییری نمی‌کند، ولی با افزایش فشار، هدایت گاز افزایش می‌یابد، بنابراین در مجموع رسانش افزایش می‌یابد.

صرف نظر نمود. بنابراین رویه طراحی باید به سوی بهینه کردن بازتاباننده‌ها باشد. برای فشارهای $0/01$ torr به بالا، رژیم جریان مولکولی برای نیتروژن عوض می‌شود. به همین دلیل تغییرات رسانش حرارتی شیب بیشتری خواهد داشت. در مجاورت مرز گرم، شار تابشی غالب است و در مجاورت مرز سرد شار هدایتی غالب است. به همین دلیل است که بهتر است، چینش بازتاباننده‌ها نزدیک به مرز گرم صورت پذیرد. مرزهای جامد، دمای خود را از طریق مکانیزم هدایت به محیط مجاور خود تحمیل می‌کنند، از این روست که در نمودار بی‌بعد تسهیم شارها، در محل این مرزها شکستگی دیده می‌شود. در حالت پایا، شار حرارتی کل در طول عایق ثابت است. هرچه ضخامت فاصله‌اندازها بیشتر باشد، نقش بازتاباننده‌ها در مهار تابش کاهش می‌یابد. از آنجایی که با حرکت از مرز گرم به سرد شار تابشی کاهش می‌یابد، به عنوان یک پیشنهاد برای کاهش هزینه، می‌توان فقط برای فویل‌های نزدیک به مرز گرم از پوشش طلا استفاده نمود. هم‌چنین افزایش ضخامت برای عایق‌های یافی، به علت افزایش هدایت گاز، باعث افزایش رسانش حرارتی معادل می‌شود.

۷- فهرست علائم

A	درصد هدایت موازی گاز و جامد
C	ظرفیت گرمایی ویژه، $\text{kJ} \cdot (\text{kg} \cdot \text{K})^{-1}$
D_f	قطر یاف، m
E	شدت تابش، $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$
F	نسبت کسر تابش
G	تابع تابش تابیده، $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$
H	ضریب سازگاری ابعادی
I	شدت تابش، $\text{W} \cdot \text{sr}^{-1}$
K	ضریب هدایت حرارتی، $\text{W} \cdot (\text{m} \cdot \text{K})^{-1}$
N_r	نسبت هدایت به تابش
q''	شار حرارتی، $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$
t	زمان، sec
T	دما، K
x	مکان، m
z	ضریب مربوط به جهت یاف
علائم یونانی	
α	ضریب تطابق دمایی
β	ضریب خاموشی، m^{-1}
γ	ضریب پراکندگی، m^{-1}
ε	ضریب نشر
θ	دمای بی‌بعد



شکل (۸): تغییرات سهم هریک از شارهای تابشی و هدایتی از شار کل در طول بی‌بعد عایق

۶- نتیجه‌گیری

مدل‌سازی انتقال حرارت ترکیبی هدایت تابش در یک عایق چندلایه انجام شده است. برای تابش از تقریب دوشار استفاده شده است، زیرا برخلاف تقریب‌های دیگر محدود به ضخامت نوری خاصی نیست، هم‌چنین خصوصیات تابشی مرزها در آن لحاظ شده است. برای شبیه‌سازی اثر همزمان هدایت جامد و گاز از فرمولاسیون باتاچاریا استفاده شده است. با ارجاع به پارامترهای از تحقیقات انجام شده از قبل، ثابت شد که می‌توان از اثر انتقال حرارت جابجایی طبیعی در مسئله‌ی حاضر چشم‌پوشی نمود [۲۴-۲۵].

در حل عددی، معادلات دوشار با استفاده از روش اختلاف محدود گسسته‌سازی شده‌اند و معادله‌ی بقای انرژی با استفاده از روش حجم محدود گسسته‌سازی شده است. گسسته‌سازی به فرم اختلاف محدود برای معادله‌ی انرژی باعث شده است که جواب مستقل از تعداد گره‌ها نباشد، بنابراین از روش حجم محدود به علت ماهیت پایستار آن استفاده شده است.

نتایج حل بی‌بعد، با افزایش نسبت هدایت به تابش، N_r ، به نتایج اویسیک نزدیک‌تر می‌شوند و خطای حل عددی کاهش می‌یابد. N_r در مرز گرم برابر $0/32$ و در مرز سرد برابر $1/8$ است.

رسانش حرارتی معادل برای عایق‌ها، از $ML1$ تا $ML4$ افزایش می‌یابد. اختلاف بین رسانش عایق‌ها با افزایش فشار، کاهش می‌یابد. با افزایش فشار، به علت افزایش رسانش گاز، رسانش حرارتی معادل عایق افزایش می‌یابد. در فشارهای بسیار پایین (کمتر از $0/001$ torr)، از هدایت گاز تقریباً می‌توان

- Sciences 48, pp. 440– 448, 2009.
- Shu-Yuan Zhao, Zhang, Bo-Ming, Du Shan-Yi, “An inverse analysis to determine conductive and radiative properties of a fibrous medium”, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer* 110, pp. 1111– 1123, 2009.
- Alifanov, O.M., Nenarokomov, A.V., Gonzalez, V.M., “Study of multilayer thermal insulation by inverse problems method”, *Acta Astronautica* 65, pp. 1284– 1291, 2009.
- Modest, Michael. F.; *Radiative Heat Transfer*, 2nd Edition, Academic Press, USA, 1993.
- Sparrow, E.M., Cess, R.D., “Radiation Heat Transfer”, Augmented Edition, McGraw-Hill, 1978.
- Daryabeigi, K., “Heat Transfer in High-Temperature Fibrous Insulation”, 8th AIAA/ASME Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, St. Louis, MO, 2002.
- Bapat, S.L., Narayankhedkar, K.G., Lukose, T.R., “Performance prediction of multilayer insulation”, *Cryogenics*, Vol 30, pp. 700– 710, 1990.
- Hager, N.E. Jr. Steere, R.C., “Radiant Heat Transfer in Fibrous Thermal Insulation”, *Journal of Applied Physics*, Vol. 38, No. 12. pp. 4663- 4668, 1967.
- Cunnington, G.R., Zierman, C.A., Funai, A.I., Lindahn, A., “Performance of Multilayer Insulation Systems for Temperatures to 700K”, NASA CR- 907, 1967.
- Daryabeigi, K., “Analysis and Testing of High Temperature Fibrous Insulation for Reusable Launch Vehicles”, AIAA Paper 99-1044, January, 1999.
- Daryabeigi, K., “Thermal Analysis and Design of Multi-layer Insulation for Re-entry Aerodynamic Heating”, AIAA Paper 2001-2834, June, 2001.
- ρ چگالی، kg.m^{-3}
- σ ثابت استفان - بولتزمن، $\text{W} \cdot (\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)^{-1}$
- τ ضخامت نوری
- ω آلبدوی پراکندگی
- زیرنویس**
- b مربوط به جسم سیاه
- g مربوط به گاز
- r مربوط به تابش
- s مربوط به جامد
- 1 مقدار در مرز گرم
- 2 مقدار در مرز سرد
- بالانویس**
- $*$ مقدار بی‌بعد
- \circ مقدار مرجع
- ۸- مراجع**
- Spinnler, M., Edgar R.F., Winter, Viskanta, R., “Studies on high temperature multilayer thermal insulation”, *International journal of heat and mass transfer* 47, pp. 1305– 1312, 2004. [۱]
- Gallert, H., Keller. K., “Metallic Thermal Protection Concept for Hypersonic Vehicles”, *Journal of Aircraft*, Vol. 28, No. 6, June, pp. 410- 416, 1991. [۲]
- Doenecke, J., “Survey and Evaluation of Multilayer Insulation Heat Transfer Measurements”, SAE Technical Paper 932117.23rd International Conference on Environmental Systems, Colorado Springs, Colorado, July, 1993. [۳]
- Keller, K., “Application of High Temperature Multilayer Insulations”, *Acta Astronautica* Vol. 26, No. 6, pp. 451- 458, 1992. [۴]
- Bo-Ming Zhang, Shu-Yuan Zhao, “Experimental and theoretical studies on high-temperature thermal properties of fibrous insulation”, *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer* 109, pp. 1309– 1324, 2008. [۵]
- Shu-yuan Zhao, He, Xiao-dong, “Temperature and pressure dependent effective thermal conductivity of fibrous insulation”, *International Journal of Thermal* [۶]

Spectroscopy & Radiative Transfer 104, pp. 326– 341, 2007.

۸- زیر نویس ها

- ^۱ Cryogenics
- ^۲ Reflective screens
- ^۳ Spacer
- ^۴ Thermal Protection System (TPS)
- ^۵ Modified diffusion approximation
- ^۶ Keller
- ^۷ Inverse analysis
- ^۸ Solid walls
- ^۹ Fibrous insulation
- ^{۱۰} Two-flux
- ^{۱۱} Extinction coefficient
- ^{۱۲} Albedo of scattering
- ^{۱۳} Index of refraction
- ^{۱۴} ODE
- ^{۱۵} Gas specific heat ratio
- ^{۱۶} Continuum
- ^{۱۷} Alumina
- ^{۱۸} Hager
- ^{۱۹} Steere
- ^{۲۰} Implicitly
- ^{۲۱} Bhattacharyya
- ^{۲۲} Blosser
- ^{۲۳} Saffil
- ^{۲۴} Polycrystalline
- ^{۲۵} Vapor deposition
- ^{۲۶} Adaptive nodal spacing
- ^{۲۷} Tridiagonal
- ^{۲۸} Lumped mass
- ^{۲۹} Normal-mode expansion
- ^{۳۰} Free molecular flow

Bhattacharyya, R. K., “Heat Transfer Model [۱۷] for Fibrous Insulations”, Thermal Insulation Performance, ASTM STP 718, ed. by D. L. McElroy and R. P. Tye. American Society for Testing and Materials, Philadelphia. PA, pp. 272- 286, 1980.

Blosser, Max L., “Advanced Metallic [۱۸] Thermal Protection Systems for Reusable Launch Vehicles”, PhD dissertation, University of Virginia, 2000.

Daryabeigi, K., “Design of High Temperature [۱۹] Multi-layer Insulation for Reusable Launch Vehicles”, PhD dissertation, University of Virginia, 2000.

Thornton, E. A., “Thermal Structures for [۲۰] Aerospace Applications”, AIAA, Reston, Virginia, 1996.

Ozizik, M.N.; Radiative Transfer and [۲۱] Interactions with Conduction and Convection, John Wiley & Sons Inc, 1973.

Daryabeigi, K., Miller, Steve D., “Heat [۲۲] Transfer in High Temperature Multilayer Insulation”, NASA Tech Briefs, 2001.

Viskanta, R., “Heat Transfer by Conduction [۲۳] and Radiation in Absorbing and Scattering Media”, Journal of Heat Transfer, pp. 143-150, 1965.

Finck, J. L.; Heat Insulation, Industrial & [۲۴] Engineering Chemistry, ACS Pub, pp. 824-827, 2002.

Bai, Dan., Fan, Xu-Ji., “On the combined heat [۲۵] transfer in the multilayer non-gray porous fibrous insulation”, Journal of Quantitative