



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۷، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۴۳ تا ۵۰
Vol. 47, No. 2, Winter 2015, pp. 43-50



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)

AmirKabir Journal of Science & Research
(Mechanical Engineering)
(ASJR-ME)

بررسی رفتار الاستیک - پلاستیک مخازن کرووی از جنس مواد تابعمند تحت بارگذاری فشار داخلی و اختلاف دما

سعید انصاری صدرآبادی^{۱*}، علی نایبی^۲، غلامحسین رحیمی شعراف^۳

۱- دانشجوی دکترا، دانشکده مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

۲- دانشیار، دانشکده مکانیک، دانشگاه شیراز

۳- استاد، دانشکده مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

(دریافت: ۱۳۹۱/۳/۱۳ پذیرش: ۱۳۹۴/۲/۲۲)

چکیده

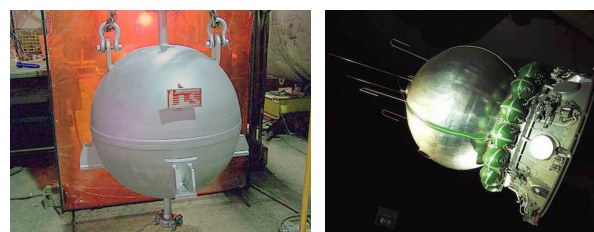
با توجه به استفاده‌ی مواد هدفمند با غیر یکنواختی‌های فضایی در محیط‌های دمایی بالا، در کار حاضر از آن‌ها در مخازن کرووی جدار نازک و ضخیم تحت فشار که کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارند استفاده شده است. براساس معادلات حاکمه، معادله دیفرانسیل تنش‌ها در حالت پلاستیک به دست آمده است که می‌تواند کاربرد گسترده‌ای در بررسی رفتار مخازن در حالت الاستوپلاستیک داشته باشد. بر روی توزیع دما و روابط تنش - کرنش در این مخازن، تحت بارگذاری فشار داخلی و اختلاف دما، بحث شده است. خصوصیات این گونه مواد به صورت پارامترهایی با توابعی متغیر نسبت به شعاع در نظر گرفته شده‌اند. همچنین در این کار اثر این پارامترها بر موقعیت شروع ناحیه‌ی پلاستیک و دماهای تسلیم و روند تغییرات تنش‌ها در طول ضخامت مخزن بررسی شده است. همچنین نشان داده شده است که با انتخاب پارامترهای مناسب می‌توان ساختار مخزن را بهینه کرد.

کلمات کلیدی:

سختی سینماتیک خطی، مواد تابعمند، مدل پراگر، مخزن کرووی، سطح تسلیم

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر با توسعه‌ی موتورهای پرقدرت صنایع هوافضا، توربین‌ها و راکتورها و دیگر ماشین‌ها که چند نمونه‌ی کاربردی آن در شکل ۱ آورده شده است؛ نیاز به موادی با مقاومت حرارتی بالا و مقاوم‌تر از لحاظ مکانیکی احساس شده است. مواد تابعمند^۱، موادی با ریز ساختار ناهمگن هستند که خواص مکانیکی آن‌ها بطور ملایم و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر جسم تغییر می‌کند. نوع رایج آن، ترکیب پیوسته‌ای از سرامیک و فلز است. این مواد از اختلاط پودر فلز و سرامیک بدست می‌آیند. با توجه به خواص مواد تابعمند و پیوسته تغییر کردن رفتار آنها، عامل‌های آنها به صورت توابع وابسته در نظر گرفته شده‌اند. در این‌جا پارامترهای ماده مانند مدول الاستیسیته، ضریب رسانندگی گرمایی، ضریب انبساط گرمایی، تنش تسلیم و ضریب پراگر به شکل توابع توانی متغیر نسبت به شعاع در نظر گرفته شده‌اند. این توابع، تغییرات خواص مواد تابعمند را در طول ضخامت مخازن به صورت آرام و پیوسته مقرر می‌کنند.



شکل ۱: نمونه‌هایی از کاربرد مخازن تحت فشار در صنعت‌های متفاوت

با استفاده از قانون سختی ویژه و سطح تسلیم ترسکا، گامر^۲، تغییرات تنش‌ها و جابجایی‌ها در یک مخزن کروی الاستیک-پلاستیک تحت فشار داخلی را بیان کرده است. در سال ۲۰۰۵، یو^۳ و ژانگ^۴، روش دقیقی را برای انجام الاستیک مخازن کروی جدار ضخیم تحت بارگذاری فشار داخلی ارائه کرده‌اند. در این روش، دو نوع مخزن تحت فشار در نظر گرفته شده است؛ یکی از آن‌ها شامل دو لایه‌ی همگن، در سطوح داخلی و خارجی مخزن و یک لایه از مواد هدفمند، در وسط و دیگری فقط شامل مواد هدفمند می‌باشد^۵ [۲]. یک سال بعد، توسط اراسلان^۵ و اکیس^۶، حل‌های تحلیلی کرنش صفحه‌ای برای مسائل لوله‌ای

تحت فشار الاستیک و الاستیک-پلاستیک از جنس مواد تابعمند در چارچوب تئوری تغییر شکل-های کوچک^۷ ارائه شد. در این حل، مدول الاستیسیته و سطح تسلیم محوری به صورت تغییرات شعاعی به دو فرم پارامتریک^۸ و سهمی‌وار^۹ فرض شده‌اند. تحلیل مدول پلاستیک با در نظر گرفتن معیار تسلیم ترسکا، قانون جریان^{۱۰} و رفتار ایده‌آل پلاستیک ماده پایه‌گذاری شده است. تغییرات تنش در حالت الاستیک، جزئی-پلاستیک^{۱۱} و کاملاً پلاستیک بررسی شده‌اند. نشان داده شده است که پاسخ الاستوپلاستیک لوله‌ی تحت فشار از جنس مواد تابعمند به طور چشمگیری به علت ناهمگن بودن مواد تأثیر می‌پذیرد. همچنین به گونه‌ی ریاضی، با انتخاب مناسب پارامترهای ماده، حل الاستوپلاستیک ناهمگن به حل همگن کاهش داده شده است [۳].

مسئله‌ی تنش حرارتی گذرا^{۱۲} در یک کره‌ی تو خالی با خواص همسانگرد^{۱۳} و همگن توسط چیونگ^{۱۴} و همکارانش به صورت تحلیلی حل شده است [۴]. شرایط مرزی حرارتی فرض شده متغیر در جهت θ در نظر گرفته شده و مسائل، با روش تابع پتانسیل حل شده‌اند. تکیوتی^{۱۵} و تانیگاوا^{۱۶} از روش تابع پتانسیل برای به دست آوردن حل تحلیلی از یک مخزن کروی همگن با منبع حرارتی دوار استفاده کردند [۵]. فرم عمومی شرایط مرزی حرارتی در نظر گرفته و مسائل در شرایط گذرا با روش تابع پتانسیل تحلیل شده‌اند. توسط اواتاوا^{۱۷} و تانیگاوا، تنش‌های حرارتی ترزیت سه بعدی، از کره‌ی تو خالی غیرهمگن با منبع حرارتی دوار نتیجه گرفته شده‌اند [۶].

در اکثر مقاله‌های ارائه شده، تغییرات خواص ماده در مواد ناهمگن به صورت توانی نشان داده شده‌اند اما در مقاله‌ای که توسط تاتاناکا^{۱۸} در سال ۲۰۰۷ ارائه شد، خواص ماده به صورت تابع نمایی نشان داده شده و تنش‌های درون استوانه‌های جدار ضخیم از جنس مواد تابعمند به دست آمده‌اند. از حل‌های سری توانی برای تنش‌ها و جابجایی‌ها در مخازن استوانه‌ای از جنس مواد تابعمند تحت فشار داخلی با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی با تغییر شکل کوچک استفاده شده است [۷].

در سال ۲۰۰۹، توسط اکیس، موقعیت‌های تنش در حالت-های کاملاً الاستیک، جزئی پلاستیک و کاملاً پلاستیک در مخازن فشار کروی از جنس مواد تابعمند تحت فشار داخلی به صورت تحلیلی در چارچوب تئوری تغییر شکل‌های کوچک بررسی شده است [۸].

⁷ Small deformation theory

⁸ Parametric

⁹ Parabolic

¹⁰ Associated flow rule

¹¹ Partially plastic

¹² Transient thermal stress

¹³ Isotropic

¹⁴ Cheung

¹⁵ Takeuti

¹⁶ Tanigawa

¹⁷ Ootao

¹⁸ Tutuncu

¹ FGM

² Gamer

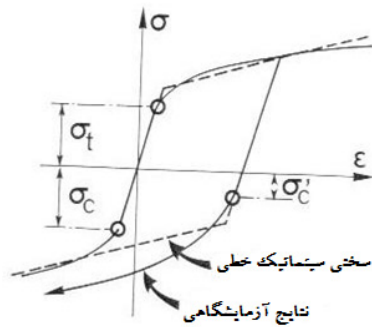
³ You

⁴ Zhang

⁵ Eraslan

⁶ Akis

اثر باشینگر هنگامی مشخص می‌گردد که بعد از یک تست کشش، یک تست فشار انجام گردد. معمولاً تست کشش ماده را سخت می‌نماید (حد الاستیک افزایش می‌یابد) ولی در جهت فشار ماده نرم می‌گردد. شکل ۳، نشان می‌دهد که حد الاستیک در فشار کنونی کمتر از حد الاستیک اولیه در فشار می‌باشد [۱۱].



شکل ۳: اثر باشینگر [۱۳]

سختی سازی سینماتیک به واقعیت نزدیک می‌باشد و تخمین بهتری از اثر باشینگر ارائه می‌نماید.

در این مقاله، ترکیبی از بررسی‌های رفتاری روی مخازن، شامل ناحیه‌ی پلاستیک و مواد تابعمند و بارگذاری فشار داخلی و گرادیان دما و به نوعی نشان دادن توانایی بهینه سازی با تغییرات چهارپارامتر انجام شده است.

۲- معادلات حاکمه

رابطه‌ی کلی معادله‌ی انتقال حرارت که در آن k ضریب رسانندگی و T ، تغییرات دما را نشان می‌دهد به صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla \cdot (k \cdot \nabla T) = 0 \quad (1)$$

با بسط آن در مختصات کروی که در شکل ۴ نشان داده شده است، بدون در نظر گرفتن منبع گرما، همچنین با تغییرات دما در راستای شعاع و با توجه به این که دما در طول زمان تغییر نمی‌کند و متقارن محوری بودن مخزن کروی و با در نظر گرفتن رابطه‌ی توانی برحسب شعاع برای ضریب رسانندگی که به صورت زیر نشان داده شده است:

$$k(r) = k_0 \left(\frac{r}{b} \right)^{m_1} \quad (2)$$

که در آن K_0 و m_1 ، عامل‌های ماده می‌باشند. برای توزیع دما به رابطه‌ی (۳) می‌رسیم:

$$T = c_1 r^{-(m_1+1)} + c_2 \quad (3)$$

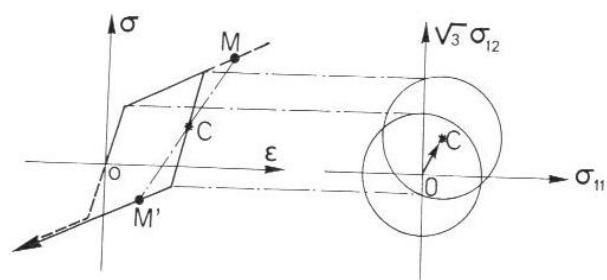
که در آن c_1 و c_2 ، ثابت‌هایی هستند که با شرایط مرزی زیر به دست می‌آیند:

$$T(a) = T_a, T(b) = T_b \quad (4)$$

در مقاله‌ای که توسط پولتنگری^{۱۹}، جباری^{۲۰} و اسلامی^{۲۱} در سال ۲۰۰۸ ارائه شده است، روشی تحلیلی برای به دست آوردن حلی برای تنش‌های مکانیکی و حرارتی دائمی^{۲۲} دو بعدی در یک کره‌ی ضخیم توخالی ساخته شده از مواد هدفمند آورده شده است. خواص ماده بر اساس تغییر سرتاسری ضخامت بر طبق تابع توانی فرض شده است. پروفیل دما از حل معادله‌ی انرژی برای مواد هدفمند به دست آورده شده است. معادلات ناویر^{۲۳} با استفاده از چندجمله‌ای‌های لژاندر^{۲۴} و سیستمی از معادلات دیفرانسیلی اویلر^{۲۵} به صورت تحلیلی حل شده‌اند. مؤلفه‌های دما و جابجایی و پراکندگی تنش به دست آمده و نمودار آن‌ها برای ضریب توانی متفاوت رسم شده‌اند [۹].

یک سال بعد از آن، جباری، بهتویی^{۲۶} و اسلامی در مقاله‌ای، یک حل کاملاً تحلیلی از ترموالاستیسیته برای استوانه‌ی توخالی و کوتاه از جنس مواد هدفمند، تحت بارگذاری حرارتی و نیروهای مکانیکی دائمی و متقارن دو بعدی نشان دادند. پراکندگی دما تابعی از جهت‌های طولی و شعاعی فرض شده است. روابط ناویر بدون استفاده از تابع پتانسیل حل شده‌اند و این نوع تحلیل، تعداد زیادی از تنش و جابجایی و یا ترکیبی از آن‌ها را در شرایط مرزی شامل می‌شود. خواص ماده به صورت تابع توانی متغیر نسبت به شعاع بیان شده‌اند. این آنالیز برای دو نوع از شرایط مرزی در دو انتهای استوانه نشان داده شده است [۱۰].

کاربردی‌ترین شمای سختی سازی غیرایزوتروپ، مدل سختی سینماتیکی خطی می‌باشد. در این مدل، دامنه‌ی ناحیه‌ی الاستیک ثابت باقی می‌ماند ولی این دامنه در فضای تنش جابجا می‌گردد. مرکز ناحیه‌ی الاستیک همان نقطه‌ی C در شکل ۲، به نام تنش داخلی یا تنش انحرافی می‌باشد. منحنی تنش-کرنش در کشش و فشار حول نقطه‌ی C متقارن است. تحت یک آزمون کشش-پیچش، سطح تسلیم توسط جابجایی سطح تسلیم اولیه و بوسیله‌ی بردار \overline{OC} به دست می‌آید.



شکل ۲: آزمون کشش - پیچش تحت سختی سینماتیک و تست کشش - فشار [۱۲]

¹⁹ Poultangari

²⁰ Jabbari

²¹ Eslami

²² Steady state

²³ Navier

²⁴ Legendre

²⁵ Euler

²⁶ Bahtui

m_0 و m_6 از پارامترهای ماده می‌باشند. برای تابع تسلیم F ، از معیار ون میسر استفاده می‌کنیم [۱۳]:

$$F = \frac{1}{2}(\sigma'_{ij} - X'_{ij})(\sigma'_{ij} - X'_{ij}) - \frac{1}{3}\sigma_y^2 \quad (9)$$

برای کرنش‌های پلاستیک از قانون جریان جایگزینی استفاده می‌کنیم:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (10)$$

از رابطه‌های تعادل و سازگاری که به ترتیب، در زیر آورده شده‌اند استفاده می‌کنیم:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{1}{r}(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r) = 0$$

رابطه‌های تنش شعاعی در حالت الاستیک و الاستوپلاستیک مخازن ذکر شده به ترتیب زیر به دست آورده شده‌اند:

$$\sigma_r = c_3 r^{\lambda_1} + c_4 r^{\lambda_2} + c_5 r^{\lambda_1 + l_1} \quad (12)$$

$$+ c_6 r^{\lambda_1 + l_2} + c_7 r^{\lambda_2 + l_3} + c_8 r^{\lambda_2 + l_4}$$

$$(Ar^{-m_2+1} + Br^{-m_6+1}) \frac{d^2\sigma_r}{dr^2} + (Cr^{-m_2} + Dr^{-m_6}) \frac{d\sigma_r}{dr} \quad (13)$$

$$Gr^{-m_2-1}\sigma_r \pm Hr^{-m_6+m_4-1} +$$

$$Ir^{m_3-m_1-2} + Jr^{m_3-1} = 0$$

در معادلات بالا، $H, G, D, C, B, A, l_4, l_3, l_2, l_1, \lambda_2, \lambda_1, c_8, c_7, c_6, c_5, c_4$ و J ، ثابت‌های به دست آمده‌اند که در رابطه‌ی (۱۴) آورده شده‌اند و c_3 و c_4 ، ثابت‌هایی هستند که از شرایط مرزی مشخص می‌شوند:

$$\lambda_1, \lambda_2 = \frac{1}{2} \left[-(3-m_2) \pm \sqrt{(3-m_2)^2 - \frac{8(2\nu-1)m_2}{1-\nu}} \right]$$

$$l_1 = m_2 + m_3 - m_1 - \lambda_1 - 1$$

$$l_2 = m_2 + m_3 - \lambda_1$$

$$l_3 = m_2 + m_3 - m_1 - \lambda_2 - 1$$

$$l_4 = m_2 + m_3 - \lambda_2$$

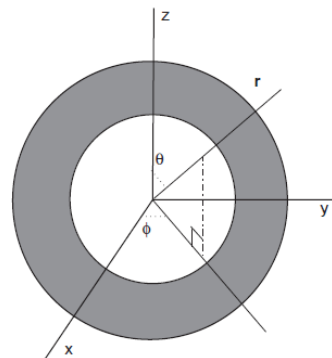
$$c_5 = \frac{2E_0\alpha_0c_1(m_3-m_1-1)}{(\lambda_2-\lambda_1)(1-\nu)b^{m_2+m_3}l_1} \quad (14)$$

$$c_6 = \frac{2E_0\alpha_0c_2m_3}{(\lambda_2-\lambda_1)(1-\nu)b^{m_2+m_3}l_2}$$

$$c_7 = -\frac{2E_0\alpha_0c_1(m_3-m_1-1)}{(\lambda_2-\lambda_1)(1-\nu)b^{m_2+m_3}l_3}$$

$$c_8 = -\frac{2E_0\alpha_0c_2m_3}{(\lambda_2-\lambda_1)(1-\nu)b^{m_2+m_3}l_4}$$

$$A = \frac{(1-\nu)}{2E_0}b^{m_2}$$



شکل ۴: مختصات کرووی [۱۳]

a و b به ترتیب، شعاع درونی کره‌ی توخالی و شعاع بیرونی آن می‌باشند و همچنین T_a و T_b به ترتیب، دما را در شعاع درونی و شعاع خارجی نشان می‌دهند.

$$c_1 = \frac{T_b - T_a}{b^{-(m_1+1)} - a^{-(m_1+1)}} \quad (5)$$

$$c_2 = T_a - a^{-(m_1+1)} \frac{T_b - T_a}{b^{-(m_1+1)} - a^{-(m_1+1)}}$$

با در نظر گرفتن رابطه‌ی توانی برحسب شعاع برای مدول الاستیسیته، ضریب انبساط گرمایی و تنش تسلیم، عبارتند از:

$$E(r) = E_0 \left(\frac{r}{b} \right)^{m_2}$$

$$\alpha(r) = \alpha_0 \left(\frac{r}{b} \right)^{m_3} \quad (6)$$

$$\sigma_y(r) = \sigma_0 \left(\frac{r}{b} \right)^{m_4}$$

$m_2, m_3, m_4, E_0, \alpha_0, \sigma_0$ پارامترهای ماده در نظر گرفته شده‌اند که m_2, m_3, m_4 از نوع پارامترهای بدون واحد می‌باشند و E_0, α_0, σ_0 پارامترهایی هستند که دارای واحد می‌باشند.

از تنسور تنش و تنش جابجایی سطح تسلیم استفاده شده است و از آن‌ها تنسورهای انحرافی به دست می‌آیند. برای رابطه‌ی تنش‌های انحرافی جابجایی سطح تسلیم و کرنش‌های پلاستیک از مدل پراگر استفاده می‌کنیم که آن را به صورت زیر نشان می‌دهیم:

$$dX'_{ij} = m_5 d\varepsilon_{ij}^p \quad (7)$$

i و j اندیس‌های آزاد هستند که جهت‌های مختصات کرووی را نشان می‌دهند. dX'_{ij} و $d\varepsilon_{ij}^p$ ، به ترتیب، دیفرانسیل تنش‌های انحرافی جابجایی سطح تسلیم و کرنش‌های پلاستیک می‌باشند. m_5 ضریب پراگر برحسب تابع توانی شعاعی در نظر گرفته شده است:

$$m_5(r) = m_0 \left(\frac{r}{b} \right)^{m_6} \quad (8)$$

مخزن از جنس فولاد کاسته شده و به جنس سرامیک افزوده می‌شود. این مخزن کروی را که از جنس مواد تابعمند می‌باشد تحت بارگذاری گرادیان دما قرار می‌دهیم و اختلاف دما را تا حد رخ دادن تسلیم در مخزن کروی بالا می‌بریم. به نتایجی که در جدول ۱ برای مخزن کروی با مشخصه‌ی هندسی $a/b = 0.6$ و مشخصات ساختار ماده σ_0, α_0, E_0 و ناحیه‌ی شروع تسلیم ν که در جدول ۳ آورده شده است می‌رسیم. ناحیه‌ی شروع تسلیم ممکن است از درون یا بیرون و یا با توجه به نتایج به دست آمده برای بارگذاری‌های فشار داخلی ۴۴۴ مگاپاسکال و اختلاف دمای $\Delta T = T_a - T_b = 122^\circ C$ در شکل ۶ هم از درون و هم از بیرون باهم شروع شود. با تغییرات پارامترهای ماده موقعیت ایجاد ناحیه‌ی تسلیم را تغییر داده‌ایم. همان‌طور که از جدول ۱ نیز پیداست؛ موقعیت ناحیه‌ی تسلیم و همچنین اختلاف دمای تسلیم، وابستگی شدیدی به پارامترهای ماده دارد.

جدول ۱: کمیت‌های محاسبه شده در دو ماده بدون فشار داخلی با پارامترهای مادی متفاوت

m_1	m_2	m_3	m_4	ΔT_y (°C)	ناحیه شروع تسلیم
۳	-۱/۱	۳	۲	۲۲۶	درون
-۲	-۱/۵	-۱/۵	-۳	۱۵۵	بیرون
-۲/۱	۱/۱	-۱/۴	۳	۳۱	درون
-۳	۰/۵	-۰/۵	-۰/۵	۲۴۳	بیرون
-۳	۰/۵	-۰/۷	۰/۵	۱۳۶	درون

اگر آنرا تحت تنها بارگذاری فشار داخلی قرار بدهیم و فشار را تا حد رخ دادن تسلیم بالا ببریم، با توجه به تغییرات پارامترها به نتایج جدول ۲ خواهیم رسید:

جدول ۲: کمیت‌های محاسبه شده در دو ماده بدون فشار داخلی با پارامترهای مادی متفاوت

m_1	m_2	m_3	m_4	P_y (MPa)	ناحیه شروع تسلیم
۳	-۱/۱	۳	۲	۶۶/۷	درون
-۲/۱	-۱/۵	-۱/۴	۳	۱۱	درون
-۲/۱	۱/۱	-۱/۴	۳	۵۵	درون
-۳	۰/۵	-۰/۵	-۰/۵	۳۰۲	درون
-۳	۰/۵	-۰/۷	۰/۵	۱۸۱	درون

مشاهده می‌شود که بر خلاف نتایج جدول ۱، ناحیه‌ی شروع تسلیم تحت فشار داخلی از درون اتفاق می‌افتد.

$$B = \frac{1}{6m_0} b^{m_6}$$

$$C = \frac{(4-m_2)(1-\nu)}{2E_0} b^{m_2}$$

$$D = \frac{4-m_6}{6m_0} b^{m_6}$$

$$G = \frac{m_2(2\nu-1)}{E_0} b^{m_2}$$

$$H = \frac{\sigma_0(m_6-m_4-3)}{3m_0} b^{m_6-m_4}$$

$$I = \frac{(m_3-m_1-1)\alpha_0 c_1}{b^{m_3}}$$

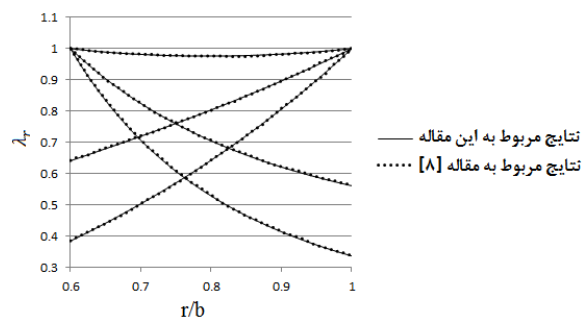
$$J = \frac{m_3\alpha_0 c_2}{b^{m_3}}$$

۳- نتایج عددی

اگر λ_r به عنوان متغیر تسلیم^{۲۷} در رابطه‌ی (۱۵) تعریف شود:

$$\lambda_r = \left(\frac{a}{r}\right)^{m_4} \left(\frac{\sigma_\theta(r) - \sigma_r(r)}{\sigma_y(a)}\right) \quad (15)$$

نتایج متغیر تسلیم برای مخزن کروی با مشخصات $a/b = 0.6$ و $m_1 = 1/1$ برای $m_4 = 0, -1, -2/13, -3, -4$ و تفاوت $\frac{P}{\sigma_y(a)} = -0.6131$ تحت بارگذاری‌های بحرانی فشار داخلی به ترتیب $\frac{P}{\sigma_y(a)} = -0.6131, \frac{P}{\sigma_y(a)} = -0.3932, \frac{P}{\sigma_y(a)} = -0.6131, \frac{P}{\sigma_y(a)} = -0.2359$ در لحظه به تسلیم رسیدن در شکل ۵ رسم شد. مشاهده می‌شود که این نتایج کاملاً منطبق بر نتایج به دست آمده در مرجع [۸] هستند.



شکل ۵: مقایسه نتایج به دست آمده در این مقاله و مقاله [۸]

برای حل معادلات و گرفتن نتایج، از برنامه‌های متلب^{۲۸} و میپل^{۲۹} استفاده شده است. در ابتدا ساختار مخزن کروی را طوری در نظر گرفته‌ایم که جنس رویه‌ی مخزن از نوع فولادی باشد و به تدریج به سمت داخل

²⁷ Yield variable

²⁸ MATLAB

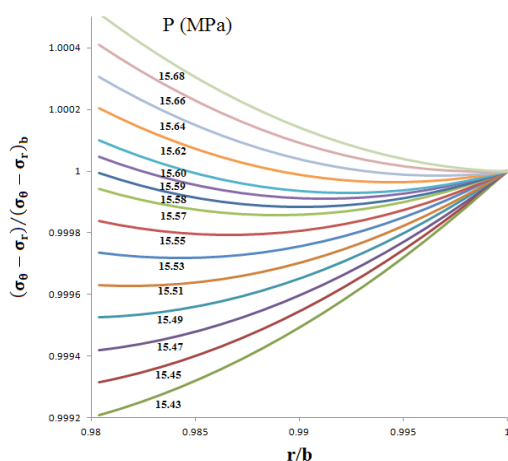
²⁹ MAPLE

داخلی‌های متفاوت قرار گرفته است. همان‌طور که در شکل ۹ (تغییرات اختلاف تنش‌ها $\sigma_\theta - \sigma_r$ در راستای ضخامت) مشاهده می‌شود، با افزایش فشار داخلی نمودارها از روند صعودی تنش در راستای شعاع به روند نزولی در طول ضخامت می‌رسند که علت آن ضخامت کم مخزن کرووی است. شکل ۹، $(\sigma_\theta - \sigma_r)_b$ اختلاف تنش‌ها را در رویه‌ی مخزن کرووی نشان می‌دهد.

با مشاهده‌ی شکل ۱۰ برای اختلاف دمای $226^\circ C$ با مشخصات ردیف اول جدول ۱، به علت بیشتر شدن اختلاف تنش‌ها از سطح تسلیم در شعاع داخلی، متوجه شده‌ایم که شروع ناحیه‌ی پلاستیک از درون اتفاق می‌افتد. در شکل ۱۱ نمودار اختلاف تنش‌ها برای پارامترهای دیگری از ماده‌ی تابعمند ارائه شده است. با مقایسه‌ی شکل‌های ۱۰ و ۱۱، اثرات پارامترها در توزیع تنش در مخزن جدار ضخیم مشاهده شده است.

جدول ۳: مشخصات مادی مخزن کرووی

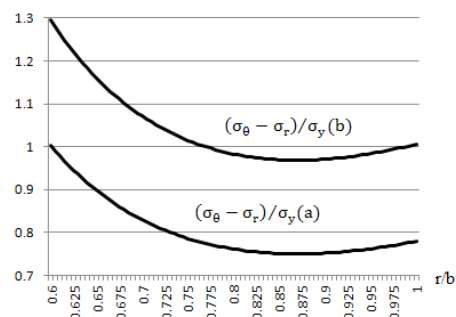
پارامتر ماده	مقدار پارامتر ماده
$E_0 (GPa)$	۲۰۰
$\alpha_0 (1/^\circ C)$	۱۱/۷
$\sigma_0 (MPa)$	۴۱۵
ν	۰/۳
m_1	۳
m_2	-۱/۱
m_3	۳
m_4	۲



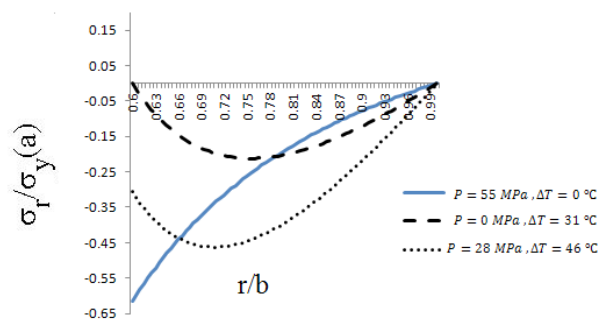
شکل ۹: تغییرات اختلاف تنش‌ها در طول ضخامت تحت فشارهای داخلی متفاوت

در شکل ۷، مثالی از تأثیرات بارگذاری‌های فشار داخلی و اختلاف دما در روند تغییرات تنش شعاعی برای مشخصات مخزن کرووی ردیف سوم جدول ۱ آورده شده است. همچنین در شکل ۸، روند تغییرات تنش مماسی نشان داده شده است.

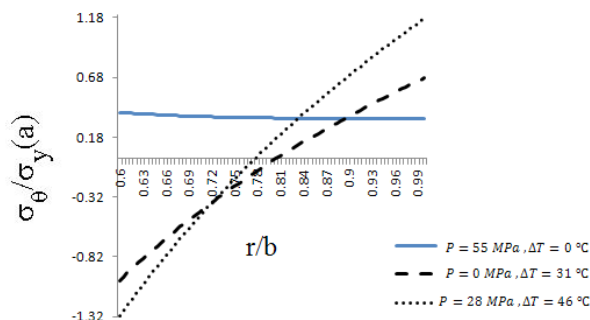
همان‌طور که از شکل‌های ۷ و ۸ پیداست، بارگذاری‌های فشار داخلی و اختلاف دما بر ایجاد تنش‌های فشاری یا مماسی در راستای ضخامت اثرات متفاوتی از خود نشان می‌دهند.



شکل ۶: تغییرات اختلاف تنش‌ها در طول ضخامت برای فشار داخلی $444 MPa$ و اختلاف دمای $122^\circ C$



شکل ۷: تغییرات تنش‌های شعاعی در طول ضخامت برای مشخصات ردیف سوم جدول ۱ در لحظه‌ی شروع ناحیه‌ی پلاستیک



شکل ۸: تغییرات تنش‌های مماسی در طول ضخامت برای مشخصات ردیف سوم جدول ۱ در لحظه‌ی شروع ناحیه‌ی پلاستیک

سپس مخزن جدارنازکی با مشخصه‌ی هندسی نسبت شعاع داخلی به شعاع خارجی $= 0.987 a/b$ و مشخصات ساختار ماده که در جدول ۳ آورده شده‌اند، تحت گرادیان دمایی $AT = T_a - T_b = 10^\circ C$ و فشار

شده است، بعد از ورود به ناحیه‌ی پلاستیک، تمام پارامترها نقش مهمی را در به دست آوردن تنش‌ها و کرنش‌ها ایفا کرده‌اند. طی بررسی‌های نشان داده شده می‌توان نتیجه گرفت که اختلاف دما تأثیر بسزایی در رشد ناحیه‌ی پلاستیک دارد. همچنین تغییر عملکرد تنش‌ها و تغییرات آن‌ها در مخازن کروی بررسی شد و نمودار آنها تحت فشارهای متفاوت رسم شدند. مشاهده گردید که با انتخاب پارامترهای مناسب و بارگذاری‌های مناسب عملکرد مخازن را می‌توان بهینه ساخت. برای ادامه‌ی تحقیقات در زمینه‌ی مخازن تحت فشار از جنس مواد تابعمند، تحلیل الاستوپلاستیک مخازن جدارضخیم از جنس مواد تابعمند تحت بارگذاری چرخه‌ای بر اساس سایر مدل‌های پلاستیک به عنوان موضوع کاربردی- تحقیقاتی پیشنهاد می‌شود.

فهرست علائم

a	شعاع درونی
b	شعاع خارجی
E	مدول الاستیسیته
F	تابع سطح تسلیم
k	ضریب رسانندگی
m_5	ضریب پراگر
r	شعاع
T	تغییرات دما
X'	تنش جابجایی انحرافی

علائم یونانی

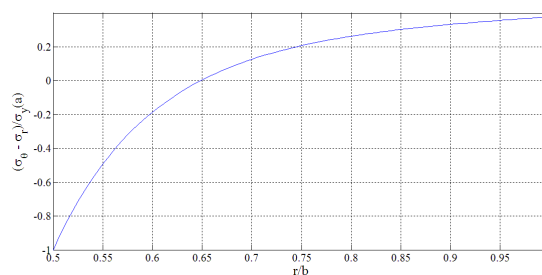
α	ضریب انبساط گرمایی
ϵ	کرنش
σ	تنش
σ'	تنش انحرافی

زیرنویس

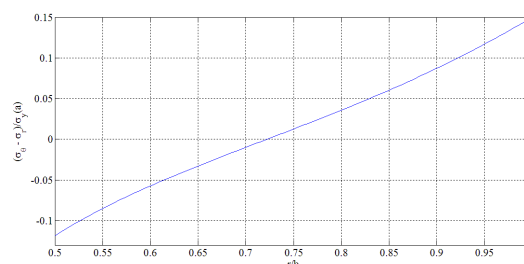
a	شعاع درونی
b	شعاع بیرونی
i	جهت شعاعی یا مماسی
j	جهت شعاعی یا مماسی
y	سطح تسلیم
0	مقدار اولیه

بالانویس

p	حالت پلاستیک
-----	--------------

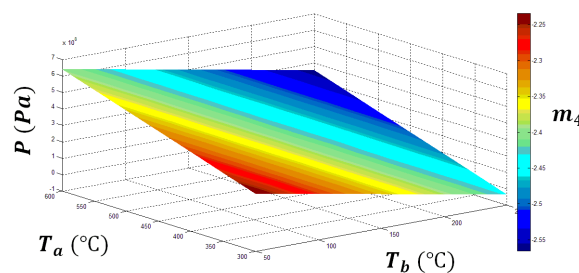


شکل ۱۰: نمودار اختلاف تنش مماسی و شعاعی $(\sigma_\theta - \sigma_r)$ نسبت به شعاع برای $m_2 = -1/1$, $m_1 = 3$, $b = 0/1$ m, $a = 0/0.5$ m $\Delta T = 226^\circ C$, $m_4 = 2$, $m_3 = 3$



شکل ۱۱: نمودار اختلاف تنش مماسی و شعاعی $(\sigma_\theta - \sigma_r)$ نسبت به شعاع برای $m_2 = 1/5$, $m_1 = 3$, $b = 0/1$ m, $a = 0/0.5$ m $\Delta T = 154^\circ C$, $m_4 = 1/5$, $m_3 = 3$

با بررسی پارامتر تنش تسلیم و میزان بارگذاری روی مخزن کروی می‌توان به حالت‌های بهینه‌ی بارگذاری یا انتخاب بهینه‌ی ماده‌ی تابعمند با پارامترهای مناسب دست یافت که بدین منظور نمودار تغییرات بر اساس پارامترهای فشار، m_4 و T_a و T_b برای یک نوع مخزن کروی در شکل ۱۲ رسم شده است.



شکل ۱۲: نمودار تغییرات پارامترهای مخزن کروی با مشخصات $m_1 = 3$, $m_1 = 1.1$, $m_1 = 3$, $a/b = 0.91$

۴- نتیجه گیری

با بررسی مخازن کروی از جنس مواد تابعمند بر اثر بارگذاری فشار داخلی و اختلاف دما می‌توان به اهمیت پارامترهای مواد در به تسلیم رسیدن ناحیه‌ای از مخازن، تحت فشارهای خاص با تغییرات دما و موقعیت شروع آن ناحیه پی برد. همان‌طور که در رابطه‌ی تنش نسبت به شعاع مشخص

۵- مراجع

- [1] Gamer. U, "The expansion of the elastic-plastic spherical shell with nonlinear hardening", *Int. J. Mech. Sci.*, No. 30(6), pp. 415- 26, 1988
- [2] You. L. H , Zhang. J. J , You. X. Y, "Elastic analysis of internally pressurized thick-walled spherical pressure vessels of functionally graded materials", *Int. J. pressure vessels and piping*, No. 82, pp. 347- 54, 2005.
- [3] Ahmet. N, Eraslan , Akis. T, "Plane strain analytical solutions for a functionally graded elastic-plastic pressurized tube", *Int. J. pressure vessels and piping*, No. 83, pp. 635- 44, 2006.
- [4] Cheung. J. B, Chen. T. S, Thirumalai. K, "Transient thermal stresses in a sphere by local heating", *Int. ASME. J. Appl. Mech*, No. 41(4), pp. 930- 4, 1974.
- [5] Takeuti. Y, Tanigawa. Y, "Transient thermal stresses of a hollow sphere due to rotating heat source". *Int. J. Thermal stresses*, No. 5, pp. 283- 9, 1982.
- [6] Ootao. Y, Tanigawa. Y, "Three-dimensional transient thermal stress analysis of a nonhomogeneous hollow sphere with respect to a rotating heat source", *Jpn. Soc. Mech. Eng*, No. 460, pp. 2273- 9, 1994.
- [7] Tutuncu. N, Ozturk. M, "The exact solution for stresses in functionally graded pressure vessels", *Compos. Part B. Eng*, No. 32(8), pp. 683- 6, 2001.
- [8] Akis. T, "Elastoplastic analysis of functionally graded spherical pressure vessels", *Int. J. comput. mater. Sci*, No. 46, pp. 545- 54, 2009.
- [9] Poultangari. R, Jabbari. M, Eslami. M. R, "Functionally graded hollow spheres under non-axisymmetric thermo-mechanical loads, *Int. J. pressure vessels and piping*, No. 85, pp. 295- 305, 2008.
- [10] Jabbari. M, Bahtui. A, Eslami. M. R, "Axisymmetric mechanical and thermal stresses in thick short length FGM cylinders", *Int. J. pressure vessels and piping*, No. 86, pp. 296- 306, 2009.
- [11] Akhtar. S. Khan, Sujian Huang, *Continuum Theory of Plasticity*, John Wiely & Sons, Inc 1995.
- [12] Lemaitre, J. L. and Chaboche, J. L., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, 1996.
- [13] Loghman. A, Aleayoub. S.M.A, Hasani Sadi. M, "Time-dependent magnetothermoelastic creep modeling of FGM spheres using method of successive elastic solution", *Applied Mathematical Modelling*, No. 36, pp. 836– 845, 2012.