



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۸، شماره ۱، بهار ۱۳۹۵، صفحه ۹۳ تا ۱۰۴

Vol. 48, No. 1, Spring 2016, pp. 93-104



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی مکانیک

AmirKabir Journal of Science & Research
Mechanical Engineering
(ASJR-ME)

توصیف اولری-اولری جریان آب در یک گام پسر و تحت دمش نانوسیال

ادریس ترشیزی^۱، ایمان زحمتکش^{۲*}

۱- کارشناس ارشد، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

۲- استادیار، گروه مکانیک، واحد مشهد، دانشگاه آزاد اسلامی، مشهد، ایران

(دریافت: ۱۳۹۴/۶/۱۸، پذیرش: ۱۳۹۴/۱۲/۲)

چکیده

این مقاله به بررسی جریان آب در یک گام پسر و تحت دمش نانوسیالات مختلف می‌پردازد. هدف ارزیابی تأثیر دمش نانوسیال بر میزان انتقال حرارت است. برای این منظور از مدل دوفازی اولری-اولری استفاده شده است. صحت شبیه‌سازی‌های انجام شده با مقایسه نتایج به دست آمده و نتایج موجود به اثبات می‌رسد. نتایج نشان می‌دهند که افزایش دمش نانوسیال و بالارفتن کسر حجمی نانوذرات در آن، بهبود تبادل حرارت از سطوح مختلف کانال را در پی دارد. از مقایسه نتایج نانوسیالات مختلف می‌توان دریافت که حداکثر میزان انتقال حرارت از دیوار پایینی هنگامی ایجاد می‌شود که نانوسیال دمیده شده حاوی نانوذراتی با بالاترین ضریب هدایت حرارتی باشد. با این وجود، مشخص می‌شود که بیشترین تبادل حرارت از دیوار بالایی مربوط به دمش نانوسیالی است که نانوذرات آن بالاترین میزان نفوذ را به جریان داخل کانال دارند. علاوه بر این، مشاهده می‌شود که تفاوت در نتایج نانوسیالات مختلف با افزایش دمش نانوسیال و بالارفتن کسر حجمی نانوذرات در آن آشکارتر می‌شود. در نهایت، مدل اولری-اولری نشان می‌دهد که در میان نیروهای میان‌فازی، اثر نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات ناچیز بوده به گونه‌ای که می‌توان از حضور آنها چشم‌پوشی کرد.

کلمات کلیدی:

نانوسیال، جریان دوفازی، مدل اولری-اولری، گام پسر و دمش

۱- مقدمه

جدایش جریان که در اثر عوامل مختلفی از قبیل انبساط ناگهانی در هندسه مسأله به وجود می‌آید، در بسیاری از کاربردهای مهندسی ظاهر می‌شود. حضور این پدیده می‌تواند نقشی مهم در شرایط جریان و میزان تبادل حرارت آن ایفا کند، به ویژه آن که کمترین و بیشترین میزان انتقال حرارت به ترتیب در محدوده ناحیه جدایش جریان و ناحیه برخورد مجدد آن رخ می‌دهند. جریان‌های جداشونده در بسیاری از زمینه‌های مهندسی مانند پره‌های توربین‌های گازی، محفظه‌های احتراق، پره‌های کمپرسور، مبدل‌های حرارتی، مجراها و کانال‌ها و همچنین در جریان‌های خارجی مانند برخورد هوا با اجسام متحرک شامل هواپیماها و خودروها کاربرد دارند که لزوم مطالعه و شناخت دقیق ابعاد مختلف آنها را دو چندان می‌کند.

گام پسر^۱ یکی از اصلی‌ترین پیکربندی‌ها در مطالعات مربوط به جدایش جریان محسوب می‌شود که در سرمایش پره‌های توربین، شبکه‌های تهویه هوا، خطوط انتقال سیالات و سایر دستگاه‌ها کاربرد گسترده‌ای دارد. مطالعه جریان و انتقال حرارت جابه‌جایی بر روی گام پسر به دلیل ایجاد نواحی بازگردشی و تشکیل مناطقی با انرژی‌های کمینه و بیشینه اهمیت بالایی دارد [۱]. از این جهت، در گذشته پژوهش‌های عددی و آزمایشگاهی زیادی پیرامون این موضوع در شرایط جابه‌جایی اجباری، طبیعی و توأم صورت گرفته است.

یکی از روش‌های جدید در افزایش تبادل حرارت سیالات متداول حرارتی، پخش نانوذرات فلزی و یا اکسید فلزی با ضریب هدایت حرارتی بالا در سیال پایه است. این ایده اولین بار توسط چوی [۲] مطرح شد که سیال به‌دست آمده را نانوسیال^۲ نامید. بهبود انتقال حرارت جابه‌جایی در اثر افزودن نانوذرات سبب شد تا از آن پس محققان بسیاری به تحلیل استفاده از نانوسیالات در طیف وسیعی از مسایل مهندسی بپردازند. مرور مقالات موجود نشان می‌دهد که جریان نانوسیالات در گام‌های پسر و نیز در سال‌های اخیر مورد توجه بوده است.

ابونادا [۳] به تحلیل عددی انتقال حرارت در جریان نانوسیالات مختلف بر روی یک گام پسر پرداخت. نتایج به‌دست آمده نشان داد که در خارج از نواحی بازگردشی، نانوذراتی با ضریب هدایت حرارتی بیشتر (مس و نقره)، تبادل حرارت بالاتری را به دنبال دارند. با این وجود، مشخص شد که در داخل این نواحی، بیشترین انتقال حرارت در نانوذراتی با کمترین ضریب هدایت حرارتی (اکسید تیتانیوم) رخ می‌دهد.

در پژوهشی دیگر، خربیت و همکاران [۴] اثر ارتفاع گام را بر روی جابه‌جایی توأم نانوسیال اتیلن گلیکول/SiO₂ در یک میکروگام پسر مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار دادند. آنها مشاهده کردند که با بیشتر شدن ارتفاع گام، اندازه ناحیه جریان بازگردشی بزرگتر شده و مقدار عدد ناسلت میانگین افزایش می‌یابد.

اخیراً راجش کانا و همکاران [۵] انتقال حرارت ترکیبی در جریان

نانوسیالات مختلف را در یک انبساط ناگهانی شبیه‌سازی کردند. نتایج آنها حاکی از این واقعیت بود که عدد ناسلت موضعی در محل برخورد مجدد جریان به حداکثر مقدار خود رسیده و پس از آن ثابت می‌شود. همچنین، محمد و همکاران [۶] نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی جریان‌های آرام و متلاطم نانوسیالات مختلف را در یک کانال با گام پسر در حضور مانعی متصل به دیوار بالایی آن ارائه کردند. بررسی آنها نشان داد با وجودی که فاصله، ارتفاع و مکان مانع، تأثیر قابل توجهی بر روی تبادل حرارت دارند، اثر عرض مانع و تعداد آن چندان چشمگیر نیست. علاوه بر این، اثر نصب مانع پس از یک گام پسر بر جریان نانوسیال آب/CuO توسط توگان [۷] مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار گرفته است. نتایج به‌دست آمده نشان می‌دهد که افزایش ارتفاع مانع بهبود تبادل حرارت را در پی دارد.

مرور مقالات موجود بیانگر این است که جریان بر روی گام پسر از نظر آزمایشگاهی نیز مورد توجه برخی پژوهشگران بوده است. تهرار و همکاران [۸] اثر جریان ضربانی را بر روی یک گام پسر مورد بررسی آزمایشگاهی قرار دادند. تحلیل آنها ثابت کرد که به‌کارگیری جریان ورودی ضربانی می‌تواند بازده تبادل حرارت را نسبت به شرایط پایدار بهبود بخشد. در مطالعه‌ای دیگر، خربیت و همکاران [۹] انتقال حرارت نانوسیال آب/SiO₂ را بر روی میکروگام‌های پسر و پیشرو^۳ اندازه‌گیری کردند. آزمایش‌های آنها نشان داد که مقدار عدد ناسلت میانگین برای گام پیشرو بیشتر از گام پسر است.

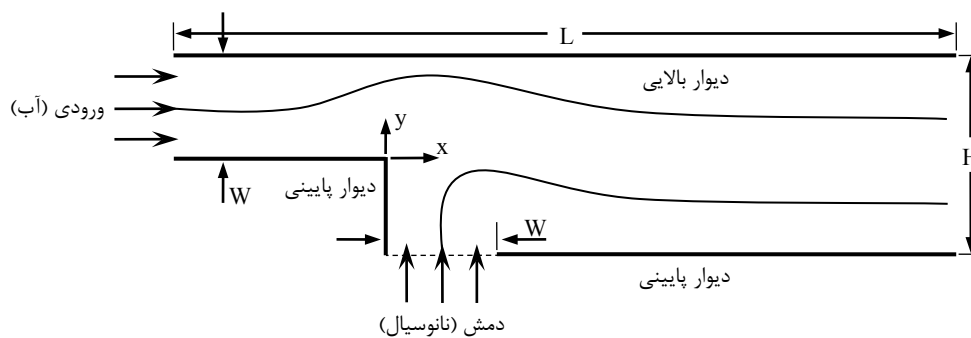
با بهره‌گیری از مکش و دمش می‌توان شرایط جریان و میزان تبادل حرارت در یک گام پسر را کنترل کرد. پیرامون این موضوع نیز مطالعاتی صورت گرفته که در یکی از آنها، ابونادا و همکاران [۱۰] به بررسی عددی جریان سیال و انتقال حرارت در یک گام پسر تحت شرایط مکش و دمش پرداختند. نتایج آنها نشان داد که حضور مکش و دمش به ترتیب موجب افزایش و کاهش عدد ناسلت موضعی در دیوار پایینی شده که البته رفتاری مخالف آن در دیوار بالایی رخ می‌دهد. یوروبا و همکاران [۱۱] نیز در پژوهشی آزمایشگاهی به کنترل جریان در پشت یک گام پسر با استفاده از مکش و دمش پرداختند. آنها مشاهده کردند که مکش و دمش می‌تواند طول ناحیه جدایش را تا یک سوم کاهش دهد.

دمش نانوسیال به ناحیه جدایش می‌تواند علاوه بر خنثی کردن اثرات منفی آن، به بهبود تبادل حرارت نیز کمک کند. با وجودی که صفاری‌پور و گنجعلیخان نسب [۱۲] به تحلیل عددی جابه‌جایی اجباری نانوسیالات مختلف در یک گام پسر تحت دمش و مکش پرداخته‌اند، کنترل جریان یک مایع خالص به وسیله دمش نانوسیال تاکنون مورد توجه نبوده است. برای تجزیه و تحلیل جریان نانوسیالات، مدل تکفازی و مدل‌های دوفازی قابل استفاده‌اند. در رویکرد تکفازی فرض بر این است که سیال پایه و نانوذرات همواره دارای سرعت و دمای یکسانی می‌باشند. بدین ترتیب، نانوسیال حاصل به صورت یک سیال همگن در نظر گرفته می‌شود.

1 Backward-facing step

2 Nanofluid

3 Forward-facing step



شکل ۱: طرح شماتیک مسأله حاضر، کانالی با گام پسر و تحت دمش نانوسیال

انتهای کانال در اعداد رینولدز کم را نشان می‌دهند. علاوه بر این، ترشیزی و زحمتکش جریان نانوسیالات آب/Cu و آب/ Al_2O_3 را به ترتیب در یک ریزمجرا [۱۹] و جت‌های برخوردی [۲۰] با استفاده از مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دو فازی و اولری-اولری مورد مطالعه عددی قرار داده و مشاهده کردند که مدل اولری-اولری تبادل حرارت بیشتری را نسبت به مدل مخلوط پیش‌بینی می‌کند. اخیراً آنها مدل اولری-اولری را برای تحلیل جریان متلاطم نانوسیال آب/ Al_2O_3 در مسأله برخورد جت به کار برده‌اند [۲۱].

مقاله حاضر به استفاده از مدل دو فازی اولری-اولری برای تحلیل جریان آب در یک گام پسر و که تحت دمش نانوسیال قرار گرفته، می‌پردازد. هدف، مقایسه و ارزیابی میزان انتقال حرارت از دیوارهای مختلف کانال در حضور دمش نانوسیالات مختلف است. همچنین، با استفاده از این رویکرد دوسیاله، رفتار سیال پایه و نانوذرات به طور مجزا در داخل میدان جریان مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای این منظور، در بخش دوم این مقاله، پیکربندی هندسی مسأله، معادلات حاکم، شرایط مرزی و روش حل عددی بیان می‌شوند. بخش سوم به ارائه نتایج شبیه‌سازی می‌پردازد. مقاله با جمع‌بندی و نتیجه‌گیری نتایج در بخش چهارم به پایان می‌رسد.

۲- مدل‌سازی ریاضی

۲-۱- پیکربندی هندسی

طرح شماتیک مسأله در شکل ۱ آمده است. همانگونه که مشاهده میشود، هندسه مورد نظر کانالیست با گام پسر و که از قسمت پایین و مجاور گام تحت دمش نانوسیال قرار می‌گیرد. نانوسیالات به کار رفته برای دمش شامل آب/ Al_2O_3 ، آب/CuO و آب/ TiO_2 بوده که قطر نانوذرات در همه حالات برابر ۳۰ نانومتر فرض شده است. در جدول ۱ مقادیر چگالی، گرمای ویژه، لزجت و ضریب هدایت حرارتی برای آب خالص و نانوذرات در دمای ۲۹۳ کلوین با توجه به مرجع [۲۲] آمده است. پهنای مقاطع ورودی آب و دمش نانوسیال با W ، طول کانال با L و ارتفاع کلی آن با H نشان داده شده‌اند که مقادیر آنها به ترتیب برابر ۱ سانتی‌متر، ۱۴ سانتی‌متر و ۲ سانتی‌متر در نظر گرفته می‌شوند. گام پسر و در فاصله ۴ سانتی‌متری از ورودی کانال قرار دارد. روشن است که ارتفاع گام با پهنای مقاطع ورودی و دمش نانوسیال برابر فرض شده است.

این رویکرد به دلیل سادگی و حجم کم محاسبات در بسیاری از مطالعات نانوسیالات مورد استفاده بوده است.

رویکردهای دو فازی شامل مدل حجم سیال^۴، مدل مخلوط و مدل اولری-اولری هستند. با اعمال مدل اولری-اولری (دوسیاله) به جریان نانوسیالات، سیال پایه و نانوذرات به عنوان دو فاز مجزا در نظر گرفته شده و معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و انرژی برای هر یک از فازها به طور جداگانه به کار می‌رود. همچنین، عکس‌العمل‌های میان فازها نیز محاسبه میشود. بدین ترتیب، در این رویکرد، سیال پایه و نانوذرات میتوانند سرعت و دمای متفاوتی را در میدان جریان دارا باشند. رویکرد دوسیاله علاوه بر جریان‌های دو فازی برای مخلوط‌های گازی دوتایی^۵ نیز استفاده می‌شود [۱۳]. به دلیل پیچیدگی روابط و حجم بالای محاسبات، مدل دوسیاله در مطالعه جریان نانوسیالات کمتر مورد استفاده بوده است.

کلته و همکاران [۱۴] از روش دو فازی اولری-اولری برای تحلیل جریان نانوسیال آب/Cu درون ریزمجرا استفاده کردند. نتایج آنها نشان داد که این مدل انتقال حرارت بیشتری را نسبت به مدل تکفازی پیش‌بینی می‌کند. آنها در مطالعه‌های دیگر به مقایسه نتایج مدل‌های تکفازی و اولری-اولری با نتایج آزمایشگاهی پرداختند [۱۵]. بیشترین انحراف از داده‌های آزمایشگاهی برای مدل اولری-اولری ۷/۴۲٪ و برای مدل تکفازی ۱۲/۶۱٪ به دست آمد.

در پژوهشی دیگر، اکبری و همکاران [۱۶] به مقایسه نتایج مدل‌های تکفازی و دو فازی در تحلیل جریان آرام نانوسیال آب/ Al_2O_3 در لوله پرداختند. نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که ضریب جابه‌جایی پیش‌بینی شده با مدل اولری-اولری به داده‌های آزمایشگاهی بسیار نزدیک‌تر از مدل تکفازیست. مطالعه مروجی و اردهالی [۱۷] نیز مؤید همین مطلب بوده است.

اخیراً نیز رشیدی و همکاران [۱۸] تبادل حرارت نانوسیال آب/Cu را در یک کانال موجدار با به‌کارگیری مدل‌های تکفازی و دو فازی مورد توجه قرار دادند. بررسی آنها نشان داد که در مدل تکفازی و برای همه اعداد رینولدز، بالاترین کسر حجمی نانوذرات، افزایش ضریب جابه‌جایی را در پی دارد. با این وجود، نتایج مدل‌های دو فازی کاهش ضریب جابه‌جایی در

4 Volume of fluid (VOF)

5 Binary gas mixtures

۲-۲- معادلات حاکم

$$\nabla \cdot (\rho_p \phi_p C_{p,p} T_p V_p) = \nabla \cdot (\phi_p k_{eff,p} \nabla T_p) + h_v (T_f - T_p) \quad (13)$$

برای ذرات کروی شکل با قطر یکسان، h_v برابر است با:

$$h_v = \frac{6 \phi_p h_p}{d_p} \quad (14)$$

که در آن، h_p ضریب تبادل حرارت سیال-ذره بوده و از رابطه تجربی زیر به دست می آید [۲۶]:

$$Nu_p = \frac{h_p d_p}{k_f} = 2 + 1.1 Re_p^{0.6} Pr_p^{\frac{1}{3}} \quad (15)$$

جدول ۱: خواص آب خالص و نانوذرات در دمای ۲۹۳ کلونین [۲۲]

ک	μ	Cp	ρ	ماده
(W/m K)	(kg/m s)	(J/Kg K)	(kg/m ³)	
۴۰	//	۷۶۵	۳۹۷۰	Al ₂ O ₃
۲۰	//	۵۳۵/۶	۶۵۰۰	CuO
۸/۹۵۳۸	//	۶۸۶/۲	۴۲۵۰	TiO ₂
۰/۵۹۷	۱۰۰۳×۱۰ ^{-۶}	۴۱۸۲	۹۹۷/۱	آب

در معادلات انرژی، ضرایب هدایت حرارتی مؤثر سیال پایه و نانوذرات به صورت زیر محاسبه می شوند [۲۷]:

$$k_{eff,f} = \frac{k_{b,f}}{\phi_f} \quad (16)$$

$$k_{eff,p} = \frac{k_{b,p}}{\phi_p} \quad (17)$$

که در آن،

$$k_{b,f} = (1 - \phi_p^{0.5}) k_f \quad (18)$$

$$k_{b,p} = \phi_p^{0.5} [\omega A + (1 - \omega) \Gamma] k_f \quad (19)$$

در اینجا،

$$A = \frac{k_p}{k_f} \quad (20)$$

$$\omega = 7.26 \times 10^{-3} \quad (21)$$

$$B = 1.25 \left[\frac{(1 - \phi_f)}{\phi_f} \right]^{\frac{10}{9}} \quad (22)$$

$$\Gamma = \left[\frac{B(A-1) \ln\left(\frac{A}{B}\right)}{A\left(1 - \frac{B}{A}\right)^2} - \frac{(B-1)}{\left(1 - \frac{B}{A}\right)} - \frac{B+1}{2} \right] \times 2 \left(1 - \frac{B}{A}\right)^{-1} \quad (23)$$

معادلات حاکم بر جریان نانوسیال در مدل دوفازی اولری-اولری به صورت زیر است:
معادلات پیوستگی:

$$\nabla \cdot (\rho_f \phi_f V_f) = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho_p \phi_p V_p) = 0 \quad (2)$$

در اینجا با توجه به تعریف کسرهای حجمی میتوان نوشت:

$$\phi_f + \phi_p = 1 \quad (3)$$

معادلات اندازه حرکت:

$$\nabla \cdot (\rho_f \phi_f V_f V_f) = -\phi_f \nabla P + \nabla \cdot [\phi_f \mu_f (\nabla V_f + \nabla V_f T)] + F_d + F_{vm} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (\rho_p \phi_p V_p V_p) = -\phi_p \nabla P + \nabla \cdot [\phi_p \mu_p (\nabla V_p + \nabla V_p T)] - F_d - F_{vm} + F_{col} \quad (5)$$

در اینجا، از نیروی برا وارد بر نانوذرات میتوان چشم پوشی کرد. نیروی پسا نیز از رابطه زیر به دست می آید:

$$F_d = -\gamma (V_f - V_p) \quad (6)$$

که در آن، ضریب اصطکاک (γ) به صورت زیر قابل محاسبه است [۲۳]:

$$\gamma = \frac{3}{4} C_d \frac{\phi_f (1 - \phi_f)}{d_p} \rho_f |V_f - V_p| \phi_f^{-2.65} \quad (7)$$

در اینجا، C_d ضریب پسا بوده که مقدار آن به عدد رینولدز محلی ذرات ($Re_p = \phi_f \rho_f |V_f - V_p| d_p / \mu_f$) بستگی دارد:

$$C_d = \begin{cases} \frac{24 + 3.6 Re_p^{0.687}}{Re_p} & , Re_p < 1000 \\ 0.44 & , Re_p \geq 1000 \end{cases} \quad (8)$$

در معادلات ۴ و ۵، F_{col} و F_{vm} به ترتیب نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات بوده که از روابط زیر به دست می آید [۲۴، ۲۵]:

$$F_{vm} = 0.5 \phi_p \rho_f \frac{D}{Dt} (V_f - V_p) \quad (9)$$

$$F_{col} = G \phi_f \nabla \phi_f \quad (10)$$

در اینجا، G ضریب اثر متقابل ذرات بوده که به صورت زیر محاسبه می شود:

$$G = 1.0 \exp[-600(\phi_f - 0.376)] \quad (11)$$

معادلات انرژی:

$$\nabla \cdot (\rho_f \phi_f C_{p,f} T_f V_f) = \nabla \cdot (\phi_f k_{eff,f} \nabla T_f) - h_v (T_f - T_p) \quad (12)$$

۲-۳- شرایط مرزی

در این مسأله جریان سیال آرام، پایدار و دوبعدی است. در ورودی‌های آب و نانوسیال، پروفیل‌های یکنواختی برای سرعت و دما اعمال می‌شوند. سرعت و دمای آب در ورودی کانال به ترتیب برابر ۲ سانتی‌متر بر ثانیه و ۲۹۳ کلون می‌باشد. در محل دم‌نوسیل نیز فرض می‌شود که تعادل محلی بین سیال پایه و نانوذرات برقرار باشد و به همین دلیل، شرایط مرزی برای هر دو فاز یکسان در نظر گرفته می‌شود. در این مقطع، دمای نانوسیال برابر ۲۹۳ کلون بوده و برای سرعت آن مقادیر مختلفی اعمال می‌شود که در بیشترین مقدار، از یک پنجم سرعت ورود آب به کانال تجاوز نمی‌کند. فرض بر این است که دمای دیوارهای پایینی و بالایی در سرتاسر طول آن ثابت بوده و برابر ۳۱۳ کلون باشد. شرایط مرزی مسأله با انتخاب فشار نسبی صفر و شرط مرزی کاملاً توسعه یافته برای دما در مقطع خروجی کانال تکمیل می‌شوند.

۲-۴- روش حل عددی

به منظور حل عددی معادلات حاکم، روش حجم محدود [۲۸] استفاده شده و برای گسسته‌سازی معادلات اندازه حرکت و انرژی، طرح بالادست مرتبه دوم^۶ مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین، در مدل دوفازی اولری-اولری الگوریتم پی‌سی‌سیمپل^۷ [۲۹] به خدمت گرفته می‌شود. این الگوریتم روندی بسط داده شده از الگوریتم سیمپل^۸ برای جریانهای دوفازی می‌باشد. در این روش، سرعت هر یک از فازها به طور جداگانه به دست می‌آید و سپس تصحیح فشار بر پایه بقای جرم کلی اعمال می‌شود. مراحل حل عددی به شرح زیر است:

در آغاز هر تکرار، نیروهای میانفازی و ضریب انتقال حرارت سیال-ذره به روزرسانی می‌شوند. سپس به ترتیب معادلات اندازه حرکت و تصحیح فشار حل شده و بر اساس آن، مقادیر سرعت و فشار اصلاح می‌شوند. در ادامه، معادلات انرژی حل می‌شوند. روند گفته شده تا ارضای شرط همگرایی ادامه می‌یابد که مقدار آن در کلیه محاسبات 10^{-6} است.

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در شبیه‌سازی با مدل دوفازی اولری-اولری، در این پژوهش از نرم‌افزار انسیس فلونت کمک گرفته شده است. ذکر این مطلب ضروریست که برای اعمال نیروهای میانفازی زیرروال‌هایی کدنویسی شده و به نرم افزار اضافه می‌شود.

محاسبات به ازای مقادیر مختلف از سرعت بی‌بعد دم‌نوسیل V_b/V_{in} برابر با $0/05$ ، $0/1$ ، $0/15$ و $0/2$ و کسر حجمی نانوذرات (۱ و ۵ درصد) تکرار می‌شوند. پس از همگرا شدن نتایج محاسبات، مقادیر اعداد ناسلت موضعی و میانگین به ترتیب از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$Nu_x = \frac{h_x(2W)}{k_f} \quad (24)$$

$$Nu_{ave} = \frac{h_{ave}(2W)}{k_f} \quad (25)$$

6 Second-order upwind

7 PCSIMPLE (Phase Coupled SIMPLE)

8 SIMPLE

که در آن،

$$h_{ave} = \frac{1}{L} \int_{-2L/7}^{5L/7} h_x dx \quad (26)$$

مشابه مطالعه صورت گرفته توسط کلت و همکاران [۱۴]، در این پژوهش برای محاسبه لزجت نانوذرات از روش سعی و خطا استفاده می‌شود. برای این منظور، عدد ناسلت میانگین در حالت دم‌نوسیل با کسر حجمی بسیار کم (10^{-5}) به ازای مقادیر مختلف از لزجت نانوذرات مقایسه می‌شوند. روند تغییر لزجت نانوذرات تا یکسان شدن نتایج در هر دو حالت دم‌نوسیل ادامه یافته و لزجت به دست آمده به عنوان لزجت نانوذرات به کار می‌رود که مقدار آن برای نانوذرات Al_2O_3 برابر $6/3 \times 10^{-4}$ می‌باشد. این روش برای نانوذرات CuO و TiO_2 نیز تکرار شده و لزجت نانوذرات به ترتیب برابر $1/1 \times 10^{-3}$ و $7/9 \times 10^{-4}$ به دست آمده است.

۲-۵- بررسی استقلال از شبکه و اعتبارسنجی حل عددی

در شبیه‌سازی حاضر، شبکه‌های با سازمان و غیریکنواخت استفاده می‌شود. با هدف اطمینان به استقلال نتایج عددی از شبکه مورد استفاده، محاسبات در شرایط دم‌نوسیل آب/ Al_2O_3 با کسر حجمی ۳٪ و با فرض حالت $V_b/V_{in} = 0.1$ انجام شده و تغییرات عدد ناسلت موضعی در بخشی از دیوار پایینی ($x > W$) برای چهار شبکه متفاوت رسم شده است. با توجه به شکل (۲) و در شرایط گفته شده، استفاده از یک شبکه با 27421 گره مناسب به نظر می‌رسد. بررسی‌های انجام شده حاکی از مناسب بودن این شبکه برای سایر حالت‌ها می‌باشد. بدین ترتیب، در کلیه محاسبات این مقاله به یک شبکه با 27421 گره بسنده می‌شود.

نظر به اینکه مدل دوفازی اولری-اولری تاکنون برای تحلیل جریان نانوسیال در هندسه و شرایط توصیف شده در این مقاله (شکل ۱) و حتی نزدیک به آن به کار نرفته است، اعتبار آن در جریان‌هایی دیگر مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. در این راستا، ابتدا جریان آرام نانوسیال آب/ Cu در یک ریزمجرها به طول ۲ سانتی‌متر و پهنا ۲۰ میکرومتر با استفاده از روش اولری-اولری شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده با نتایج مطالعه کلت و همکاران [۱۴] مقایسه می‌شود. در اینجا، دمای سیال ورودی و دمای دیوار به ترتیب ۲۹۳ و 303 کلون و عدد رینولدز جریان 300 در نظر گرفته شده است. همانگونه که در جدول ۲ مشاهده می‌شود بیشترین خطا در تخمین عدد ناسلت میانگین در حدود ۲٪ است.

در مقایسه‌ای دیگر و به منظور صحت‌گذاری بیشتر بر مطالعه عددی حاضر، جریان نانوسیال آب/ SiO_2 با کسر حجمی ۱٪ در یک میکروگام پسروری سه‌بعدی که طول دیوارهای پایینی و بالایی و ارتفاع گام آن به ترتیب برابر $0/15$ متر، $0/1$ متر و $0/6$ میلی‌متر می‌باشد، با استفاده از مدل اولری-اولری مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. در این مسأله، دیوار پایینی در معرض تبادل حرارت ۱۲ واتی قرار داشته و جریان نانوسیال در ورودی و خروجی میدان محاسبه، کاملاً توسعه یافته فرض شده است.

جدول ۲: مقایسه نتایج حل عددی حاضر با نتایج مطالعه کلته و همکاران [۱۴] بر حسب عدد ناسلت میانگین

کسرجمی نانوذرات	حل عددی حاضر	کلته و همکاران	درصد خطا
۱%	۱۲/۱۱۳	۱۲/۳۴۳	-۱/۸۶
۲%	۱۳/۸۲۷	۱۴/۰۶۸	-۱/۷۱
۳%	۱۵/۲۰۶	۱۵/۵۰۷	-۱/۹۴
۴%	۱۶/۴۶۹	۱۶/۸۱۸	-۲/۰۷
۵%	۱۷/۹۰۴	۱۸/۰۵۱	-۰/۸۱

نتایج حاصل از این شبیه‌سازی با نتایج آزمایشگاهی خربیت و همکاران [۹] در شکل ۳ مقایسه می‌شود که در آن تغییرات عدد ناسلت موضعی در دیوار پایینی به ازای عدد رینولدز ۲۸۰ نشان داده شده است. مطابق این شکل، نتایج مدل اولری-اولری با داده‌های آزمایشگاهی همخوانی قابل قبولی دارند.

۳- نتایج شبیه‌سازی

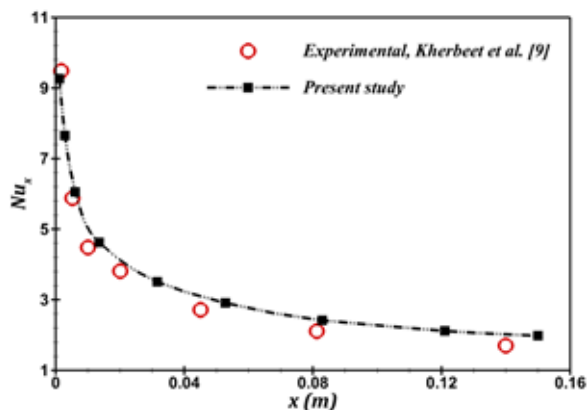
در این بخش نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی جریان آب در یک گام پسر و همراه با دمش نانوسیال (شکل ۱) آورده شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. در ابتدا، توزیع سرعت و دما و همچنین مقادیر عدد ناسلت میانگین در دیوارهای پایینی و بالایی ارائه می‌شوند که به ازای مقادیر مختلف از سرعت بی‌بعد دمش (V_{bl}/V_{in}) و کسرجمی‌های ۱٪ و ۵٪ به دست آمده‌اند. در ادامه، مقایسه‌ای پیرامون میزان نفوذ نانوذرات در داخل جریان آب صورت گرفته و تأثیر آن بر تبادل حرارت در دیوارهای پایینی و بالایی مورد کنکاش قرار می‌گیرد. این بخش با مطالعه اهمیت و نقش هر یک از نیروهای میان‌فازی در مسأله حاضر پایان می‌یابد.

شکل‌های ۴ و ۵ توزیع سرعت و شکل‌های ۶ و ۷ توزیع دما را به ترتیب برای $V_{bl}/V_{in} = 0.2$ و $V_{bl}/V_{in} = 0.5$ نشان می‌دهند که مربوط به دمش نانوسیال Al_2O_3 با کسرجمی ۵٪ است. در اینجا برای سرعت و دمای سیال

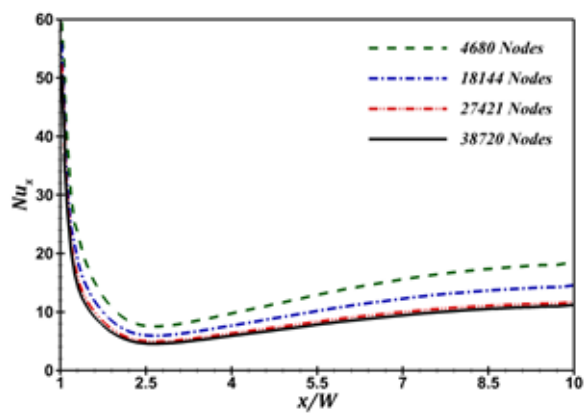
پایه (آب) و نانوذرات Al_2O_3 کانتورهای جداگانه‌ای آورده شده که از وجود معادلات مجزا برای هر یک از فازها نشأت می‌گیرد. لازم به ذکر است از آنجایی که در نگرش اولری-اولری، فاز ثانویه (نانوذرات) نیز به صورت یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود، در این پژوهش فرض شده که مقدار بسیار کمی از نانوذرات در جریان آب ورودی نیز حضور دارند. این مقدار در محاسبات مقاله حاضر 4×10^{-6} بوده و به گونه‌ای انتخاب شده که تأثیری بر روی نتایج به همراه نداشته باشد. باید توجه داشت که به منظور نمایش بهتر کانتورها در شکل‌های ۴ تا ۷، راستای عمودی ۲/۵ برابر رسم شده است.

بررسی شکل‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهد که در هر دو حالت دمش، بیشینه سرعت در ورودی اصلی و نزدیک به گام پسر و ایجاد می‌شود. در هر دو شکل که نتایج بر حسب توزیع سرعت سیال پایه و نانوذرات به طور مجزا آورده شده می‌توان به ظهور عدم تعادل محلی بین این دو فاز پی برد. در حقیقت، با وجودی که فرض برقراری تعادل محلی در جریان ورودی اعمال شده اما پیداست که در داخل میدان جریان این فرض برقرار نمانده و سیال پایه با سرعت بیشتری نسبت به نانوذرات جریان می‌یابد. این رفتار با مشاهدات قبلی ترشیزی و زحمتکش [۲۰] در جریان نانوسیال در مسأله برخورد جت همخوانی دارد. مقایسه شکل‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهد که عدم تعادل ایجاد شده در حالت $V_{bl}/V_{in} = 0.2$ نسبت به حالت $V_{bl}/V_{in} = 0.5$ محسوس‌تر است. بدین ترتیب می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که با افزایش سرعت دمش نانوسیال، عدم تعادل بین سیال پایه و نانوذرات بیشتر می‌شود.

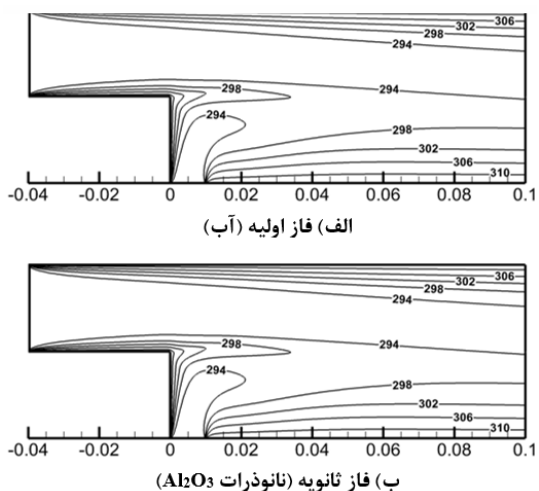
مشاهده توزیع دما در شکل‌های ۶ و ۷ نشان می‌دهد که بیشترین گرادیان‌های دما در مجاورت دیوارهای پایینی و بالایی رخ می‌دهد. از مقایسه این دو شکل مشخص می‌شود که با افزایش سرعت بی‌بعد دمش، دمای سیال دمیده شده پایداری بیشتری داشته و دیرتر به دمای دیوارهای گرم پایینی و بالایی می‌رسد. در شکل‌های ۶ و ۷ پیداست که مدل دوفازی اولری-اولری توزیع دمای یکسانی را برای سیال پایه و نانوذرات پیشبینی میکند. این امر بیانگر ایجاد تعادل دمایی بین این دو فاز در کل میدان جریان بوده و با نتایج کلته و همکاران [۱۴] همخوانی دارد.



شکل ۳: مقایسه نتایج مطالعه حاضر با نتایج آزمایشگاهی خربیت و همکاران [۹]

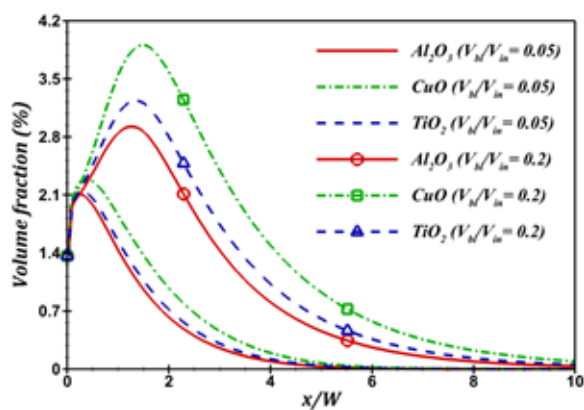


شکل ۴: بررسی استقلال از شبکه برای نانوسیال آب Al_2O_3 با کسرجمی ۳٪

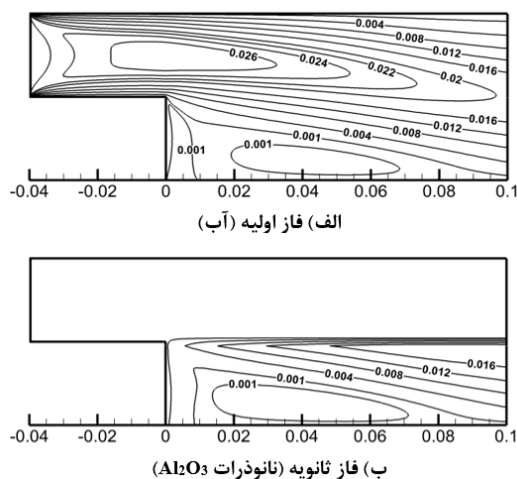


شکل ۷: توزیع دمای فازهای اولیه و ثانویه در دمش نانوسیال آب/Al₂O₃ با V_{bl}/V_{in} = +/۲ و کسر حجمی ۵٪

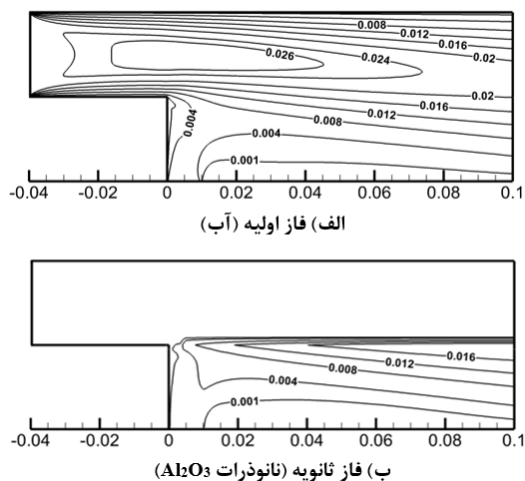
همانطور که پیش‌تر نیز اشاره شد، مدل دوفازی اولری-اولری امکان مطالعه رفتار نانوذرات را به عنوان فازی جداگانه فراهم می‌آورد. از این رو، با استفاده از آن می‌توان به بررسی میزان نفوذ نانوذرات در مقطع خاصی از میدان جریان پرداخت. برای این منظور، مقطع $y=0$ در شکل ۱ انتخاب شده و مقدار کسر حجمی نانوذرات برای دو حالت مختلف از سرعت بی‌بعد دمش (۵٪ و ۲۰٪) ($V_{bl}/V_{in} = +/۲$ و $V_{bl}/V_{in} = +/۰.۵$) و کسر حجمی ۵٪ در شکل ۸ آورده شده است. برای اینکه امکان مقایسه قابلیت نفوذ نانوذرات مختلف فراهم باشد، محاسبات برای نانوسیالات آب/CuO و آب/TiO₂ تکرار شده که نتایج آنها را نیز در این شکل می‌توان مشاهده کرد. مطابق این شکل، بیشترین نفوذ مربوط به نانوذرات CuO می‌باشد. همچنین در شرایط یکسان، نفوذ نانوذرات TiO₂ از نانوذرات Al₂O₃ بیشتر به دست آمده است. این امر را می‌توان به تفاوت در چگالی نانوذرات بررسی شده نسبت داد. در حقیقت، نانوذراتی با چگالی بالاتر نفوذ بیشتری را در میدان جریان از خود نشان می‌دهند. اگرچه روند ذکر شده در هر دو سرعت دمش دیده می‌شود اما پیداست که افزایش دمش، نقش جنس نانوذرات را پررنگ‌تر می‌کند.



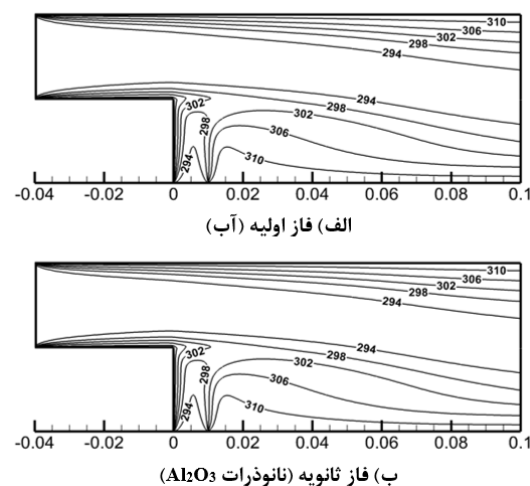
شکل ۸: کسر حجمی نانوذرات مختلف در خط $y=0$ به ازای حالت‌های $V_{bl}/V_{in} = +/۲$ و $V_{bl}/V_{in} = +/۰.۵$ با کسر حجمی ۵٪



شکل ۴: توزیع سرعت فازهای اولیه و ثانویه در دمش نانوسیال آب/Al₂O₃ با V_{bl}/V_{in} = +/۰.۵ و کسر حجمی ۵٪

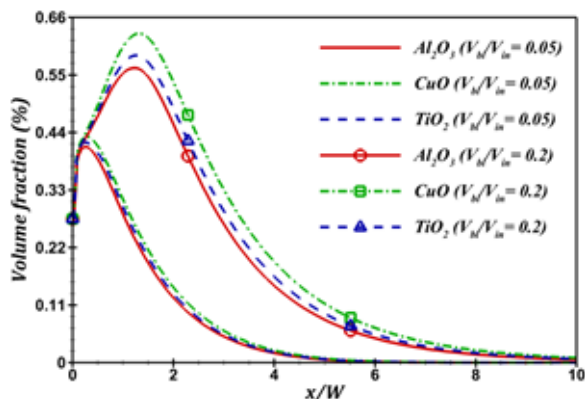


شکل ۵: توزیع سرعت فازهای اولیه و ثانویه در دمش نانوسیال آب/Al₂O₃ با V_{bl}/V_{in} = +/۲ و کسر حجمی ۵٪



شکل ۶: توزیع دمای فازهای اولیه و ثانویه در دمش نانوسیال آب/Al₂O₃ با V_{bl}/V_{in} = +/۰.۵ و کسر حجمی ۵٪

به منظور ارزیابی دقیق تر نتایج، کسر حجمی نانوذرات بر روی خط $y=0$ و همچنین تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیوارهای پایینی و بالایی به ترتیب در شکل های ۱۰ و ۱۱ آورده شده اند که این بار مربوط به دمش نانوسیالات با کسر حجمی ۱٪ می باشند. مشاهده این دو شکل در وهله اول نشان می دهد که موارد ذکر شده برای کسر حجمی ۵٪، برای کسر حجمی ۱٪ نیز برقرار است.



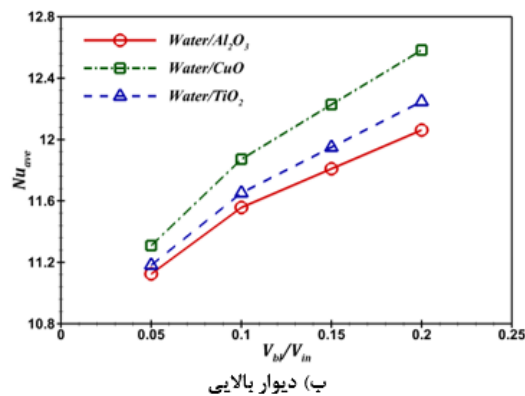
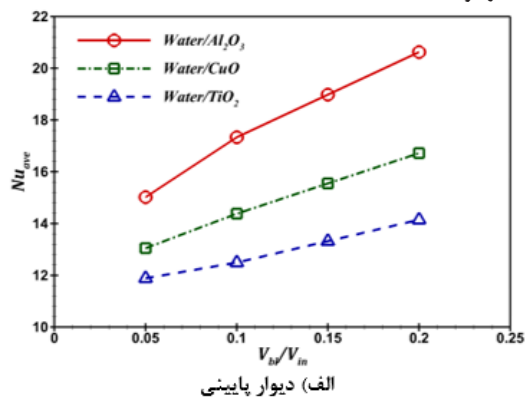
شکل ۱۰: کسر حجمی نانوذرات مختلف در خط $y=0$ به ازای حالت های $V_{d1}/V_{in} = 0.05$ و $V_{d2}/V_{in} = 0.2$ با کسر حجمی ۱٪.

مقایسه شکل های ۸ و ۱۰ بیانگر این واقعیت است که با کاهش کسر حجمی نانوذرات در نانوسیال دمیده شده، نقش جنس نانوذرات در نفوذ آنها کم رنگ تر شده و نتایج نانوذرات مختلف به یکدیگر نزدیک تر می شوند. این امر خصوصاً در حالت $V_{d1}/V_{in} = 0.05$ مشهود می باشد. علاوه بر این، مشخص است که در کلیه حالت ها، مقدار نفوذ نانوذرات در جریان آب به مقداری ناچیز رسیده است.

در شکل ۱۱ ملاحظه می شود که حداکثر افزایش عدد ناسلت در اثر چهار برابر شدن دمش نانوسیال، در دیوار پایینی ۱۸/۲۶٪ و در دیوار بالایی ۹/۶۲٪ است که نسبت به مقادیر مربوطه در کسر حجمی ۵٪ به ترتیب ۱۹/۰۵٪ و ۱/۶۴٪ کمتر است. در این شکل مشخص است که منحنی تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیوار بالایی برای نانوذرات مختلف از نقطه ای یکسان شروع می شود. این امر قابل انتظار بوده زیرا همانگونه که قبلاً نیز بررسی شد، مقدار عدد ناسلت در دیوار بالایی تحت تأثیر نفوذ نانوذرات بوده که در کسر حجمی ۱٪، میزان نفوذ همه نانوذرات ناچیز است. مقایسه شکل های ۹ و ۱۱ نشان می دهد که کاهش کسر حجمی نانوذرات در نانوسیال دمیده شده موجب افت عدد ناسلت میانگین در هر دو دیوار می شود که میزان این افت در دیوار پایینی محسوس تر است. علاوه بر این، مشاهده می شود که با کاهش کسر حجمی نانوسیال دمیده شده اختلاف بین منحنی های مربوط به سه نانوسیال تحت بررسی کمتر می شود.

همانگونه که پیشتر مشخص شد، در مدل دوفازی اولری-اولری، عکس العمل های بین فازها به طرز دقیقی در نظر گرفته می شوند که شامل نیروی پسا، نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات می باشند. نقش هر

شکل ۹ تغییرات عدد ناسلت میانگین را در دیوارهای پایینی و بالایی بر حسب سرعت بی بعد دمش برای دمش نانوسیالات آب/Al₂O₃، آب/CuO و آب/TiO₂ با کسر حجمی ۵٪ نشان می دهد. مطابق این شکل در هر سه نانوسیال بررسی شده، با افزایش دمش، عدد ناسلت میانگین در هر دو دیوار افزایش می یابد. حداکثر افزایش عدد ناسلت در اثر چهار برابر شدن دمش نانوسیال، در دیوار پایینی ۳۷/۳۱٪ و در دیوار بالایی ۱۱/۲۶٪ به دست آمده است. پیداست که مقدار عدد ناسلت میانگین در دیوار پایینی همواره از دیوار بالایی بیشتر بوده که ناشی از دمش نانوسیال در مجاورت آن است. دقت در این شکل نشان می دهد که در دیوار پایینی، بیشترین مقدار عدد ناسلت میانگین مربوط به دمش نانوسیال آب/Al₂O₃ بوده و کمترین مقدار آن در دمش نانوسیال آب/TiO₂ رخ می دهد. این بدان علت است که ضریب هدایت حرارتی بیشتر از Al₂O₃ بوده و ضریب هدایت حرارتی CuO بیشتر از TiO₂ می باشد (جدول ۱). جالب آنجاست که تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیوار بالایی رفتاری کاملاً متفاوت از خود نشان می دهد زیرا در این دیوار، بیشترین و کمترین مقادیر عدد ناسلت میانگین به ترتیب در دمش نانوسیالات آب/CuO و آب/Al₂O₃ مشاهده می شود. این امر دور از انتظار نیست زیرا تبادل حرارت در دیوار بالایی به شدت تحت تأثیر نفوذ نانوذرات به نزدیکی آن بوده و به همین دلیل، در نانوسیالاتی که قابلیت نفوذ بیشتری در جریان آب دارند باید شاهد تبادل حرارت بالاتری نیز بود.



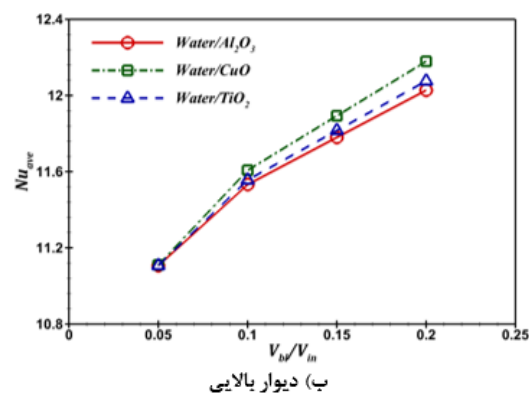
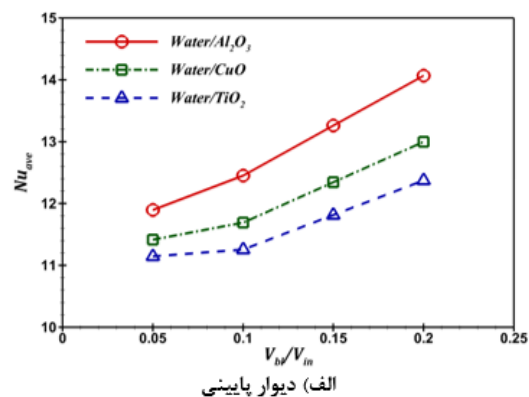
شکل ۹: تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیوارهای پایینی و بالایی بر حسب سرعت بی بعد دمش برای دمش نانوسیالات مختلف با کسر حجمی ۵٪.

جدول ۳: تأثیر نیروهای میان‌فازی بر روی عدد ناسلت میانگین در دیوار پایینی برای دماش نانوسیال آب/Al₂O₃ با کسر حجمی ۱٪

بدون نیروی متقابل ذرات	بدون نیروی جرم مجازی	بدون نیروی پسا	اعمال کلیه نیروها	سرعت بی‌بعد دماش (V_{bl}/V_{in})
۱۱/۸۷۰	۱۱/۸۹۶	۱۲/۹۰۸	۱۱/۸۹۶	۰/۰۵
۱۲/۴۳۰	۱۲/۴۵۴	۱۳/۲۷۴	۱۲/۴۵۴	۰/۱
۱۳/۲۳۸	۱۳/۲۶۰	۱۴/۰۰۴	۱۳/۲۶۰	۰/۱۵
۱۴/۰۴۶	۱۴/۰۶۸	۱۴/۶۸۲	۱۴/۰۶۸	۰/۲

جدول ۴: تأثیر نیروهای میان‌فازی بر روی عدد ناسلت میانگین در دیوار پایینی برای دماش نانوسیال آب/Al₂O₃ با کسر حجمی ۵٪

بدون نیروی متقابل ذرات	بدون نیروی جرم مجازی	بدون نیروی پسا	اعمال کلیه نیروها	سرعت بی‌بعد دماش (V_{bl}/V_{in})
۱۴/۸۴۶	۱۵/۰۲۴	۱۷/۴۹۸	۱۵/۰۲۴	۰/۰۵
۱۷/۱۳۸	۱۷/۳۴۰	۱۹/۸۱۲	۱۷/۳۴۰	۰/۱
۱۸/۷۷۴	۱۸/۹۸۴	۲۱/۰۸۸	۱۸/۹۸۴	۰/۱۵
۲۰/۴۳۴	۲۰/۶۳۰	۲۲/۴۳۶	۲۰/۶۳۰	۰/۲



شکل ۱۱: تغییرات عدد ناسلت میانگین در دیوارهای پایینی و بالایی بر حسب سرعت بی‌بعد دماش برای دماش نانوسیالات مختلف با کسر حجمی ۱٪

بر پایه نتایج به‌دست آمده می‌توان موارد زیر را نتیجه‌گیری کرد:
 (۱) افزایش دماش نانوسیال و بالارفتن کسر حجمی نانوذرات در آن، بهبود تبادل حرارت از سطوح مختلف کانال را در پی دارد.
 (۲) علاوه بر ضریب هدایت حرارتی نانوذرات، میزان نفوذ آنها در جریان آب نیز بر میزان تبادل حرارت از دیواره‌های کانال تأثیرگذار است.
 (۳) در میان نیروهای میان‌فازی، اثر نیروی جرم مجازی و نیروی متقابل ذرات ناچیز بوده به گونه‌ای که می‌توان از حضور آنها چشم‌پوشی کرد.

۵- فهرست علائم

C_d	ضریب پسا
C_p	گرمای ویژه، $\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$
d	قطر، m
F_{col}	نیروی متقابل ذرات، Pam^{-1}
F_d	نیروی پسا، Pam^{-1}
F_{vm}	نیروی جرم مجازی، Pam^{-1}
G	ضریب اثر متقابل ذرات، Pa
h	ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
h_p	ضریب تبادل حرارت سیال-ذره، $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$
h_v	ضریب انتقال حرارت حجمی، $\text{Wm}^{-3}\text{K}^{-1}$

یک از این نیروها در مسأله حاضر را میتوان با چشم‌پوشی از حضور آنها در معادلات حاکم و سپس مقایسه نتایج به‌دست آمده با نتایج حالتی که در آن کلیه نیروها حضور دارند، مطالعه کرد. این امر در جدول‌های ۳ و ۴ صورت گرفته که در آنها مقادیر عدد ناسلت میانگین در دیوار پایینی به ازای مقادیر مختلف از سرعت بی‌بعد دماش نانوسیال آب/Al₂O₃ با کسر حجمی‌های ۱٪ و ۵٪ آورده شده است. کنکاش در نتایج ارائه شده نشان میدهد که در همه حالت‌ها، نیروی جرم مجازی تأثیری بر نتایج نداشته و قابل چشم‌پوشی است. اثر نیروی متقابل ذرات نیز ناچیز بوده به گونه‌ای که اعمال آن، عدد ناسلت میانگین را بیش از ۱/۲٪ تغییر نداده است. از این رو، در مسأله حاضر می‌توان از حضور نیروی متقابل ذرات نیز چشم‌پوشی کرد. با این وجود، پیداست که حضور نیروی پسا میتواند مقدار عدد ناسلت میانگین را بیش از ۱۴٪ کاهش دهد. علاوه بر این میتوان مشاهده کرد که اثر نیروی پسا با کاهش سرعت دماش نانوسیال و افزایش کسر حجمی نانوذرات در آن بیشتر می‌شود.

۴- نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر به شبیه‌سازی عددی جریان آب در یک گام پسرو تحت دماش نانوسیالات مختلف پرداخت. محاسبات با استفاده از مدل دوفازی اولری-اولری به ازای مقادیر مختلف از دماش نانوسیال و کسر حجمی نانوذرات در آن صورت گرفته و نتایج به‌دست آمده با یکدیگر مقایسه شدند.

- [4] Kherbeet, A.Sh.; Mohammed, H.A.; Munisamy, K.M.; Salman, B.H., "The effect of step height of microscale backward-facing step on mixed convection nanofluid flow and heat transfer characteristics", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 68, pp. 554-566, 2014.
- [5] Rajesh Kanna, P.; Taler, J.; Anbumalar, V.; Santhosh Kumar, A.V.; Pushparaj, A.; Christopher, D.S., "Conjugate heat transfer from sudden expansion using nanofluid", Numerical Heat Transfer Part A, Vol. 67, pp. 75-99, 2015.
- [6] Mohammed, H.A.; Alawi, O.A.; Wahid, M.A., "Mixed convective nanofluids flow in a channel having backwardfacing step with a baffle", Powder Technology, Vol. 275, pp. 329-343, 2015.
- [7] Togun, H., "Laminar CuO-water nano-fluid flow and heat transfer in a backward-facing step with and without obstacle", Applied Nanoscience, pp. 1-8, 2015.
- [8] Terhaar, S.; Velazquez, A.; Arias, J.R.; Sanchez-Sanz, M., "Experimental study on the unsteady laminar heat transfer downstream of a backwards facing step", International Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 37, No. 5, pp. 457-462, 2010.
- [9] Kherbeet, A.Sh.; Mohammed, H.A.; Salman, B.H.; Ahmed, H.E.; Alawi, O.A.; Rashidi, M.M., "Experimental study of nanofluid flow and heat transfer over microscale backward- and forward-facing steps", Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 65, pp. 13-21, 2015.
- [10] Abu-Nada, E.; Al-Sarkhi, A.; Akash, B.; Al-Hinti, I., "Heat transfer and fluid flow characteristics of separated flows encountered in a backward-facing step under the effect of suction and blowing", Journal of Heat Transfer, Vol. 129, No. 11, pp. 1517-1528, 2007.
- [11] Uruba, V.; Jonas, P.; Mazur, O., "Control of a channel-flow behind a backward-facing step by suction/blowing", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 28, No. 4, pp. 665-672, 2007.
- [12] Pour, M.S.; Gandjalikhan Nassab, S.A., "Numerical investigation of forced laminar convection flow of nanofluids over a backward facing step under bleeding condition", Journal of Mechanics, Vol. 28, No. 2, pp. 7-12, 2012.
- [13] Zahmatkesh, I.; Emdad, H.; Alishahi, M.M., "Two-fluid analysis of a gas mixing problem", Scientia Iranica, Transactions B, Vol. 20, No. 1, pp. 162-171, 2013.
- H* ارتفاع کلی کانال، m
- k* ضریب هدایت حرارتی، $Wm^{-1}K^{-1}$
- L* طول دیوار، m
- Nu* عدد ناسلت موضعی
- P* فشار، Pa
- Pr* عدد پرائنتل
- Re* عدد رینولدز
- T* دما، K
- V* سرعت، ms^{-1}
- W* عرض مقاطع ورودی و دمش، m
- x,y* مختصات مکانی
- علائم یونانی**
- γ ضریب اصطکاک، $kgm^{-3}s^{-1}$
- μ لزجت دینامیکی، $kgm^{-1}s^{-1}$
- ρ چگالی، kgm^{-3}
- Φ کسر حجمی نانوذرات
- زیر نویسرها**
- ave مقدار میانگین
- bl دمش
- eff مؤثر
- f سیال پایه
- in ورودی
- p نانوذره
- ۶- مراجع**
- [1] Elizarova, T.G.; Kalachinskaya, I.S.; Sheretov, V.; Shilnikov, E.V., "Simulation of separating flows over a backward-facing step", Computational Mathematics and Modeling, Vol. 15, No. 2, pp. 167-193, 2004.
- [2] Choi, S.U.S.; Eastman, J.A., "Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles", International Mechanical Engineering Congress and Exhibition, San Francisco, U.S.A, 1995.
- [3] Abu-Nada, E., "Application of nanofluids for heat transfer enhancement of separated flows encountered in a backward facing step", International Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 29, No. 1, pp. 242-249, 2008.

- [۲۱] ترشیزی، ادریس؛ زحمتکش، ایمان، "به کارگیری مدل دوفازی اولری-اولری برای شبیه‌سازی جریان متلاطم نانوسیال در جت برخوردی"، بیست و سومین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران، ۱۳۹۴.
- [۲۲] زحمتکش، ایمان، "تولید آنتروپی نانوسیالات در همرفت طبیعی در محفظه‌های متخلخل مستطیل شکل"، نشریه مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، دوره ۴، شماره ۳، صفحه ۱۷۱-۱۸۴، ۱۳۹۳.
- [23] Syamlal, M.; Gidaspow, D., "Heat hydrodynamics of fluidization: prediction of wall to bed heat transfer coefficients", *AIChE Journal*, Vol. 31, No. 1, pp. 127-135, 1985.
- [24] Drew, D.A.; Lahey, R.T., "Analytical modeling of multiphase flow", In: Roco, M.C. (Ed.), *Particulate Two-Phase Flow*, pp. 509-566, Boston: Butterworth-Heinemann, 1993.
- [25] Bouillard, J.X.; Lyczkowski, R.W.; Gidaspow, D., "Porosity distributions in a fluidized bed with an immersed obstacle", *AIChE Journal*, Vol. 35, No. 6, pp. 908-922, 1989.
- [26] Wakao, N.; Kaguei, S., "Heat and Mass Transfer in Packed Beds", New York: Gordon and Breach, 1982.
- [27] Kuipers, J.A.M.; Prins, W.; Van Swaaij, W.P.M., "Numerical calculation of wall-to-bed heat-transfer coefficients in gas-fluidized beds", *AIChE Journal*, Vol. 38, No. 7, pp. 1079-1091, 1992.
- [28] Patankar, S.V., "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Washington DC: Hemisphere McGraw-Hill, 1980.
- [29] Vasquez, S.A.; Ivanov, V.A., "A phase coupled method for solving multiphase problems on unstructured meshes", *Proceedings of ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting*, Boston, Massachusetts, 2000.
- [14] Kalteh, M.; Abbassi, A.; Saffar-Avval, M.; Harting, J., "Eulerian-Eulerian two-phase numerical simulation of nanofluid laminar forced convection in a microchannel", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 32, No. 1, pp. 107-116, 2011.
- [15] Kalteh, M.; Abbassi, A.; Saffar-Avval, M.; Frijns, A.; Darbuber, A.; Harting, J., "Experimental and numerical investigation of nanofluid forced convection inside a wide microchannel heat sink", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 36, pp. 260-268, 2012.
- [16] Akbari, M.; Galanis, N.; Behzadmehr, A., "Comparative analysis of single and two-phase models for CFD studies of nanofluid heat transfer", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, No. 8, pp. 1343-1354, 2011.
- [17] Moraveji, M.K.; Ardehali, R.M., "CFD modeling (comparing single and two-phase approaches) on thermal performance of Al₂O₃/water nanofluid in mini-channel heat sink", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 44, pp. 157-164, 2013.
- [18] Rashidi, M.M.; Hosseini, A.; Pop, I.; Kumar, S.; Freidoonimehr, N., "Comparative numerical study of single and two-phase models of nanofluid heat transfer in wavy channel", *Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)*, Vol. 35, No. 7, pp. 831-848, 2014.
- [۱۹] ترشیزی، ادریس؛ زحمتکش، ایمان، "ارزیابی رویکردهای اولری-اولری و مخلوط دوفازی برای تحلیل جریان نانوسیال در میکروکانال"، بیست و دومین همایش سالانه بین‌المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه شهید چمران، اهواز، ایران، ۱۳۹۳.
- [۲۰] ترشیزی، ادریس؛ زحمتکش، ایمان، "مقایسه مدل‌های تک‌فازی، مخلوط دوفازی و اولری-اولری در شبیه‌سازی برخورد جت نانوسیالات"، نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، دوره ۲۷، شماره ۲، ۱۳۹۵.