

AmirKabir Jounrnal of Science & Research Mechanical Engineering ASJR-ME



۴۱۰ تا ۴۰۱ مفحه ۴۰۱ تا ۴۰۱ دوره ۴۸ شماره ۴، زمستان ۱۳۹۵ صفحه ۴۰۱ تا ۲۰۱ Vol. 48, No. 4, Winter 2017, pp. 401-410

شبیهسازی رفتار ناحیه آسیب نوک ترک مواد اورتوتروپیک با استفاده از مدل ویسکوالاستیک

مهدی فکور'*، نبی مهریخوانساری^۲

۱ - استادیار، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون جدید، دانشگاه تهران ۲- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون جدید، دانشگاه تهران

(دریافت: ۱۳۹۴/۴/۹ پذیرش: ۱۳۹۴/۸/۱۹)

چکیدہ

در فرایند شکست قطعات اورتوتروپیک، اغلب در نواحی اطراف نوک ترک، ناحیهای با عنوان ناحیه آسیب پدید می آید که این ناحیه در مواد شبه شکننده به ناحیه فرآوری شکست معروف است. این ناحیه شامل انبوهی از میکروترکها است که به دلایل متعدد، تحلیل و بررسی فرایند شکست در این گونه مواد را دشوار کرده است. تعیین خواص مکانیکی این ناحیه، میتواند به پیش بینی میزان و یا حتی جهت رشد ترک موجود در قطعات اورتوتروپیک کمک کند. تاکنون مدل ی نظور تعیین خواص مکانیکی این ناحیه ارائه شده است اما به دلیل پیچید گیهای بسیار زیاد این ناحیه، نتایج حاصله به درستی مبین رفتار این ناحیه نبوده است. همچنین مدلهای موجود با روش های تجربی و عددی مقایسه و صحت سنجی نشده است. دراین مقاله، سعی بر آن است تا با ارائه یک مدل عددی جدید بر اساس تئوری ویسکوالاستیک و با استناد به سریهای پرونی، خواص مکانیکی ناحیه آسیب شبیه سازی شود. این روش جدید که بر مبنای نتایج المان محدود و تجربی است، میتواند رفتار ناحیه آسیب را با دقت مناسبی تخمین بزند.

كلماتكليدى:

خواص مکانیکی، ناحیه آسیب، میکروترک، ویسکوالاستیک



برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Fakoor, M., Mehri Khansari, N., 2017. "Simulation of Orthotropic Damaged Zone Behavior Using Viscoelastic Models". *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 48(4), pp. 401–410.

Please site this article using:

يسنده مسئول و عهدهدار مكاتبات: Email: mfakoor@ut.ac.ir

۱ – مقدمه

فرایند شکست در قطعات اورتوتروپ و شبه شکننده¹ اغلب با پیدایش یک ناحیه آسیب² موسوم به ناحیه فرآوری شکست³ در نوک ترک همراه است [۱]. این ناحیه شامل تعداد بیشماری میکروترک است که هر کدام دارای اندازه و جهت مخصوص به خود هستند. شناخت رفتار این ناحیه، میتواند به پیشبینی میزان و یا حتی جهت رشد ترک موجود در قطعات اورتوتروپیک کمک کند. همچنین، حضور چنین ساختارهایی در این ناحیه باعث بروز رفتار ویسکوالاستیک شده به نحوی که تاکنون مدل هایی به منظور تعیین رفتار نواحی نوک ترک ارائهشده است. عمده این تحقیقات، از سال ۱۸۶۵ تا سال ۲۰۰۹ بوده است که در ادامه به بررسی برخی از این مدل ها، پرداخته خواهد شد.

در سال ۱۸۶۵ و در خلال انجام آزمایشهای تجربی در دانشگاه گلاسگو، مشاهدات غیر منتظرهای از رفتار مکانیکی مواد فلزی و غیر فلزی در دماهای مختلف توسط تامسون و همکارانش دیده شد [7]. پیش از این نیز در مقالات منتشرشده تا سال ۱۸۴۸ توسط افرادی چون تاملینسون، رابرت هارلی، گریلس آدام، مالت و کاکلیز و دیگران، وابستگی رفتار مکانیکی فلزات و غیر فلزات به زمان و دما تا حد بسیار زیادی بررسی شده بود. این مشاهدات فقط با دو عبارت ویسکوزیته و مدول الاستيسيته قابل توصيف بود كه بعدها با عنوان ويسكوالاستيسيته رواج یافت. بارنبلات در سال ۱۹۶۲، با مد نظر قرار دادن زمانی غیر حقیقی و با استفاده از تئوري ويسكوالاستيسيته خطي، روشي به منظور محاسبه مدول ویسکوالاستیک نوک ترک ارائه کرد [۳]. در سال ۱۹۶۸، یک روش عددی به منظور تحلیل تنش مواد ویسکوالاستیک ارائه شد که در حقیقت ایده اولیه استفاده از سریهای پرونی و معادلات دیفرانسیل مربوط به آن است [۴]. رابرت.ال.تیلور و همکاران یک الگوریتم محاسباتی برای حل مسائل مقادير شبهاستاتيكي مواد جامد با رفتار ويسكوالاستيك خطى با دما و تغییر شکل مکانیکی ارائه دادند [۵]. برخلاف مفید بودن روش شده، به دلیل محاسبات عددی بسیار پیچیده در این وش عملاً استفاده از آن محدود شد. شجدیدد و همکاران رفتار یک ماده کامپوزیتی

های طولانی از زمان، با مدلسازی ویسکوالاستیک خطی شبیه سازی کردند [6]. این فرض، می توانست پدیده رشد ترک در این مواد را تا حد زیادی تسهیل کند. پس از وی، شاپری به بررسی [7]. گویان و لاریک رشد ترک خستگی

را در ساختارهای چوبی با استفاده از روش ویسکوالاستیسیته بررسی کردند [8-9]. چهار سال بعد یعنی در سال 1996، ترگارد و هاتچینسون، برای نخستین بار با بکارگیری مدل ناحیه چسبندگی⁴

برای مواد با بارگذاری خارج صفحه بررسی کردند [10].

- 1 Quasi-Brittle
- 2 Damaged Zone
- 3 Fracture Process Zone
- 4 Cohesive Zone Model
- 5 Independent Traction Sepration Law

روشهای متعددی به منظور مدلسازی شکست ویسکوالاستیک در نواحی اطراف ترک مورد بررسی قرار گرفت که از جمله آنها می

1998 اشاره کرد [11]. کاربرد روش بردلی نیز، به دلیل نادیده گرفتن پارامترهای اساسی مدلسازی ویسکوالاستیک، محدود شد. دیوید الن و همکاران مدلی میکرومکانیکی بر مبنای مدلی فیزیکی و مکانیک محیط پیوسته به منظور بررسی ناحیه ویسکوالاستیک اطراف [12]. در همین راستا، جاو نو و جان وایتکمب یک روش

منظور بررسی تأثیر ترک روی مدول آسایش⁶ لمینیت ویسکوالاستیک خطی انجام دادند [13]. پتی و همکاران فرایندی عددی و تحلیلی را بر مبنای تحلیلهای المان محدود⁷ و انتگرال مستقل مسیر⁸ به منظور بررسی شکست در مود ترکیبی مواد اورتوتروپیک (با رفتار ویسکوالاستیک) ارائه دادند. در این روش از قانون محافظه کارانه مبنای انتگرال مستقل مسیر استفاده شد که در آن، مودهای مجزای شکست بدون استفاده از گسسته شکست بدون استفاده از گسسته (14]. همین امر باعث ایجاد خطا در محاسبات میشد. گیسپ و همکاران با استفاده از مدل ویسکوالاستیک–اورتوتروپیک و المان های چوبی لایه ¹⁰ دار را با بارگذاری کوتاه مدت

و بارگذاری بلند مدت در حضور مقادیر ثابت دما و رطوبت شبیه کردند [15]. در این تحقیق مدل ارائه شده به دلیل نادیده گرفتن پدیده های تخریب¹¹، چندان کاربردی نشد.

طور که اشاره شد، تاکنون مدل های ویسکوالاستیک محدودی منظور تبیین خواص مکانیکی ناحیه آسیب نوک ترک ارائهشده است اما دلیل نادیده گرفتن اثر مهم حضور میکروترکها بر رفتار ناحیه آسیب و

همچنین، نبود صحتسنجی با نتایج تجربی، از چنین مدلهایی به بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب استفاده نشده است. درتحقیق حاضر، یک مدل جدید عددی بر مبنای روشهای ویسکوالاستیک و با بکارگیری سریهای پرونی (به دلیل داشتن مزایایی از جمله، محاسبات آسان، جامعیت و تغییر مناسب با شرایط) بهمنظور شبیه سازی رفتار پیچیده ناحیه آسیب نوک ترک ارائه شده است.

۲- مواد و روشها

1-1- اصول کلی مدلسازی ناحیه أسیب با روابط ویسکوالاستیک

، ط ک یژ یسک سیک س ک س نه نه ی ییرنک نه [16]. س نر- س کک کس¹² و مدل کلوین-ویت¹³ هستند که در آنها، مدل ماکسول، یک سیال ویسکوالاستیک را

- 9 Cohesive Element
- 10 Glued Laminated Timber
- 11 Collapsed Element
- 12 Maxwell's Model
- 13 Kelvin-Voigt Model

۲٫۲ | نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر – مهندسی مکانیک، دوره ۴۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۵

⁶ Relaxation Modulus

⁷ Finite Element Analysis

⁸ Independent Integral

توصيف مى كند، اما مدل كلوينويت يك جامد ويسكوالاستيك را نشان [16]. در صورتى كه رفتار ماده توسط دو مدل كلوينويت و ماكسول قابل تفسير نباشد، از تركيب اين مدل

با فرض تعادل ترمودینامیکی، رفتار ویسکوالاستیک خطی توانست به وسیله معادله بولتزمن ارائه شود. همچنین با فرض خطی (σ_{ij}) و کرنش (σ_{ij})

انتگرالی بیان شوند [17]. در دو بعد، تابع کرنش اولین بار توسط بتن ارائه شد. همچنین، روابط تنش-کرنش برای مواد ویسکوالاستیک به صورت زیر نوشته می شود [18]:

$$\varepsilon i j(t) = \int_{-\infty}^{t} J(t-\tau) \frac{d\sigma_{ij}(t)}{d\tau} d\tau$$
⁽¹⁾

که در آن، J(t) به ترتیب نرمی خزشی¹ (کرنش به ازای واحد تنش اعمالی) و تاخیر زمانی نامیده می شوند. این معادلات به منظور تعیین پاسخ آسودگی (که در آن، تنش (σ) نسبت به کرنش داده شده (s) پاسخ خزش (که در آن کرنش (σ) (σ) شود) یا پاسخ خزش (که در آن کرنش (s) (σ) (σ) ($\sigma = Q(\varepsilon)$

که در آن،
$$Q = Q$$
 به صورت زیر بیان میشود:

$$p \sigma = \sum_{m=0}^{M} p_m \frac{d^m}{dt^m}$$

$$Q \varepsilon - \sum_{n=0}^{N} q_n \frac{d^n}{dt^n}$$
(2)

که در آن ضرایب $p_m \quad p_m$ های فنر و مستهلک کننده مربوط به مدل، تعیین می شوند. نظر به اینکه معادله (2) یک معادله دیفرانسیل مرتبه M برای پاسخ آسودگی (و همچنین یک معادله $N \quad M$ دیفرانسیل مرتبه N برای پاسخ خزش) است، باید مقادیر اولیه Nتعیین شود. این مقادیر از شرایط مرزی مسأله به دست می آیند که عبارتند .

$$\sigma \quad 0 = \sigma_0, \dot{\sigma} \quad 0 = \dot{\sigma}_0, \dots, \left(\frac{d^{N-1}\sigma}{dt^{N-1}}\right)_{t=0} = \sigma_0^{N-1}$$

$$\varepsilon \quad 0 = \varepsilon_0, \dot{\varepsilon} \quad 0 = \dot{\varepsilon}_0, \dots, \left(\frac{d^{M-1}\varepsilon}{dt^{M-1}}\right)_{t=0} = \varepsilon_0^{M-1}$$
(3)

ج به ترتیب مقادیر کرنش و تنش هستند. در σ ت و تنش هستند. در تحقیق حاضر با توجه به بار اعمالی به نمونه و دمای ثابت محیط، کرنش به صورت تابعی از تنش و برحسب زمان متغیر است بنابراین، می فرایند را خزش در نظر گرفت. در این صورت، معادله کلی (2) زیر تغییر می کند:

$$\varepsilon \ t = J(t)\sigma_0 \tag{4}$$

از آنجا که نرمی خزشی عکس مدول الاستیسیته است بنابراین، با

محاسبه این پارامتر در واقع مدول الاستیسیته محاسبه می شود. شکل 1 ناحیه آسیب نوک ترک را نشان می دهد که شامل تعداد بیشماری میکروترک است که هرکدام دارای اندازه، جهت و عمق مخصوص به خود هستند. وجود میکروترک در این ناحیه باعث بروز رفتار پیچیده در ناحیه می .



علت عمده این رفتار را می نه سی یه یه میکروترک در کنار بخشی که مربوط به میکروترک است دانست. بدین ترتیب که به ازای انرژی ورودی به ناحیه آسیب، (ناشی از بارگذاری) زمینه بدون میکروترک، رفتار الاستیک خطی و زمینه شامل میکروترک، رفتاری ویسکوز (اتلاف کننده انرژی به صورت افزایش طول میکروترک) نشان خواهند داد. البته این حقیقت با در نظر گرفتن المان حجمی معرف²(یک میکروترک و محیط اطراف آن) نیز قابل دیدن است.

از این رو، رشد و نمو میکروتر ک ی ی فری ی س ک سکس شود بلکه متناسب با ویژگی س ی قر یر تر دوگانه نشان دهند، به این معنی که میتوانند باعث افزایش یا کاهش سرعت رشد ترک شوند. به همین دلیل، باید به دنبال راهکاری مناسب به منظور شبیه سازی این قبیل ساختار ثر س (ک اغلب نامطلوب است) تا حد امکان پیش بینی شود. یکی از این راهکارها،

بنابراین، در تحقیق حاضر، سعی بر آن است تا با ارائه یک مدل عددی جدید بر مبنای تئوری ویسکوالاستیک و با استناد به سری پرونی، رفتار ناحیه آسیب با مدنظر قرار دادن میکروترکها شبیه شود. در این روش، به منظور شبیهسازی رفتار ناحیه آسیب، از مدل ترکیبی کلوینویت و ماکسول استفاده می . های ترکیبی به کار رفته به منظور بیان رفتار جامدات که اغلب ترکیبی از مدل استاندارد کلوینویت و ماکسول هستند در جدول 1

نشریه علمی پژوهشی امیر کبیر – مهندسی مکانیک، دوره ۴۸، شماره ۴، زمستان ۱۳۹۵ | 403

¹ Creep Compliance

² Representative Volume Element (RVE)

| ، کار رفته به منظور بیان رفتار | های ترکیبی استاندارد به | :1 |
|--------------------------------|-------------------------|----|
| [19 | 16 14] | |

| شماتیک مدل | پاسخ خزش | مدل |
|--|---|-------------------------------|
| | $\varepsilon(t) = \sigma\left(\frac{K_2 + K_1(1 - e^{\frac{t}{\tau}})}{K_1 K_2}\right)$ | دو المانی (سه پارامتری) |
| $ \begin{array}{c} c_1 & c_2 & \sigma \\ \hline \\ \eta & \chi \\ \eta & \chi \\ \hline \\ \eta & \chi \\ \eta & \chi \\ \hline \\ \eta & \chi $ | $\mathcal{E}(t) = \sigma_0 \left[\frac{k_1 k_2}{k_1 k_2} \left(1 - \sigma^{\frac{2}{2}} \right) + \frac{\sigma_0}{k_1} + \frac{\sigma_0 t}{\eta_1} \right]$ | سه المانی (چهار پارامتری) |
| $ \begin{array}{c} \overbrace{i_{1}}^{e_{1}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \sigma \\ \overbrace{i_{1}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \sigma \\ \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \sigma \\ \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \sigma \\ \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \sigma \\ \overbrace{i_{2}}^{e_{2}} \overbrace{i_{2}} i_{$ | $c(t) = \frac{\sigma_0(k_{1k}k_2)}{k_1k_2} + \frac{\sigma_0(k_{1k}k_2)}{\eta_1} + \frac{\sigma_0(k_{1k}k_2)}{\eta_1k_1k_2} + \frac{\sigma_0(k_{1k}k_2)}{\eta_1k_2} + \frac{\sigma_0(k_{1k}k_2)}{\eta_$ | سه المانی (پنج پارامتری) |

۲-۲- کرنش ناحیه آسیب

در حین بارگذاری، تانسور کرنش کلی ناحیه آسیب به دو بخش کرنش ماتریس (بستر چسبنده¹) و کرنش ناشی از حضور میکروترک توزیع شده در ماتریس تقسیم میشود. از این رو تانسور کرنش کلی ناحیه آسیب را می توان به صورت زیر نوشت [20].

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \Sigma \ \varepsilon_m \tag{5}$$

که در آن، $\varepsilon_{a} = \varepsilon_{c} = \varepsilon_{a}$ به ترتیب نشاندهنده کرنش ناحیه آسیب، کرنش بستر چسبنده و کرنش ناشی از حضور میکروترک . بنابراین، بنابر آنچه میکروترکها در چه نوع بستری رشد کنند، ε_{a} . متغیر باشد. در تحقیق حاضر، از آنجا که زمینه اپوکسی است، از این ε_{a} را الاستیک در نظر گرفت. از طرف دیگر مطابق شکل 2 چون انرژی وارد شده به میکروترکها اغلب صرف غلبه بر نیروهای بین مولکولی و باز شدن ترک می شود، بنابراین می توان کرنش ناشی از حضور میکروترکها را به دو بخش کرنش الاستیک خطی ε_{ij}^{a} و کرنش غیر الاستیک غیر خطی ε_{ij}^{a} تقسیم کرد [20]:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{ij}^{-e} + \varepsilon_{ij}^{-i} \tag{6}$$

کرنش ماتریس (بستر چسبنده) با فرض اعمال تنش به قطعه به صورت معادله زیر مشخص می [20]:

$$\varepsilon_{ij}^{-e} = D_{ijkl} \,\sigma_{kl} \tag{7}$$

که در آن، D_{ijkl} مه ترتیب نشان دهنده تانسور نرمی الاستیک و تنش اعمالی به ناحیه آسیب است. در که، کرنش ناشی از حضور میکروترکهای توزیع شده در ماتریس به صورت زیر توزیع می [20]:

$$\varepsilon_{i}^{-c} = \sum_{i=1}^{N} \left[\varepsilon_{i} n_{i} \otimes n_{i} + sym \ \gamma_{i} \otimes n_{i} \right]$$
(8)

4



شکل 2: شماتیک غلبه بر نیروهای بین مولکولی نوک ترک که در آن مطابق شکل $\hat{E}_i = \hat{P}_i - \hat{r}_i$ ترتیب نشان جایی باز شدن میکروترک در جهت عمود بر صفحه² i امین میکروترک هستند .



جایی باز شدن میکروترک در دو راستا

(9) تواند به صورت زیر نیز بازنویسی شود:

$$\varepsilon_{ij}^{-c} = K_{ijkl} \,\sigma_{kl} \tag{9}$$

که در آن، K_{ijkl} تانسور نرمی غیر الاستیک (ویسکوز) مربوط به زمینه شامل میکروترک است. همانطور که در شکل فوق دیده می

جایی لغزشی ناشی از افزایش طول ترک و جابهجایی کششی ناشی از رفتار الاستیک زمینه است. به عبارت دیگر، جابهجایی لغزشی ناشی از جذب انرژی و افزایش طول ترک است (استهلاک انرژی)، حال آنکه، جایی کششی ناشی از رفتار الاستیک زمینه بوده که به مرور زمان

شکل 3:

¹ Cohesive Base

^{404 |} نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر – مهندسی مکانیک، دوره 48

² Extension

³ Sliding

مهدی فکور، نبی مهریخوانساری

باعث پیدایش ترکهای بسیارریز در زمینه می شود. از این رو، ناحیه آسیب تواند مطابق شکل 4 های ویسکوالاستیک (ترکیب فنر و مستهلک کننده) بیان شود.



شکل 4: مدلسازی ویسکوالاستیک میکروترک نحوه ترکیب فنر و مستهلککننده مطلوب به منظور شبیه ناحیه آسیب، به خواص مکانیکی ناحیه آسیب بستگی دارد.

۲-۳- تانسور نرمی کل

مواد کامپوزیت پایه پلیمری¹ انواع متعددی دارند. یکی از پر کاربردترین این مواد در صنعت، کربن اپوکسی است. هر لایه در کامپوزیتهای تکلایهای، چهار خاصیت مستقل مرتبط با ماده دارد که رفتار مکانیکی درون صفحهای را بیان می کند. هریک از این خواص می

تابعی از زمان، دما و تنش بیان شوند [21]. این خواص در قالب ماتریس و به صورت زیر محاسبه می [22]:

$$s \ t = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} = (J \ t \)^{-1}[a]$$
(10)

که در آن، [a] J(t) ترتیب ماتریس سازگاری کل کامپوزیت و تانسور نرمی ویسکوالاستیک بوده که در آن، [a] به صورت زیر تعریف .

$$a = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{11}} & -\frac{v_{21}}{E_{22}} & 0\\ -\frac{v_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}$$
(11)

همچنین، *J(t)* نیز تانسور نرمی ویسکوالاستیک بوده که به مدل ویسکوالاستیک انتخابی بستگی دارد.

1 Polymer-Based Composite Matrials (PCM)

۳- شبیهسازی رفتار ناحیه آسیب ۳-۱- تعیین تجربی خواص کامپوزیت پایه پلیمری

در تحقیق حاضر، از ماده کامپوزیت چهارلایه تکجهته² کربن اپوکسی استفاده شد. بدین منظور نمونههای کامپوزیت چهارلایه تکجهته کربن اپوکسی مطابق استاندارد D3039-ASTM آزمایش کشش و به روش قالب گیری انتقال رزین به کمک خلاء³ مطابق شکل 5



الزامات ساخت كامپوزيت طبق استاندارد ASTM-D3039 .

2: الزامات ساخت کامپوزیت طبق استاندارد ASTM-D3039 (ابعاد بر حسب میلیمتر)

| ضخامت تب | ضخامت | طول | عرض | جهت الياف |
|----------|-------|-----|-----|-----------|
| ۱/۵ | Ň | ۲۵۰ | 10 | ۰ درجه |

در آزمایش انجامشده از الیاف کربن تکجهته 150

0/25 میلیمتر استفاده شد. برای مواد اورتوتروپیک با سه

صفحه تقارن به منظور محاسبه ماتریس نرمی $P = P_2 \cdot P_3$ محاسبه ماتریس نرمی $P_3 = P_2 \cdot P_3$ محال برشی سه مدول کششی $E_2 \cdot E_2 \cdot E_2 \cdot E_3$ معاد اور توتروپیک، سه مدول برشی $G_{12} \cdot G_{23} \cdot G_{12}$ معاد $G_{12} \cdot G_{23} \cdot G_{12}$ معاد بر الیاف با $E_{33} \cdot E_{22} \cdot E_{11}$ از آزمایش نمونه در راستای الیاف و عمود بر الیاف با استفاده از دستگاه تست کشش به ترتیب 55/5 10/5 10 گیگاپاسکال محاسبه شدند. همچنین، ضریب پواسون $V_{12} \cdot V_{23} \cdot V_{23} \cdot V_{23}$ بنابر کرنشهای در جهت الیاف و یا عمود بر الیاف، به ترتیب 20/5 10 10/5 20 مار

2

$$\begin{split} G_{12} = & \frac{\sin^2 Q.\cos^2 Q}{\frac{1}{E_x} - \frac{\cos^4 Q}{E_1} - \frac{\sin^4 Q}{E_2} + \left(\frac{v_{21}}{E_1} + \frac{v_{12}}{E_2}\right) \sin^2 Q.\cos^2 Q} \\ G_{23} = & \frac{\sin^2 Q.\cos^2 Q}{\frac{1}{E_x} - \frac{\cos^4 Q}{E_2} - \frac{\sin^4 Q}{E_3} + \left(\frac{v_{32}}{E_2} + \frac{v_{23}}{E_3}\right) \sin^2 Q.\cos^2 Q} \end{split}$$

2 Unidirectional(UD)

³ Vacuum Assisted Resin Transfer Molding (VARTM)

⁴ Compliance Matrix

شبیه سازی رفتار ناحیه آسیب نوک ترک مواد اور توتروپیک با استفاده از مدل ویسکوالاستیک



شکل 7: تغییرات کرنش حداکثری (در راستای الیاف) ناحیه آسیب به ازای افزایش تعداد میکروترک







با توجه به نحوه تغییرات تنش و کرنش به ازای تغییرات میکروترک (و یا تغییرات K) ترین ترکیب فنر مستهلککننده با استفاده از (ت یا انتخاب می الله مورت زیر انتخاب می الله در آن، σ_0 مقدار تنش ثابت اعمال شده به ناحیه آسیب است.

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left(\frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \left(1 - e^{\frac{-t}{r_1}} \right) + \frac{1}{k_1} e^{\frac{-t}{r_1}} \right)$$
(13)

بنابراین، بهمنظور بیان رفتار ناحیه آسیب که در آن، تعداد نامحدود میکروترک وجود داشته و میکروترک n 1 تغییر کنند، می توان رابطه بین تنش و کرنش را به صورت زیر بیان کرد:

| G - | $sin^2Q.cos^2Q$ | | | | |
|-------------------|-----------------|----------|----------|--|------|
| O ₃₁ - | 1 | cos^4Q | sin^4Q | $\begin{pmatrix} v_{13} + v_{31} \\ sin^2 O cos^2 O \end{pmatrix}$ | (12) |
| | Ex | E_3 | E_1 | $\left(\overline{E_3}^+,\overline{E_1}^-\right)^{\sin Q,\cos Q}$ | () |

| که در آن، Ex و به ترتیب، مقدار مدول کششی در راستای زاویه | |
|--|-----|
| لا ($E_{_{+45}}$ 45 درجه هستند (با آزمایش در راستای 45 $(E_{_{+45}})$ | 15° |
| . 23/5 گیگا پاسکال محاسبه شد). بنابراین طبق روابط فوق، سه | Ex |
| ا 12/27 18/51 66/53 به ترتیب $G_{_{31}}$ $G_{_{23}}$ $G_{_{12}}$ | |

۲-۲- شبیه سازی رفتار ناحیه آسیب با روش المان محدود

در این روش، ابتدا مطابق نتایج حاصل از روش تجربی، استاندارد کشش ASTM-D3039 افزار المان محدود آباکوس¹ . سپس، به منظور شبیهسازی ناحیه آسیب در نرم افزار المان محدود، مطابق شکل 6 میکروترکهای بیضی شکل (با توجه به اینکه اکثر میکروترکها بیضی شکلهستند) در ناحیه آسیب تقریبی با ابعاد مشخص، ایجاد شدند. بدین منظور، ابتدا نمونه بدون میکروترک و سپس نمونههای میکروترکدار به ترتیب افزایش تعداد میکروترک (چگالی میکروترک) مورد آزمایش قرار گرفته و میزان تنش و کرنش حداکثری آنها ثبت شد. در پایان، میزان تغییرات نرمی غیرالاستیک (*X*)، محاسبه و در نهایت مدل



شکل 6: شماتیک افزایش تعداد میکروترک در نمونه استاندارد D3039-ASTM

همانطور که دیده می (1) بدون میکروترک بوده و به ترتیب در نمونهها تعداد آن افزایش مییابد. شکل 7، تغییرات حداکثر کرنش به ازای افزایش تعداد میکروترک را (افزایش چگالی میکروترک)

4

406 | نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر – مهندسی مکانیک، دوره 48

¹ Abaqus

مهدی فکور، نبی مهریخوانساری

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left(\frac{1}{k_1} + \sum_{l=1}^n \frac{1}{k_l} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_l}} \right) \right)$$
(14)

$$s_{11} = \left(\frac{1}{k_1} + \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{k_l} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_l}}\right)\right)^{-1} \left(\frac{1}{E_{11}}\right)$$

$$s_{22} = \left(\frac{1}{k_1} + \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{k_l} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_l}}\right)\right)^{-1} \left(\frac{1}{E_{22}}\right)$$

$$s_{33} = \left(\frac{1}{k_1} + \sum_{l=1}^{n} \frac{1}{k_l} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau_l}}\right)\right)^{-1} \left(\frac{1}{E_{22}}\right)$$
(15)





میکروترک در ناحیه آسیب است مطابق شکلهای 10 18 . نتایج حاصل را میتوان مطابق شکل 12 با مقادیر حاصل شده از روش المان محدود مقایسه کرد.

10 نتایج فوق را می توان برای راستای الیاف (s_{22}) نیز مطابق شکل تقریب زد.



شکل 11: نرمی در راستای الیاف به ازای افزایش چگالی میکروترک



شكل 12: مقايسه مقادير نرمى روش ويسكوالاستيك و المان محدود



شکل 13: نرمی در راستای عمود بر الیاف به ازای افزایش چگالی میکروترک

٤- ضميمه

٤-١- المان ماكسول [١٦]

المان ماکسول در سادهترین حالت، از ترکیب سری یک المان فنرالاستیک خطی با یک المان مستهلککننده مطابق شکل 14 تشکیل



$$arepsilon = arepsilon_1 + arepsilon_2$$
 روابط مربوط به این المان عبارتند از:
 $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$ (16)

که در آن _{E1} ، ₂ به ترتیب، نشاندهنده کرنش در فنر و مستهلک کننده است. مقادیر آنها به ترتیب زیر است:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{k}\sigma$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{1}{\mu}\sigma$$
(17)

$$\varepsilon t = \sigma \left(\frac{1}{\mu} t + \frac{1}{k} \right)$$
 (18)

٤-٢- المان كلوين-ويت [17]

در شکل 15 سادهترین حالت المان کلوین-ویت شامل یک المان فنرالاستیک خطی و یک المان مستهلککننده نشان داده شده است.



$$s = s_1 + s_2 e = e_2 = e_1$$
(19)

که در آن $\sigma_1 = \sigma_2 - \sigma_1$ به ترتیب، تنش در فنر و مستهلک کننده است. همچنین $\mu = k$ به ترتیب سختی مربوط به فنر و مستهلک کننده هستند. در نهایت با اعمال تبدیل لاپلاس معکوس، مقدار کرنش بر حسب زمان

$$\varepsilon t = \frac{\sigma_0}{k} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$
(20)

٥- نتيجه گيري

تاکنون مدلهای ویسکوالاستیک محدودی بهمنظور تبیین خواص مکانیکی ناحیه نوک ترک در مواد ایزوتروپیک و اورتوتروپیک ارائهشده دلیل نادیده گرفتن اثر مهم حضور میکروترکها بر رفتار ناحیه آسیب و همچنین، نبود صحتسنجی با نتایج تجربی، از چنین مدلهایی منظور بررسی خواص مکانیکی ناحیه آسیب استفاده نشده است. همچنین چنین مدلهایی، اغلب به دلیل محاسبات سنگین و وقت گیر

سی بری سی تر سکر . ی بی کیک ی سی تر سکر . ی حاضر، یک مدل جدید بر مبنای روش های ویسکوالاستیک به شبیه سازی رفتار پیچیده ناحیه آسیب استفاده شد. این روش جدید که بر مبنای نتایج عددی و تجربی است، می تواند با دقت مناسبی رفتار ناحیه آسیب را شبیه سازی کند.

٦- مراجع

- A.R. Gowhari Anaraki, M. Fakoor. 2010. "Mixed mode fracture criterion for wood based on a reinforcement microcrack", *Materials Science and Engineering A*, p. 6.
- [2] W.Thomson, 1865. "On the elasticity and viscosity of metals". Proceedings of the Royal Society of London, 289-297.
- [3] G. I. Barenblatt, 1962. "*The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture*". Advances in applied mechanics, 7(55-129), 104.
- [4] O. C., Zienkiewicz, M., Watson, & King, I. P., 1968.
 "A numerical method of visco-elastic stress analysis". *International Journal of Mechanical Sciences*, 10(10), 807-827.
- [5] R. L., Taylor, K. S., Pister, & G. L. Goudreau, 1970., "Thermomechanical analysis of viscoelastic solids". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2(1), 45-59.
- [6] A.P. Schniewind, and J.D. Barret, 1972. "Wood as a linear orthotropic viscoelastic material". *Wood Science* and Technologies 6, 43–57.
- [7] R. A. Schapery, 1975. "A theory of crack initiation and growth in viscoelastic media". *International Journal* of Fracture, 11(1), 141-159.
- [8] G. Guyon, 1987. "*Prévisions de la rupture différée du pin maritime en flexion*", Doctoral dissertation, ANRT.

مهدی فکور، نبی مهریخوانساری

Using A 3d Orthotropic–Viscoelastic Model And Cohesive Elements". In Proceedings of the 7th Solid Mechanics Conference,Lisbon, Portugal.

- [16] J. N. Reddy, "An introduction to continuum mechanics". s.l. : Cambridge University Press, 2008.
- [17] R.M. Chrestensen, 1982. "Theory of viscoelasticity: an Introduction". Academic Press.
- [18] Betten, J., 1981. "Creep theory of anisotropic solids". *Journal of Rheology* (1978-present), 25(6), 565-581.
- [19] N. W. Tschoegl, 2012. "The phenomenological theory of linear viscoelastic behavior: an introduction". Springer Science & Business Media.
- [20] L. Gambarotta, S. Lagomarsino, "A microcrack damage model for brittle materials", *International Journal of Solids and Structures*, pp. 177-198, 1993.
- [21] K. C., Gramoll, D. A., Dillard, & , H. F. Brinson, 1989. "A stable numerical solution method for inplane loading of nonlinear viscoelastic laminated orthotropic materials". *Composite Structures*, 13(4), 251-274.
- [22] F.Dubois, C.Chazal, , & C.Petit, 2002. "Viscoelastic crack growth process in wood timbers: an approach by the finite element method for mode I fracture". *International journal of fracture*, 113(4).
- [23] Standard, A. S. T. M. (2008). D3039. D3039M-08.

- [9] P. Larricq, 1992. "Une méthode d'estimation des caractéristiques de rupture différée d'un matériau viscoélastique orthotrope". Application au bois. These, (738).
- [10] V., Tvergaard, & J. W. Hutchinson, 1996. "Effect of strain-dependent cohesive zone model on predictions of crack growth resistance". *International Journal of Solids and Structures*, 33(20), 3297-3308.
- [11] W., Bradley, W. J., Cantwell, & H. H. Kausch, 1997. "Viscoelastic creep crack growth: a review of fracture mechanical analyses". Mechanics of Time-Dependent Materials, 1(3), 241-268.
- [12] D. H., Allen, & C. R. Searcy, 2001. "A micromechanical model for a viscoelastic cohesive zone". *International Journal of Fracture*, 107(2), 159-176.
- [13] J., Noh, & J.Whitcomb, 2003. "Effect of transverse matrix cracks on the relaxation moduli of linear viscoelastic laminates". *Journal of composite materials*, 37(6), 543-558.
- [14] R. M., Pitti, F.Dubois, C., Petit, & N.Sauvat, 2007. "Mixed mode fracture separation in viscoelastic orthotropic media: numerical and analytical approach by the Mθv-integral". *International Journal of Fracture*, 145(3), 181-193.
- [15] G., Zagari, S., Fortino, & G., Dill-Langer, 2009., "Fem Simulation Of Crack Growth In Glulam By