نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۴۹، شماره ۱، سال ۱۳۹۶، صفحات ۱۷۱ تا ۱۸۴
DOI: 10.22060/mej.2016.553

معرفی ضخامت بحرانی یک لایه متخلخل بر حسب نسبت تخلخل و اثر آن بر نرخ انتقال حرارت

محسن نظری*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۹ آذر ۱۳۹۳
بازنگری: ۲۴ اسفند ۱۳۹۳
پذیرش: ۹ اردیبهشت ۱۳۹۴
ارائه آنلاین: ۱ دی ۱۳۹۵

کلمات کلیدی:
انتقال حرارت
لایه متخلخل
ضخامت بحرانی
عایق حرارتی
روش شبکه بولتزمن

چکیده: بررسی اثرات لایه متخلخل در یک محفظه بر انتقال حرارت جابجایی و دستیابی به مقدار بهینه انتقال انرژی در عایق‌های حرارتی از جمله مباحث پژوهشی به‌روز در انتقال حرارت است و طرح جامعی نیز در ادبیات مساله وجود ندارد. با توجه به اینکه در یک محفظه بسته با دیواره‌های قائم دماثابت، انتقال حرارت با وجود لایه‌های متخلخل عمودی بیشتر از لایه افقی می‌باشد، در این مقاله به بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل عمودی بر انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه برای طراحی بهینه عایق‌های حرارتی به روش شبکه بولتزمن پرداخته شده است. بر همین اساس، پس از بررسی اجمالی اثر موقعیت لایه متخلخل عمودی بر مقادیر عدد ناسلت متوسط، به بررسی اثر تغییر ضخامت لایه متخلخل پرداخته می‌شود. در ابتدا، با تغییر موقعیت لایه متخلخل عمودی در محفظه مشاهده شد که میزان حرارت منتقل‌شده در حالتی که لایه متخلخل در وسط محفظه قرار می‌گیرد بیشتر از سایر حالات می‌باشد. در ادامه با بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل در این موقعیت نشان داده شد که در مقادیر مشخصی از عدد رایلی و دارسی، عدد ناسلت روند کاهشی از خود نشان می‌دهد که این روند بر اساس عدد رایلی اصلاح‌شده قابل تفسیر است. همچنین، ضخامت بحرانی لایه متخلخل، در مقادیر متوسط اعداد رایلی اصلاح‌شده برای اولین بار گزارش شده است.

۱- مقدمه

بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در ماده متخلخل از مباحث نسبتاً قدیمی در انتقال حرارت و مکانیک سیالات به شمار می‌آید. به دلیل کاربردهای فراوان مواد متخلخل در صنعت، مانند تکنولوژی عایق‌های حرارتی، طراحی مبدل‌های حرارتی، صنایع ریخته‌گری و غیره نیاز به بررسی انتقال حرارت و جریان سیال در مواد متخلخل روزبه‌روز گسترش یافته است [۱]. بنابراین مدل‌های مختلفی برای مدل‌سازی صحیح جریان و انتقال حرارت در مواد متخلخل ارائه شده است به‌طوریکه این مدل‌ها به مرور زمان گسترش یافتند [۲]. از جمله ساده‌ترین این مدل‌ها می‌توان به مدل دارسی اشاره کرد. سپس فورش هایمر با اضافه کردن نیروی پسای غیرخطی به مدل دارسی توانست این مدل را برای مدل‌سازی صحیح جریان در سرعت‌های بالا بهبود بخشد. همچنین برینکمن با اضافه نمودن جمله تنش‌های ویسکوز به مدل دارسی موفق شد، شرط عدم لغزش را بر روی ماتریس جامد اعمال نموده و اثرات لایه مرزی ایجادشده در این ناحیه را وارد معادله مومنتوم کرده و مدل مذکور را بهبود بخشد. بنابراین در بسیاری از مطالعات عددی برای مدل‌سازی جریان در ماده متخلخل مدل‌های دارسی، دارسی- برینکمن و دارسی- فورش هایمر مورد استفاده قرار گرفتند [۳-۸]. سرانجام مدل ناویر- استوکس تعمیم‌یافته یا به عبارتی مدل برینکمن- فورش هایمر به عنوان مدلی کامل که اثرات تمام نیروهای وارد بر سیال در حضور ماده متخلخل را در معادله مومنتوم وارد می‌کند، معرفی شد [۲]. نیتیارژ و همکاران [۹]، با استفاده از این مدل، به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه متخلخل همگن پرداختند. آن‌ها در این مطالعه با استفاده از روش المان محدود به بررسی اثر عوامل بی‌بعد، بر مقادیر عدد ناسلت پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش عدد دارسی و به تبع آن افزایش سرعت سیال در ماده متخلخل دیگر نمی‌توان از سهم نیروی پسای شکلی نسبت به نیروی پسای ویسکوز چشم‌پوشی کرد. به عبارتی در این رژیم، که رژیم غیر دارسی نامیده می‌شود، مقادیر عدد ناسلت متوسط به‌دست‌آمده بر اساس مدل تعمیم‌یافته ناویر- استوکس اختلاف زیادی با نتایج به‌دست‌آمده بر اساس مدل‌های ساده‌شده دیگر مانند مدل دارسی- برینکمن و مدل دارسی- فورش هایمر نشان می‌دهند. همچنین در این مطالعه اثر جمله جابجایی در معادله مومنتوم بر دقت نتایج حل عددی بررسی شد. نتایج نشان داد که در رژیم دارسی، اثر جمله جابجایی بر مقادیر عدد ناسلت متوسط قابل‌ملاحظه نبوده اما با افزایش عدد دارسی و به عبارتی در رژیم غیر دارسی، اثر این جمله در مقادیر عدد ناسلت محفظه قابل‌ملاحظه می‌باشد. به طور کلی گزارش شد با در نظر گرفتن جمله جابجایی در معادله مومنتوم، مقادیر عدد ناسلت متوسط، مقادیر پایین‌تری را نشان می‌دهند.

در برخی از کاربردهای صنعتی از جمله کنترل فرآیند ریخته‌گری برای ساخت قطعات با خواص مورد نظر و نیز تکنولوژی ساخت عایق‌های حرارتی برای صرفه‌جویی در انرژی، سیستم فیزیکی به صورت لایه‌ای از

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mnazari@shahroodut.ac.ir

ماده متخلخل در کنار لایه‌ای از سیال در یک محفظه دوبعدی که دارای دو دیواره دماثابت در طرفین و دو دیواره عایق در بالا و پایین محفظه می‌باشد، مدل می‌شود [۱۰و۱۱]. برای مدل‌سازی مناسب، لازم است معادلات حاکم در هر دو ناحیه و نیز شرط مرزی مناسب برای کوپله‌شدن صحیح این معادلات شناسایی شد. بر همین اساس مطالعات عددی زیادی برای بررسی اثر لایه متخلخل بر انتقال حرارت و جریان سیال در موقعیت‌های مختلف با استفاده از مدل‌های دارسی و دو مدل تعمیم یافته آن (مدل برینکمن و فورش هایمر) به‌خصوص با استفاده از مدل برینکمن انجام شده است [۲، ۱۵-۱۲]. از جمله مطالعات انجام‌شده در زمینه مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه دارای لایه متخلخل می‌توان به مطالعه بکرمن و همکاران [۱۶] اشاره کرد. در این مطالعه با تغییر موقعیت لایه متخلخل در داخل یک محفظه دوبعدی، خطوط جریان و هم‌دما برای بررسی اثر عدد رایلی، دارسی و پرانتل بر الگوی جریان و میزان حرارت منتقل‌شده در مقادیر مختلف نسبت ضرایب هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال گزارش شده‌است. در حقیقت، در این مطالعه نتایج آزمایشگاهی مشاهده‌شده با نتایج به‌دست‌آمده از حل عددی به روش حجم محدود مقایسه شده است. البته این نکته قابل‌توجه است که نتایج گزارش‌شده در این مطالعه، در اعداد دارسی کوچک برای لایه متخلخل (اعداد رایلی اصلاح‌شده پایین) گزارش شده است و به همین دلیل در این مطالعه مکانیزم حرارتی غالب مشاهده شده در لایه متخلخل به صورت هدایت حرارتی می‌باشد. همچنین در معادلات مربوط به لایه متخلخل، جمله جابجایی در نظر گرفته نشده‌است. هر چند که در این مطالعه عدد ناسلت به عنوان عامل مهم برای بررسی میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه گزارش نشده است ولی همان‌طور که اشاره شد، مطالعه نیتیارژ و همکارن [۹] نشان داد که حذف جمله جابجایی در معادله مومنتوم به خصوص در رژیم غیر دارسی باعث ایجاد خطا در مقادیر عدد ناسلت متوسط می‌شود.

همچنین چن و همکاران [۱۱] در یک مطالعه عددی به روش حجم محدود بر اساس معادلات تعمیم‌یافته ناویر- استوکس به بررسی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دوبعدی به‌طوریکه دو لایه متخلخل افقی در بالا و پایین آن قرار داشت، پرداختند. آن‌ها در این مطالعه به بررسی اثر عدد رایلی، عدد دارسی و ضخامت دو لایه متخلخل بر روی الگوی جریان و عدد ناسلت بر روی دیواره سرد پرداختند. در کلیه مطالعات گفته‌شده از روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی از جمله حجم محدود، المان محدود و تفاضل محدود استفاده شده‌است. اخیرا روش شبکه بولتزمن به عنوان ابزاری قدرتمند در شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت توسعه یافته‌است [۱۷،۱۸و۱۹].

برخلاف روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی که براساس دیدگاه ماکروسکوپی می‌باشند، روش شبکه بولتزمن بر مبنای مدل‌های میکروسکوپی و معادله جنبشی (دیدگاه مزوسکوپی) استوار است که در آن رفتار جمعی ذرات تشکیل‌دهنده محیط سیال برای شبیه سازی رفتار سیستم (به عنوان یک محیط پیوسته) مورد بررسی قرار می‌گیرد. این روش به‌طور موفقیت‌آمیزی برای مدل‌سازی جریان سیال تراکم‌ناپذیر [۲۰ و ۲۱] و مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت در محیط متخلخل به کار گرفته شد [۲۲، ۲۳ و ۲۴]. از جمله برتری‌های این روش نسبت به سایر روش‌های متداول دینامیک سیالات محاسباتی می‌توان به تولید شبکه آسان، هزینه محاسباتی کم، سرعت همگرایی و پایداری مناسب این روش و به‌علاوه به کارگیری آسان این روش در مواجهه با معادلات پیچیده اشاره کرد [۲۵].

به‌طور کلی، برای مدل‌سازی جریان در ماده متخلخل از دو رویکرد اصلی مقیاس حفره و مقیاس متوسط حجمی استفاده می‌شود. در مقیاس حفره که مقیاس کوچکتری می‌باشد، محیط متخلخل به صورت بلوک‌های جامدی در داخل سیال مدل‌سازی شده و شرط مرزی عدم لغزش بر روی مرز بلوک‌های جامد اعمال می‌شود. هر چند اعمال این روش ساده می‌باشد اما این روش با کاستی‌هایی روبرو می‌باشد که از جمله آن‌ها می‌توان به ناتوانی این روش در ساختن هندسه صحیح ماده متخلخل، حجم محاسبات بالا در این روش و واگرایی آن در مقادیر بالای سرعت متوسط حجمی سیال [۲۲] اشاره کرد. گوا و ژائو [۲۲] با استفاده از معادلات ناویر- استوکس تعمیم‌یافته در مقیاس متوسط حجمی، معادلات شبکه بولتزمن را برای مدل‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت در محیط متخلخل ارائه کردند که تطابق خوبی با حل‌های عددی گذشته از خود نشان داد. آن‌ها در بخشی از این مطالعه، به مدل‌سازی جریان سیال در داخل یک کانال که نیمه پایینی آن توسط لایه متخلخل اشغال شده بود و صفحه بالایی آن با سرعت ثابت حرکت می‌کرد (فرم خاصی از جریان کوئت) پرداختند. مقایسه نتایج با حل تحلیلی موجود نشان داد که این مدل بدون اعمال شرط مرزی پیوستگی سرعت و تنش برشی در سطح تماس سیال و لایه متخلخل، قادر به ارضای آنان و مدل‌سازی صحیح جریان در مرز بین سیال و لایه متخلخل می‌باشد.

در این رابطه رانگ و همکاران [۲۴] برای مدل‌سازی جریان سیال بر روی یک سیلندر پوشیده‌شده از ماده متخلخل در داخل یک کانال نشان دادند که برای مدل‌سازی جریان با استفاده از روش شبکه بولتزمن تنها کافی است ناحیه سیال به عنوان یک لایه متخلخل دارای نفوذپذیری بسیار بالا و ضریب تخلخل نزدیک به یک مدل‌سازی شود. گوا و ژائو [۲۳] با استفاده از معادله انرژی در مقیاس متوسط حجمی، معادلات تعمیم‌یافته شبکه بولتزمن را برای مدل‌سازی انتقال حرارت در محیط متخلخل ارائه کردند. آن‌ها با معتبرسازی نتایج در حالتی که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار داشت، نشان دادند که این روش می‌تواند شرط مرزی پیوستگی دما و شار حرارتی در مرز بین سیال تمیز و لایه متخلخل را ارضا کند. نظری و همکاران [۲۶] به بررسی اثرات لایه متخلخل میانی با ضخامت ثابت در دو موقعیت عمودی و افقی بر میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه با استفاده از روش شبکه بولتزمن پرداختند. آن‌ها در این مطالعه نشان دادند که لایه متخلخل عمودی حرارت بیشتری نسبت به لایه متخلخل افقی از محفظه منتقل می‌کند. با بررسی مطالعات انجام‌شده می‌توان به اهمیت اثر ضخامت

لایه متخلخل بر الگوی جریان سیال و به‌خصوص میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه پی برد. به‌علاوه در اکثر مطالعات قبلی برای مدل‌سازی جریان در ماده متخلخل از روش‌های رایج در دینامیک سیالات محاسباتی بر اساس مدل‌های ساده‌شده مانند دارسی و دو مدل تعمیم‌یافته آن (برینکمن و فورش هایمر) استفاده شده‌است که همان‌طور که اشاره شد با ساده‌سازی معادلات و حذف جمله‌هایی از معادلات تعمیم یافته ناویر- استوکس، مقادیر عدد ناسلت گزارش‌شده دچار خطا خواهند شد. همچنین در این مطالعات اثرات موقعیت و ضخامت لایه متخلخل عمودی به‌طور همزمان بر الگوی جریان و به خصوص حرارت منتقل‌شده از محفظه به‌منظور گزارش حالت بهینه انتقال حرارت بررسی نشده‌است. در این مقاله پس از بررسی اجمالی اثر موقعیت لایه متخلخل عمودی بر میزان حرارت منتقل‌شده و نیز الگوی جریان، به بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل بر میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه پرداخته شده است تا اثرات ضخامت لایه متخلخل بر میزان انتقال حرارت برای طراحی بهینه عایق‌های حرارتی مشخص شود. به این منظور الگوی جریان و مقادیر عدد ناسلت متوسط در مقادیر مختلف اعداد بی‌بعد حاکم بر مساله از جمله عدد رایلی، عدد دارسی و ضریب تخلخل گزارش‌شده تا میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه بررسی شود.

۲- مدل‌سازی عددی

در مطالعه حاضر، مطابق شکل ۱ جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در داخل یک محفظه مربعی به ابعاد $L\times L$ بررسی می‌شود. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، دیواره‌های بالایی و پایینی محفظه عایق بوده و دیواره‌های کناری آن در دمای گرم (T_h) و سرد (T_c) قرار دارند. به‌علاوه لایه متخلخل عمودی (دارای ضخامت S) و محل قرارگیری آن نسبت به دیواره گرم که با X نشان داده شده است، قابل‌مشاهده می‌باشد. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، اثرات تغییر ضخامت لایه متخلخل بررسی می‌شود.

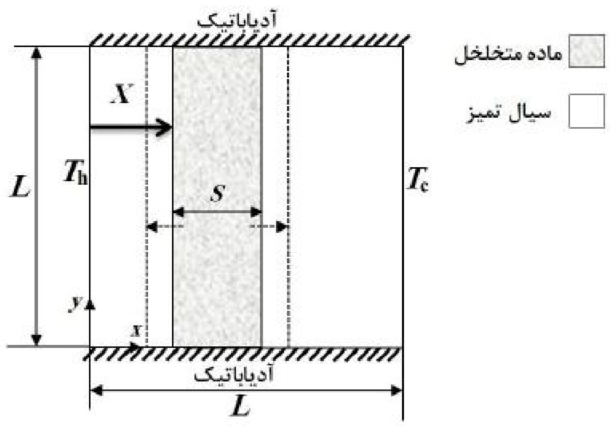


Fig. 1. Schematic of geometry and coordinate axis including a porous layer with thickness of S

شکل ۱: شماتیکی از هندسه مورد نظر و سیستم مختصات مربوطه با ضخامت متغیر S ماده متخلخل داخلی در محل X

در دیدگاه ماکروسکوپیک، معادله پیوستگی، معادله تعمیم‌یافته ناویر- استوکس و معادله انرژی برای جریان تراکم‌ناپذیر در مقیاس متوسط حجمی با در نظر گرفتن تقریب بوزینسک به ترتیب مطابق با رابطه (۱) عبارت است از [۲]:

$$\nabla\cdot\vec{u}=0 \qquad (۱ \text{ الف})$$

$$\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}+(\vec{u}\cdot\vec{\nabla})\left(\frac{\vec{u}}{\varepsilon}\right)=-\frac{1}{\rho_f}\vec{\nabla}(\varepsilon p)+\upsilon_e\nabla^2\vec{u}+\vec{F} \qquad (۱ \text{ ب})$$

$$\sigma\frac{\partial T}{\partial t}+\vec{u}\cdot\vec{\nabla}T=\vec{\nabla}\cdot(\alpha_m\vec{\nabla}T) \qquad (۱ \text{ ج})$$

در رابطه (۱)، $\vec{u}=(\vec{u},\vec{v})$، p و T به ترتیب نشان‌دهنده بردار سرعت، فشار و دمای سیال می‌باشند. همچنین ν_e ویسکوزیته موثر، ε ضریب تخلخل ماده متخلخل، ضریب σ بیانگر نسبت ظرفیت گرمایی جامد و سیال، ρ_f چگالی سیال و α_m ضریب پخش گرمایی موثر در ماده متخلخل [۲] می‌باشد. با توجه به فرض بوزینسک، تغییرات چگالی در معادله مومنتوم به صورت تابع خطی از اختلاف دما مدل می شود. در این صورت، تغییرات دمایی باید به اندازه کافی کوچک باشد تا بتوان این فرض را استفاده کرد. در رابطه (۱ب) بردار نیروی $\vec{F}$ ناشی از وجود ماده متخلخل و دیگر نیروهای خارجی است که از رابطه (۲) محاسبه می‌شود.

$$\vec{F}=-\frac{\varepsilon\upsilon}{K}\vec{u}-\frac{\varepsilon F_\varepsilon}{\sqrt{K}}|\vec{u}|\vec{u}-\varepsilon\vec{g}\beta(T-T_{ref}) \qquad (۲)$$

سمت راست رابطه (۲)، به‌ترتیب نشان‌دهنده جمله دارسی (نیروی پسای خطی)، جمله فورش‌هایمر (نیروی پسای غیر خطی) و نیروی شناوری می‌باشد. به‌علاوه در رابطه (۲)، $\vec{g}$ شتاب ثقلی، β ضریب انبساط حجمی بوده و T_{ref} دمای مرجع می‌باشد که از رابطه (۳) پیروی می کند.

$$T_{ref}=\frac{T_h+T_c}{2} \qquad (۳)$$

همچنین در رابطه (۲)، F_ε تابع هندسی و K نفوذپذیری ماده متخلخل می‌باشد که بر اساس تحقیقات آزمایشگاهی ارگن [۲۷] تابعی از ضریب تخلخل ماده (ε)می‌باشد که با استفاده از این نتایج، وفایی [۲۸] روابط (۴) را ارائه کرده‌است.

$$F_\varepsilon=\frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^3}},\;K=\frac{\varepsilon^3 d_p^2}{150(1-\varepsilon)^2} \qquad (۴)$$

در رابطه (۴)، d_p قطر ذرات ماده متخلخل را نشان می‌دهد. همان‌طور که گفته شد، در این مطالعه از روش شبکه بولتزمن برای مدل‌سازی جریان سیال و بررسی انتقال حرارت استفاده شده است. این روش که از مدل‌های مزوسکوپی برای مدل‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت بهره می‌برد، از روش شبکه گاز نشأت گرفته است. در این روش برای حل معادلات (۱الف)

تا (۱ج) از دو تابع توزیع احتمال جریان و دما، به ترتیب $f_i(\vec{x},t)$ و $g_i(\vec{x},t)$، برای بررسی میدان سیال و انتقال حرارت استفاده می‌شود. معادلات حاکم در این روش، با توجه به مدل گرمایی روش شبکه بولتزمن که توسط گوا و ژائو [۲۳] برای ماده متخلخل ارائه شده‌است عبارتند از:

$$f_i(\vec{x}+\vec{e}_i\delta_t, t+\delta_t) - f_i(\vec{x},t) = -\frac{1}{\tau}[f_i(\vec{x},t) - f_i^{(eq)}(\vec{x},t)] + \delta_t \vec{F}_i \qquad (\text{۵ الف})$$

$$g_i(\vec{x}+\vec{e}_i\delta_t, t+\delta_t) - g_i(\vec{x},t) = -\frac{1}{\tau'}[g_i(\vec{x},t) - g_i^{(eq)}(\vec{x},t)] \qquad (\text{۵ ب})$$

که $f_i(\vec{x},t)$ و $g_i(\vec{x},t)$ احتمال یافتن یک ذره با سرعت $\vec{e}_i$ در مکان x و زمان t و δ_t معرف گام زمانی می‌باشد. به‌علاوه در رابطه (۵)، $f_i^{(eq)}(\vec{x},t)$ و $g_i^{(eq)}(\vec{x},t)$ توابع توزیع تعادلی بوده و با استفاده از روابط (۶) و (۷) قابل محاسبه‌اند [۲۳].

$$f_i^{(eq)} = \omega_i \rho\left[1 + \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c_s^2} + \frac{\vec{u}\vec{u} : (\vec{e}_i\vec{e}_i - c_s^2 I)}{2\varepsilon c_s^4}\right] \qquad (۶)$$

$$g_i^{eq} = \omega_i T\left(1 + \frac{\vec{e}_i \cdot \vec{u}}{c_s^2}\right) \qquad (۷)$$

همچنین جمله نیرو در معادله (۵ الف) با استفاده از رابطه (۸) قابل بیان است [۲۳].

$$\vec{F}_i = \omega_i \rho\left(1 - \frac{1}{2\tau}\right)\left[\frac{\vec{e}_i \cdot \vec{F}}{c_s^2} + \frac{\vec{u}\vec{F} : (\vec{e}_i\vec{e}_i - c_s^2 I)}{\varepsilon c_s^4}\right] \qquad (۸)$$

همچنین زمان‌های آسودگی در رابطه (۵) مطابق با رابطه (۹) تعریف می‌شود.

$$\tau = \frac{\nu_e}{c_s^2 \delta_t} + 0.5 \qquad (\text{۹ الف})$$

$$\tau' = \frac{\alpha_m}{c_s^2 \delta_t} + 0.5 \qquad (\text{۹ ب})$$

مولفه‌های گسسته سرعت $\vec{e}_i$ برای مدل D_2Q_9 (که در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفته است)، از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$\vec{e}_i = \begin{cases} [0,0] & i=0 \\ c[\cos(\frac{(i-1)\pi}{2}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{2})] & i=1\text{-}4 \\ \sqrt{2}c[\cos(\frac{(i-5)\pi}{2}+\frac{\pi}{4}), \sin(\frac{(i-1)\pi}{2}+\frac{\pi}{4})] & i=5\text{-}8 \end{cases} \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰)، $c=\delta_x/\delta_t$ بوده و δ_x فواصل مکانی شبکه بولتزمن را نشان می‌دهد. به‌علاوه، ω_i ضریب وزنی بوده و مقدار آن از رابطه (۱۱) پیروی می‌کند.

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{4}{9} & i=0 \\ \frac{1}{9} & i=1\text{-}4 \\ \frac{1}{36} & i=5\text{-}8 \end{cases} \qquad (۱۱)$$

همچنین c_s برابر با سرعت صوت در شبکه بوده و مقدار آن از رابطه (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \qquad (۱۲)$$

در انتها مقادیر ماکروسکوپیک چگالی و دما از جمع توابع توزیع مطابق با رابطه (۱۳) محاسبه می‌شوند [۲۳].

$$\rho = \sum_i f_i, \quad \sigma T = \sum_i g_i \qquad (۱۳)$$

به‌علاوه مقدار ماکروسکوپیک سرعت نیز با استفاده از رابطه (۱۴) قابل محاسبه است [۲۳].

$$\vec{u} = \frac{\vec{V}}{c_0 + \sqrt{c_0^2 + c_1|\vec{V}|}} \qquad (۱۴)$$

که $\vec{V}$ از رابطه (۱۵) محاسبه می‌شود [۲۳].

$$\rho\vec{V} = \sum_i \vec{e}_i f_i + \frac{\delta_t}{2}\varepsilon\rho\vec{G} \qquad (۱۵)$$

دو ضریب c_0 و c_1 از رابطه (۱۶) به‌دست می‌آیند.

$$c_0 = \frac{1}{2}\left(1 + \varepsilon\frac{\delta_t}{2}\frac{\upsilon}{K}\right), \quad c_1 = \varepsilon\frac{\delta_t}{2}\frac{F_\varepsilon}{\sqrt{K}} \qquad (۱۶)$$

همان‌طور که ذکر شد، در مطالعه حاضر از مدل آسایش واحد استفاده شده‌است که در آن $\alpha_m=\alpha$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین $\sigma=1$ در نظر گرفته شده‌است که تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی موجود دارد [۱۶].

۲- ۱- عوامل بی‌بعد

با توجه به معادله (۱) در مطالعه انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه حاوی ماده متخلخل، از جمله عوامل بی‌بعد حاکم بر مسئله می‌توان به عدد دارسی $Da=K/L^2$، عدد پرانتل $Pr=\nu/\alpha$، عدد رایلی $Ra=g\beta(T_h-T_c)L^3/\nu\alpha$، نسبت لزجت $J_{ev}=\nu_e/\nu$ و نسبت ضریب پخش حرارتی $J_{e\alpha}=\alpha_m/\alpha$، مولفه سرعت افقی $u^*=uL/\alpha$ و عمودی بی‌بعد $v^*=vL/\alpha$ و نیز دمای بی‌بعد $\theta=(T-Tc)/(Th-Tc)$ اشاره کرد به‌طوری‌که ν و α به ترتیب لزجت و ضریب پخش حرارتی سیال می‌باشند. در این مطالعه، نسبت لزجت و نسبت ضریب

پخش حرارتی برابر با یک در نظر گرفته شده اند. همچنین برای برقراری شرط تراکم‌ناپذیری جریان سیال لازم است که مقدار عدد ماخ مطابق با رابطه (۱۷) [۲۹] کمتر از ۰/۳ در نظر گرفته شود که در این مطالعه عدد ماخ برابر با ۰/۱ در نظر گرفته شده است.

$$\mathrm{Ma} = \sqrt{\frac{Ra\,\nu^2}{N^2\,\mathrm{Pr}\,\mathrm{C}_s^2}} \tag{۱۷}$$

در رابطه (۱۷)، N^2 تعداد نودها در شبکه مربعی می‌باشد. همچنین برای بررسی اثرات اعداد بی‌بعد دارسی و رایلی بر جریان سیال و انتقال حرارت در حضور لایه متخلخل می‌توان از عدد رایلی اصلاح‌شده Ra_m که مطابق با رابطه (۱۸) تعریف می‌شود بهره برد.

$$\mathrm{Ra_m} = \mathrm{Ra} \cdot \mathrm{Da} \tag{۱۸}$$

به‌علاوه برای بررسی میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه از عدد ناسلت متوسط محفظه طبق رابطه (۱۹) تعریف می‌شود [۲۵و۳۰].

$$\overline{Nu} = \frac{1}{L(T_h - T_c)} \int_{x=0}^{L}\int_{y=0}^{L} \left(\frac{\overline{u}T(x,y)}{\chi(x,y)} - \frac{\partial T(x,y)}{\partial x}\right) dx\,dy \tag{۱۹}$$

در رابطه (۱۹)، عامل χ ضریب پخش گرمایی ماده را در ناحیه مربوطه نشان می‌دهد. بدین معنا که در ناحیه سیال تمیز مقدار آن برابر با α و در لایه متخلخل برابر با α_m می‌باشد.

۲- ۲- شرایط مرزی

برای مدل‌سازی جریان سیال و اعمال شرط مرزی عدم لغزش در دیواره‌های محفظه، طرح پرش به عقب در روش شبکه بولتزمن به کار گرفته شده است [۲۹]. همچنین در روش‌های مختلف دینامیک سیالات محاسباتی، در مرز بین سیال تمیز و لایه متخلخل شرط مرزی‌های مختلفی به کار گرفته شده است. از جمله آن ها می‌توان به شرط مرزی پرش تنش [۱۱] در رابطه (۲۰) اشاره کرد.

$$\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial u_t}{\partial n}\bigg|_{\mathrm{porous}} - \frac{\partial u_t}{\partial n}\bigg|_{\mathrm{fluid}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{Da}} u_t\bigg|_{\mathrm{interface}} + \beta_2 \frac{1}{\mathrm{Pr}} u_t^2 \tag{۲۰}$$

در رابطه (۲۰)، u_t مولفه سرعت بی‌بعد در راستای مماس بر سطح مشترک دو لایه سیال و متخلخل می‌باشد. همچنین n نشان‌دهنده راستای عمود بر سطح می‌باشد. همچنین با حل تحلیلی که توسط اوچائو-تیپیا و ویتاکر [۳۱] ارائه شد، نشان داده شد که دو عامل β_1 و β_2 می‌توانند مقداری بین ۱ تا ۱- داشته باشند [۳]. چن و همکاران [۱۱] با استفاده از شرط مرزی مذکور و محاسبه عدد ناسلت در یک محفظه که دارای دو لایه متخلخل عمودی و افقی در بالا و پایین آن قرار داشت، نشان دادند که با تغییر دو عامل β_1 و β_2 عدد ناسلت به‌دست‌آمده با دقت ۵٪ گزارش شده است. در تحقیق حاضر از مدل گرمایی شبکه بولتزمن استفاده شده است که شرط مرزی پیوستگی سرعت مطابق با رابطه (۲۱) ارضا می‌شود [۲۲].

$$\frac{\partial u_t}{\partial n}\bigg|_{\mathrm{porous}} = \frac{\partial u_t}{\partial n}\bigg|_{\mathrm{fluid}} \tag{۲۱}$$

با استفاده از این روش تنها کافی است که سیال تمیز به عنوان یک ماده متخلخل با ضریب تخلخل نزدیک به یک و عدد دارسی بی‌نهایت مدل‌سازی شود [۲۲و۲۴] (به معادله (۱) رجوع شود). همچنین برای اعمال شرایط مرزی دما، در دیواره‌های آدیاباتیک بار دیگر از شرط مرزی پرش به عقب برای تابع توزیع دما استفاده می‌شود و شرط مرزی در دیواره‌های دماثابت (دیواره‌های چپ و راست) با استفاده از روابط (۲۲) و (۲۳) تعریف می‌شود [۲۹]:

برای دیواره سمت چپ $(T=T_h)$

$$\begin{aligned} g_1 &= T_h(\omega_1+\omega_3) - g_3 \\ g_5 &= T_h(\omega_5+\omega_7) - g_7 \\ g_8 &= T_h(\omega_8+\omega_6) - g_6 \end{aligned} \tag{۲۲}$$

برای دیواره سمت راست $(T=T_c)$

$$\begin{aligned} g_3 &= T_c(\omega_1+\omega_3) - g_1 \\ g_7 &= T_c(\omega_5+\omega_7) - g_5 \\ g_6 &= T_c(\omega_8+\omega_6) - g_8 \end{aligned} \tag{۲۳}$$

همان‌طور که اشاره شد، با استفاده از مدل گرمایی شبکه بولتزمن شرط پیوستگی شار گرمایی در مرز بین سیال و لایه متخلخل ارضا می‌شود [۲۳].

۳- مطالعه استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی

در این بخش استقلال حل عددی از شبکه محاسباتی، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، حل عددی جریان و انتقال حرارت در یک محفظه متخلخل همگن برای مقادیر $\varepsilon=0/6$ و $Ra=10^6$ در $Da=10^{-2}$ و $Da=10^{-4}$ بررسی شده‌است. در جدول ۱، مقادیر خطای نسبی عدد ناسلت متوسط در شبکه‌های مختلف، گزارش شده است. در اینجا، برای محاسبه خطای نسبی از یک شبکه یکنواخت مربعی‌شکل به ابعاد $N_x \times N_y$=۲۱۲×۲۱۲ به عنوان یک حالت مرجع استفاده شده‌است به‌طوری‌که N_x و N_y به ترتیب تعداد گره‌های شبکه محاسباتی در راستاهای x و y می‌باشند. در این جدول تعداد گره‌های مربعی در راستای x و y با N نشان داده شده است.

همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، به ازای تعداد سلول‌های بیشتر از ۱۵۴×۱۵۴ میزان خطای نسبی کمتر از ۰/۳٪ می‌باشد، بنابراین می‌توان

جدول ۱: مقادیر خطای نسبی عدد ناسلت متوسط در شبکه‌های مختلف نسبت به شبکه ۲۱۲×۲۱۲ در ε=۰/٦ و Ra=۱۰۵

Table 1. Relative error of the average Nusselt numbers for different grid sizes in the case of $Ra=10^5$ and $\varepsilon=0.6$

Da	N					
	۶۴	۹۴	۱۲۴	۱۵۴	۱۷۴	۱۹۲
۱۰$^{-۴}$	۲/۲۳	۱/۱	۰/۶۵	۰/۲۷۸	۰/۱۸۶	۰/۰۹۳
۱۰$^{-۲}$	۱/۴	۰/۷۸	۰/۴۳	۰/۲۶	۰/۱۴۴	۰/۰۸

ادعا نمود که در این تعداد سلول‌ها، حل عددی مستقل از شبکه محاسباتی می‌باشد. بنابراین برای اجتناب از هرگونه وابستگی تحلیل به شبکه، در این تحقیق کلیه محاسبات مربوط به Ra=۱۰۵ از شبکه ۱۹۲×۱۹۲ استفاده می‌شود. به همین ترتیب، در جدول ۲ شبکه‌های مورد استفاده در تحقیق حاضر، برای رایلی‌های مختلف ارائه شده‌اند.

جدول ۲: شبکه‌های مختلف استفاده شده در تحقیق حاضر

Table 2. Different grids used in the present simulations

Ra	۱۰^{۳}	۱۰^{۴}	۱۰^{۵}
$N_x \times N_y$	۱۲۸×۱۲۸	۱۲۸×۱۲۸	۱۹۲×۱۹۲

٤- ارزیابی صحت نتایج

در این بخش صحت نتایج حاصل از حل عددی مورد بررسی قرار می گیرد. به این منظور، نتایج به‌دست‌آمده از حل عددی حاضر به روش شبکه بولتزمن، در دو حالت با نتایج موجود در این زمینه مقایسه می‌شود که عبارتند از:

۱. بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در حضور و عدم حضور ماده متخلخل در محفظه
۲. بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در حضور دو لایه متخلخل افقی

۴-۱- بررسی انتقال حررت جابجایی آزاد در حضور و عدم حضور ماده متخلخل در محفظه

در این قسمت، انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه مطابق با هندسه ترسیم شده در شکل ۱ برای دو حالت حدی بررسی می‌شود. در اولین حالت انتقال حرارت جابجایی آزاد زمانیکه ضخامت لایه متخلخل برابر با طول محفظه مربعی است (S/L=۱)، بررسی می‌شود. در این حالت مقادیر عدد ناسلت متوسط از حل عددی حاضر با نتایج منتشرشده در این زمینه [۹، ۲۳ و۲۵] در بازه عدد رایلی ۱۰۵≥Ra≥۱۰۲، عدد دارسی ۱۰-۲≥Da≥۱۰-۴ و تخلخل ۰/۹ , ۰/۶ , ۰/۴=ε برای یک محفظه متخلخل همگن مورد بررسی قرار گرفته‌است. مقادیر عدد ناسلت متوسط از حل عددی حاضر به روش شبکه بولتزمن در جدول ۳ گزارش شده است. همانطور که در این جدول نشان داده شده است، نتایج به‌دست‌آمده از حل حاضر تطابق خوبی با حل‌های عددی گذشته داشته و خطای نسبی کمتر از ۳% می باشد. در حالت حدی دوم، انتقال حرارت در داخل محفظه (مطابق با شکل۱)، زمانی بررسی می‌شود که طول لایه متخلخل برابر با صفر باشد (S/L=۱). به عبارتی در این حالت به بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه در غیاب لایه متخلخل و تنها در حضور سیال تمیز پرداخته می‌شود. همان طور که ذکر شد، معادلات حاکم بر محیط متخلخل زمانی که ۱→ε و $Da\to\infty$ به معادلات ناویر- استوکس حاکم بر سیال تمیز ساده می‌شود. برهمین اساس برای مدل‌سازی جریان می‌توان از معادلات حاکم به روش شبکه بولتزمن در حالتی که ۰/۹۹۹۹=ε و Da=۱۰۷ می باشد استفاده کرد.

جدول ۳: مقایسه ناسلت متوسط در یک محفظه متخلخل همگن

Table 3. Comparison of the average Nusselt numbers in a uniform porous cavity

الف- Ra_m =۱۰

Da	ε	۰/۴	۰/۶	۰/۹
	مرجع [۲۵]	-	-	۱/۰۱۲
	مرجع [۲۳]	۱/۰۰۸	۱/۰۱۲	-
۱۰$^{-۲}$	مرجع [۹]	۱/۰۱	۱/۰۱۵	۱/۰۲۳
	مطاالعه حاضر	۱/۰۲۳	۱/۰۲۸	۱/۰۳۳
	خطا* (٪)	۱/۲۸۷	۱/۲۸۱	۰/۹۷۸
	مرجع [۲۵]	۱/۰۶۰	۱/۰۶۳	۱/۰۶۵
	مرجع [۲۳]	۱/۰۶۶	۱/۰۶۸	–
۱۰$^{-۴}$	مرجع [۹]	۱/۰۶۷	۱/۰۷۱	۱/۰۷۲
	مطاالعه حاضر	۱/۰۷۴	۱/۰۷۷	۱/۰۷۹
	خطا* (٪)	۰/۶۵۶	۰/۵۶۰	۰/۶۵۳

ب- Ra_m =۱۰^{۲}

Da	ε	۰/۴	۰/۶	۰/۹
	مرجع [۲۵]	-	-	۱/۶۲۱
۱۰$^{-۲}$	مرجع [۲۳]	۱/۳۶۷	۱/۴۹۹	–
	مرجع [۹]	۱/۴۰۸	۱/۵۳۰	۱/۶۴۰
	مطاالعه حاضر	۱/۳۷۸	۱/۵۱۰	۱/۶۵۱
	خطا* (٪)	۲/۱۳۱	۱/۳۰۷	۰/۶۷۱

ج- Ra_m =۱۰^{۳}

Da	ε	۰/۴	۰/۶	۰/۹
۱۰$^{-۲}$	مرجع [۲۵]	-	-	۳/۹
	مرجع [۲۳]	۲/۹۸۸	۳/۴۲۲	–
	مرجع [۹]	۲/۹۸۳	۳/۵۵۵	۳/۹۱
	مطاالعه حاضر	۳/۰۱۴	۳/۴۶۳	۳/۹۴۶
	خطا* (٪)	۱/۰۳۹	۲/۵۸۸	۰/۹۲۱

در جدول۴ مقادیر عدد ناسلت متوسط در محفظه در غیاب ماده متخلخل با نتایج موجود در مطالعات قبلی [۲۵و۲۱] مقایسه شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، خطای نسبی کمتر از ۲٪ بوده که حاکی از تطابق مناسب حل عددی حاضر و نتایج موجود در مطالعات قبلی می‌باشد.

جدول ٤: مقایسه مقادیر ناسلت متوسط در غیاب ماده متخلخل

Table 4. Comparison of the average Nusselt numbers in the absence of porous medium

Ra	Pr=۰/۷۱ مرجع [۲۱]	Pr=۰/۷۱ حل حاضر	Pr=۰/۷۱ خطا (٪)	Pr=۱ مرجع [۲۵]	Pr=۱ حل حاضر	Pr=۱ خطا (٪)
۱۰^۳	۱/۱۲۱	۱/۱۳۴	۱/۱۲	۱/۱۱۷	۱/۱۳۴	۱/۵۲
۱۰^۴	۲/۲۸۶	۲/۲۷	۰/۷	۲/۲۴۳	۲/۲۸۲	۱/۷۴
۱۰^۵	۴/۵۴۶	۴/۵۵	۰/۰۹	۴/۵۷۹	۴/۶۲۸	۱/۰۷

۴- ۲- بررسی انتقال حرارت جابجایی آزاد در حضور دو لایه متخلخل افقی

همان‌طور که ذکر شد، یکی از ویژگی‌های روش شبکه بولتزمن مدل‌سازی صحیح رفتار سیال در فصل مشترک بین سیال و لایه متخلخل می‌باشد. به این منظور، نتایج به‌دست‌آمده از کد عددی حاضر با نتایج چن و همکاران [۱۱] در حالتی که دو لایه متخلخل افقی در قسمت بالا و پایین محفظه قرار داشته و ضخامت هریک از لایه های متخلخل $0/25L$ می‌باشد، مقایسه شده‌است. در مطالعه چن و همکاران [۱۱] از معادلات ناویر- استوکس تعمیم‌یافته به همراه شرط مرزی پرش تنش در مرز بین لایه متخلخل و سیال استفاده شده است. در این مقاله، نتایج به‌دست‌آمده از کد عددی با نتایج چن و همکاران [۱۱] در حالتیکه ضرایب β_1 و β_2 در رابطه (۲۰) برابر با صفر در نظر گرفته شده‌اند، مقایسه می‌شود. برای نمونه، خطوط همدما و جریان به‌دست‌آمده از حل عددی حاضر به روش شبکه بولتزمن با نتایج چن و همکاران [۱۱] برای مقادیر Da=۱۰$^{-5}$، Ra=۱۰^{5} ε=۰/۴ و Pr=۱ در شکل ۲ نشان داده شده‌است. همان‌طور که خطوط جریان در این شکل نشان می‌دهد به دلیل نفوذ پذیری کم دو لایه متخلخل ، سیال در ناحیه بین دو لایه متخلخل افقی که در قسمت بالا و پایین محفظه قرار گرفته‌اند، محبوس شده است.

به منظور مقایسه بیشتر، در جدول ۵ مقادیر عدد ناسلت بر روی دیواره سرد از حل عددی حاضر با نتایج چن و همکاران [۱۱] در مقادیر، ε=۰/۴ Ra=۱۰^{5} و Pr=۱ مقادیر اعداد دارسی مختلف ($10^{-6}\leq Da\leq 10^{-1}$) مقایسه شده‌است. بیشینه خطای نسبی در تحقیق حاضر کمتر از ۶٪ می‌باشد. البته این نکته قابل‌توجه است که در تحقیق چن و همکاران [۱۱] به دلیل تغییر ضرایب β_1 و β_2 در بازه ۱- تا ۱ عدد ناسلت بر روی دیواره سرد با دقت ۵٪ گزارش شده است که این یکی از علت‌های افزایش خطای نسبی با تحقیق حاضر به شمار می‌رود.

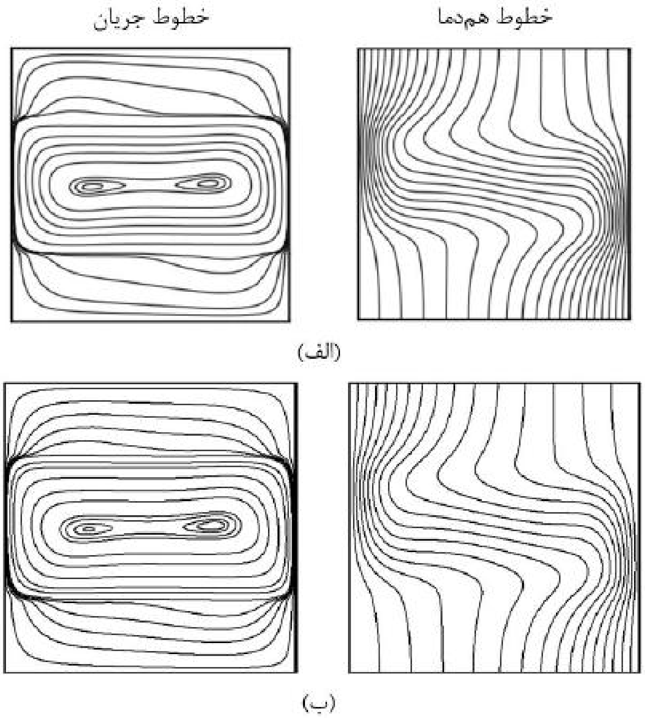


Fig. 2. Streamlines and isotherm contours, a) results of Chen et al. [11], b) present results for Da=10^{-5}, Ra=10^{5}, ε=0.4 , Pr=1.

شکل ۲: مقایسه خطوط جریان و همدما (الف) نتایج چن و همکاران[۱۱] (ب) تحقیق حاضر در Da=۱۰$^{-5}$ ، Ra=۱۰^{5} ، ε=۰/٤ و Pr=۱

جدول ٥: مقایسه مقادیر ناسلت در دیواره سرد برای حل عددی حاضر و نتایج چن و همکاران [۱۱]

Table 5. Comparison of Nusselt numbers (at the cold wall) between the preset numerical simulation and results of Chen et al. [11]

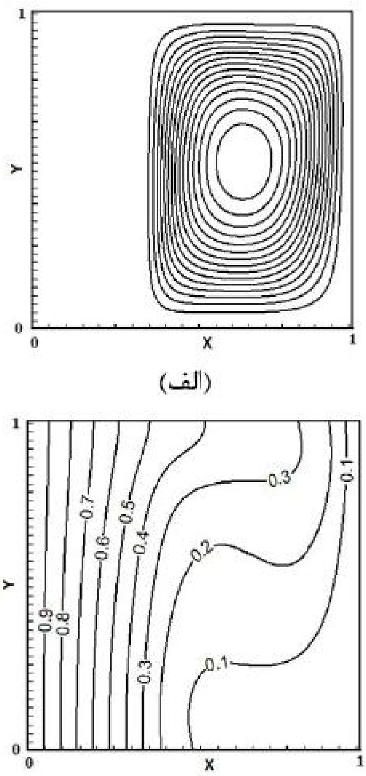
Da	مرجع [۱۱]	حل حاضر	خطا (٪)
۱۰$^{-6}$	۲/۴۷۶	۲/۴۴۹	۱/۱
۱۰$^{-5}$	۲/۴۸۵	۲/۵۰۲	۰/۶
۱۰$^{-4}$	۲/۶۱۵	۲/۷۵۲	۵/۲
۱۰$^{-3}$	۳/۲۰۴	۳/۳۵	۴/۵۶
۱۰$^{-2}$	۳/۷۴۰	۳/۹۰	۴/۲۷
۱۰$^{-1}$	۳/۹۱	۴/۰۷	۴/۱

۵- نتایج

همان‌طور که گفته شد، مشخصات لایه متخلخل از جمله عدد دارسی، ضریب تخلخل، موقعیت و ضخامت آن می‌تواند تاثیر زیادی بر الگوی جریان و میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه داشته باشد. در این قسمت، قبل از بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل عمودی (شکل۱) بر الگوی جریان و میزان حرارت منتقل شده از محفظه، به بررسی اثر مشخصات لایه متخلخل از جمله عدد دارسی در رایلی‌های مختلف و همچنین اثر موقعیت لایه متخلخل عمودی بر انتقال حرارت و یا به عبارتی بر مقادیر عدد ناسلت متوسط پرداخته

می‌شود. به این منظور، ابتدا ضخامت لایه متخلخل ثابت و برابر با $S/L=1/3$ در نظر گرفته شده (شکل۱) و سپس اثرات لایه متخلخل عمودی در این ضخامت ثابت در سه موقعیت در محفظه بررسی می‌شود. در یک موقعیت لایه متخلخل در کنار دیواره گرم قرار گرفته که در این حالت مطابق شکل ۱، $X/L=0$ می‌باشد. برای اختصار به این حالت، موقعیت ۱ اطلاق شده است. در حالت دوم لایه متخلخل در وسط محفظه قرار گرفته و در این حالت که به آن موقعیت ۲ اطلاق شده است، مطابق با شکل ۱، $X/L=1/3$ می‌باشد. در موقعیت سوم لایه متخلخل در کناره دیواره گرم قرار گرفته و $X/L=2/3$. همان‌طور که انتظار می‌رود، در این حالت (موقعیت ۳) به دلیل تقارن هندسی مساله، نتایج مشابه با موقعیت ۱ (حالتی‌که لایه متخلخل در کنار دیواره گرم قرار می‌گیرد) می‌باشد. در این نتایج، از شبکه مربعی به ابعاد ۱۳۲×۱۳۲ ، ۱۳۲×۱۳۲ و ۱۹۲×۱۹۲ بترتیب برای اعداد رایلی 10^3، 10^4 و 10^5 استفاده شده است. همان‌طور که ذکر شد، ابتدا به بررسی اثر مشخصات لایه متخلخل مانند عدد دارسی در رایلی‌های مختلف بر الگوی جریان و انتقال حرارت پرداخته می‌شود. از جمله عواملی که میزان نفوذپذیری سیال در داخل لایه متخلخل را مشخص می‌کند، عدد دارسی می‌باشد. همان‌طور که انتظار می‌رود، هرچه عدد دارسی کمتر باشد، لایه متخلخل در مقابل جریان سیال، از خود مقاومت بالاتری نشان داده و در نتیجه میزان نفوذپذیری سیال در داخل لایه متخلخل کمتر می‌باشد. از جمله دیگر عواملی که میزان نفوذ سیال را در داخل لایه متخلخل مشخص می‌کنند، عدد رایلی می‌باشد. همان‌طور که مشخص است هرچه عدد رایلی بالاتر رود، سرعت و به تبع آن قدرت سیال برای غلبه بر نیروی پسای ناشی از حضور ماده متخلخل بالا می‌رود. بنابراین دو عدد رایلی و دارسی در کنار یکدیگر می‌توانند تعیین‌کننده میزان نفوذپذیری سیال در لایه متخلخل و به تبع آن مکانیزم غالب بر انتقال حرارت باشند. در شکل‌های ۳ تا ۵ خطوط جریان و هم‌دما برای $\varepsilon=0/4$ ، $Pr=1$ ، $Ra=10^5$ و $S/L=1/3$ برای مقادیر مختلف عدد دارسی نشان داده شده است. با مقایسه شکل‌های مذکور، می‌توان روند تغییرات الگوی جریان سیال و انتقال حرارت در لایه متخلخل را در مقادیر مختلف اعداد دارسی و رایلی مشاهده کرد. همانطور که در شکل ۳ مشاهده می‌شود، با قرارگیری لایه متخلخل در کنار دیواره گرم در اعداد دارسی بسیار کوچک ($Da=10^{-6}$) که عدد رایلی اصلاح‌شده از مرتبه 10^{-1} می‌باشد، نفوذ سیال و به تبع آن سرعت سیال در داخل لایه متخلخل بسیار ناچیز بوده بطوریکه می‌توان اذعان کرد که سیال تمیز در داخل ناحیه سیال محصور شده و در مرز بین سیال و لایه متخلخل لایه مرزی ایجاد شده است. بنابراین همان‌طور که در شکل ۳ نیز قابل‌مشاهده است، خطوط دما در داخل این لایه به صورت خطوط مستقیم (عمودی) هستند که این نشان‌دهنده هدایت حرارتی در این ناحیه می‌باشد. بعلاوه همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، با افزایش عدد دارسی ($Da=10^{-4}$) میزان نفوذپذیری سیال در داخل لایه متخلخل افزایش می‌یابد. هرچند در این حالت نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل افزایش یافته و خطوط هم‌دما کمی از حالت افقی خارج شده است (به عبارتی مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در حال شدت گرفتن است) اما به دلیل اینکه در این حالت عدد رایلی اصلاح‌شده از مرتبه   می‌باشد، سیال قدرت نفوذ زیادی در داخل لایه متخلخل نداشته و رژیم غالب در این ناحیه هنوز به‌صورت هدایت حرارتی می‌باشد. با افزایش عدد دارسی ($Da=10^{-2}$) و به تبع آن عدد رایلی اصلاح‌شده، همان‌طور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود در اعداد رایلی اصلاح‌شده از مرتبه 10^3، نفوذپذیری و سرعت سیال در داخل لایه متخلخل بالا رفته و رژیم غالب انتقال حرارت در لایه متخلخل به رژیم جابجایی تبدیل می‌شود.

با تغییر ضخامت لایه متخلخل مطابق با شکل ۶ اثرات تغییر عدد دارسی و رایلی قابل‌مشاهده است. در شکل مذکور، خطوط جریان و هم‌دما در حضور لایه متخلخل عمودی میانی (موقعیت۲) برای ضخامت ($S/L=4/6$) نشان داده شده‌اند. همانند حالت قبل در یک رایلی مشخص با افزایش عدد دارسی، مکانیزم‌های غالب در ناحیه لایه متخلخل از هدایت حرارتی برای دارسی‌های کوچک ($Da=10^{-6}$) تا جابجایی برای دارسی‌های بزرگتر ($Da=10^{-2}$) تغییر می‌کنند. همچنین گردابه‌های ایجاد شده در دو طرف لایه متخلخل، با کاهش عدد دارسی در یک رایلی مشخص از گوشه ها به طرف مرکز حرکت می‌کنند.



(الف)

(ب)

Fig. 3. a) Streamlines and b) isotherm contours for a vertical porous layer near the hot wall (position 1) for $Da=10^{-6}$, $Ra=10^5$, $\varepsilon=0.4$, $Pr=1$ and $S/L=1/3$.

شکل ۳: (الف) خطوط جریان (ب) هم‌دما برای لایه متخلخل عمودی در کنار دیواره گرم (موقعیت۱) برای $Ra=10^5$ ، $Pr=1$ ، $Da=10^{-6}$ ، $\varepsilon=0/4$ و $S/L=1/3$

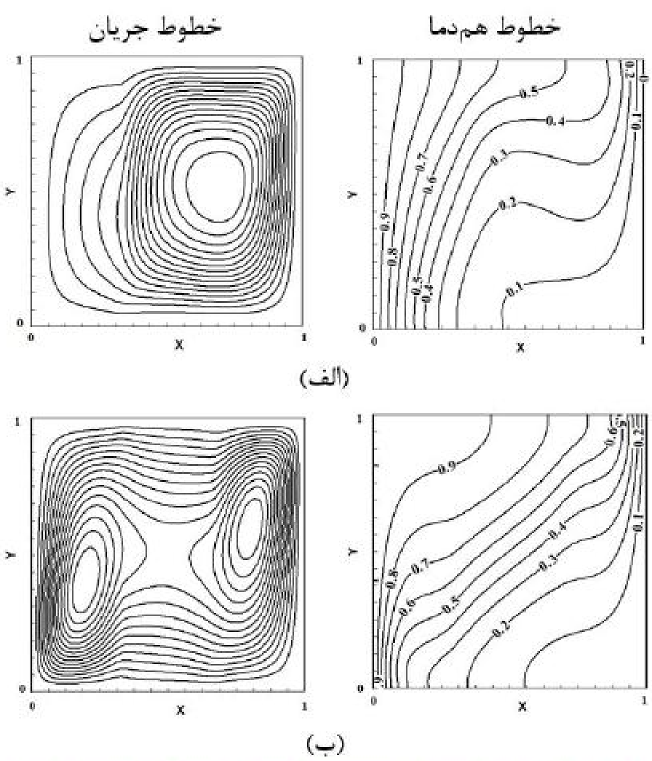


Fig. 4. Streamlines and isotherm contours for $Da=10^{-4}$, $Ra=10^5$, $\varepsilon=0.4$, $Pr=1$ and $S/L=1/3$; a) position 1 ($X/L=0$); b) position 2 ($X/L=1/3$)

شکل ٤: خطوط جریان و هم‌دما در $Ra=10^5$ ، $Pr=1$ ، $Da=10^{-4}$ ، $\varepsilon=0/4$ و $S/L=1/3$ (الف) موقعیت ۱ ($X/L=0$) (ب) موقعیت ۲ ($X/L=1/3$)

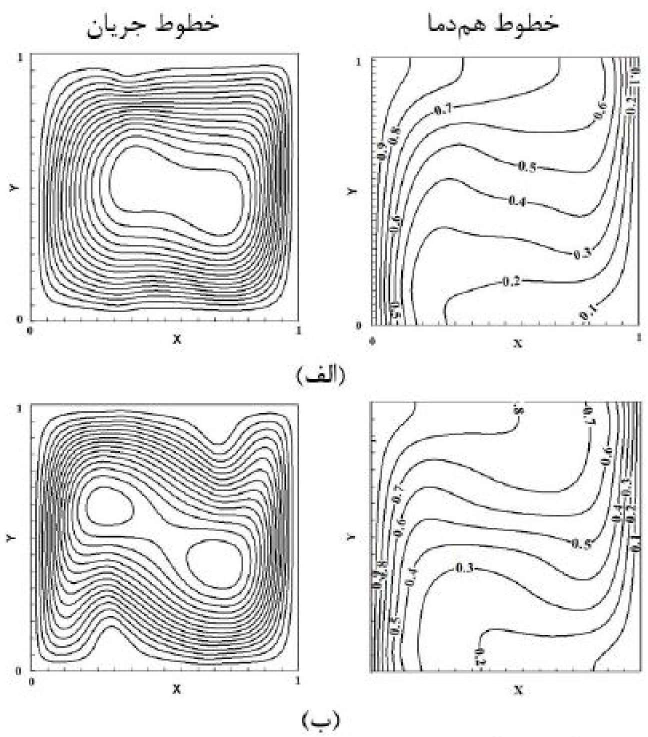


Fig. 5. Streamlines and isotherm contours for $Da=10^{-2}$, $Ra=10^5$, $\varepsilon=0.4$, $Pr=1$ and $S/L=1/3$; a) position 1 ($X/L=0$); b) position 2 ($X/L=1/3$)

شکل ٥: خطوط جریان و هم‌دما در $Ra=10^5$ ، $Pr=1$ ، $Da=10^{-2}$ ، $\varepsilon=0/4$ و $S/L=1/3$ (الف) موقعیت ۱ ($X/L=0$) (ب) موقعیت ۲ ($X/L=1/3$)

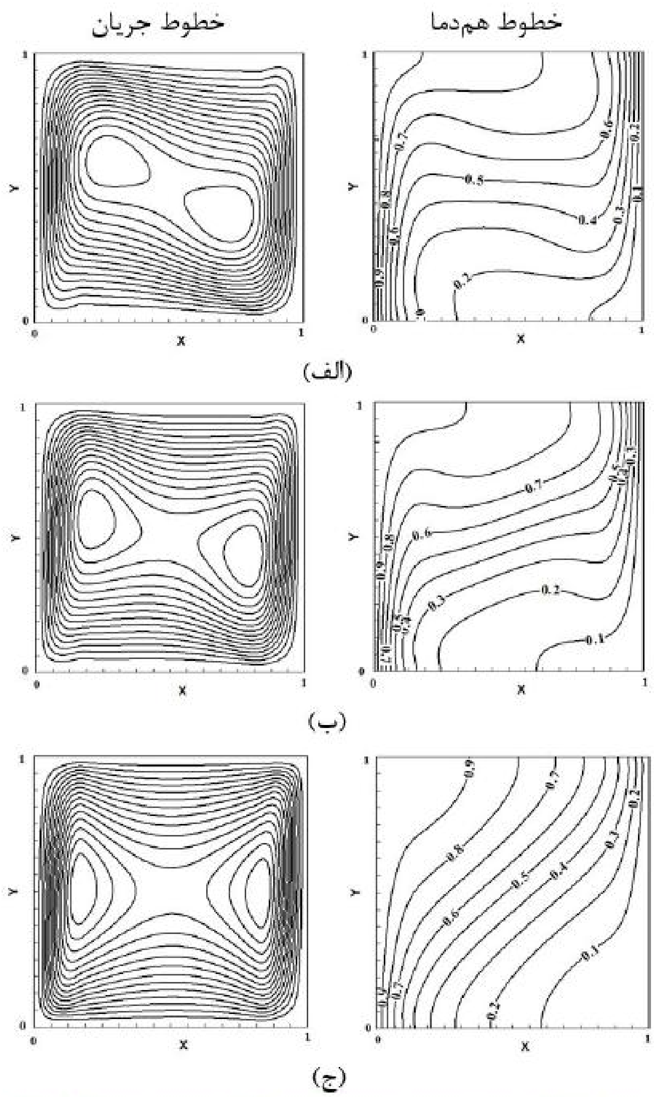


Fig. 6. Streamlines and isotherm contours for position 2 ($X/L=1/6$) in the case of $Ra=10^5$, $S/L=4/6$, $\varepsilon=0.4$, $Pr=1$; a) $Da=10^{-2}$; b) $Da=10^{-3}$; c) $Da=10^{-4}$

شکل ٦: خطوط جریان و هم‌دما برای موقعیت ۲ ($X/L=1/6$) در ، $\varepsilon=0/4$ $Ra=10^5$ $Pr=1$ و $S/L=4/6$ (الف) $Da=10^{-2}$ (ب) $Da=10^{-3}$ (ج) $Da=10^{-4}$

در ادامه در جدول۶ برای بررسی اثر موقعیت لایه متخلخل بر میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه، مقادیر عدد ناسلت متوسط در اعداد دارسی و رایلی مختلف برای یک لایه متخلخل با ضخامت ثابت ($S/L=1/3$) در موقعیت‌های ۱ و۲ گزارش شده است. طبق این جدول، در یک مقدار مشخص عدد رایلی و دارسی، همواره مقدار عدد ناسلت متوسط در حالتی که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار دارد (موقعیت۲) بیشتر از حالتی است که لایه متخلخل در کنار دیواره گرم قرار گرفته است (موقعیت۱). زیرا سیالی که در مجاورت دیواره گرم محفظه قرار می‌گیرد، دارای سرعت بالا بوده و قدرت انتقال حرارت جابجایی آزاد در این ناحیه بالا می‌باشد. بنابراین هنگامی که لایه متخلخل در کناره دیواره گرم قرار می‌گیرد، با ایجاد مقاومت در برابر حرکت سیال در امتداد دیواره گرم باعث کاهش سرعت سیال و در

نتیجه کاهش میزان انتقال حرارت از محفظه و به تبع آن عدد ناسلت متوسط می‌شود.

جدول ٦: بررسی اثر موقعیت لایه متخلخل عمودی بر روی عدد ناسلت متوسط (S/L-۱/۳)

Table 6. The effects of vertical porous layer position on the average Nusselt number for S/L=1/3

Da	Ra_m	۱۰	۱۰^{۲}	۱۰^{۳}
۱۰$^{-۲}$	موقعیت ۱	۱/۰۶۶	۱/۹۱۳	۳/۹۴۰
	موقعیت ۲	۱/۰۸۵	۲/۱۱۵	۴/۲۶۶
۱۰$^{-۴}$	موقعیت ۱	۲/۱۷۷	–	–
	موقعیت ۲	۲/۹۲۸	–	–

پس از بررسی اثر موقعیت لایه متخلخل، در ادامه به بررسی اثر ضخامت لایه متخلخل در حالتی‌که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه قرار دارد (موقعیت۲) پرداخته می‌شود تا میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه در این حالت بحرانی بررسی شود.

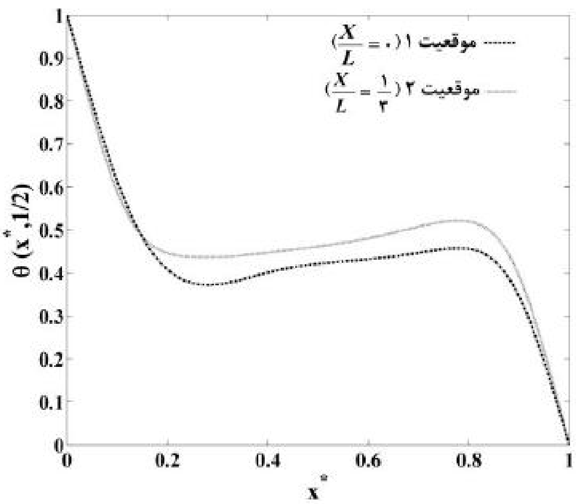
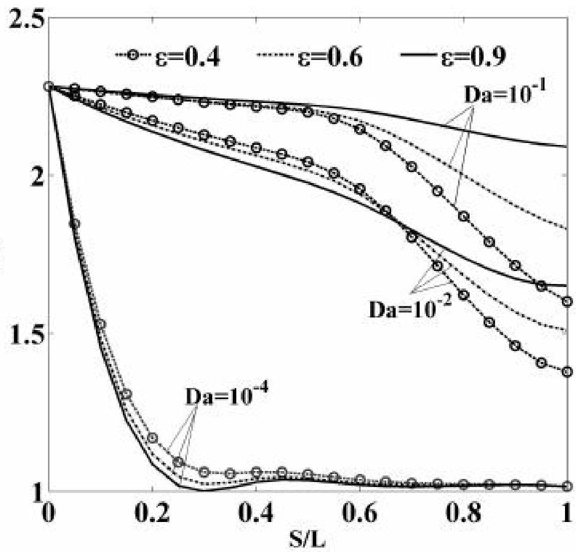


Fig. 7. Non-dimensional temperature profile in the midsection of cavity along the x-axis for $Da=10^{-2}$, $Ra=10^{5}$, ε=0.4, Pr=1 and S/L=1/3

شکل ۷: نمودار دمای بی‌بعد در مقطع میانی محفظه در راستای محور x ها در Ra=۱۰^{۵}، Pr=۱، Da=۱۰$^{-۲}$، ε=۰/٤ و S/L-۱/۳

در شکل۸ و همچنین جدول ۷، مقادیر عدد ناسلت متوسط بر حسب ضخامت لایه متخلخل میانی (موقعیت۲) برای مقادیر مختلف عدد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل رسم شده‌است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت که در ضخامت مشخصی از لایه متخلخل و در یک عدد رایلی و ضریب تخلخل مشخص، عدد ناسلت متوسط با افزایش عدد دارسی به دلیل افزایش سرعت سیال در لایه متخلخل افزایش می‌یابد. به‌علاوه مطابق با شکل ۸، در یک عدد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل مشخص، مقدار عدد ناسلت متوسط با افزایش ضخامت لایه متخلخل، کاهش می‌یابد. این روند کاهشی با تغییر عدد دارسی و رایلی رفتار گوناگونی از خود نشان می‌دهد. در عدد رایلی اصلاح‌شده بسیار پایین از مرتبه ۱ (Ra=۱۰^{۲} و Da=۱۰$^{-۴}$) با افزایش ضخامت لایه متخلخل، مقاومت لایه متخلخل در مقابل حرکت سیال که دارای سرعت کمی می‌باشد، بالا رفته و افت شدیدی در مقدار عدد ناسلت متوسط ایجاد می‌شود. بعلاوه به دلیل سرعت پایین سیال و نفوذپذیری کم لایه متخلخل رژیم انتقال حرارت در این حالت به صورت هدایت حرارتی بوده و با افزایش بیشتر ضخامت لایه متخلخل تغییر چندانی در مقادیر عدد ناسلت مشاهده نمی‌شود. با افزایش عدد رایلی اصلاح‌شده مکانیزم انتقال حرارت جابجایی شدت می‌گیرد. در رایلی اصلاح‌شده از مرتبه ۱۰ (Ra=۱۰^{۵} و Da=۱۰$^{-۴}$)، هرچند مکانیزم جابجایی در حال شدت گرفتن است ولی مکانیزم غالب انتقال حرارت هنوز به‌صورت هدایت حرارتی می‌باشد. در این حالت نیز به دلیل سرعت کم سیال، با افزایش ضخامت لایه متخلخل مقاومت در برابر حرکت سیال با سرعت کم افزایش یافته و عدد ناسلت متوسط به صورت تقریبا خطی سیر نزولی را از خود نشان می‌دهد. با افزایش عدد رایلی اصلاح‌شده از مرتبه ۱۰^{۲} و ۱۰^{۳} سرعت سیال بالا رفته و انتقال حرارت جابجایی آزاد شدت می‌گیرد. بنابراین در ضخامت کم لایه متخلخل به دلیل کم اثر بودن مقاومت لایه متخلخل در مقابل حرکت سیال، عدد ناسلت متوسط با شیب کمی کاهش می‌یابد. ولی با افزایش ضخامت لایه متخلخل و مقاومت ایجادشده در مقابل جریان سیال به دلیل حضور لایه متخلخل، عدد ناسلت متوسط به شدت سیر کاهشی از خود نشان می‌دهد.

نکته قابل‌توجه اثر ضریب تخلخل و ضخامت لایه متخلخل بر میزان حرارت منتقل‌شده و عدد ناسلت متوسط می‌باشد. در اعداد رایلی اصلاح‌شده پایین (از مرتبه ۱۰$^{-۱}$ و ۱۰) با توجه به اینکه رژیم غالب بر انتقال حرارت در لایه متخلخل شبیه به هدایت حرارتی می‌باشد، با افزایش ضریب تخلخل تنها سطح انتقال حرارت بین سیال و ماده متخلخل کم شده و همین امر باعث کاهش میزان حرارت منتقل‌شده می‌شود. بنابراین همان‌طور که در شکل ۸ دیده می‌شود با افزایش ضریب تخلخل مقدار عدد ناسلت متوسط



(الف)

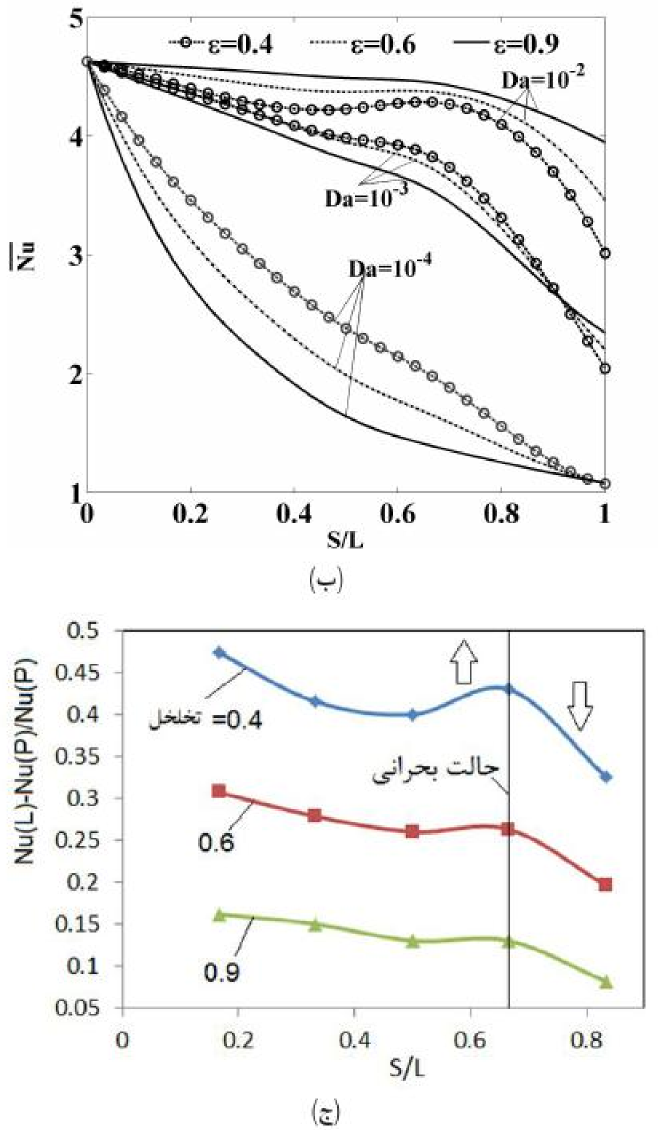


Fig. 8. The effects of porous layer in position 2 on the average Nusselt number for different porosities and Pr=1; a) $Ra=10^4$; b) $Ra=10^5$ and c) heat transfer enhancement in the case of $Ra=10^5$ and Da=0.01

شکل ۸: تاثیر ضخامت لایه متخلخل در موقعیت ۲ (X/L =۱/۳) بر مقادیر عدد ناسلت متوسط در سه تخلخل مختلف و Pr=۱، (الف) $Ra=10^4$، (ب) $Ra=10^5$ و (ج) درصد بهبود انتقال حرارت در $Ra=10^5$ و Da=۰.۰۱

کاهش می‌یابد. در اعداد رایلی اصلاح‌شده متوسط از مرتبه (10^2) می‌توان اظهار داشت که سهم انتقال حرارت جابجایی و هدایت در ماده متخلخل با یکدیگر برابر می‌باشد. با توجه به اینکه در قسمت سیال، انتقال حرارت به صورت جابجایی آزاد می‌باشد، با افزایش ضخامت لایه متخلخل سهم انتقال حرارت هدایتی در محفظه افزایش می‌یابد. با توجه به این نکته، در حالتی که لایه متخلخل دارای ضریب تخلخل کمتری می‌باشد، سهم انتقال حرارت هدایتی نسبت به محفظه‌ای که دارای لایه متخلخل با ضریب تخلخل بالاتر می‌باشد، بیشتر بوده و عدد ناسلت متوسط با شیب بیشتری کاهش یافته‌است. به همین دلیل با توجه به شکل ۸، نقطه $(S/L)_{crit}$ دیده می‌شود که در آن با افزایش ضخامت لایه متخلخل، انتقال حرارت با افزایش ضریب تخلخل

جدول ۷: اثر موقعیت لایه متخلخل بر عدد ناسلت متوسط در $Ra=10^5$

Table 7. The effects of porous layer position on the average Nusselt number for $Ra=10^5$

$Da=10^{-4}$	$Da=10^{-3}$	$Da=10^{-2}$	ε	S/L
۴/۶۲۸	۴/۶۲۸	۴/۶۲۸	-	۰
۳/۶۱۳	۴/۴	۴/۴۴۱	۰/۴	$\frac{۱}{۶}$
۳/۳۰۸	۴/۴۰۳	۴/۵۲۷	۰/۶	
۲/۹۵۱	۴/۳۵۲	۴/۵۸۴	۰/۹	
۲/۹۲۸	۴/۱۷۸	۴/۲۶۶	۰/۴	$\frac{۲}{۶}$
۲/۵۳۸	۴/۱۷۸	۴/۴۲۷	۰/۶	
۲/۱۴۴	۴/۰۸	۴/۵۳۸	۰/۹	
۲/۳۸۱	۳/۹۸۴	۴/۲۲۷	۰/۴	$\frac{۳}{۶}$
۱/۹۸۸	۳/۹۴۷	۴/۳۷	۰/۶	
۱/۶۳۹	۳/۸۰۴	۴/۴۸۸	۰/۹	
۱/۹۷۹	۳/۸۲۷	۴/۲۸۵	۰/۴	$\frac{۴}{۶}$
۱/۶۵۱	۳/۷۲۷	۴/۳۷۳	۰/۶	
۱/۳۹	۳/۵۳۸	۴/۴۴۸	۰/۹	
۱/۴۵	۳/۱۳	۳/۹۹۵	۰/۴	$\frac{۵}{۶}$
۱/۳۲۵	۳/۰۶۲	۴/۱۴۲	۰/۶	
۱/۲۲۳	۲/۹۵۳	۴/۲۶۸	۰/۹	
۱/۰۷۴	۲/۰۴۶	۳/۰۱۴	۰/۴	۱
۱/۰۷۷	۲/۲۰۲	۳/۴۶۳	۰/۶	
۱/۰۷۹	۲/۳۴۳	۳/۹۴۶	۰/۹	

افزایش یافته و در ضخامت‌های کمتر از آن رفتاری عکس آن مشاهده می‌شود. همچنین در اعداد رایلی اصلاح‌شده بالا از مرتبه (10^3) مکانیزم انتقال حرارت جابجایی در لایه متخلخل و به تبع آن در کل محفظه شدت گرفته و با افزایش تخلخل در لایه متخلخل سرعت سیال افزایش یافته که همین امر باعث افزایش عدد ناسلت متوسط می‌شود.

بنابراین همانطور که در شکل ۸ قابل‌مشاهده است در یک عدد رایلی و دارسی مشخص، بیشترین میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه مربوط به حالتی است که کمترین مقدار ماده متخلخل و به تبع آن کمترین مقدار مقاومت در مقابل حرکت سیال وجود دارد. به‌علاوه در حالتی که ماده متخلخل در محفظه موجود نمی‌باشد و یا به عبارتی زمانی که ضخامت لایه متخلخل برابر با صفر باشد، میزان انتقال حرارت به بیشترین مقدار خود می‌رسد. در شکل ۸ (ج) درصد افزایش عدد ناسلت در حالت وجود ماده متخلخل لایه‌ای (در مقایسه با حالتی که محفظه پر از ماده متخلخل است یعنی S/L=۱)، بر حسب اعداد مختلف S/L ترسیم شده است. سه نسبت تخلخل مختلف نیز در شکل قابل‌مشاهده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود و در شکل‌های ۸ (الف) و ۸ (ب) نیز قابل‌رویت است، در یک ضخامت مشخص، روند نمودار تغییر کرده و یک حالت بهینه در حوالی این نقطه دیده می‌شود که مربوط به

ضخامت بی‌بعد S/L=۰/۶۵ است. در این شکل $Nu(P)$ و $Nu(L)$ به ترتیب مربوط به اعداد ناسلت محفظه پر از ماده متخلخل و محفظه با ماده متخلخل لایه‌ای هستند. همچنین با توجه به مقادیر عدد ناسلت متوسط گزارش‌شده در جدول۳، در اعداد رایلی اصلاح‌شده در محدوده $a \leq 10^{5} \geq 10^{2}$ ، افزایش ضریب تخلخل تأثیر چندانی بر مقدار عدد ناسلت متوسط ندارد، زیرا در این بازه مکانیزم انتقال حرارت شبیه به هدایت حرارتی می‌باشد و تغییر ضریب تخلخل تاثیر چندانی بر میزان حرارت انتقالی ندارد. همچنین برای اعداد رایلی اصلاح‌شده در محدوده $Ra_m \geq$۱۰ ، با افزایش ضریب تخلخل ماده متخلخل، سرعت سیال در داخل لایه متخلخل افزایش یافته و به تبع آن میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه و عدد ناسلت افزایش می‌یابد.

۶- جمع‌بندی

در این پژوهش، به شبیه‌سازی جریان سیال و انتقال حرارت جابجایی آزاد در یک محفظه دارای لایه متخلخل عمودی به روش شبکه بولتزمن پرداخته شده‌است. در واقع در این مطالعه با استفاده از روش شبکه بولتزمن بر اساس معادلات تعمیم‌یافته ناویر-استوکس پس از معتبرسازی نتایج به بررسی اثر موقعیت لایه متخلخل و سپس اثر ضخامت لایه متخلخل بر الگوی جریان و میزان حرارت منتقل‌شده از محفظه پرداخته شده است. از جمله مزایای روش شبکه بولتزمن در این مطالعه می‌توان به خطی‌بودن معادلات حاکم در این روش، امکان پردازش موازی، تولید شبکه آسان و کم‌هزینه و سرعت همگرایی و پایداری مناسب و نیز مدل‌سازی صحیح در سطح تماس سیال و لایه متخلخل اشاره نمود. با تغییر موقعیت و ضخامت لایه متخلخل عمودی و بررسی اثر اعداد بی‌بعد حاکم بر مساله به خصوص عدد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل ماده متخلخل نتایج زیر مشاهده شد:

۱. با تغییر عدد رایلی اصلاح شده از مرتبه 10^{-1} تا مرتبه 10^{2} میزان نفوذ سیال در داخل لایه متخلخل افزایش یافته و مکانیزم غالب انتقال حرارت از هدایت حرارتی تا جابجایی آزاد تغییر می‌کند.

۲. با مقایسه اعداد ناسلت متوسط به‌دست‌آمده در موقعیت‌های مختلف لایه متخلخل عمودی، می‌توان اظهار کرد که بیشترین میزان انتقال حرارت مربوط به حالتی است که لایه متخلخل عمودی در وسط محفظه (موقعیت ۲) قرار دارد.

۳. در اعداد رایلی، دارسی و ضریب تخلخل ثابت با افزایش ضخامت لایه متخلخل میزان انتقال حرارت و به تبع آن عدد ناسلت عمدتاً روند کاهشی را از خود نشان می‌دهند. بعلاوه روند کاهش عدد ناسلت متوسط با تغییرات عدد رایلی اصلاح‌شده و به تبع آن سرعت حرکت سیال در داخل لایه متخلخل قابل‌توجیه است.

۴. در اعداد رایلی اصلاح‌شده متوسط از مرتبه (10^{2}) با افزایش ضخامت لایه متخلخل در مقادیر مختلف ضریب تخلخل، ضخامت بحرانی ($(S/L)_{crit.}$) لایه متخلخل که در آن ضریب تخلخل لایه متخلخل تاثیری بر انتقال حرارت ندارد، مشاهده می‌شود.

۵. با تغییر ضخامت لایه متخلخل، بیشترین میزان انتقال حرارت مربوط به زمانی است که لایه متخلخل دارای ضخامت صفر و کمترین مربوط به زمانی است که لایه متخلخل ضخامتی به ابعاد محفظه داشته و محفظه از ماده متخلخل همگن پر شده است.

فهرست علائم

c	سرعت در مقیاس شبکه بولتزمن
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه
c_s	سرعت صوت در مقیاس شبکه بولتزمن
Da	عددی دارسی
$\vec{e}_i$	سرعت محلی ذرات در روش شبکه بولتزمن
f_i	تابع توزیع سرعت
$\vec{F}$	نیروی خارجی (N)
F_i	نیرو در روش شبکه بولتزمن
g_i	تابع توزیع دما
$\vec{g}$	شتاب جاذبه (m/s^2)
K	نفوذپذیری ماده متخلخل
$\overline{Nu}$	عدد ناسلت متوسط
P	فشار(Pa)
Ra	عدد رایلی
Ra_m	عدد رایلی اصلاح شده
t	زمان (s)
T	دما (K)
u	مولفه افقی سرعت (m/s)
v	مولفه عمودی سرعت (m/s)
x	مؤلفه افقی مکان (m)
y	مؤلفه عمودی مکان (m)
α	ضریب پخش حرارتی (m^2/s)
β	ضریب انبساط حجمی هوا (1/K)
δ_t	گام زمانی در شبکه بولتزمن
ε	ضریب تخلخل
θ	دمای بی بعد
ρ	جرم حجمی (kg/m^3)
σ	نسبت ظرفیت گرمایی فاز جامد به فاز سیال در ماده متخلخل

τ	زمان آرامش مربوط به سرعت در روش شبکه بولتزمن
τ'	زمان آرامش مربوط به دما در روش شبکه بولتزمن
μ	لزجت دینامیکی (kg/m.s)
ν	لزجت سینماتیکی (m^2/s)

منابع

[1] Cheng, P., "*Heat Transfer in Geothermal Systems*", Advances in Heat Transfer. 14, 1-105, 1978.

[2] Nield, D.A. and A. Bejan, "*Convection in Porous Media*", 3rd ed. Springer, New York, 2006.

[3] Rajamani, R., C. Srinivas, P. Nithiarasu and K. N. Seetharamu, "Natural Convection in Axisymmetric Porous Bodies", *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow* 5 (1995): 829-837.

[4] Poulikakos, D. and A. Bejan, "The Departure From Darcy Flow in Natural Convection in a Vertical Porous Layer", *Physics of Fluids* 28 (1985): 3477-3484.

[5] Durlofsky, L. and J. F. Brady, "Analysis of The Brinkman Equation as a Model for Flow in Porous Media", *Physics of Fluids* 30 (1987): 3329-3341.

[6] Chan, B. K. C., C. M. Ivey and J. M. Barry, "Natural Convection in Enclosed Porous Media with Rectangular Boundaries", *Journal of Heat transfer-T ASME* 92 (1970): 21-27.

[7] Vasseur, P., C. H. Wang and M. Sen, "Natural Convection in an Inclined Rectangular Porous Slot: the Brinkman-Extended Darcy Model", *Journal of Heat transfer-T ASME* 112 (1990): 507-511.

[8] Tong, T. W. and E. Subramanian, "A Boundary-Layer Analysis for Natural Convection in Vertical Porous Enclosures: use of the Brinkman-Extended Darcy Model", *Journal of Heat transfer-T ASME* 28 (1985): 563-571.

[9] Nithiarasu, P., K. N. Seetharamu and T. Sundararajan, "Natural Convective Heat Transfer in a Fluid Saturated Variable Porosity Medium.", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 40 (1997): 3955-3967.

[10] Bekermann, C., S. Ramadhyani, R. Vishkanta, "Natural Convective Flow and Heat Transfer Between a Fluid Layer and a Porous Layer inside a Rectangular Enclosure", *Journal of Heat transfer-T ASME* 109 (1987): 363-370.

[11] Chen, X. B., P. Yu, Y. Sui, S. H. Winoto and H. T. Low, "Natural Convection in a Cavity Filled with Porous Layers on the Top and Bottom Walls", *Transport in Porous Media* 78 (2009): 259–276.

[12] Tong, T. W. and E. Subramanian, "Natural Convection in Rectangular Enclosures Partially Filled with a Porous Medium.", *International journal of heat and fluid flow* 7 (1986): 3–10.

[13] Nishimura, T., T. Takumi, M. Shiraishi, Y. Kawamura and H. Ozoe, "Numerical Analysis of Natural Convection in a Rectangular Enclosure Horizontally Divided into Fluid and Porous Regions", *International Journal of Heat and Mass Transfer* 29 (1986): 889–898.

[14] Du, Z. G. and E. Bilgen, "Natural Convection in Vertical Cavities with Partially Filled Heat-generating Porous Media.", *Numerical Heat Transfer A-Appl.* 18 (1990): 371–386.

[15] Nakayama, A., R. Jones, D. Naylor and P.H. Oosthuizen, "Free Convection in a Horizontal Enclosure Partly Filled With a Porous Medium", *Journal of thermophysics and heat transfer*, (1995): 797–800.

[16] Beckermann, C., R. Viskanta and S. Ramadhyani, "Natural Convection in Vertical Enclosures Containing Simultaneously Fluid and Porous Layers", *Journal of Fluid Mechanics* 186 (1988): 257-284.

[17] Chen, S. and G. D. Doolen, "Lattice Boltzmann Method for Fluid Flows", *Annual review of fluid mechanics* 30 (1998): 329-364.

[18] Succi, S., "*The lattice Boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*", Oxford University Press, New York, 2001.

[19] Sukop, M. C. and D. T. Thorne, "*Lattice Boltzmann Modeling*", Springer, New York, 2006.

[20] Alexander, F. J., H. Chen, S. Chen and G. D. Doolen, "Lattice Boltzmann Model for Compressible Fluids", *Physical Review* A, 46 (1992): 1967-1970.

[21] Dixit, H.N. and V. Babu, "Simulation of High Rayleigh Number Natural Convection in a Square Cavity Using the Lattice Boltzmann Method", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 49 (2006): 727-739.

[22] Guo, Z. and T. S. Zhao, "Lattice Boltzmann Model for Incompressible Flows Through Porous Media", *Physical Review E*, 66 (2002): 036304.

[23] Guo, Z. and T. S. Zhao, "A Lattice Boltzmann Model for Convection Heat Transfer in Porous Media", *Numerical Heat Transfer B-Fund.*, 47 (2005): 157-177.

[24] Rong, F. M., Z. L. Guo, JH Lu and B.C. Shi, "Numerical

[28] Vafai, K., ''Convective Flow and Heat Transfer in Variable-Porosity Media'', *Journal of Fluid Mechanics*, 147 (1984): 233-259.

[29] Mohamad, A.A., ''*Lattice Boltzmann Method: Fundamentals and Engineering Applications with Computers Codes*'', Springer, New York, 2011.

[30] De Vahl Davis, G., "Natural Convection of Air in a Square Cavity: a Benchmark Numerical Solution", *International Journal for numerical methods in fluids,* 3 (1983): 249-264.

[31] Ochoa-Tapia, J.A. and S. Whitaker, "Momentum Jump Condition at the Boundary between a Porous Medium and a Homogeneous Fluid Inertial Effect", *Journal of Porous Media,* 1 (1998): 201–217.

Simulation of The Flow Around a Porous Covering Square Cylinder in a Channel via Lattice Boltzmann Method'', *International Journal for Numerical Methods in Fluids,* 65 (2011): 1217-1230.

[25] Vishnampet, R., A. Narasimhan and V. Babu, "High Rayleigh Number Natural Convection Inside 2D Porous Enclosures Using the Lattice Boltzmann Method", *Journal of Heat Transfer,* 133 (2011): 062501-1.

[26] Nazari, M., M. H. Kayhani and A. Anaraki Haji Bagheri, "Comparison of heat transfer in a cavity between vertical and horizontal porous layers using LBM", *Modares Mechanical Engineering*, 13.8 (2012): 93-107.

[27] Ergun, S., "Fluid Flow Through Packed Column", *Chemical engineering progress,* 48 (1952): 89-94.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

M. Nazari, "Critical Thickness of a Porous Layer with Respect to Porosity and Its Effect on Heat Transfer Rate",

Amirkabir J. Mech. Eng., 49(1) (2017) 171-184.

DOI: 10.22060/mej.2016.553