بهينه‌سازي هندسه كارگاه زيرزميني با استفاده از تقريب تابع خطي شكسته و حل برنامه‌ريزي عدد صحيح

يوسف ميرزائيان[i *]; مجيد عطائي پور[ii]

چكيده

با استفاده از تقريب زدن سود تجمعي با تابع خطي شكسته و حل عدد صحيح، روشي براي بهينه‌سازي ابعاد و مكان قرارگيري كارگاه‌هاي استخراج زيرزميني ارائه شده است. در اين روش از گسسته‌سازي يک، دو و يا سه بعدي ذخيره معدني (مدل بلوكي) استفاده مي‌شود. براي هر رديف يا ستون از بلوک‌ها، هندسه كارگاه با تعيين نقاط بهينه شروع و انتهاي عمليات استخراج، مشخص مي‌شود. براي تعيين اين نقاط از دو تقريب خطي شكسته‌ي تابع تجمعي سود استخراج بلوكهاي هر پهنه‌ي استخراجي استفاده شده است. محدوده نهايي كارگاه به وسيله برنامه‌ريزي عدد صحيح و با استفاده از متغير ويژه‌اي به نام متغير" مجموعه‌هاي منظم ويژه نوع ۲" تعيين مي‌شود. اين مقاله به تشريح گام به گام ساخت مدل، حل برنامه‌ريزي عدد صحيح و استفاده از نرم افزار GAMS/Cplex11 براي اعمال مدل بر روي مثال‌هاي عددي مي‌پردازد. اعتبارسنجي مدل با مقايسه‌ي موارد مشابه ارائه شده است.

كلمات كليدي

بهينه‌سازي، معدن زيرزميني، تقريب خطي شكسته، برنامه‌ريزي عدد صحيح مختلط، مجموعه منظم ويژه نوع ۲.

Optimization of Stope Geometry Using Piecewise Linear Function and MIP Approach

Yousef Mirzaeian; Majid Ataee-pour

ABSTRACT

The MIP technique in combination with Piecewise linear function has lead to a method of stope design, which uses a one, two or three-dimensional discretisation of the ore zone (block model). An optimal economic stoping boundary is developed by optimizing the starting and ending locations for mining within each row or column of blocks (a mining panel). To determine these locations, two piecewise linear, cumulative functions are used for each row. The stope boundary model is optimized using a MIP approach that employs a special kind of variables named “special ordered sets type 2”. This paper presents a step by step explanation of the model construction. The optimizing problem is solved using the MIP approach. GAMS/Cplex11 software tool is employed to numerical examples. The model is validated by comparison with similar cases.

KEYWORDS

Optimization, underground mine, piecewise linear function, mixed integer programming, special ordered sets type 2.

تاريخ دريافت مقاله:۱۳۸۸/۶/۲

تاريخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۹/۱

[i] *نويسنده مسئول و دانشجوي دكتري استخراج معدن، دانشكده مهندسي معدن و متالورژي، دانشگاه صنعتي اميركبير تهران؛ mirzaeian@aut.ac.ir

[ii] دانشيار دانشكده مهندسي معدن و متالورژي، دانشگاه صنعتي اميركبير تهران؛ map60@aut.ac.ir.

۱- مقدمه

براي روش‌هاي استخراج روباز انواع مختلفي از الگوريتم هاي بهينه‌سازي محدوده نهايي مورد استفاده قرار گرفته است (مانند مخروط شناور مثبت، الگوريتم لرچ و گروسمن و غيره). در مقايسه با روش‌هاي روباز، تلاش بسيار كمتري براي بهينه‌سازي محدوده استخراجي معادن زيرزميني انجام شده است. علت‌هاي اصلي كم بودن تعداد تحقيقات در زمينه بهينه‌سازي استخراج زيرزميني عبارتند از [۱]:

- عموميت: توسعه الگوريتمي كه براي انواع مختلف و بيشتر روش‌هاي استخراج زيرزميني عموميت داشته باشد، بسيار مشكل است.

- پيچيدگي: اطلاعات زمين شناسي، ژئومكانيكي و اقتصادي نسبتاً پيچيده و مدل كردن آنها مشكل است.

- مقبوليت: هر چند كه سيستم‌هاي طراحي به كمک كامپيوتر گام‌هاي طراحي را به صورت خودكار طي مي‌نمايند، اما طراحان معادن زيرزميني همواره به روش‌هاي سنتي و اعمال قوانين سرانگشتي پايبندي بيشتري دارند.

هدف از اين تحقيق تبيين روشي است كه با استفاده از تقريب سود تجمعي با تابع خطي شكسته[۱] و اعمال حل عدد صحيح، ابعاد و مكان بهينه قرارگيري كارگاه‌هاي زيرزميني بر روي هر پهنه استخراجي را تعيين نمايد. براي هر رديف يا ستون از بلوكها (به عبارتي پهنه استخراجي) هندسه كارگاه با تعيين نقاط بهينه شروع و انتهاي عمليات استخراجي مشخص مي‌شود. براي تعيين اين نقاط از دو تقريب خطي شكسته‌ي تابع تجمعي مطلوبيت استخراج بلوكهاي هر پهنه‌ي استخراجي استفاده مي‌شود. اين دو تقريب فرمول يكساني دارند و در هر نقطه از پهنه ميزان سود تجمعي استخراج از ابتداي رديف تا نقطه موردنظر را به‌دست مي‌دهند. با درنظر گرفتن نقاط شروع و انتهاي متغير براي كارگاه، توابع تقريب مقادير متفاوتي از سود تجمعي در اين نقاط به‌دست مي‌دهند. اختلاف اين مقادير معادل ارزش مواد بين دو نقطه در صورت استخراج شدن است. با بيشينه‌سازي اختلاف ارزش تجمعي سود در نقاط شروع و انتهاي كارگاه، با توجه به محدوديتهاي هندسي و عملياتي استخراج، ابعاد و مكان قرارگيري كارگاه بهينه در هر رديف يا پهنه استخراجي به‌دست مي‌آيد.

پس از توضيح تفصيلي درباره چگونگي عملكرد الگوريتم، روش مدل‌سازي مسأله در نرم‌افزار بهينه‌سازي Cplex با واسط نرم‌افزاري Gamside مورد بحث واقع شده و نتايج بهينه‌سازي براي مثالهاي يک و دو بعدي ارائه شده و مورد تحليل قرار گرفته است. در پايان نتايج به‌دست آمده با موارد مشابه مقايسه و اعتبارسنجي شده است.

۲- پيشينه مطالعات

بيشتر تكنيک‌هاي بهينه سازي زيرزميني شامل استفاده از الگوريتم پويا [۲و۳]، بكارگيري زمين آمار پايين دستي[۲] و جبر تصويري[۳] [٤]، الگوريتم تقسيم هشتگانه[٤] [۵]، روش كارگاه شناور[۵] [٦]، الگوريتم با ارزشترين همسايگي[٦] [۷]، استفاده از برنامه‌ريزي عدد صحيح [۸] هستند. از اين ميان الگوريتم پويا، زمين آمار پايين‌دستي و برنامه‌ريزي عدد صحيح از نوع رياضي محور[۷] و ساير روشها جستجو محور[۸] هستند.

روش بهينه‌سازي الگوريتم پويا با اصلاح روش بهينه‌سازي پوياي معادن روباز توسعه يافت. مهم‌ترين تفاوت در اين دو روش تغيير محدوديت توالي برداشت بلوكها است، بطوريكه در روش زيرزميني محدوديت ارتباط فضاي حفريه با سطح زمين به واسطه ديواره‌اي با شيب پايدار حذف شده است [۲]. الگوريتم ديگري توسط جلالي و همكارن ارائه شده كه در آن مساله بهينه‌سازي هندسه كارگاه زيرزميني با هدف بيشينه سازي سود استخراجي با استفاده از برنامه‌ريزي پويا حل شده است. در اين حل، از دو الگوريتم جزء گراي OLIPS و كل گراي GOUMA براي حل همزمان در مقياس‌هاي كوچک و بزرگ ماده معدني استفاده شده است [۳].

روش زمين آمار پايين دستي براي اولين بار در يک پژوهش معدن اورانيم زيرزميني بكار رفت. در اين روش با استفاده از زمين آمار غيرخطي نقشه‌هاي تصويري از بلوكهاي سود ده و باطله‌هاي ماده معدني تهيه و سپس با استفاده از روش جبر تصويري[۹] و محدوديت ابعاد كارگاهها و طول پايه هاي معدني مكان بهينه قرارگيري كارگاههاي استخراجي بر روي تصوير ماده معدني محاسبه مي‌شود.

الگوريتم تقسيم هشتگانه كه به عنوان ابزاري از نرم‌افزار برنامه‌ريزي توليد *بونانزا*[۱۰] مطرح شده [۵]، به طور ساده بر اساس تقسيمات هشتگانه توده معدني و انتخاب بلوكهاي اقتصادي مناسب براي استخراج با توجه به ابعاد كارگاه استخراجي بنا نهاده شده است.

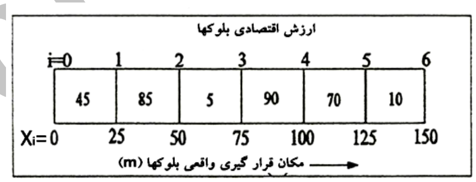
روش كارگاه شناور به وسيله ديتامين[۱۱] براي شناسايي محدوده ماده معدني قابل استخراج يا حدود اقتصادي كارگاه استخراج زيرزميني ارائه شده است [۶]. ايده اصلي روش كارگاه شناور برگرفته از روش جستجو محور مخروط شناور مثبت براي بهينه‌سازي محدوده استخراج روباز بوده با اين تفاوت كه محدوديت استخراج مواد از سطح زمين به محدوديت

استخراج مواد از نقاط تخليه زيرزميني تغيير يافته است.

روش جستجو محور نزديک‌ترين همسايه بر اساس مفاهيم "نسبت بلوک/کارگاه" و "درجه همسايگي" پايه‌ريزي شده و از مدل بلوکي ۳بعدي اقتصادي استفاده مي‌نمايد. اساس روش تعيين بهترين بلوکهاي همسايه‌اي است که بيش‌ترين ارزش خالص فعلي را تضمين نموده و محدوديت هاي هندسي (ابعاد) کارگاه استخراج را درنظر گيرند [۷].

۳- روش بهينه‌سازي

در اين تحقيق هدف از بهينه‌سازي، بيشينه نمودن ارزش يک مطلوبيت دلخواه استخراجي با توجه به نياز در نظر گرفته شده است. اين مطلوبيت ممکن است ارزش اقتصادي، ميزان محصول نهايي، عکس هزينه استخراج و يا هر مطلوبيت مناسب ديگري باشد. مطلوبيت گفته شده به طور معمول ارزش اقتصادي بوده و هدف بهينه‌سازي، اغلب بيشينه‌سازي ارزش اقتصادي استخراج در نظر گرفته مي‌شود. براي اعمال مدلسازي در ابتدا ارزش اقتصادي بلوکها با توجه به اطلاعات عياري و اقتصادي مدل بلوکي به‌دست مي‌آيد (شکل ۱).

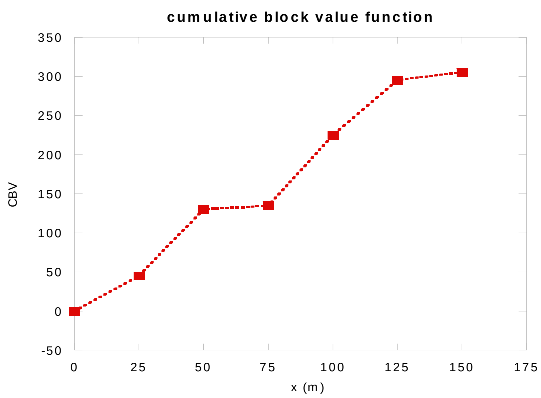


شکل (۱): مثالي از يک رديف (پهنه استخراجي) از بلوکها، مکان قرارگيري و ارزش اقتصادي آنها [۱]

پس از تعيين ارزش بلوکها، ارزش تجمعي آنها در جهت طول پهنه (بعدي که تصميم‌گيري محل کارگاه بر روي آن انجام مي‌شود)، از جمع ارزش بلوکها به‌دست مي‌آيد. ارزش‌هاي تجمعي به‌دست آمده ماهيتي گسسته داشته و مقدار آنها فقط در نقاط انتهايي بلوکها مشخص است. اما براي مدل‌سازي مساله به ارزش تجمعي پيوسته‌اي که مقدار آن در هر نقطه‌ي پهنه استخراجي مشخص شده نياز است. با فرض يکنواخت بودن خصوصيات بلوکها، ارزش تجمعي آنها در طول بلوک به طور خطي افزايش مي‌يابد، بنابراين تابع گسسته ارزش تجمعي را مي‌توان به صورت خطي شکسته بيان نموده و در مدل‌سازي استفاده نمود (شکل ۲). بيان تابع خطي شکسته با يک رابطه واحد، به منظور استفاده در بهينه‌سازي داراي اهميت است.

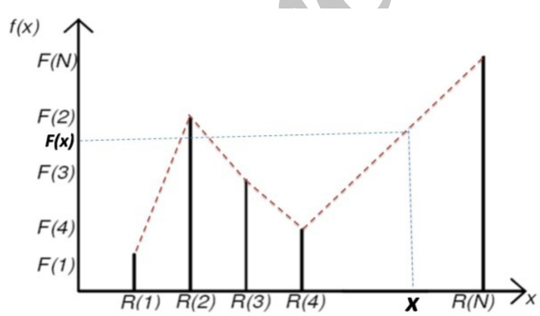
۳-۱- تقريب تابع خطي شکسته

براي بيان يک تابع خطي شکسته با يک رابطه واحد، از نوعي از متغيرها به نام "مجموعه مرتب ويژه نوع ۲"[۱۲] يا به اختصار SOS2 استفاده مي‌شود. مجموعه‌هاي مرتب ويژه، مجموعه‌هاي مرتبي از اعدادند که داراي شرايط ويژه‌اي هستند. متغير مجموعه مرتب ويژه نوع ۱ (SOS1) مجموعه‌اي از اعداد است که به جز يکي بقيه صفر هستند. متغير مجموعه مرتب ويژه نوع ۲ (SOS2) مجموعه‌اي مرتب از اعداد است که حداکثر ۲ تاي آنها مي‌توانند غير صفر باشند و اگر دو متغير غير صفر وجود داشته باشند اين دو متغير همسايه (پشت سر هم) خواهند بود [۸].



شکل (۲): تابع خطي شکسته به‌دست آمده از مقادير گسسته ارزش تجمعي بلوک‌هاي شکل ۱ (مقادير گسسته تجمعي به شکل مربع هاي توپر و تقريب‌ها با نقطه چين نشان داده شده‌اند)

مهم‌ترين کاربرد متغيرهاي SOS2 تقريب يک تابع گسسته يا پيوسته غيرخطي، با استفاده از يک تابع خطي شکسته است. تابع گسسته، $F(x)$ که مقادير آن در شبکه مشخصي از نقاط، x، مانند $R(1), R(2)...,R(N)$ معين شده، مفروض است. با درنظرگرفتن i به صورت اعداد صحيح بين ۱ تا N مي‌توان شکل ۳ را براي نقاط شبکه $F(i)=F(R(i))$ در نظر گرفت.



شکل (۳): مثالي از تابع گسسته [۸]

اگر $w(1),w(2), ...w(N)$ متغيرهاي وزن (تاثير) هر يک از نقاط گسسته شبکه در يک نقطه دلخواه x باشند، تقريب خطي شکسته تابع F با روابط ذيل انجام مي‌شود:

$$x = \sum_{i=1}^{N} w(i) \times R(i) \qquad (۱)$$

$$F(x)=\sum_{i=1}^{N} F(i)\times w(i) \quad (۲)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w(i)=1 \quad (۳)$$

رابطه (۱) مکان متغیر مستقل دلخواه x را با توجـه بـه دو نقطـه گسسته مجاورش مشخص مي‌نمايـد. رابطـه (۲) مقـدار تـابع در مکان متغير x را به‌دست مي‌دهد. رابطه (۳) شـرط خطـي بـودن تغييـرات تـابع در فاصـله بـين دو نقطـه گسـسته را بـرآورده مي نمايد. البته در هر نقطه حـداکثر دو وزن مجـاور بزرگتـر از صفر هستند (طبيعت خطي بودن تابع بين دو نقطه اين شـرط را القا مي‌کند). دو متغير $w(i)$ و $w(j)$ زماني مجاور هستند که هـيچ w(k) اي وجود نداشته باشد که $R(i) \le R(k) \le R(j)$. مجموعـه وزنهاي $w(1), w(2), \dots w(N)$ را مـي‌تـوان در داخـل يـک متغيـر SOS2 قرار داد، زيرا اين مجموعه شـرايط متغيـر SOS2 را دارا اسـت. مجموعـه روابـط (۱) تـا (۳) يـک تـابع خطـي شکـسته را به دست مي‌دهند که از نقاط گسسته اوليه مفروض مي‌گذرد.

۳-۲- تابع هدف

براي تعريف تابع هدف در ابتدا دو متغير $SOS2$ در نظر گرفته مي‌شود. يک متغير $SOS2$ براي نشان دادن محل شروع استخراج در نظر گرفته شده و متغير ديگر براي تعيين مکاني که استخراج تمام مي‌شود. متغير اول L و متغير دوم T نامگذاري مي‌شوند. اختلاف تابع ارزش تجمعي در دو نقطه‌ي شروع و انتهاي استخراج، معرف ارزش مواد بين اين دو نقطه در صورت استخراج است. تابع هدف به صورت بيشينه کردن ارزش مواد داخل کارگاه (بين دو نقطه ابتدايي و انتهايي) تعريف مي‌شود. بنابراين اگر مقادير ارزش تجمعي در هر نقطه گسسته، i با شاخص، a_i، مشخص شود، تابع هدف بهينه‌سازي با رابطه ۴ تعريف مي‌شود [۱].

$$\max imize \sum_{i=0}^{n} a_i T_i - \sum_{i=0}^{n} a_i L_i \quad (٤)$$

پايين نويس i در L و T معرف مقدار i امـين عـضو از مجموعـه مرتب ويژه نوع ۲ اسـت. تـابع هـدف رابطـه (٤) نقـاط شـروع و انتهايي را انتخاب مي‌نمايـد کـه بـيش‌تـرين اخـتلاف را در تـابع ارزش تجمعي داشته باشند، به عبارتي نقاطي که استخراج مـواد بين آنها بيشترين سود را به‌دست مي‌دهند. بايد توجه داشت که تابع $CV(SOS2)=\sum_{i=0}^{n} a_i SOS2_i \quad SOS2_i = L_i , T_i$ معرف ارزش تجمعي استخراج از ابتداي پهنه تا نقطه متناظر با $SOS2$ (با توجه به رابطه‌هاي (۱ و ۲)) است.

۳-۳- محدوديت‌ها

محدوديت‌هاي متعددي براي تابع هدف بالا تعريف شده [۱] که در ادامه تشريح مي‌شوند. اولين محدوديت به طبيعت تقريب تابع خطي شکسته، باز مي‌گردد. مجموع همه اعضاي يک متغير SOS2 بايد برابر با ۱ باشد (رابطه ۳)، در غير اين‌صورت تقريب از حالت خطي خارج مي‌شود بنابراين:

$$\sum_{i=0}^{n} T_i = 1.0 \quad (۵)$$

$$\sum_{i=0}^{n} L_i = 1.0 \quad (۶)$$

محدوديت ابعاد هندسي کارگاه، دومين محدوديت در اين زمينه است. هنگامي‌که بيشترين و کمترين ابعاد کارگاه داراي محدوديت هستند، اين محدوديت ها بوسيله روابط (۷ تا ۱۰) بر مدل اعمال مي‌شوند.

$$B_t - B_l \le s\max \quad (۷)$$

$$B_t - B_l \ge s\min \quad (۸)$$

$$B_l = \sum_{i=0}^{n} x_i L_i \quad (۹)$$

$$B_t = \sum_{i=0}^{n} x_i T_i \quad (۱۰)$$

که در اين روابـط x_i مکـان شـروع بلـوک i ام (شـکل ۱)، يـا بـه عبارتي مقدار متغير مستقل در نقاط اطلاعاتي گسسته اسـت. B_l و B_t به ترتيب نقاط شروع و خاتمه کارگاه اسـتخراج و $smax$ و $smin$ نيز به ترتيب بيشترين و کمترين طـول مجـاز کارگـاه بـر روي پهنه مورد بررسي هستند. روابـط (۹ و ۱۰) بـا رابطـه (۲) متناظر بوده و نقطه متناظر بـا متغيـر $SOS2$ را بـر روي محـور دکارتي X مـشخص مـي‌کننـد. در صـورتي کـه محـدوديت‌هـاي ديگري بر روي مکان و ابعاد کارگاه تاثير گذار باشند، بايـد بـا اضافه نمودن روابط متناظر با آنها در مدل‌سازي اضافه شـوند. با در نظرگيـري روابـط ٤ تـا ۱۰ مـساله بهينـه‌سـازي محـدوده کارگاه استخراج با هدف بيشينه نمودن مطلوبيت هدف بـر روي يک پهنه به صورت يک بعدي مدل مي‌شود.

٤- حل مسأله

با توجه به ماهيت گسسته متغير مجموعه مرتب ويژه نوع ۲ براي حل اين مسأله بايد به جاي بهينه سازهاي خطي از حل کننده هاي عدد صحيح مختلط[۱۳] استفاده نمود. از مهمترين حل کننده هاي تجاري عدد صحيح Cplex، Xpress، XA، XARAR، FortMP و XLSOL هستند. از اين ميان دو نوع Cplex و Xpress قابليت حل مسائل با ابعاد بسيار بزرگ در زمان کوتاه

را دارند. نوع Cplex براي حل مسائل بزرگ از روش شاخه و برش[١٤] استفاده مي‌كند. اين روش حل، قابليت زيادي براي حل سريع مسائل عدد صحيح نسبت به روشهاي ديگر دارد.

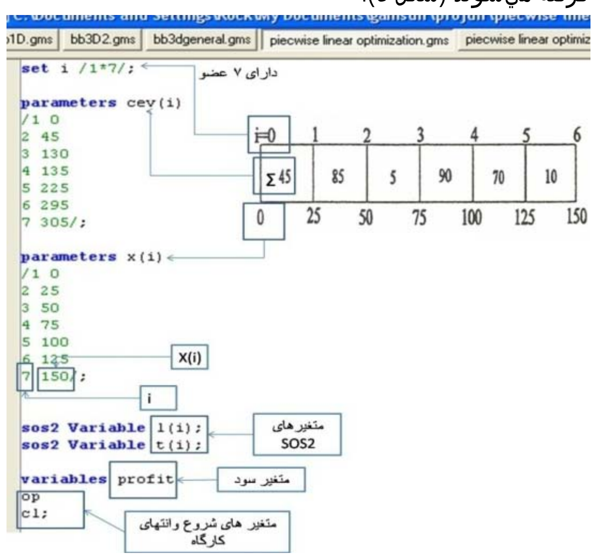
واسطهاي نرم‌افزاري مختلفي از تركيب اين حل كننده‌ها براي حل مسائل بهينه‌سازي استفاده مي‌نمايند. در بسياري از اين واسطها امكان تعريف متغير *SOS* در نظر گرفته نشده است. واسطهاي AMPL، TOMLAB+MATLAB و Gamside از واسطهاي با قابليت در نظرگيري متغيرهاي SOS(1,2) هستند. از ميان اين واسطها نوع Gamside راهنماي قويتري براي كاربر داشته و زبان برنامه نويسي ساده‌تري دارد، بنابراين از بين واسطها، Gamside [٩] و از بين حل كننده ها Cplex v.11 [١١]، مورد استفاده قرار گرفتند.

٤-١- مثال عددي ١:

در ابتدا مثال عددي ارائه شده در شكل ١ مدل‌سازي مي شود. در اين مثال محدوديت بيشترين طول كارگاه برابر با٣٣/٣٣ متر فرض شده و در پهنه نشان داده شده در شكل (١) فقط يک كارگاه قابل احداث خواهد بود. مراحل حل به صورت زير است:

الف) معرفي دسته‌ها، پارامترها و متغيرها:

در نرم‌افزار GAMS دسته‌ها[١٥] اجزاي سازنده ساختار مساله هستند، نگاه برنامه به دسته مجموعه‌اي حاوي شي و نه مجموعه‌اي از اعداد است. در اينجا بلوک‌هاي يک پهنه كه پيمايش مساله بر روي آنها قرار دارد به عنوان دسته در نظر گرفته مي‌شوند (شكل ٤).



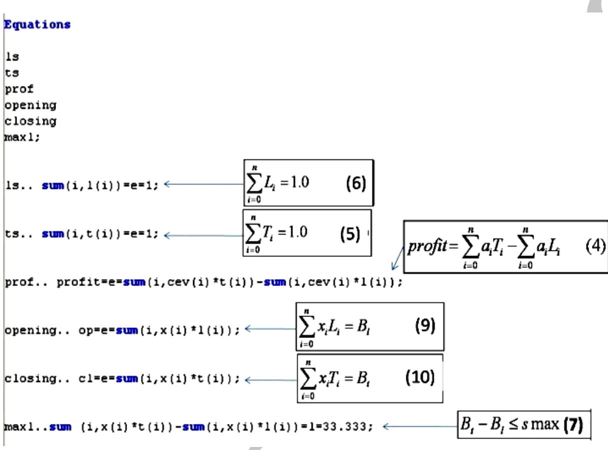
شكل (٤): معرفي دسته‌ها، پارامترها و متغيرهاي مثال عددي در محيط GAMS

پارامترها داراي مقادير ثابت اطلاعاتي مساله هستند كه به طور معمول متناظر با اشياء دسته‌اي خاص تعريف مي‌شوند و برنامه آنها را با ديد مقادير عددي در نظر مي‌گيرد. در اين مساله ارزش تجمعي در انتهاي هربلوک و مكان قرارگيري بلوكها (شبكه نقاط قرارگيري) در رده پارامترها تعريف مي شوند (شكل ٤).

متغيرها، ماهيت‌هايي هستند كه در طول حل مساله بارها تغيير مي‌نمايند تا مساله به جواب بهينه خود برسد. در اين مساله دو متغير از نوع SOS2، سود عمليات و نقاط شروع و خاتمه عمليات از جمله متغيرهاي مساله هستند. در شكل (٤) چگونگي معرفي دسته‌ها، پارامترها و متغيرها براي مثال عددي گفته شده در فضاي نرم‌افزار تجاري GAMS نشان داده شده است.

ب) اعمال روابط

پس از معرفي دسته‌ها، پارامترها و متغيرها در محيط نرم افزار بايد روابط (٤) تا (١٠) كه براي بهينه سازي مورد نياز هستند به نرم‌افزار اعمال شوند. در اينجا تابع هدف به متغيري به نام سود تعلق مي‌گيرد. از آنجا كه در اين مثال كمترين طول كارگاه محدوديتي ندارد، رابطه (٨) در مدل‌سازي مساله وارد نمي‌شود. چگونگي اعمال روابط در شكل (٥) نشان داده شده است.



شكل (٥): اعمال فرمولاسيون به نرم افزار GAMS

ت) مدل‌سازي، حل مساله با برنامه‌ريزي عدد صحيح مختلط و نمايش نتايج

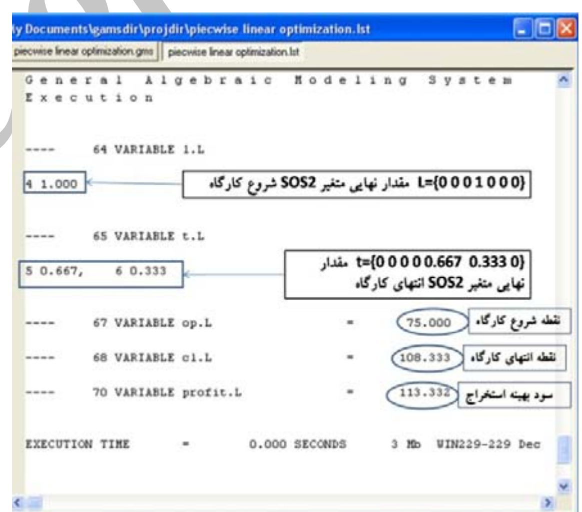
پس از اعمال روابط با در نظرگرفتن همه آنها مدل تعيين محدوده نهايي كارگاه زيرزميني ساخته شده و براي هدف بيشينه كردن متغير سود ناشي از استخراج حل مي‌شود. در پايان، مقدار بهينه متغيرهاي مورد علاقه نمايش داده مي‌شود. در شكل (٦) نحوه اعمال مراحل بالا به نرم افزار نشان داده شده است.

شكل (٦): مدلسازي مساله در محيط GAMS

ث) اجراي برنامه و ثبت نتايج

با اجراي برنامه، نرم‌افزار گزارشي از چگونگي و زمان حل و همچنين نتايج به دست آمده ارائه مي‌دهد. نتايج ثبت شده نرم‌افزار به صورت شكل (٧) خواهد بود.

براي بلوكهايي با ارزش نشان داده شده در شكل (١) و محدوديت بيشترين طول كارگاه ٣٣/٣٣ متر، كارگاه در فاصله x_i=٧٥m تا x_f=١٠٨/٣٣٣m واقع شده و سود بهينه عمليات استخراج ١٣٣/٣٣٢ واحد ارزش مطلوبيت است. البته لازم نيست كه ارزش موردنظر تنها ارزش اقتصادي بلوكها باشد، بلكه همه مطلوبيت‌هاي جمع‌پذير مي‌توانند در اين مدل سازي درنظر گرفته شوند.

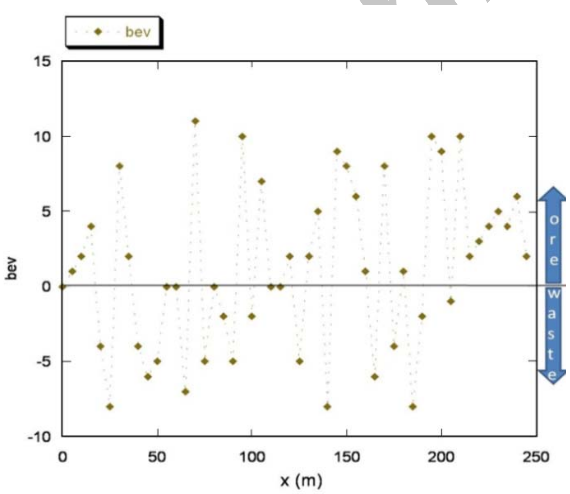


شكل (٧): گزارش نتايج اجراي مثال عددي

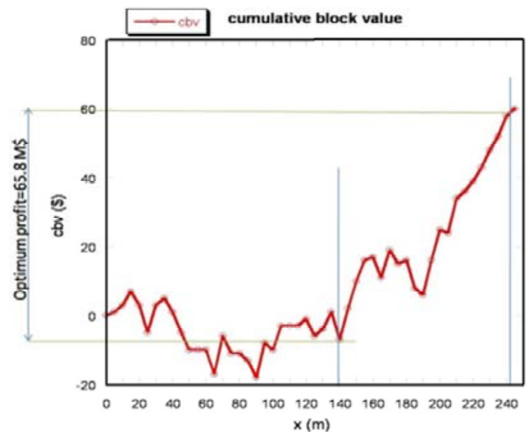
براي اعتبارسنجي، مدل ارائه شده با تحقيق مشابهي مقايسه شد. در تحقيق مشابه [١]، مساله با استفاده از نرم افزار MIPIII حل شده بود. نتايج به‌دست آمده در هر دو تحقيق با يكديگر برابري كامل دارند.

٤-٢- مثال عددي ٢:

در مثال عددي ١ استخراج همه بلوكها سودآور در نظر گرفته شده بود، اما در عمل، همه بلوكهاي مدل بلوكي سود ده (داراي مطلوبيت) نيستند. در واقعيت استخراج بلوكهاي ماده معدني سود آور و برداشت بلوكهاي باطله ضرر ده است. در مثال عددي ٢ يک پهنه واقعي‌تر شامل بلوكهاي با ارزش مثبت و منفي مورد حل قرار مي‌گيرد، ضمن آنكه در اين مثال تعداد متغيرها بسيار بيشتر از حالت قبلي (٥٠ متغير) در نظر گرفته شده است. براي اختصاص ارزش اقتصادي بلوكها (bev[١٦]) از اعداد تصادفي بين ٨- تا ١٠+ استفاده شده است. استفاده از اعداد تصادفي، امكان در نظرگرفتن بدترين مساله ممكن كه مطلوبيت مساله روند مشخصي ندارد را به‌دست مي‌دهد. در اين مثال طول بلوكها برابر با ٥ متر فرض شده است. در شكل (٨) توزيع ارزش اقتصادي بلوكها نشان داده شده است. كمترين و بيشترين طول مجاز كارگاه مساله به ترتيب ٥٠ و ١٠٢ متر فرض شده است. برخلاف مثال قبل كه مثبت بودن ارزش مطلوبيت‌ها باعث پيشنهاد كارگاه با بيشترين طول ممكن شده و بنابراين نيازمند اعمال محدوديت كمترين طول كارگاه نيست، در اين مثال وجود همزمان مطلوبيت‌ها و نامطلوبيت‌ها اعمال شرط كمترين طول مجاز كارگاه را ضروري مي‌نمايد. با اعمال روابط (٤ تا ١٠) نقاط ابتدايي و انتهايي كارگاه و ارزش استخراج بهينه عمليات به‌دست مي‌آيند. در شكل (٩) نمودار ارزش تجمعي بلوكها و نقاط ابتدايي و انتهايي كارگاه بهينه و ارزش بيشينه عمليات استخراج نشان داده شده است. نقطه شروع وانتهاي كارگاه به ترتيب در فواصل ١٤٠ و ٢٤٢ متري از ابتداي پهنه و سود بهينه استخراج ٦٥/٨ ميليون دلار به‌دست مي‌آيد.



شكل (٨): ارزش اقتصادي بلوكها



شکل (۹): ارزش تجمعي بلوکها و نقاط ابتدائي و انتهايي کارگاه و ميزان بيشينه سود

از شکل (۹) مي‌توان استدلال کرد که مساله براي اين نوع از داده‌ها نيز جواب بهينه را به‌دست مي‌دهد. البته امکان رخداد چندين جواب بهينه نيز وجود خواهد داشت که در اين حالت بهتر است از بين موارد بهينه، کارگاه با بيشترين طول انتخاب شود تا علاوه بر بيشينه نمودن مطلوبيت حرکت در راستاي بيشينه‌سازي بازيابي از ذخيره و افزايش طول عمر معدن نيز موردنظر قرار گيرد.

۵- حل مسئله براي پهنه‌بندي دو بعدي

در دو مثال عددي قبل، بررسي محدوده کارگاه بر روي يک پهنه و به صورت يک بعدي انجام شد. اما در بسياري از موارد چند پهنه در کنار هم و به صورت دو بعدي قرار گرفته‌اند. در صورتي‌که تصميم گيري براي تعيين طول و مکان قرارگيري کارگاهها براي هر پهنه مد نظر قرار گيرد، مي‌توان فرمولاسيون ارائه شده را تعميم داد:

$$\max imize\left(\sum_{j=1}^{m}\left(\sum_{i=0}^{n}a_{ij}T_{ij}-\sum_{i=0}^{n}a_{ij}L_{ij}\right)\right) \qquad (۱۱)$$

$$st. \qquad \sum_{i=0}^{n}T_{ij}=1 \qquad \forall j \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{i=0}^{n}L_{ij}=1 \qquad \forall j \qquad (۱۳)$$

$$B_{lj}-\sum_{i=0}^{n}L_{ij}\times x_{ij}=0 \qquad \forall j \qquad (۱۴)$$

$$B_{tj}-\sum_{i=0}^{n}T_{ij}\times x_{ij}=0 \qquad \forall j \qquad (۱۵)$$

$$B_{tj}-B_{lj}\le s\max \qquad \forall j \qquad (۱۶)$$

$$B_{tj}-B_{lj}\ge s\min \qquad \forall j \qquad (۱۷)$$

که در اين روابط j نشان‌دهنده شماره پهنه مورد نظـر در مقطـع دوبعدي است. همه روابط به جز تابع هـدف بـراي هـر پهنـه بـه صورت جداگانه اعمال مي‌شود.

۵-۱- مثال عددي ۳:

در مثال سوم مقطعي افقي از معدن در نظر گرفته، که بر روي آن ۸ پهنه، کنار هم قرار گرفته و هدف مساله پيدا نمودن مکان شروع و پايان جبهه کار هرکدام از پهنه‌ها است. هر کدام از اين ۸ پهنه داراي ۱۱ بلوک با ارزشهاي متفاوت تصادفي بين ۵- تا ۱۵ است که در شکل (۱۰) نشان داده شده‌اند. در اين مثال عددي طول بلوکها ٦۰ متر و عرض بلوکها برابر عرض پهنه‌ها در نظر گرفته شده است. کمترين و بيشترين طول مجاز هر کارگاه استخراج نيز به ترتيب ۵۰ و ۲۵۰ متر در نظر گرفته شده اند.

با اعمال فرمولاسيون ۱۱ تا ۱۷ به برنامه GAMS/Cplex و حل مدل، نتايج بهبود يافته (نه بهينه) به‌دست مي‌آيند. نرم‌افزار بدليل تعداد زياد متغيرها و زمانبري حل، پس از مدت زماني حل را متوقف نموده و به جاي جواب بهينه، جواب بهبود يافته را با توجه به بيشترين خطاي محتمل به‌دست مي‌دهد. نرم افزار به دليل توانايي در تعيين مرز بالايي جواب (در بيشينه‌سازي) و يا مرز پاييني جواب (در کمينه‌سازي)، مي‌تواند بيشترين خطاي ممکن و فاصله از جواب بهينه را در گامهاي مختلف حل درنظر بگيرد. حل ساده اين مساله با نرم افزار GAMS/Cplex داراي حداکثر ۸/٦۷ % خطا[17] بوده و در حالي که بهترين مقدار ممکن برابر با ۲۵۲/۷۱ واحد مطلوبيت است جواب مساله با حداکثر ۲۰/۱۷ واحد خطا ميزان ۲۳۲/۵٤ واحد مطلوبيت را به دست مي‌دهد.

پهنه ها (j)

بلوک ها (i)

X		1	2	3	4	5	6	7	8
0–60	1	3	9	14	0	7	-5	2	0
60–120	2	5	4	15	4	4	-5	-2	12
120–180	3	2	6	11	14	-4	-1	9	0
180–240	4	4	11	4	9	-4	7	9	11
240–300	5	0	-4	5	-1	1	-4	10	13
300–360	6	7	7	-1	12	-5	2	5	0
360–420	7	10	-4	8	8	3	8	6	0
420–480	8	6	3	1	-2	9	9	-3	-4
480–540	9	8	1	14	-1	-3	9	4	-3
540–600	10	-1	12	10	7	-4	-3	9	8
600–660	11	3	-5	3	8	7	4	13	-1

شکل (۱۰): ارزش اقتصادي بلوکها (پهنه‌ها به صورت ستوني در نظر گرفته شده‌اند)

پهنه ها (j)

بلوک ها (i)

X		1	2	3	4	5	6	7	8
0–60	1	3	9	14	0	7	-5	2	0
60–120	2	5	4	15	4	4	-5	-2	12
120–180	3	2	6	11	14	-4	-1	9	0
180–240	4	4	11	4	9	-4	7	9	11
240–300	5	0	-4	5	-1	1	-4	10	13
300–360	6	7	7	-1	12	-5	2	5	0
360–420	7	10	-4	8	8	3	8	6	0
420–480	8	6	3	1	-2	9	9	-3	-4
480–540	9	8	1	14	-1	-3	9	4	-3
540–600	10	-1	12	10	7	-4	-3	9	8
600–660	11	3	-5	3	8	7	4	13	-1

شکل (۱۱): مکان قرارگيري کارگاهها در مثال عددي

در شکل (۱۱) مکانهاي شروع و انتهاي کارگاههاي هر پهنه، که با حل تعميم يافته مساله به‌دست آمده نشان داده شده‌اند. البته در اين حل نيز امکان تقليل خطا و دست‌يابي به جواب بهتر وجود دارد، اما ممکن است بر زمان انجام محاسبات افزوده شود.

۶- نتيجه‌گيري و پيشنهاد

معادن از بزرگترين واحد هاي اقتصادي هر جامعه اي هستند، لذا بهينه سازي محدوده نهايي و توليد آنها از اهميت بسيار زيادي برخوردار است.

درمقايسه با روشهاي روباز تعداد تلاشهاي صورت گرفته براي دستيابي به روش تعيين محدوده نهايي بهينه معادن زير زميني بسيار کمتر بوده است.

در اين تحقيق تلاش شده است تا روش جانمايي بهينه کارگاههاي استخراج بر روي پهنه‌هاي استخراجي مورد بررسي و براي مثالهاي فرضي مشابه با معادن واقعي اجرا شود.

روش بر اساس تقريب خطي شکسته‌ي تابع ارزش تجمعي مطلوبيت در طول پهنه استخراجي با استفاده از متغيري به نام مجموعه مرتب ويژه نوع ۲ (SOS2) و پيدا نمودن دو نقطه با بيشترين اختلاف در مقدار ارزش تجمعي با توجه به محدوديت هاي استخراج بنا شده است. به علت طبيعت گسسته متغيرهاي SOS2، تعيين نقاط بهينه شروع و انتهاي کارگاه به وسيله حل‌کننده هاي عدد صحيح انجام مي‌شود.

روش حل در صورت توانايي در مدل‌سازي محدوديتهاي استخراجي يک روش بهينه قطعي است، اما در اجراي روش ممکن است، حل کننده‌ها قادر به رسيدن به جواب بهينه نبوده و تنها جواب بهبود يافته را به‌دست دهند.

در اين تحقيق مثالهاي عددي يک و دو بعدي با داده‌هاي تصادفي (در سخت‌ترين شرايط) مورد بررسي قرار گرفتند. حل مسائل با حل‌کننده عدد صحيح مختلط Cplex انجام شد. زمان حل براي همه مثالهاي ارائه شده در حد کسري از ثانيه بود. با اين وجود تضميني براي رخ ندادن مشکل نفرين بعد[۱۸] در مسائل با تعداد زياد متغير وجود نخواهد داشت.

روش بکار گرفته شده، روشي با فرمولاسيون رياضياتي و بهينه قطعي است که براي همه انواع روشهاي استخراجي و هر شکلي از بلوکها کارآمد است. اين روش در جانمايي کارگاه کسرهاي بلوکي را نيز در نظر مي‌گيرد.

در اين تحقيق از روش يک بعدي براي يافتن محدوده کارگاهها بر روي پهنه استخراجي استفاده شده است. اما در مورد روشهاي استخراجي که کارگاه علاوه بر طول مي‌تواند عرض و يا ارتفاع متغير نيز داشته باشد، پيشنهاد مي‌شود اين روش به صورت دو و يا سه بعدي تعميم داده شود. در حالت هاي دو و سه بعدي، ارزش تجمعي به جاي محاسبه در يک راستا در دو و يا سه راستا محاسبه شده و تصميم‌گيري در مورد نقاط شروع و انتهاي کارگاه در دو يا سه بعد انجام مي‌شود.

۷- مراجع

[۱] Ovanic J., Young D. S., 1995, “Economic optimization of stope geometry using separable programming with special Branch and Bound techniques,” the 3rd Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, Ed.: H S Mitri, Balkema, Rotterdam.

[۲] Riddle J. M., 1977, “A dynamic programming solution of a block-caving mine layout,” in: Proceedings of the 14th International APCOM Symposium, SME, Colorado.

[۳] S. E.Jalali and M.Ataee-pour, "A 2D Dynamic Programming Algorithm to Optimize Stope Boundaries", in 2004 Proceedings of the 13th symposium on Mine Planning and Equipment Selection, (eds. M. Hardygora et al.), Rotterdam, Balkema, pp. 45-52.

[٤] Deraisme J., de Fouquent C., and Fraisse H., 1984, “Geostatistical orebody model for computer optimization of profits from different underground mining methods,” in: Proceedings of the 18th International APCOM Symposium, The Inst. of Mining and Metallurgy.

[٥] Cheimanoff N. M., Deliac E. P., and Mallet J. L., 1989, “GEOCAD: an alternative CAD artificial inteligence tool that helps moving from geological resources to mineable reserves,” in: Proceedings of the 21st International APCOM Symposium, SME, Colorado.

[٦] Alford C., 1995, “Optimization in underground mine design,” in: Proceedings of the 25th International APCOM Symposium, The Australasian Institute of Mining and

Metallurgy, Melbourne.

[۷] Ataee-pour M., 2005, “A CRITICAL SURVEY OF THE EXISTING STOPE LAYOUT OPTIMIZATION TECHNIQUES,” Journal of Mining Science, Vol. 41, No. 5

[۸] Dash Optimization Manual, “Special Ordered Sets”, Minneapolis, MN USA, www.dashoptimization.com/home /downloads/pdf/SpecialOrderedSets.pdf, 12 December 2002.

[۹] GAMS Development Corporation, Washington DC, USA, www.gams.com, 2008.

[۱۰] ILOG CPLEX's mathematical optimization technology, ILOG corporate, Headquarters: France and California, http://www.ilog.com/products/cplex, 2008.

۸- زیرنویس‌ها

[1] Piecewise linear function
[2] downstream geostatistics
[3] Image algebra
4 octree division
[5] Floating Stope
[6] Maximum Value Neighborhood Algorithm
[7] Rigorous
[8] Heuristic
[9] Image algebra
[10] BONANZA
[11] Datamine
[12] Special Ordered Sets of Type 2 (SOS2)
[13] Mixed integer programming (MIP) solvers
[14] Branch and cut
[15] Sets
[16] Block economic value (bev)
[17] Gap
[18] curse of dimensionality