تحليل مسائل تحت بارگذاري تنش صفحه‌اي به روش بي‌نياز از عمليات ماتريسي گالركين حجم محدود

سعيدرضا صباغ يزدي [i] *; سميراعلي محمدي [ii]

چكيده

دراين مقاله، روش جديد حل عددي بي‌نياز از عمليات ماتريسي گالركين- حجم محدود، براي حل معادلات دوبعدي كاوشي درديدگاه لاگرانژي حاكم بر تنش‌هاي صفحه‌اي، با فرض روابط خطي براي سازگاري تنش و تغيير شكل‌ها، برروي المان‌هاي مثلثي توسعه داده شده‌است. معادله حركت حاكم بر صفحات تحت تنش‌هاي صفحه‌اي توسط اين روش در شبكه‌هاي بي‌ساختار گسسته‌سازي شده‌اند و تحليل سازه به‌صورت حل صريح و بدون نياز به عمليات ماتريسي انجام شده است. براي ايجاد ديد مهندسي و فيزيكي از نتايج تحليل و هم‌چنين ارزيابي كيفي جواب‌هاي به‌دست آمده از حل عددي برروي يک صفحه نمونه تحت تنش‌هاي صفحه‌اي، نتايج بصورت مناطق رنگي هم‌تنش و هم‌تغيير شكل بر روي هندسه سازه ترسيم شده‌اند و با حل تحليلي آن و نتايج ساير روش‌هاي عددي مقايسه شده است .

كلمات كليدي

مدل‌سازي عددي، روش گالركين حجم محدود، تحليل تنش صفحه‌اي، شبكه‌هاي مثلثي بي‌ساختار

Analysis of a Plane-Stress Problems using Matrix Free Galerkin Explicit Finite Volume Method for Unstructured Triangular Mesh

S.R. Yazdi ; S. Alimohammadi

ABSTRACT

In this article, a new finite volume solver which uses a matrix free Galerkin approach for explicit solution of weak form of two dimensional Cauchy equilibrium equations is introduced. This method is suitable for linear structural problems for which two-dimensional assumption can be applied. In this work, the two dimensional equations of motion governing the plane stress problems are solved on unstructured triangular meshes. In order to present the accuracy of computed results of introduced method, a plate test case under distributed load with available computed results from other numerical methods are utilized. The results presented in terms of stress and strain contours and compared with the available analytical solution**.**

KEYWORDS

Numerical Modeling, Galerkin Finite Volume Method, Plane Stress Analysis, Unstructured Triangular Mesh

---

تاريخ دريافت مقاله:۱۳۸۸/۱۲/۱۵
تاريخ اصلاحات مقاله: ۱۳۸۹/۱۰/۱۵

[i]* نويسنده مسئول و دانشيار؛ دانشكده مهندسي عمران دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي: SYazdi@kntu.ac.ir.
[ii] دانشجوي كارشناسي ارشد سازه‌هاي‌هيدروليكي؛ دانشكده مهندسي عمران، دانشگاه صنعتي خواجه نصيرالدين طوسي: Samira.kntu@yahoo.com.

۱- مقدمه

در بين روش‌هاي عددي، روش اجزاء محدود[۱] پايداري خودش را به عنوان روشي استاندارد در محاسبات مكانيک جامدات[۲] حفظ كرده است، به خصوص در مسائل تغيير شكلي كه شامل تحليل مواد غيرخطي است، كاربرد دارد. حل عددي جامدات در محدوده تراكم‌ناپذيري آن، باعث ايجاد مشكلاتي مي‌شود. براي مثال در انتگرالگيري از تغييرشكل براساس مرتبه‌هاي پايين المان محدود، قفل‌شدگي حجمي ايجاد مي‌شود [۱].

در ابتدا روش حجم محدود[۳] براي حل مسائل ديناميک سيالات محاسباتي و مسائلي در زمينه محاسبات انتقال جرم و حرارت استفاده مي‌شده [۲]، ولي امروزه در زمينه تحليل اجسام جامد شامل مواد ايزوتروپيک خطي و غيرخطي نيز كاربرد يافته، بنابراين در سال‌هاي اخير علاقه براي به‌كارگيري روش حجم محدود در زمينه تحليل مسائل سازه‌اي بيشتر شده است [۳].

نتايج تعدادي نمونه آزمون شاهد به‌دست آمده از روش حجم محدود، چندين برتري را نسبت به روش‌هاي تفاوت محدود و اجزاء محدود نشان مي‌دهد. براي مثال برخلاف حل تفاضل محدود[۴]، حجم محدود روشي است كه وضعيت پايستار كميت‌هاي حل در معادلات حاكم بر مسئله را حفظ مي‌نمايد. هم‌چنين روش حجم محدود براي هر محدوده هندسي (با مرزهاي بي‌قاعده و منظم محاسباتي) قابل استفاده است. اگرچه حل حجم محدود بر روي شبكه‌بندي‌هايي شامل سلول‌هاي چهارضلعي در برخي موارد رفتار مناسبي نداشته است، اما محاسبات عددي به روش حجم محدود با شبكه‌بندي شامل سلول‌هاي مثلثي، هم‌خواني مناسبي با نتايج حل تحليلي نشان داده است. حل محاسباتي اندركنش سيال و سازه به روش اجزاء محدود در برخي موارد (كه از دو نوع كد متفاوت شامل دو نوع شبكه‌بندي براي سيال و سازه استفاده شده است) مشكل‌ساز بوده است [۴]. اما از آنجا كه فرايند ديناميک محاسباتي سيالات[۵] براساس روش‌هاي حجم محدود به طور كامل توسعه يافته است، حل مكانيک سازه محاسباتي حجم محدود امكان حل درگير مسائل چند پديده‌اي سيال و سازه را فراهم مي‌نمايد. بنابراين در بسياري از كاربردهاي مهندسي كه احتياج بسيار زيادي به حل مسائل درگير چند پديده‌اي آب و سازه در آن وجود دارد، روش حجم محدود مي‌تواند براي حل مناسب باشد. بنابراين در چند دهه گذشته عده‌اي از محققين، به توسعه روش‌هاي حجم محدود براي حل مسائل مكانيک محاسباتي علاقمند شده‌اند. اين روش‌ها را مي‌توان به دو دسته مركزيت سلول و رئوس سلول طبقه‌بندي نمود كه هر دو، قوانين پايستار را روي حجم كنترل به‌كار مي‌گيرند[۵و٦]. دسته اول براساس روش‌هاي سنتي حجم محدود كه به‌صورت گسترده‌اي براي مسائل ديناميک محاسباتي سيالات استفاده مي‌شده بنا شده است و در آن حجم كنترل برابر يک سلول محاسباتي در نظر گرفته مي‌شود. در دسته دوم حجم كنترل شامل بخش يا تمام حجم مجموعه‌اي از سلولها است كه در يک نقطه گرهي مشتركند. اگرچه شيوه‌هاي متنوعي از اين روش‌ها برروي شبكه‌هاي بي‌ساختار و باساختار مورد استفاده قرار گرفته‌اند، در سال‌هاي اخير شيوه حل ضمني مناسب با حل درگير مسائل سيال و سازه ارائه شده كه مناسب كاربرد برروي شبكه‌هاي بي‌ساختار است [۷].

در تحقيق حاضر، روش حل حجم محدود صريح (بدون نياز به عمليات ماتريسي) كه براساس برخي ايده‌هاي اساسي روش‌هاي المان محدود براي شبكه بي‌ساختار مثلثي پايه‌گذاري شده است، معرفي مي‌شود. در اين روش اگرچه تابع شكل خطي جزء مثلثي در روند گسسته‌سازي شكل ضعيف معادلات تعادل كاوشي به شيوه گالركين باقيمانده‌هاي وزن‌دار استفاده مي‌شود، اما در پايان روابط جبري فرمول بندي گالركين حجم محدود[٦] ، بدون تابع شكل به‌دست مي‌آيد كه به‌صورت صريح قابل حل است. براي ارزيابي نتايج طرح عددي توسعه داده شده تحليل دوبعدي، وضعيت تعادلي روي نمونه‌هايي از صفحات تحت تنش‌هاي صفحه‌اي انجام شده و نتايج براي تنش و تغييرشكل اين صفحه با حل تحليلي و عددي گزارش شده در مقالات مرجع مقايسه شده‌اند.

۲- معادلات حاكم

در مسائل دوبعدي مكانيک جامدات، رفتار حركت پيوسته صفحه توسط معادلات تعادلي كاوشي حاكم برآن تعريف مي‌شود [۸]:

$$\rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} + P_x \qquad (۱)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2} = \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + P_y$$

كه در آن‌ها $\bar{u} = (u_x, u_y)^T$ بردار جابه‌جايي و $N = (N_{xx}, N_{yy}, N_{xy})^T$ بردار تنش است و عوامل P_x و P_y مولفه‌هاي نيروهاي بدنه‌اي و ρ چگالي جسم است.

با فرض خطي بودن رابطه تنش $N = (N_{xx}, N_{yy}, N_{xy})^T$ و كرنش $\varepsilon = (\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy})^T$، روابط هم‌سازي تنش و تغييرشكل، اين معادلات به‌صورت تابعي از مولفه‌هاي بردار تغييرمكان $\bar{u} = (u_x, u_y)^T$ به‌دست مي‌آيند كه در جهت‌هاي x ،y، معادلات براساس دو مجهول u_x ,u_y به‌صورت رابطه (۲)

نوشته مي‌شوند:

(۲)
$$\rho\frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial y}C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+P_x$$
$$\rho\frac{\partial^2 u_y}{\partial t^2}=\frac{\partial}{\partial x}C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)+P_y$$

که در آن‌ها ضرایب ثابت معادلات به‌صورت رابطه (۳) معرفي مي‌شوند:

(۳)
$$C_1=\frac{E}{(1-\upsilon^2)}\ ,\quad C_2=\frac{E\upsilon}{(1-\upsilon^2)}\ ,\quad C_3=\frac{E}{2(1+\upsilon)}$$

و در آن E ثابت کشساني یانگ و υ ضریب کرنش جانبي پواسون هستند.

۳- گسسته‌سازي

براي به‌دست آوردن شکل گسسته معادلات حاکم بر صفحات در راستاي i، عبارت (۴) استفاده مي‌شود:

(٤)
$$\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}=\frac{\partial N_{ij}}{\partial x_i}+P_i \qquad (j=1,2)$$

که در آن تنش‌هاي صفحه‌اي عبارتند از:

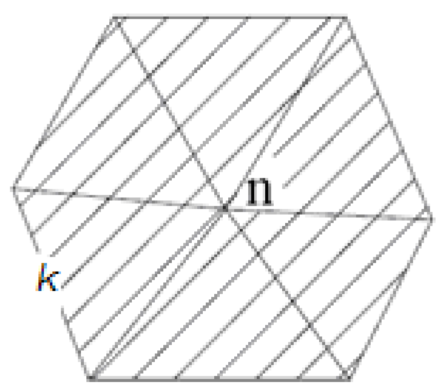
(۱-۴)
$$N_{11}=\left(C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right),\quad N_{12}=C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)$$
$$N_{21}=C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right),\quad N_{22}=\left(C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right)$$

با به‌کارگیري روش باقیمانده‌هاي وزن‌دار، پس از ضرب تابع وزني ω در معادلات (۴) وانتگرال‌گیري آن در زیرحوزه محاسباتي Ω شکل (۱)، مي‌توان نوشت [۹]:

(۵)
$$\int_\Omega \omega\rho\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}d\Omega=[\omega\bar{F}_i]_\gamma-\int_\Omega(\bar{F}_i.\bar{\nabla}\omega)d\Omega+\int_\Omega \omega P_i\, d\Omega$$

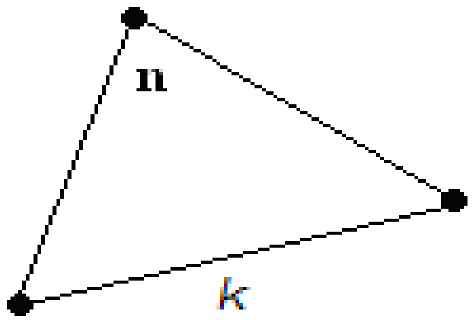
که در آن بردار تنش در راستاي i به‌صورت زیر تعریف مي‌شود:

(۱-۵)
$$\bar{F}_i=N_{i1}\hat{i}+N_{i2}\hat{j}$$



شکل (۱): منطقه محاسباتي با مساحت Ω_n

با توجه به روش گالرکین، تابع وزني ω مي‌تواند برابر با تابع درون‌یابي خطي ϕ انتخاب شود. این تابع ϕ_k براي یک المان مثلثي (با سه وجه)، در محل گره موردنظر، n مقدار واحد و در سایر گره‌ها k مقدار صفر به خود مي‌گیرد (شکل ۲):



شکل (۲): یک المان مثلثي خطي

بنابراین مجموع جمله $[\omega.\bar{F}_i]_\gamma$ در مرز محاسباتي Ω_n برابر با صفر است. هم‌چنین طرف راست معادله (۵) به‌صورت رابطه (٦) گسسته‌سازي مي‌شود:

(٦)
$$\int_\Omega(\bar{F}_i.\bar{\nabla}\phi)\,d\Omega\approx-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}(\widetilde{F}_i\bar{\Delta}l)_k$$

(۷)
$$\int_\Omega \phi P_i\, d\Omega\approx\frac{\Omega_n}{3}P_i$$

عبارت سمت چپ برروي یک المان مثلثي خطي و گسسته‌سازي مشتق زماني به‌کمک روش تفاضل محدودعبارت است از:

(۸)
$$\int_\Omega\phi.\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}d\Omega=\rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\int_\Omega\phi u\ \ d\Omega\right)\approx\rho\frac{\Omega_i}{3}\left(\frac{u_i^{t+\Delta t}-2u_i^t+u_i^{t-\Delta t}}{\Delta t^2}\right)$$

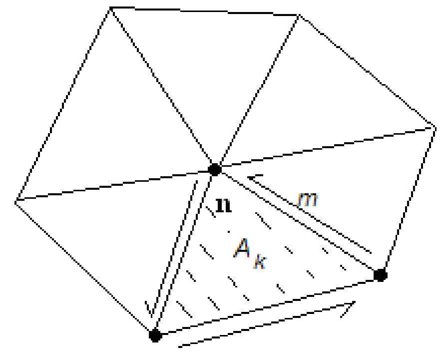
بنابراین شکل گسسته نهایي معادله (۴) به صورت رابطه (۹) بدست مي‌آید:

(۹)
$$\left(\frac{u_i^{t+\Delta t}-2u_i^t+u_i^{t-\Delta t}}{(\Delta t)^2}\right)_n=\frac{3}{2\rho\Omega_n}\sum_{k=1}^{N}(\widetilde{N}_{i1}\Delta y-\widetilde{N}_{i2}\Delta x)_k+\frac{3}{\rho\Omega_n}(P_i\frac{\Omega_n}{3})$$

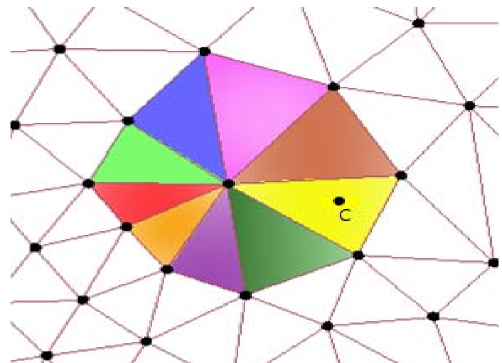
با توجه به اینکه بردار i نمایان‌گر جهت x و بردار j نشان‌دهنده جهت y است، تنش‌هاي N_{i2} و N_{i1} به‌صورت رابطه (۱۰) محاسبه مي‌شوند:

(۱۰)
$$\widetilde{N}_{xx}=\left\{C_1\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_2\frac{\partial u_y}{\partial y}\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_1u_x\Delta y-C_2u_y\Delta x)_m\right\}$$
$$\widetilde{N}_{xy}=\widetilde{N}_{yx}=\left\{C_3\left(\frac{\partial u_x}{\partial y}+\frac{\partial u_y}{\partial x}\right)\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_3u_x\Delta y-C_3u_y\Delta x)_m\right\}$$
$$\widetilde{N}_{yy}=\left\{C_2\frac{\partial u_x}{\partial x}+C_1\frac{\partial u_y}{\partial y}\right\}\approx\left\{\frac{1}{A_k}\sum_{m=1}^{3}(C_2u_x\Delta y-C_1u_y\Delta x)_m\right\}$$

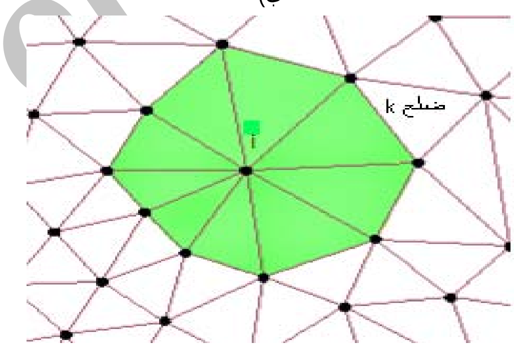
که A_k، در شکل (۳-الف) مساحت المان مثلثي با سه وجه است. در حقیقت همان‌گونه که در شکل (۳-ب) دیده مي‌شود در ابتدا مقادیر N_{i1} و N_{i2} در مرکز هر سلول که با رنگ‌هاي متفاوت نشان داده شده است به‌دست آمده و در پایان در راس حجم کنترل تیره شده i در شکل (۳- ج)، تغییر مکان‌هاي u_x , u_y محاسبه مي‌شوند.



الف)



ب)



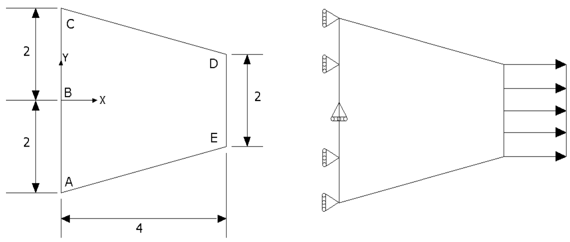
ج)

شكل (۳): حجم كنترل‌هاي مورد استفاده در شبكه مثلثي بي‌ساختار

الف – المان مثلثي با مساحت A_k ب- حجم كنترل فرعي محاسبه مقادير مشتقات جابجايي (كرنش) در مراكز المان ج- حجم كنترل اصلي براي محاسبه مقادير جابجايي در نقاط گرهي (رئوس المان)

۴- آزمون نمونه

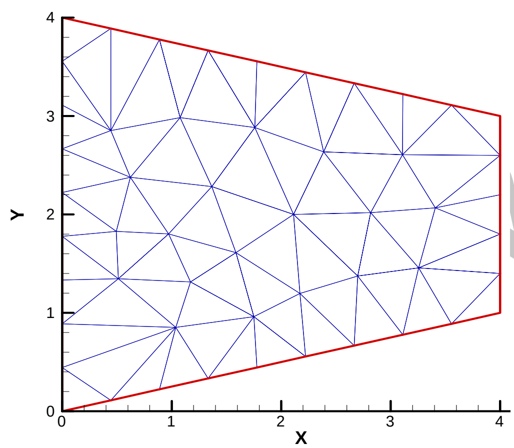
يک صفحه ذوزنقه‌اي شكل در حالت دوبعدي كه تحت تنش‌هاي صفحه‌اي قرار گرفته است، توسط نرم‌افزار تهيه شده تحليل شد. همچنين اين نمونه در مراجع [۱۰] و [۱۱] نيز براي بررسي درستي مورد استفاده قرار گرفته، نتايج اين برنامه با نتايج تحليلي مقايسه شده و هم‌خواني خوبي حاصل شده است. مشخصات اين صفحه در جدول (۱) آمده است:



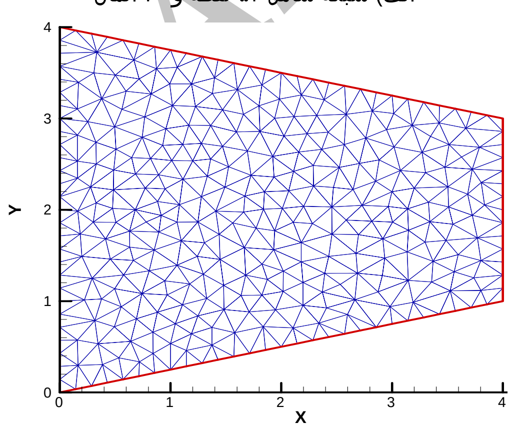
شكل (۴): صفحه مورد استفاده در آزمون ارزيابي بررسي درستي

جدول (۱): مشخصات و عوامل صفحه ذوزنقه‌اي شكل مورد تحليل

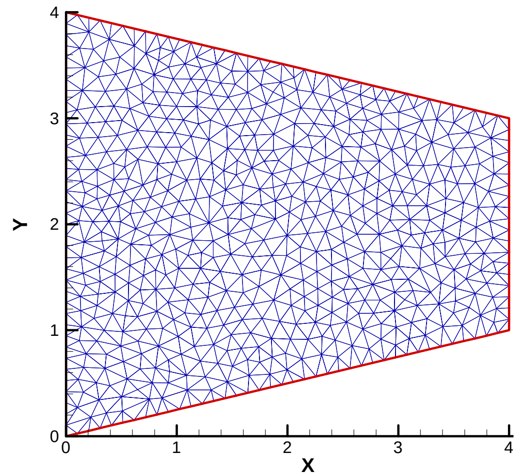
عوامل محاسباتي صفحه نازک ذوزنقه‌اي تحت تنش‌هاي صفحه‌اي	مقادير
بارگسترده‌درجهت Nxx	۱۰ $M\,N/m$
ضخامت صفحه، t	۰/۱ m
دانسيته، ρ	۸۷۳۰ kg/m^3
مدول يانگ، E	۲۱۰۱۰۳ MPa
نسبت پواسون، υ	۰/۳



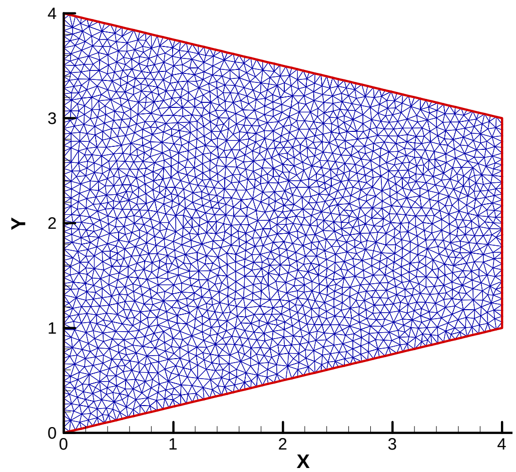
الف) شبكه شامل ۵۲ نقطه و ۷۰ المان



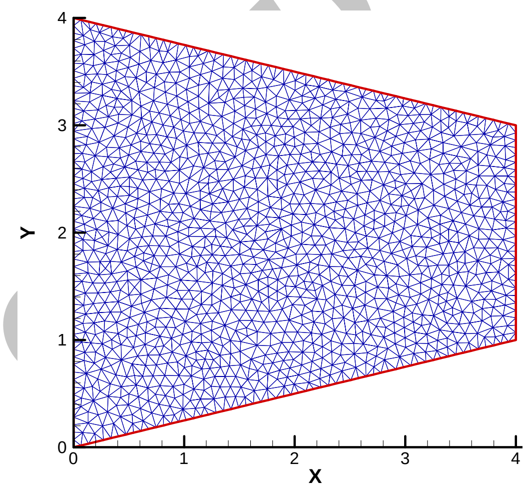
ب) شبكه شامل ۳۴۵ نقطه و ۵۹۰ المان



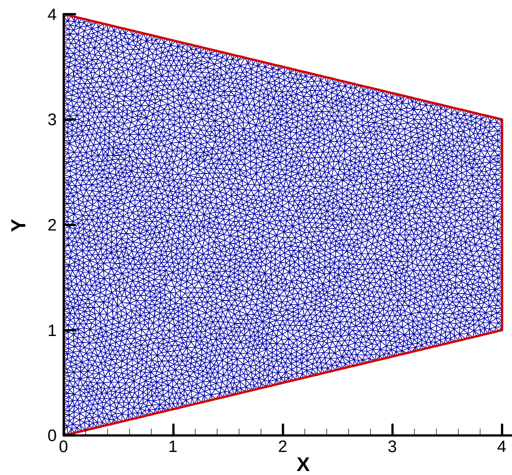
پ) شبكه شامل ۶۴۰ نقطه و ۱۱۴۳ المان



ث) شبكه شامل ۲۲۰۶ نقطه و ۴۱۵۱ المان



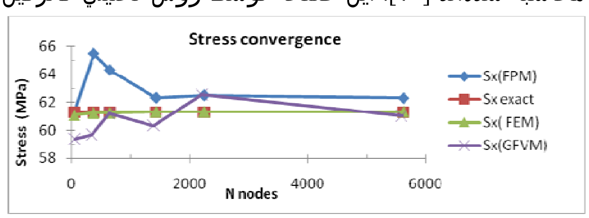
ت) شبكه شامل ۱۳۹۰ نقطه و ۲۵۷۴ المان



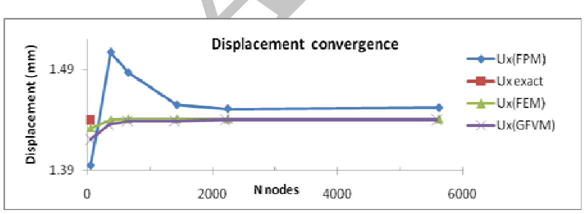
ج) شبكه شامل ۵۵۸۲ نقطه و ۱۰۷۴۳ المان

شكل (۵): شبكه‌بندي‌هاي مختلف استفاده شده در آزمون

عوامل قابل مقايسه در اين آزمون، تغييرشكل وسط ضلع DE و تنش بوجود آمده در B، در راستاي x است كه از حل تحليلي مقادير U=۱/٤٤mm ، SX=٦١/٣Mpa براي آن‌ها محاسبه شده‌اند [۱۰]. اين صفحه توسط روش تحليلي گالركين حجم محدود برروي شش نوع شبكه مختلف كه در شكل (۵) آورده شده است، تحليل شد و نتايج بدست آمده از آن در جداول (۲) و (۳) و نمودارهاي (۱-الف) و (۱- ب)آورده شده است.



الف) نمودار تنش در نقطه *B* برحسب تعداد نقاط، براي روش‌هاي عددي مختلف



ب) نمودار تغييرمكان در وسط مرز *DE* - برحسب تعداد نقاط، براي روش‌هاي عددي مختلف

نمودار (۱): نمودار نتايج

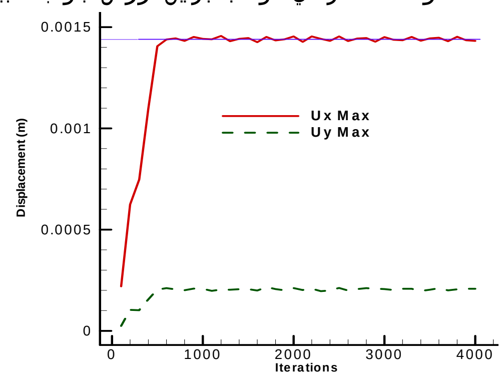
جدول (۲): مقدار تنش‌هاي به‌دست آمده در راستاي *x* در نقطه *B* از صفحه و درصد خطاها

درصد خطاي GFVM نسبت به حل تحليلي(%)	مقدار تنش (Mpa) GFVM	تعداد نقاط شبكه بندي‌هاي مختلف در روش GFVM	درصد خطاي FEM با حل تحليلي(%)	مقدار تنش FEM (Mpa)	درصد خطاي FPM نسبت به حل تحليلي(%)	مقدار تنش (Mpa) FPM	تعداد نقاط شبكه بندي‌هاي مختلف در روش‌هاي FEM و FPM
۳/۱	۵۹/۳۷۸۸	۵۲	۰/۴۲	۶۱/۰۷۰	۰/۱	۶۱/۲۶۶	۵۴
۲/۶	۵۹/۶۹۱۵	۳۴۵	۰/۱۱	۶۱/۲۶۲	۴/۶۳	۶۴/۳۰۷	۶۵۲
۰/۱۶	۶۱/۲۰۱۴	۶۴۰	۰/۱۵	۶۱/۲۴۰	۶/۳۲	۶۵/۴۷۱	۱۳۷۷
۱/۲	۶۰/۵۳۳۶	۱۳۹۰	۰/۲۰	۶۱/۳۱۸	۱/۶۱	۶۲/۳۳۶	۱۴۳۲
۱/۵	۶۲/۲۷۵۵	۲۲۰۶	۰/۲۰	۶۱/۳۲۰	۱/۸۹	۶۲/۵۱۳	۲۲۴۶
۰/۴	۶۱/۰۴۰۵	۵۵۸۲	۰	۶۱/۳۳۳	۱/۵۶	۶۲/۳۰۶	۵۶۱۴

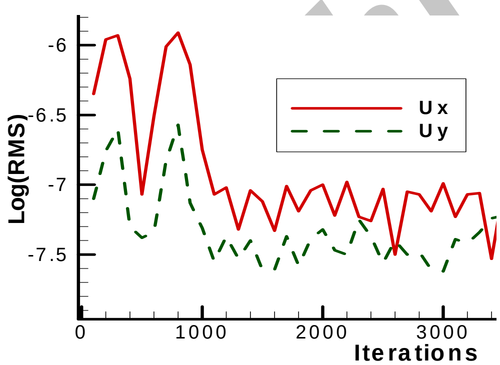
جدول (۳): نتايج تغيير مكان بدست آمده در راستاي *x* در وسط ضلع *DE* از روش‌هاي متفاوت و درصد خطاي آن‌ها

درصد خطاي GFVM نسبت به حل تحليلي(%)	مقدار تغييرمكان (mm) GFVM	تعداد نقاط شبكه بندي‌هاي مختلف در روش GFVM	درصد خطاي FEM نسبت به حل تحليلي(%)	مقدار تغييرمكان mm) (FEM	درصد خطاي FPM نسبت به حل تحليلي(%)	مقدار تغييرمكان (mm) FPM	تعداد نقاط شبكه بندي‌هاي مختلف در روش‌هاي FEM و FPM
۱/۳۶	۱/۴۲۰۴	۵۲	۰/۶	۱/۴۳۱۶	۳/۱	۱/۳۹۵	۵۴
۰/۳۵	۱/۴۳۵۰	۳۴۵	۰/۴	۱/۴۴۰۶	۴/۴	۱/۵۰۷	۶۵۲
۰/۰۷	۱/۴۳۹۰	۶۴۰	۰/۰۱۳	۱/۴۳۹۸	۳/۲	۱/۴۸۷	۱۳۷۷
۰/۰۷	۱/۴۳۹۰	۱۳۹۰	۰/۰۷	۱/۴۴۱۱	۱	۱/۴۵۵	۱۴۳۲
۰	۱/۴۴	۲۲۰۶	۰/۰۷	۱/۴۴۱۰	۰/۷۵	۱/۴۵۱	۲۲۴۶
۰	۱/۴۴	۵۵۸۲	۰/۰۸	۱/۴۴۱۲	۰/۷۵	۱/۴۵۲	۵۶۱۴

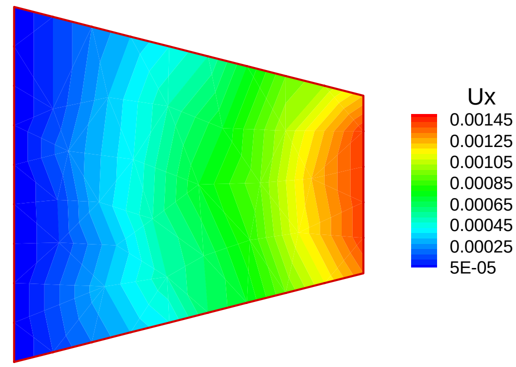
شكل‌هاي (۶) و (۷) نرخ همگرايي جابه‌جايي و نمودار لگاريتمي خطا را با تعداد تكرارهاي ثابت نشان مي‌دهند. همان‌طور كه مشخص است، جواب‌ها با افزايش تعداد تكرار ثابت شده و خطا كمتر مي‌شود، بنابراين ارزش جواب‌ها بيش‌تر مي‌شود. نمونه‌اي از نتايج محاسبه شده به‌صورت نقشه رنگي مناطق هم تغييرمكان و هم‌تنش، در شكل (۸) و (۹)آورده شده است.



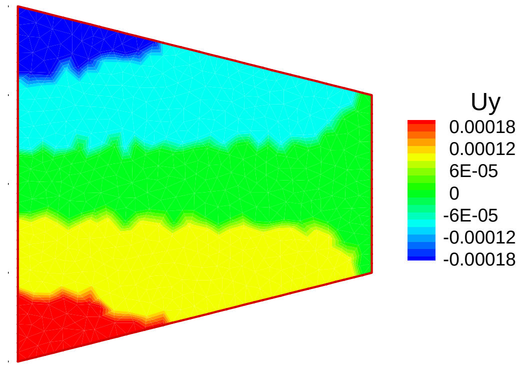
شكل(۶): نمودار نرخ همگرايي مقدار



شكل (۷): نمودار لگاريتمي خطاي همگرايي وجابه‌جايي برحسب تكرار



الف) نقشه رنگي تغير شكل u_x بدست آمده از روش ***GFVM***

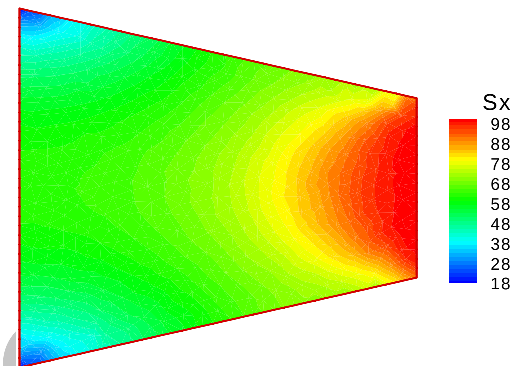


ب) نقشه رنگي تغير شكل u_y بدست آمده از روش GFVM

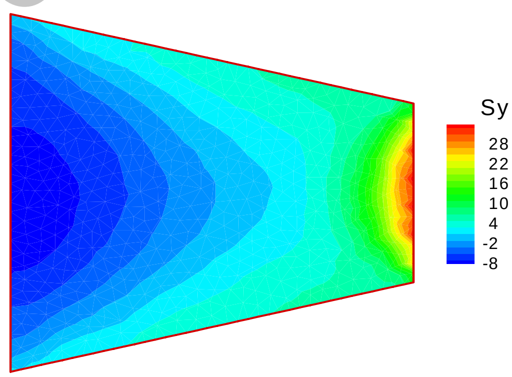
شكل (۸): نقشه رنگي مناطق هم تغيير مكان u_x و u_y (***m***)

۵- نتيجه‌گيري

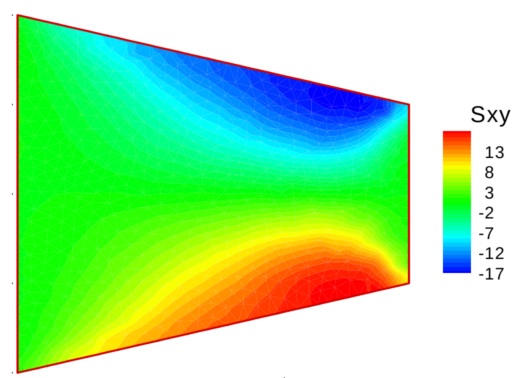
در مقاله حاضر روش حل صريح گالركين حجم محدود بدون استفاده از عمليات ماتريسي براي حل معادلات تعادل حاكم بر مسائل سازه‌اي دو بعدي معرفي شد و براي مسائل صفحات تحت تنش‌هاي صفحه‌اي در وضعيت تعادل به‌كار برده شد. دقت اين روش با نتايج تحليلي و نتايج گزارش شده از ساير روش‌هاي حل عددي براي آزمون يک صفحه ذوزنقه‌اي شكل تخت در صفحه دو بعدي سنجيده شد. نتايج مناسب به‌دست آمده از تجربيات عددي در اين مقاله درستي و كارايي طرح توسعه داده شده را نشان مي‌دهد. با توجه به نتايج محاسبه‌شده و مقايسه درصد خطا براي شبكه‌هاي بي‌ساختار مثلثي با اندازه اجزاء متفاوت نشان مي‌دهد كه كوچک‌تر شدن ابعاد شبكه‌بندي، نقش مهمي در دقت محاسباتي و كاهش خطاي روش معرفي شده دارد. معرفي روشي بي‌نياز از عمليات ماتريسي به‌عنوان روشي كه مي‌تواند بر روي شبكه‌هاي بي‌ساختار نيز به‌كار برده شود مي‌تواند با سرعت و دقت خوبي نتايج تحليل سازه را بدست دهد. موفقيت در توسعه اين روش كه شكل تابع زمان معادلات كاوشي را بر روي شبكه بي‌ساختار مثلثي تحليل مي‌نمايد راه را براي حل مسائل ديناميكي سازه‌هاي با مرزهاي نامنظم پيچيده را ممكن مي‌نمايد.



الف) نقشه رنگي تنش N_{xx}(*MPa*)



ب) نقشه رنگي تنش Nyy(MPa)



ج) نقشه رنگي تنش N_{xy}(*MPa*)

شكل (۹): نقشه رنگي مناطق هم‌تنش

۶- مراجع

[۱] Zienkiewicz O.C.; Taylor R.L.; “The Finite Element Method Basic Formulation and Linear Problems”, McGraw-Hill, Maidenhead, UK, Vol. 1, 1989

[۲] Hirsch C.; “Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization”, Wiley, New York, vol. 1, 1988.

[۳] Bijelonja I.; Demirdzˇic´ I.; Muzaferija S.; “A Finite Volume Method for Incompressible Linear Elasticity” Journal of Mechanical Engineering, vol. 195, p.p. 6378–6390, 2006.

[۴] DemirdziI. C.; Martinovic D.; “Finite Volume Method for Thermo-Elasto-Plastic Stress Analysis”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, p.p. 331–349, 1993.

[۵] Slone A.K.; Bailey C.; Cross M.; “Dynamic Solid Mechanics using Finite Volume Methods”, Old Royal Naval College, University of Greenwich, Applied Mathematical Modeling, vol. 27, pp. 69–87,2003

[۶] Taylor G.A.; “A Vertex-based Discretization Scheme Applied to Material Non-Linearity within a Multi-Physics Finite Volume Framework”, Ph.D. Thesis, The University

[۷] X. Lv; Zhao Y.; Huang X.Y.; G.H. Xia ; X.H. Su. “A Matrix-Free Implicit Unstructured Multi-Grid Finite Volume Method for Simulating Structural Dynamics and Fluid-Structure Interaction”, ", Journal of computational Physics, 2007.

[۸] S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, “Theory of Elasticity”, McGraw-Hill, New York, 1982.

[۹] Sabbagh-Yazdi S.R.; Mastorakis N.E; Esmaili M;. “Explicit 2D Matrix Free Galerkin Finite Volume Solution of Plane Strain Structural Problems on Triangular Meshes”, International Journal of Mathematics and Computers in Simulations, Issue 4, Vol.2, pp. 1-8., 2008

[۱۰] Escolano E.; Perazzo F.; “Finte Point 2D: A Meshless GID Code For Linear Elasticity”, International Center for Numerical Methods in Engineering

[۱۱] “Source of the test: NAFEMS, linear statics benchmarks”, Test IC1,Vol.1, October of 1987.

۷- زیر نویس

[1] FEM
[2] CSM
[3] FVM
[4] FDM
[5] CFD
[6] GFVM