



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۷، شماره ۳، زمستان ۱۳۹۴، صفحه ۶۱ تا ۶۸
Vol. 47, No. 3, Winter 2015, pp. 61-68



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی عمران و محیط زیست

AmirKabir Journal of Science & Research
Civil and Environmental Engineering
(ASJR-CEE)

مدلسازی تحلیلی منحنی بار-تغییر مکان در تیرهای بتنی مسلح

سعید حاجی قاسمعلی^۱، علی اکبر رمضانپور^{۲*}، محمدحسین کاشفی زاده^۳

۱- استادیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد رودهن

۲- استاد، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

۳- کارشناس ارشد مهندسی عمران-مدیریت ساخت، دانشگاه UTM مالزی

(دریافت: ۱۳۹۲/۶/۳۱ پذیرش: ۱۳۹۴/۹/۲۸)

چکیده

دو عامل موثر در تعیین طول مسلح کننده‌ها در شیروانی های مسلح، یکی تخمین طول تسمه در بخش واقع در محدوده فعال تا محل سطح لغزش و دیگری طول تسمه در بخش واقع شده در خارج از محدوده گسیختگی است. معمولاً تعیین سطح لغزش براساس روش رانکین می باشد و این در حالی است که تاثیر وجود مسلح کننده ها در تعیین سطح لغزش غیرقابل انکار است و نیاز به بازنگری دارد. به منظور تعیین محل سطح گسیختگی و طراحی طول مسلح کننده‌ها در شیروانی های خاکی مسلح از روش قطعات افقی با فرضیات اسپنسر استفاده شده است. در این روش توده خاک لغزیده و مسلح کننده به قطعات افقی به موازات مسلح کننده‌ها تقسیم می‌شود و نیروهای قطعه‌ای و بین قطعه‌ای وارد بر این قطعات تعیین و برای طراحی مورد استفاده قرار می‌گیرند. اثرات نیروی زلزله به صورت ضرایب شبه استاتیکی افقی و عمودی بر هر قطعه وارد می‌شوند. در این مقاله از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک (GA) به منظور تولید سطح لغزش غیر دایره‌ای شیروانی خاک مسلح با ضریب اطمینان یک استفاده شده است. از مقایسه نتایج حاصل از بهینه سازی الگوریتم ژنتیک با نتایج سایر محققین به وضوح مشاهده می‌شود که برای شیروانی های با خصوصیات هندسی، بارگذاری و مشخصات ژئوتکنیکی مشابه روش مورد استفاده در این مقاله نتایج بحرانی‌تری را بدست می‌آورد بنابراین طراحی طول مسلح کننده‌ها با روش ارائه شده قابل اطمینان‌تر است.

کلمات کلیدی:

شیروانی خاکی مسلح، بهینه سازی، الگوریتم ژنتیک، سطح لغزش غیر دایره‌ای، شبه دینامیکی f

۱- مقدمه

برای اندازه‌گیری رفتارهای سازه‌های تیر بتن مسلح، همچون بار نهایی، شکل‌پذیری و سختی یک آزمایش بارگذاری باید انجام شود. آزمایش اندازه‌گیری تغییر مکان تیر معمولاً توسط ابزارهای تماسی دقیق انجام می‌شود. اما گاهی در برخی از آزمایش‌های مخرب، ابزار مورد استفاده برای اندازه‌گیری در لحظه‌ای که تیر در آستانه شکست می‌باشد آسیب می‌بیند و به این علت مقدار اطلاعات بدست آمده از منحنی بار-تغییر مکان تیر ناکافی می‌باشند. به همین علت، استفاده از روشی جایگزین برای منحنی بار-تغییر مکان تیر لازم است.

طی سال‌های گذشته تحقیقات زیادی برای تعیین رابطه بار-تغییر مکان تیرهای بتنی مسلح در رفتار الاستوپلاستیک انجام شده است. بایراک و شیخ [۱] رفتار تکیه‌گاه‌های مفصلی در مقابل تغییر مکان‌های غیرالاستیک را مورد بررسی قرار دادند. بعلاوه این‌که رفتار تکیه‌گاه‌های مفصلی در مقدار حداکثر تغییر مکان تاثیر زیادی دارد، این تحقیق یک ستون بتنی را مورد بررسی قرار داد و بر اساس مشاهدات، یک مدل تحلیلی ارائه کرد. حداکثر تغییر مکان تکیه‌گاه مفصلی ستون با استفاده از روش پیشنهادی محاسبه شد و نتایج آن سازگاری زیادی با نتایج واقعی داشتند. عبدالله [۲] مقدار تغییر مکان در تیرهای FRP را مورد بررسی قرار داد. کاکتی و مایر [۳] قاب‌های ساختمانی را تحت بارگذاری یکنواخت توسط روش المان محدود با فرضیه تغییر مکان پلاستیک در اعضای بحرانی شبیه‌سازی کردند. هدف آن‌ها از این تحقیق ارائه یک روش برای تحلیل قاب‌ها تا لحظه‌ی شکست بود. نتایج تحقیق آن‌ها سازگاری خوبی با مشاهدات تجربی داشت. بیشاف [۴] تغییر شکل تیرهای بتنی پیش‌تنیده و FRP را با مدل پیشنهادی‌اش مجدداً بررسی کرد. اسکات و فنوس [۵] تغییر مکان تیرها را در تکیه‌گاه‌های مفصلی اعضای تیر-ستون با استفاده از یک روش پیشنهادی ترکیبی اندازه‌گیری کرد. اینل و اومان [۶] تاثیر مقدار تکیه‌گاه مفصلی بر روی سازه‌های بتنی مسلح را بررسی کردند. نتایج تحقیق نشان می‌دهد که طول تکیه‌گاه مفصلی تاثیری بر مقاومت برشی تیرهای بتنی مسلح تیر ندارد اما آرمان‌تور عرضی ظرفیت تغییر مکان را زیاد می‌کند. سونام جاتشو [۷] تغییر مکان تیرها را با استفاده از دوربین‌های ۳ بعدی پیشنهاد کرد و تغییر مکان ۲ نمونه تیر را اندازه‌گیری کرد و مقدار خطای روش پیشنهادی‌اش حدود ۳ میلی‌متر بود. کالکان [۸] مقدار تغییر مکان تخمینی را با دو روش متفاوت برای محاسبه ممان اینرسی موثر اندازه‌گیری کرد. ممان اینرسی موثر توسط دو روش برانسون و بیشاف اندازه‌گیری شد و نتایج تحقیق نشان می‌دهد که تغییر مکان در هر دو روش دارای نتایج بسیار مشابهی هستند. هی و ژانگ [۹] تغییر شکل الاستوپلاستیک قاب‌ها را با روش المان مربع اندازه‌گیری کردند. کیم و یونگ سوشین [۱۰] رفتار تیرهای بتنی مسلح را در شرایطی که با FRP تقویت شده بودند مجدداً بررسی کردند. نتایج تحقیقات گذشته نشان می‌دهد که در تحلیل رابطه بار-تغییر مکان تیر بتنی مسلح تیر رفتاری الاستوپلاستیک دارد و به همین علت و با آگاهی از

این رفتار، رابطه‌ی بین بار و تغییر مکان می‌تواند توسط یک روش تحلیلی بدست آید. [۱۱] لازم به ذکر است که تحقیقات متعددی ستون‌های بتنی و یا قاب‌ها را مورد بررسی قرار داده‌اند ولی فقط تعداد اندکی از این تحقیقات تغییر مکان در انواع مختلف تیرهای بتنی تا لحظه‌ی شکست را بررسی کرده‌اند. ضمناً هیچ‌کدام از مطالعات قبلی قادر به مطالعه‌ی همزمان تغییر مکان بصورت آزمایشگاهی و تحلیلی نبوده و در تحقیقات گذشته همواره فقط تعداد محدودی از پارامترهای بتن مورد بررسی قرار گرفته‌اند. به همین علت هدف اصلی این تحقیق ارائه یک روش تحلیلی برای یافتن رابطه بین بار و تغییر مکان تیرهای بتنی مسلح در شرایطی است که ابزار اندازه‌گیری در طول انجام آزمایش مقاومت بتن آسیب ببیند. برای این منظور، ابتدا یک مدل آزمایشگاهی ساخته شده که شامل سه نمونه تیر بتنی مسلح می‌باشد. سپس مقدار تغییر مکان نمونه‌ها توسط دستگاه اندازه‌گیری سنجش تغییرات خطی القای ترانس (LVDT) در حین آزمایش خمش ۴ نقطه اندازه‌گیری شده و مقادیر مشاهده شده ثبت شده‌اند. در گام بعدی، یک مدل تحلیلی الاستوپلاستیک پیشنهاد شده و تغییر مکان برای نمونه‌ها با استفاده از این روش محاسبه می‌شوند. برای سهولت در مدلسازی، رابطه بین تنش و کرنش بتن تا $f_c = 0.4$ بصورت خطی در نظر گرفته می‌شود. از سوی دیگر سختی که مجموع انرژی جذب شده‌ای است که در هنگام فروپاشی آزاد می‌شود، بصورت سطح زیر نمودار بار-تغییر مکان تا لحظه‌ی شکست محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که در این تحقیق شکل‌پذیری نیز مورد بررسی قرار گرفته است. شکل‌پذیری عبارت است از توانایی یک عضو در تحمل تغییر شکل غیرالاستیک قبل از فروپاشی بدون از دست دادن مقدار زیادی مقاومت. [۱۲] برای محاسبه شکل‌پذیری، شاخص جابجایی شکل‌پذیری بعنوان اساس مقایسه نتایج تحلیلی و آزمایشی توسط معادله (۱) محاسبه می‌شود [۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶]:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} \quad (1)$$

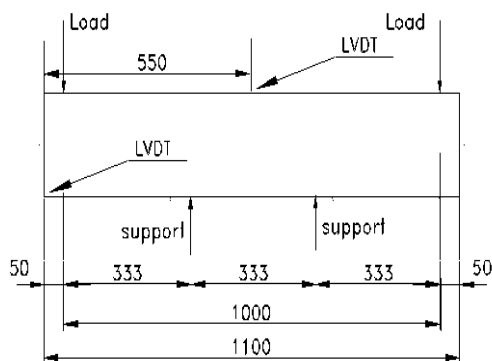
که در معادله بالا Δ_u و Δ_y به ترتیب تغییر مکان نهایی و تغییر مکان جاری شدن فولاد در منحنی‌های بار-تغییر مکان هستند. دلیل انتخاب این شاخص، اهمیت بالای آن در سازه‌های تحت بارگذاری خمشی و همچنین نتایج مناسب آن در رفتار الاستوپلاستیک است. در آخرین گام این تحقیق، نتایج هر دو مدل با یکدیگر مقایسه شده و نتایج بدست آمده مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- مدل آزمایشگاهی

در این تحقیق ابتدا یک مدل آزمایشگاهی ساخته شده و آزمایش خمش ۴ نقطه بر روی آن انجام گرفت. مدل آزمایشگاهی شامل سه نمونه تیر بتنی مسلح بوده که برای تهیه‌ی نمونه‌ها از سیمان پرتلند نوع II استفاده شد. آزمایش فیزیکی سیمان نشان می‌دهد که سیمان استفاده شده دارای مقاومت فشاری ۳ روزه ۱۵/۱ مگاپاسکال و مقاومت فشاری

جدول ۱: جزئیات تیرها

تیر	آرماتور فشاری (میلی متر)	آرماتور کششی (میلی متر)
تیر ۱	۲ عدد با قطر ۸	۲ عدد با قطر ۱۰
تیر ۲	۲ عدد با قطر ۸	۲ عدد با قطر ۱۲
تیر ۳	۲ عدد با قطر ۱۰	۲ عدد با قطر ۱۲



شکل ۲: آزمایش خمش ۴ نقطه

جدول ۲: مقادیر ثبت شده تغییرمکان حداکثر و بار نهایی متناظر با آن برای تیرها توسط مدل آزمایشگاهی

تیر	نقطه میانی دهانه تیر		نقطه ابتدایی تیر	
	تغییرمکان (میلی متر)	بار (KN)	تغییرمکان (میلی متر)	بار (KN)
تیر ۱	۱۲	۴۷	۲۳	۴۶
تیر ۲	۱۰	۷۰	۲۰	۶۸
تیر ۳	۱۰	۶۹	۲۱	۶۹

جدول ۳: نتایج اندازه گیری سختی و شکل پذیری با استفاده از مدل آزمایشگاهی

تیر	شکل پذیری	نقاط میانی		نقاط ابتدایی تیر	
		kN-mm	kN-mm	kN-mm	kN-mm
تیر ۱	۵,۶۰	۴۸۷,۰۵	۹۴۶,۲۳		
تیر ۲	۴,۰۰	۶۷۱,۸۰	۱۲۷۰,۰۳		
تیر ۳	۳,۷۲	۸۱۲,۷۵	۱۴۶۵,۷۰		

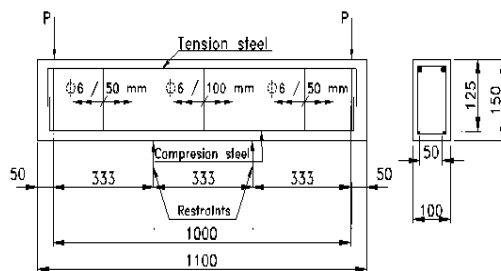
۳- مدل تحلیلی

در مرحله بعدی از این تحقیق یک روش تحلیلی الاستو پلاستیک برای بررسی منحنی بار-تغییرمکان تیرهای بتنی مسلح، بر اساس معادلات موجود در مطالعات پیشین پیشنهاد شده است. بطور کلی رفتار تیرهای بتن مسلح به ۳ قسمت تقسیم می شود؛ مرحله الاستیک، مرحله الاستوپلاستیک و مرحله پلاستیک. برای تحلیل رفتار تیر ابتدا مطابق شکل (۳) شکست تیر به دو قسمت تقسیم می شود [۱۷، ۱۸]:

۷ روزگی ۲۰/۲ مگاپاسکال است. آرماتور استفاده شده برای تیر بتنی از نوع آرماتور آجدار بوده که مقدار اندازه گیری شده مقاومت جاری شدن آن در حدود ۳۷۰ مگاپاسکال است. برای تهیه سنگدانه‌ی بتن خوب از سرند نمره‌ی ۱۶ استفاده شده و سنگدانه‌ی زبر توسط سرند غربال شده تا ذرات بزرگتر از ۱۹ میلی متر جدا شوند. نسبت اختلاط بتن بر حسب وزن بصورت ۱، ۲/۲۵ و ۲/۵۰ (به ترتیب سیمان، سنگدانه خوب و سنگدانه ریز) با ترکیب سیمان ۴۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و نسبت آب به سیمان ۰/۴۸ می باشد. مقاومت میانگین ۲۸ روزگی بتن ۲۶/۸ مگاپاسکال است. سه نمونه تیر بتنی مسلح دارای طول ۱۱۰۰ میلی متر خاموت دار با مقطع ۱۵۰×۱۰۰ میلی متر مربع انتخاب شده اند. آرماتورهای بکار رفته در هر نمونه تیر بتنی مسلح در جدول (۱) و جزئیات تیرها در شکل (۱) آورده شده است. برای ساخت تیرها ابتدا نمونه‌ها در قالب‌های چوبی قالب بندی شدند. پس از ماله کشی و صاف کردن سطوح بتن، تیرها توسط صفحه‌های پلیتن پوشیده شده و به مدت ۲۴ ساعت در قالب قرار گرفتند. پس از باز کردن قالب‌ها، تیرها در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد و رطوبت ۲۰٪ به مدت ۲۸ روز تحت مراقبت قرار گرفتند. برای اندازه گیری کرنش فولاد، یک کرنش سنج وسط هر تیر قرار داده شد.

۲-۱- آزمایش خمشی ۴ نقطه

شکست خمشی نمونه‌ها در طول انجام آزمایش خمشی ۴ نقطه به دست آمد. بارگذاری خمشی اعمال شده در این تحقیق در شکل (۲) نشان داده شده است. تغییرمکان در ابتدا و نقطه‌ی میانی دهانه تیرها با استفاده از دستگاه سنجش تغییرات خطی القای ترانس (LVDT) اندازه گیری شد. بار بصورت متقارن در دو نقطه ۱۰۰۰ میلی متر اعمال شد و در طول انجام آزمایش، مجموع بار اعمال شده، کرنش فولاد و تغییرمکان دو نقطه‌ی مذکور ثبت شد. حداکثر تغییرمکان اندازه گیری شده و بار نهایی متناظر با آن‌ها برای نمونه‌ها با استفاده از مدل آزمایشگاهی در جدول ۲ نشان داده شده است. همانطور که در جدول ۲ مشاهده می شود مقدار تغییرمکان تیرها برای نقاط ابتدایی بین ۲۰ تا ۲۳ میلی متر و برای نقاط میانی دهانه تیرها بین ۱۰ تا ۱۲ میلی متر متغیر است. نتایج اندازه گیری سختی تیرها در نقطه‌های ابتدایی تیر و دهانه‌ی میانی تیرها و همچنین شکل پذیری در جدول ۳ نشان داده شده است.



شکل ۱: نمونه تیرهای بتن مسلح ساخته شده در آزمایش

و در نقطه‌ی میانی دهانه از رابطه ۵ استفاده میشود:

$$\Delta_1 = \theta \times \frac{L}{6} \quad (5)$$

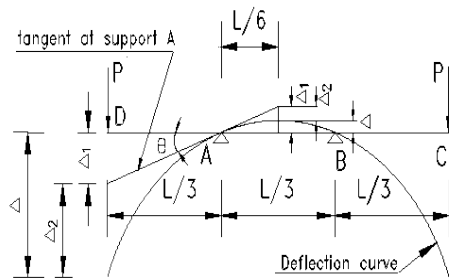
که در این معادلات:

θ : چرخش تکیه‌گاه مفصلی

L : طول تیر

Δ_1 : حاصلضرب مقدار چرخش تکیه‌گاه مفصلی در طول فاصله نقطه

مورد نظر از تکیه‌گاه مفصلی



شکل ۳: منحنی تغییر مکان تیر حین اجرای بارگذاری خمشی

شکست برای قسمت اول از معادله (۲) بدست می آید:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 \quad (2)$$

و برای نقطه وسط دهانه‌ی تیر، شکست بوسیله‌ی معادله (۳)

محاسبه می‌شود:

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 \quad (3)$$

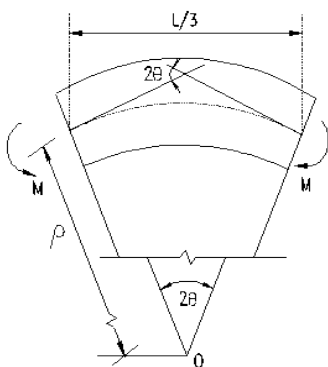
که در معادلات بالا:

Δ : تغییر مکان کلی تیر تحت بارگذاری

Δ_1 : تغییر مکان صلب تیر که بصورت مماس بر منحنی تغییر مکان

در تکیه‌گاه A

Δ_2 : انحراف مماسی در جهت عمود بر محور تغییر شکل نیافته‌ی تیر



شکل ۵: موقعیت تغییر مکان یافته‌ی یک عضو از تیر

مقدار انحنای نشان داده شده در شکل ۴ از معادله (۶) بدست می‌آید:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = 2\theta \times \frac{L}{3} \quad (6)$$

که در رابطه بالا:

κ : انحنا،

ρ : شعاع انحنا

با استفاده از معادله (۶) مقدار چرخش تکیه‌گاه مفصلی را میتوان

بصورت زیر محاسبه کرد:

$$\theta = \frac{3\kappa}{2L} \quad (7)$$

مقدار انحنای از توزیع کرنش آرماتور در راستای مقطع تیر و با استفاده

از گنج کرنش سنج در طول آزمایش اندازه‌گیری میشود که از معادله (۸)

محاسبه میگردد:

$$\kappa = \frac{\epsilon_{st} + \epsilon_{sc}}{d - e} \quad (8)$$

که در آن:

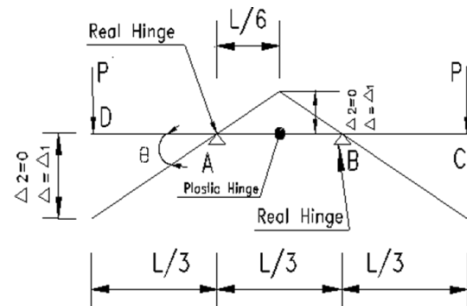
ϵ_{st} : کرنش کششی آرماتور

ϵ_{sc} : کرنش فشاری آرماتور

d : فاصله بین وجه تحت فشار تا آرماتور کششی

e : فاصله بین وجه تحت فشار تا آرماتور فشاری

لازم به ذکر است که در مرحله الاستیک مقدار Δ_1 و Δ_2 قابل توجه میباشد اما در مرحله دوم (مرحله الاستوپلاستیک) مقدار Δ_1 بسیار بزرگ تر از Δ_2 است. در این مرحله Δ_2 رفتار الاستیک و Δ_1 رفتار الاستوپلاستیک را نشان میدهد. به دنبال افزایش مقدار بار، مقدار Δ_1 بسیار بیشتر از Δ_2 شده و مقدار Δ_2 قابل صرف نظر کردن می‌شود. این پدیده ناشی از مقدار چرخش زیاد تکیه‌گاه مفصلی در مرحله الاستوپلاستیک است. در سومین مرحله (مرحله پلاستیک) مقدار Δ_2 در مقایسه با Δ_1 قابل صرف نظر کردن است. در این مرحله، مفصل پلاستیکی جدید در نقطه وسط دهانه تشکیل شده و شکست تیر از Δ_1 بدست می‌آید (شکل ۴).



شکل ۴: رفتار پلاستیک تیر پس از تشکیل مفصل پلاستیکی

در معادلات (۱) و (۲) مقدار Δ_1 از روابط (۴) و (۵) بدست می‌آید:

برای نقطه‌ی اول تیر از رابطه ۴ استفاده میشود:

$$\Delta_1 = \theta \times \frac{L}{3} \quad (4)$$

جدول ۴: مقادیر ثابت شده تغییرمکان حداکثر و بار نهایی متناظر با آن برای تیرها توسط مدل تحلیلی

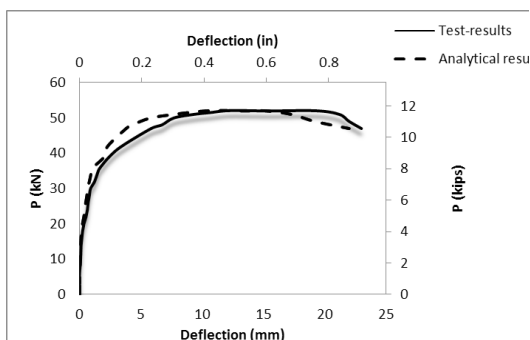
تیر	نقطه ابتدایی تیر		نقطه میانی دهانه تیر	
	بار (KN)	تغییرمکان (میلیمتر)	بار (KN)	بار (KN)
تیر ۱	۴۵	۲۲	۴۹	۱۰
تیر ۲	۶۲	۱۸	۶۹	۹
تیر ۳	۶۹	۱۹	۶۵	۹

جدول ۵: مقادیر ثابت شده تغییرمکان حداکثر و بار نهایی متناظر با آن برای تیرها توسط مدل تحلیلی

تیر	بار (KN)	شکل پذیری	نقطه میانی دهانه تیر (kN-mm)	نقطه ابتدایی تیر (kN-mm)
تیر ۱	۱۰	۶,۲۰	۴۹۷,۵	۱۰۱۵,۳۳
تیر ۲	۹	۴,۳۲	۶۲۰,۹	۱۱۶۵,۸۶
تیر ۳	۹	۴,۰۹	۷۴۲,۱۴	۱۳۶۵,۳۳

۴- تحلیل و بررسی یافته ها

مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی‌های بار-تغییرمکان در این قسمت انجام شده است. مقایسه نتایج منحنی‌های بار-تغییرمکان در نقاط ابتدایی تیرهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نشان داده شده‌اند. هم‌بند مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی‌های بار-تغییرمکان در نقطه میانی دهانه‌ی تیرهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ نشان داده شده‌اند. همانطور که شکل‌های ۶، ۷ و ۸ نشان می‌دهند تغییرمکان در نقاط ابتدایی تیرها در مدل آزمایشگاهی در حدود ۲۰ میلی‌متر بوده و در مدل تحلیلی بین ۱۸ میلی‌متر تا ۲۱ میلی‌متر متغیر است. هم‌بند شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ نشان می‌دهند که مقدار تغییرمکان در نقاط میانی دهانه تیرها در مدل آزمایشگاهی حدود ۱۰ میلی‌متر بوده در حالیکه در مدل تحلیلی این مقدار بین ۸ تا ۱۰ میلی‌متر متغیر است. درصد خطای نتایج مدل تحلیلی کم تر از ۷ درصد می‌باشد، بنابراین نتایج مدل تحلیلی تشابه زیادی با مدل آزمایشگاهی دارند.



شکل ۶: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییرمکان نقطه ابتدایی تیر ۱

Δ_2 از رابطه گشتاور دوم سطح بدست می‌آید که برای نقطه اول تیر از معادله (۹) محاسبه میشود:

$$\Delta_2 = \frac{PL^3}{81E_c I_e} \quad (9)$$

و برای نقطه‌ی میانی دهانه‌ی تیر از معادله (۱۰) استفاده می‌گردد:

$$\Delta_2 = \frac{PL^3}{216E_c I_e} \quad (10)$$

P : نقطه بارگذاری

E_c : مدول الاستیسیته بتن

I_e : ممان اینرسی موثر

برای محاسبه‌ی E_c و I_e طبق استاندارد ACI-318-08 [۱۴]:

برای وزن معمولی بتن از معادله (۱۱) بدست می‌آید:

$$E_c = 4700\sqrt{f_c} \text{ MPa} \quad (11)$$

که در معادله فوق f_c مقاومت فشاری ویژه‌ی بتن است. همچنین استاندارد ACI-318-08 پیشنهاد میدهد برای در نظر گرفتن ممان اینرسی موثر پس از ترک خوردگی از معادله (۱۲) که برانسون نام دارد استفاده شود [۱۹]:

$$I_e = \left(\frac{M_c}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_c}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \leq I_g \quad (12)$$

که در آن:

M_{cr} : ممان ترک خوردگی

M_a : ممان حداکثر در تیر

I_g : ممان اینرسی سطح ناخالص تغییرمکان یافته

I_{cr} : ممان اینرسی مقطع ترک خورده

همچنین ممان ترک خوردگی M_{cr} در تیر از معادله (۱۳) بدست می‌آید:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (13)$$

که در روابط بالا:

y_t : فاصله سطح ناخالص از تار خنثی (بدون در نظر گرفتن آرمانور)

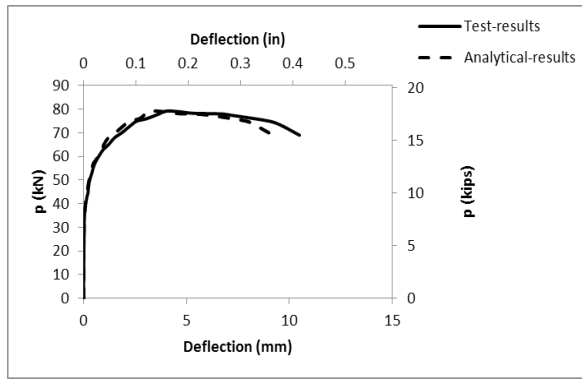
تا وجه کششی است، و

f_r : مدول شکست بتن بر حسب MPa است که از معادله (۱۴) بدست

می‌آید [۲۰]:

$$f_r = 0.62\sqrt{f'_c} \quad (14)$$

حداکثر تغییرمکان اندازه‌گیری شده و بار نهایی متناظر با آن‌ها برای نمونه‌ها با استفاده از مدل تحلیلی پیشنهادی در جدول ۴ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود مقدار تغییرمکان حداکثر در نقاط ابتدایی تیر بین ۱۸ تا ۲۲ میلی‌متر متغیر بوده و برای دهانه میانی تیر این مقدار بین ۹ و ۱۰ میلی‌متر متغیر است. نتایج تحلیل‌های سختی و شکل‌پذیری برای نقاط ابتدایی و میانی دهانه‌ی تیر با استفاده از مدل تحلیلی پیشنهادی در جدول‌های ۵ و ۶ نشان داده شده است.

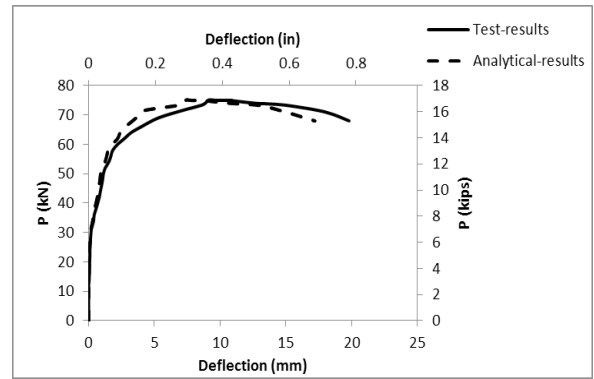


شکل ۱۱: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییر مکان نقطه میانی دهانه تیر ۳

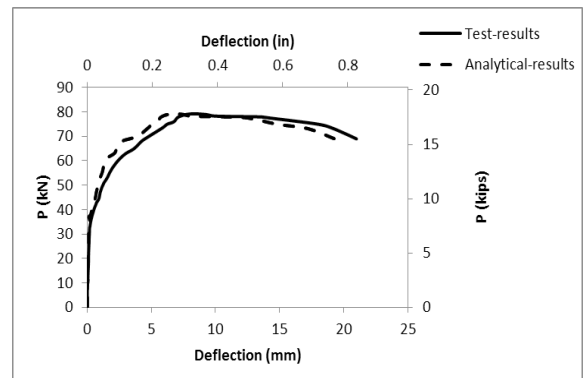
همچنین مقادیر بدست آمده برای سختی تیرها در نقاط ابتدایی و میانی دهانه‌ی تیرها با استفاده از مدل‌های آزمایشگاهی و تحلیلی پیشنهادی نیز به ترتیب در جدول‌های ۶ و ۷ مقایسه شده‌اند. جدول ۶ نشان می‌دهد که اختلاف مقادیر بدست آمده از مدل‌های تحلیلی و آزمایشگاهی برای نقاط ابتدایی دهانه تیرهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۷/۳۰، ۸/۲۰ و ۶/۸۵ است و همچنین مقدار اختلاف در نتایج مدل‌های تحلیلی و آزمایشگاهی در نقطه میانی دهانه‌ی تیر برای تیرهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۲/۱۵، ۷/۵۷ و ۶/۶۸ درصد است بنابراین نتایج نشان می‌دهند که مدل تحلیلی با خطایی کم تر از ۹ درصد، همگرایی خوبی با مدل آزمایشگاهی دارد. اما همزمان با افزایش بار و نشان دادن رفتار الاستوپلاستیک یا پلاستیک، مقدار سازگاری در نتایج کاهش می‌یابد. این پدیده ناشی از تغییر مکان زیاد و تغییر هندسی تیرها می‌باشد. همچنین مقایسه نتایج شکل‌پذیری برای دو مدل آزمایشگاهی و تحلیلی در جدول (۸) نشان داده شده است. در این جدول می‌توان مشاهده کرد که در مدل تحلیلی یک افزایش در شاخص شکل‌پذیری در مقایسه با نتایج آزمایش وجود دارد. تفاوت نتایج مدل تحلیلی و آزمایشگاهی برای تیرهای ۱، ۲ و ۳ به ترتیب ۹/۶۸، ۷/۴۰ و ۹/۰۵ است. اگرچه به نظر می‌رسد این افزایش برای تیر خطرناک باشد اما این مقدار افزایش زیاد نیست و قابل قبول می‌باشد.

جدول ۶: مقایسه سختی تیرها در نقطه‌های ابتدایی دهانه تیر در مدل‌های آزمایشگاهی و تحلیلی

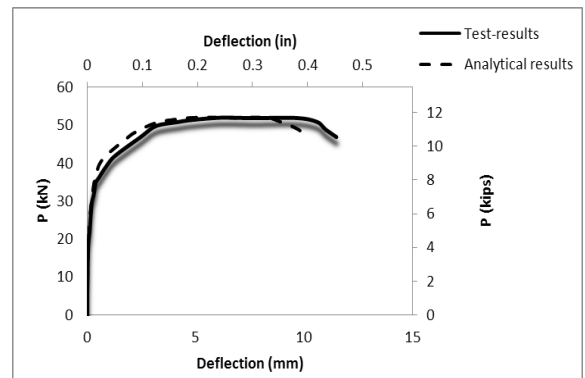
تیر	مدل آزمایشگاهی kN-mm	مدل تحلیلی kN-mm	اختلاف (درصد)
تیر ۱	۹۴۶,۲۳	۱۰۱۵,۳۳	۷,۳۰
تیر ۲	۱۲۷۰,۰۳	۱۱۶۵,۸۶	۸,۲۰
تیر ۳	۱۴۶۵,۷۰	۱۳۶۵,۳۳	۶,۸۵



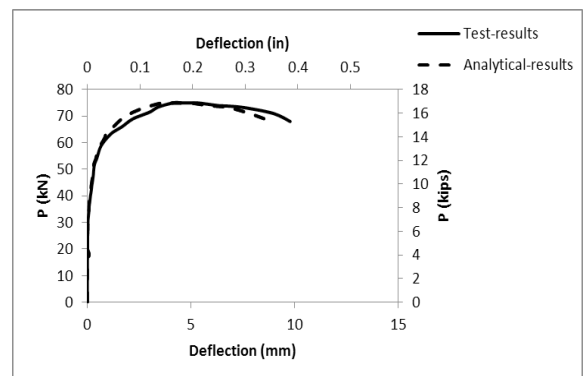
شکل ۷: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییر مکان نقطه ابتدایی تیر ۲



شکل ۸: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییر مکان نقطه ابتدایی تیر ۳



شکل ۹: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییر مکان نقطه میانی دهانه تیر ۱



شکل ۱۰: مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و مدل تحلیلی برای منحنی بار-تغییر مکان نقطه میانی دهانه تیر ۲

۶- مراجع

- [1] Bayrak O., Sheikh A. Sh., "Plastic hinge analysis", Journal of structural engineering, Vol. 127, No. 9, pp. 1092-1100, 2001.
- [2] Abadalla H. A., "Evaluation of deflection in concrete members reinforced with fiber reinforced polymer (FRP) bars", composite structures, Vol. 6, No. 1, pp. 63-71, 2002.
- [3] Cocchetti G., Maier G., "Elastic- plastic and limit state analysis of frames with softening plastic- hinge models by mathematical programming", International Journal of solids and structures, Vol. 40, No. 25, pp. 7219-7244, 2003.
- [4] Bischoff P., "Reevaluation of deflection prediction for concrete beams reinforced with steel and fiber reinforced polymer bars" Journal of structural engineering, vol. 131, No. 5, pp. 752-768, 2005.
- [5] Scott M. H., Fenves G. L., "Plastic hinge integration methods for force- based beam- column elements", Journal of structural engineering, ASCE, vol. 132, No. 2, pp. 244-252, 2006.
- [6] Inel M., Ozman H. B., "Effect of plastic hinge properties in nonlinear analysis of reinforced concrete buildings", Engineering structures, vol. 28, No.1, pp. 1494 – 1502, 2006.
- [7] Sonam Jamtsho, "Geometric Modelling of 3D Range Cameras and their Application for Structural Deformation Measurement", Student thesis, University of Calgary, 2010.
- [8] Kalkan I., "Deflection prediction for reinforced concrete beams through different effective moment of inertia expressions", International journal of research & development, vol. 2, No. 1, pp. 72-80, 2010.
- [9] He R., Zhong H., "Large deflection elasto- plastic analysis of frames using the weak- form quadrature element method", Finite element in analysis and design, vol. 50, pp. 125-133, 2012.
- [10] Hee Sun Kim, Yeong Soo Shin "Flexural behavior of reinforced concrete (RC) beams retrofitted with hybrid fiber reinforced polymers (FRPs) under sustaining loads", Composite structures, vol. 93, No. 2, pp. 802-811, 2011.
- [11] Hajjighasemali S., Ramezaniapour A. A., Lotfi, V., "Flexural strength and numerical simulation of ASR affected beams", 13th international conference on Alkali aggregate reaction in concrete, Norway, 2008.
- [12] R. Park, "Evaluation of ductility of structures and

جدول ۷: سختی تیرها در نقطه های میانی دهانه تیر

تیر	مدل آزمایشگاهی kN-mm	مدل تحلیلی kN-mm	اختلاف (درصد)
تیر ۱	۴۸۷,۰۵	۴۹۷,۵۰	۲,۱۵
تیر ۲	۶۷۱,۸۰	۶۲۰,۹۰	۷,۵۷
تیر ۳	۸۱۲,۷۵	۷۴۲,۱۴	۸,۶۸

جدول ۸: سختی تیرها در نقطه های میانی دهانه تیر

تیر	μ_{Δ} مدل آزمایشگاهی	μ_{Δ} مدل تحلیلی	اختلاف مدل تحلیلی با مدل آزمایش (درصد)
تیر ۱	۵,۶۰	۶,۲۰	۹,۶۸
تیر ۲	۴,۰۰	۴,۳۲	۷,۴۰
تیر ۳	۳,۷۲	۴,۰۹	۹,۰۵

۵- نتیجه گیری

در این تحقیق، رابطه‌ی بین بار و تغییرمکان در تیرهای بتنی مسلح مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور ابتدا یک مدل آزمایشگاهی ساخته شده و آزمایش خمشی ۴ نقطه با بکارگیری دستگاه LVDT بر روی نمونه‌های ساخته شده انجام شد و مقادیر تغییرمکان، سختی و شکل پذیری نمونه‌ها ثبت گشت. سپس یک مدل تحلیلی برای رابطه بین بار و تغییرمکان تیرهای بتنی مسلح تحت بارگذاری خمشی تا لحظه‌ی شکست ارائه شده و محاسبات مشابه برای نمونه‌ها توسط روش پیشنهادی ارائه شد. با مقایسه نتایج مدل آزمایشگاهی و نتایج مدل تحلیلی مشاهده می‌شود که درصد خطای مدل پیشنهادی کمتر از ۹ درصد بوده و این روش سازگاری خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. نتایج تحقیق این فرضیه را تایید میکند که اگر ابزارهای اندازه گیری تغییرمکان در هنگام انجام آزمایش آسیب ببینند و اطلاعات بدست آمده از منحنی بار-تغییرمکان ناکافی باشد، این منحنی را میتوان به طریق یک مدل تحلیلی و همینطور یک گیب کرنش سنج بدست آورد. به هر حال این نکته نیز باید توجه شود که در هر صورت روش تحلیلی یک مکمل برای منحنی ناقص بار-تغییرمکان به دست آمده در طول آزمایش است و استفاده از آن به تنهایی برای محاسبه ی رابطه مورد نظر کافی نیست. ضمناً روش تحلیلی فقط تغییرمکان تیر را در مرحله الاستوپلاستیک بررسی کرده و نیز رابطه‌ی بین تنش و کرنش بتن تا $f_c = 0.4$ بصورت خطی در نظر گرفته شده است. تحقیقات آینده می‌توانند اثر رفتارهای پلاستیک و الاستیک و همچنین رابطه غیرخطی بین تنش و کرنش را بر روی تغییرمکان مورد بررسی قرار دهند.

- [16] Mirmiran A., Mohsen Shahawy M., Samaan M., "Strength and ductility of hybrid FRP-concrete beam-columns", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, vol.125, No. 10, pp, 1085–1093, 1999.
- [17] Krishnan S., Hall J. F., "Modeling steel frame building in three dimensions. I: Panel zone and plastic hinge beam elements", *Journal of engineering mechanics*, ASCE, vol. 132, No. 4, pp. 345-358, 2006.
- [18] Mendis P., "Plastic hinge lengths of Normal and high-strength concrete in flexure", *Advances in structural engineering*, vol. 4, No.4, pp. 185-195, 2001.
- [19] ACI 318-08, "Building code requirements for structural concrete and commentary", Reported by ACI committee 318.
- [20] ACI363R-92 (reapproved 1997), ACI committee 363, state of the art, Report of high-strength concrete.
- structural assemblages from laboratory testing", *Bulletin of the New zealand National society for earthquake engineering*, Vol 22, No 3, September, 1989.
- [13] Whiteman T., Lichti D. D., Chandler I., "Measurements of deflection in concrete beams by close-range digital photogrammetry", *ISPRS Commission IV, Symposium on geospatial theory, Processing and applications*, vol. 34, Part 4, July, 2012.
- [14] Youa,b. Zh., Chenc X., Dongc Sh., "Ductility and strength of hybrid fiber reinforced self-consolidating concrete beam with low reinforcement ratios", *System Engineering Procedia*, vol. 1, pp. 28-34, 2011.
- [15] Wang C. M., Lam K. Y., He X. Q., Chuचेepsakul S., "large deflections of an end supported beam subjected to a point load", *International journal of non-linear mechanics*, vol. 32, No.1, pp. 63-72, , 1997.