



## یک مدل حالت بحرانی سطح حدی برای ماسه‌ها

یوسف جوانمردی، سید محمدرضا امام\*

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۲ اردیبهشت ۱۳۹۶  
بازنگری: ۱۵ مرداد ۱۳۹۶  
پذیرش: ۲۳ مرداد ۱۳۹۶  
ارائه آنلاین: ۲۸ مرداد ۱۳۹۶

### کلمات کلیدی:

ماسه  
مدل رفتاری  
مکانیک خاک حالت بحرانی  
پلاستیسیته‌ی سطح حدی  
بارگذاری چرخه‌ای

**چکیده:** در بسیاری از موارد بارهای وارد به سازه‌های ژئوتکنیکی ماهیتی چرخه‌ای دارند، مثلاً بار زلزله، ترافیک، باد و موج. در این موارد لازم است که پاسخ خاک تحت بارگذاری چرخه‌ای به شکل مناسبی پیش‌بینی گردد. هدف از این مقاله تعمیم یک مدل رفتاری موجود برای ماسه‌ها است، به گونه‌ای که مدل جدید قادر به پیش‌بینی رفتار ماسه در بارگذاری چرخه‌ای باشد. مدل پایه که با استفاده از چارچوب مکانیک خاک حالت بحرانی توسعه یافته است، می‌تواند رفتار مصالح را تحت دامنه‌ی وسیعی از فشارهای تحکیمی و نسبت‌های تخلخل اولیه در بارگذاری تک‌سویه به خوبی پیش‌بینی کند. در مطالعه‌ی فعلی، از فرمول‌بندی پلاستیسیته‌ی سطح حدی جهت تعمیم مدل و پیش‌بینی پاسخ چرخه‌ای ماسه‌ها استفاده می‌شود. مدل جدید، از سطح تسلیم مدل پایه به عنوان سطح حدی استفاده می‌کند و از یک قاعدی نگاشت انحرافی برای ساخت سطح بارگذاری استفاده می‌نماید. به منظور پیش‌بینی مناسب رفتار ماسه در باربرداری، به خصوص پس از وقوع تغییر فاز، اصلاحاتی روی قانون جریان نسبت به مدل پایه صورت گرفته است و نهایتاً مدول سخت شونده‌ی جدیدی نیز برای پیش‌بینی رفتار مصالح در هر دو مرحله‌ی بارگذاری و باربرداری پیشنهاد شده است. مدل جدید، در مجموع از ۱۴ پارامتر مصالح استفاده می‌کند. اغلب این پارامترها دارای معنای فیزیکی مشخصی هستند و واسنجی آنها با استفاده از آزمایش‌های متداول آزمایشگاهی انجام می‌شود. نهایتاً پیش‌بینی‌های مدل جدید با نتایج به دست آمده از آزمایش‌های آزمایشگاهی روی دو نوع ماسه، مقایسه شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های مدل به صورت کمی و یا کیفی رضایت‌بخش است.

### ۱- مقدمه

تحت بار زلزله، باد یا موج، اما با استفاده از مدل‌های الاستوپلاستیک با سخت شونده‌ی همسان مشکلاتی در مدل‌سازی رفتار خاک‌ها تحت بارهای چرخه‌ای به وجود می‌آید [۱۵-۱۱]. به منظور رفع این مشکلات می‌توان از فرمول‌بندی پلاستیسیته‌ی سطح حدی<sup>۴</sup> استفاده کرد. سطح حدی شبیه سطح تسلیم در مدل‌های کلاسیک می‌باشد، با این تفاوت که اجازه‌ی وقوع کرنش‌های پلاستیک در داخل آن داده می‌شود. در این فرمول‌بندی می‌توان از یک سطح کمکی به نام سطح بارگذاری<sup>۵</sup> نیز استفاده کرد، که وضعیت تنش همواره روی آن قرار دارد [۲۴-۱۶].

نکته دیگری که در بارگذاری چرخه‌ای باید مد نظر قرار گیرد، تغییر بافت مصالح در حین بارگذاری، به خصوص در شرایط زهکشی نشده است. چنانچه در مرحله‌ی بارگذاری، نسبت تنش از  $M_{PT}$  بیشتر شود، رفتار خاک اتساعی می‌گردد و در اثر آن بافت خاک به شدت تغییر می‌کند. این تغییر بافت اثر خود را در رفتار انقباضی در حین باربرداری بعدی نشان می‌دهد و در اثر آن مدول پلاستیک به شدت کاهش می‌یابد. شکل ۱ این موضوع را نشان می‌دهد. یک چرخه‌ی بارگذاری و باربرداری برای دو نمونه A و B، در این شکل نشان داده شده است. برای نمونه‌ی A، برخلاف نمونه‌ی B،

چارچوب کلی مکانیک خاک حالت بحرانی<sup>۱</sup> در ابتدا توسط راسکو و همکاران<sup>۲</sup> [۱] و اسکافیلد و راث<sup>۳</sup> [۲] به منظور توصیف و پیش‌بینی رفتار خاک‌های چسبنده ارائه شد. با این حال مدل‌های رفتاری اولیه، که در این چارچوب ارائه شده بودند، نمی‌توانستند توصیف کاملی از رفتار خاک‌های ماسه‌ای ارائه دهند [۴-۲]. این مشکلات با توسعه پارامتر حالت، که به صورت فاصله‌ی قائم وضعیت فعلی نمونه تا خط حالت بحرانی در صفحه‌ی نسبت تخلخل (e) - تنش مؤثر متوسط (p) تعریف می‌شود، برطرف گردید [۵]. بدین ترتیب که برخی خصوصیات مهم مسیر تنش مؤثر، مانند نسبت تنش در نقطه‌ی اوج مسیر تنش زهکشی نشده،  $(M_p)$  [۸-۶] یا زهکشی شده  $(M_p)$  [۹] و یا نسبت تنش در تغییر فاز  $(M_{PT})$  [۱۰] به پارامتر حالت مرتبط گردید.

در بسیاری از مسائل ژئوتکنیکی بارهای وارده به خاک ماهیتی چرخه‌ای دارند. مانند روسازی تحت بار متحرک ترافیک یا سازه‌های ژئوتکنیکی

\*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: rimam@aut.ac.ir

1 Critical State Soil Mechanics

2 Roscoe et al.

3 Schofield and Wroth

4 Bounding surface plasticity

5 Loading Surface

## ۲-۱- خط حالت بحرانی

یکی از اجزای اصلی هر مدل حالت بحرانی، خط حالت بحرانی (CSL) است. CSL در تحقیق فعلی منحصر بفرد و یکتا در نظر گرفته می‌شود [۲۶-۳۵]. با این حال، مطالعات آزمایشگاهی نشان می‌دهد که CSL برای ماسه‌ها برخلاف رس‌ها، در دامنه‌ی وسیعی از تنش‌های مؤثر متوسط، غیرخطی است. تاکنون روابط مختلفی برای توصیف CSL غیرخطی ارائه شده است [۳۶ و ۳۷]. در اینجا رابطه‌ی پیشنهادی شنگ و همکاران<sup>۴</sup> که می‌تواند به صورت زیر بازنویسی شود مورد استفاده قرار می‌گیرد [۳۷]:

$$\ln e = \ln \Gamma - \lambda \cdot \ln \left( \frac{p}{p_a} + c_{cr} \right) \quad (1)$$

در رابطه فوق  $p_a$  فشار اتمسفر و  $\lambda$  شیب خط حالت بحرانی در تنش‌های متوسط بالا در فضای دولگاریتمی  $\ln e - \ln p$  می‌باشد.  $c_{cr}$  پارامتری بدون بعدی است که انحنای CSL را کنترل می‌کند و  $\Gamma$  نسبت تخلخل در حالت بحرانی است، وقتی که  $\frac{p}{p_a} + c_{cr} = 1$ . مزیت استفاده از این رابطه آن است که تضمین می‌کند، نسبت تخلخل هیچگاه، حتی در فشارهای خیلی بالا، منفی نگردد.

## ۲-۲- رفتار الاستیک

رفتار الاستیک، خطی و همسان در نظر گرفته می‌شود و توسط مدول بالک (K) و مدول برشی (G) توصیف می‌گردد. مدول برشی معمولاً به صورت تابعی از تنش مؤثر متوسط و نسبت تخلخل بیان می‌شود [۸]:

$$G = G_0 \cdot p_a \cdot \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \quad (2)$$

در رابطه فوق  $G_0$  یک ثابت مصالح بدون بعد است. برای تعیین مدول بالک نیز مشابه مرجع [۶] از رابطه‌ی زیر استفاده می‌گردد:

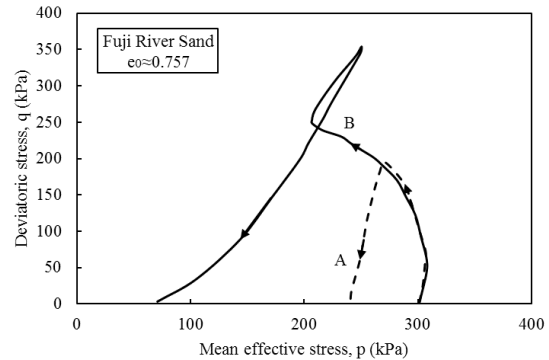
$$K = K_0 \cdot p_a \cdot \frac{(2.973 - e)^2}{1 + e} \left( \frac{p}{p_a} \right)^{0.5} \quad (3)$$

در رابطه فوق  $K_0$  یک ثابت مصالح بدون بعد می‌باشد.

## ۲-۳- سطح حدی- سطح بارگذاری- قاعده‌ی نگاهت

مدل از یک سطح حدی بسته به شکل قطره اشک استفاده می‌کند. نکته کلیدی در مورد این سطح آن است که شکل آن با استفاده از مسیر تنش مؤثر زهکشی نشده ماسه‌ی سست تخمین زده می‌شود. در فضای  $q-p$  نسبت تنش در نقطه‌ی اوج سطح تسلیم با  $M_p$  نشان داده می‌شود (شکل ۲). تنش انحرافی است. از روی نقطه اوج مسیر تنش مؤثر زهکشی نشده

باربرداری قبل از وقوع تغییر فاز صورت گرفته است و برای نمونه‌ی A فشار آب حفره‌ای کمتری در حین باربرداری ایجاد می‌گردد.



شکل ۱: اثرات تغییر بافت بعد از تغییر فاز بر پاسخ خاک در مرحله‌ی باربرداری (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۲۵])

Fig. 1. Effects of fabric change after phase transformation on the soil response during unloading (lab results from [26])

هدف از این مقاله ارائه یک مدل رفتاری سازگار با چارچوب مکانیک خاک حالت بحرانی و با استفاده از پارامتر حالت است. از این مدل جهت پیش‌بینی رفتار ماسه در دامنه وسیعی از نسبت‌های تخلخل و فشارهای تحکیمی اولیه در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده استفاده می‌شود. به منظور پیش‌بینی رفتار مصالح در بارگذاری چرخه‌ای از فرمول‌بندی پلاستیسیته‌ی سطح حدی بهره گرفته می‌شود به طوری که اثرات تغییر بافت بر مرحله باربرداری در نظر گرفته شده باشد. واسنجی<sup>۱</sup> مدل با استفاده از نتایج آزمایش‌های متداول آزمایشگاهی صورت می‌گیرد و در انتها نیز پیش‌بینی‌های مدل در شرایط مختلف بارگذاری و زهکشی با نتایج آزمایش‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند.

## ۲- معرفی مدل

در مطالعه‌ی فعلی از مدل امام و همکاران<sup>۲</sup> به عنوان مدل پایه استفاده می‌شود. فرمول‌بندی مدل پایه در مرجع [۶] توضیح داده شده است. در مطالعه‌ی فعلی، از سطح تسلیم مدل پایه به عنوان سطح حدی استفاده می‌شود. قانون جریان نیز با اصلاحات مختصری از روی سطح پتانسیل پلاستیک در مدل پایه به دست می‌آیند. تخمین پارامترهای  $M_p$ ،  $M_{pT}$  و  $M_p$  در شرایط سه محوری فشاری و کششی نیز عیناً مشابه مدل پایه صورت می‌گیرد. در ادامه اجزای مدل جدید یک به یک مورد بررسی قرار می‌گیرند.

1 Calibration

2 Imam et al.

3 Critical state line

4 Sheng et al.

مرجع [۶] رابطه‌ی زیر را جهت تخمین  $M_p$  در سه محوری فشاری و سه محوری کششی پیشنهاد می‌کند:

$$\sin \varphi_p = \sin \varphi_\mu - k_p \psi - a_p \cdot t \quad (۸)$$

در رابطه‌ی فوق  $\varphi_p$  زاویه اصطکاک در نقطه‌ی اوج مسیر تنش زهکشی نشده است،  $\varphi_\mu$  زاویه اصطکاک بین دانه‌های و  $k_p$  و  $a_p$  ثابت‌های مصالح هستند.  $t$  پارامتری است که مقدار آن در سه محوری فشاری برابر صفر و در سه محوری کششی برابر یک می‌باشد. در نهایت می‌توان نسبت تنش را با کمک رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$M_p = \frac{6 \sin \varphi_p}{3 - (1 - 2t) \sin \varphi_p} \quad (۹)$$

نسبت تنش در نقطه‌ی تصویر که با  $\bar{\eta}$  نمایش داده می‌شود نیز به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\bar{\eta} = \alpha + \sqrt{M_\alpha^2 \left[ 1 - \left( \frac{P}{P_b} \right)^{0.5} \right]} \quad (۱۰)$$

نسبت تنش در نقطه‌ی اوج سطح بارگذاری نیز به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$M_L = M_p \frac{\eta}{\bar{\eta}} \quad (۱۱)$$

همان‌طور که گفته شد، پارامتر  $P_b$  اندازه‌ی سطوح حدی و بارگذاری را کنترل می‌کند. در ابتدای بارگذاری این پارامتر برابر با تنش مؤثر متوسط تحکیمی در نظر گرفته می‌شود. در مراحل بعدی، در حین باربردای مقدار  $P_b$  تغییر نمی‌کند. در حین بارگذاری نیز چنانچه  $M_L < M_p$ ، باز هم  $P_b$  تغییر نمی‌کند، ولی در غیر این صورت می‌توان این پارامتر را به کمک رابطه‌ی زیر به دست آورد:

$$P_b = \frac{P}{\left[ 1 - \frac{(\eta - \alpha)^2}{M_\alpha^2} \right]^2} \quad (۱۲)$$

#### ۲-۴- قانون جریان

در این مدل قانون جریان با استفاده از فرم اصلاح شده‌ای از رابطه تنش-اتساع پیشنهاد شده توسط رو [۶] به دست می‌آید. در این رابطه از نسبت تنش در نقطه‌ی تغییر فاز  $M_{PT}$  استفاده می‌گردد. این نسبت تابعی از پارامتر فعلی حالت  $\psi$  در نظر گرفته می‌شود.

$$d_0 = \frac{9(M_{PT} - \eta)}{9 + 3(1 - 2t)M_{PT} - 2M_{PT}\eta} \quad \text{الف) در بارگذاری} \quad (۱۳)$$

$$d_0 = \left| \frac{9(M_{PT} - \eta)}{9 + 3(1 - 2t)M_{PT} - 2M_{PT}\eta} \right| \quad \text{ب) در باربرداری}$$

ماسه‌ی سست تخمین زده می‌شود. این پارامتر در آزمایش سه محوری فشاری و کششی متفاوت در نظر گرفته می‌شود. اثر ناهمسانی القایی ناشی از تحکیم ناهمسان توسط نسبت تنش  $\alpha$  لحاظ شده است که برابر نسبت تنش در انتهای تحکیم در نظر گرفته می‌شود.

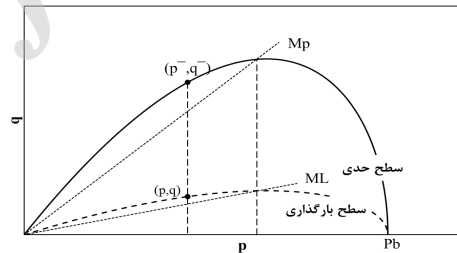
سطح بارگذاری با  $f$  و سطح حدی با  $F$  نمایش داده می‌شوند. در مدل جدید، از یک قاعده‌ی نگاشت انحرافی، همانند آنچه در مرجع [۲۷] آمده است، استفاده می‌گردد. بدین ترتیب که تنش مؤثر متوسط در وضعیت فعلی تنش (با مختصات  $(p, q)$ ) و در نقطه‌ی تصویر (با مختصات  $(\bar{p}, \bar{q})$ ) روی سطح حدی یکسان در نظر گرفته می‌شود. پارامتر  $P_b$  نیز اندازه‌ی هر دو سطح را کنترل می‌کند. نسبت تنش در نقطه‌ی اوج سطح بارگذاری نیز با  $M_L$  نمایش داده می‌شود. سطوح حدی و بارگذاری به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$F: (\bar{\eta} - \alpha)^2 - M_\alpha^2 \left[ 1 - \left( \frac{\bar{p}}{P_b} \right)^{0.5} \right]^2 = 0 \quad (۴)$$

$$M_\alpha^2 = (5M_p - \alpha)(M_p - \alpha)$$

$$f: (\eta - \alpha)^2 - M_\beta^2 \left[ 1 - \left( \frac{p}{P_b} \right)^{0.5} \right]^2 = 0 \quad (۵)$$

$$M_\beta^2 = (5M_L - \alpha)(M_L - \alpha)$$



شکل ۲: سطح بارگذاری، سطح حدی و قاعده‌ی نگاشت در مدل

Fig. 2. Loading surface, bounding surface, and mapping rule used in the model

مشتقات سطح بارگذاری و بردارهای یک‌ه‌ی عمود بر آن به صورت زیر قابل محاسبه هستند:

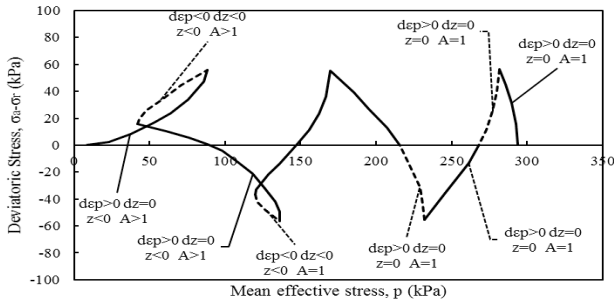
$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{M_\beta^2}{2(p \cdot p_b)^{1/2}} - \frac{2}{p} (\eta^2 - \eta \cdot \alpha) \quad \text{الف)} \quad (۶)$$

$$\frac{\partial f}{\partial q} = \frac{2}{p} (\eta - \alpha) \quad \text{ب)}$$

$$n_f = (n_p \quad n_q) = \left( \frac{\partial f}{\partial p} \quad \frac{\partial f}{\partial q} \right) / \|\nabla f\| \quad \text{الف)}$$

$$\|\nabla f\| = \left[ \left( \frac{\partial f}{\partial p} \right)^2 + \left( \frac{\partial f}{\partial q} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{ب)} \quad (۷)$$

زهکشی نشده فشار آب حفره‌ای بیشتری تولید خواهد شد. این مطالب به صورت خلاصه در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۳: روند تغییرات پارامترهای مختلف روابط ۱۶ و ۱۷ در حین بارگذاری چرخه‌ای

Fig. 3. Changes in various parameters of Relationships 16 and 17 during cyclic loading

نهایتاً بردارهای یکه‌ی مشخص کننده‌ی قانون جریان توسط رابطه‌ی زیر قابل محاسبه هستند [۳]:

$$(n_{g1} \quad n_{g2}) = \left( \frac{d}{\sqrt{1+d^2}} \quad \frac{1}{\sqrt{1+d^2}} \right) \quad (18)$$

#### ۲-۵- مدول سخت‌شوندگی

مدول سخت‌شوندگی به صورت زیر در بارگذاری و باربرداری محاسبه می‌گردد:

$$H = \frac{hG(M_f - s.\eta)}{p^{1.5}(\eta - \eta_0) \|\nabla f\| \sqrt{1+d^2}} \quad (19)$$

در رابطه‌ی فوق،  $h$  بنابر پیشنهاد مرجع [۳۹] تابعی از نسبت تخلخل در نظر گرفته می‌شود:

$$h = h_1 - h_2 e \quad (20)$$

در رابطه بالا  $h_1$  و  $h_2$  پارامترهای مصالح هستند. برای تخمین  $M_f$  نیز می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد [۶]:

$$\sin \varphi_f = \sin \varphi_{cs} - k_f \psi \quad (21)$$

$$M_f = \frac{6 \sin \varphi_f}{3 - (1 - 2t) \sin \varphi_f}$$

در رابطه‌ی ۲۱،  $k_f$  یک ثابت مصالح است که می‌توان برای اغلب مصالح آن را برابر ۱ در نظر گرفت. در ابتدای بارگذاری  $\eta_0$  برابر  $\alpha$  در نظر گرفته می‌شود و مقدار این کمیت هرگاه جهت بارگذاری عوض شود (از حالت بارگذاری به باربرداری و برعکس) به روز می‌شود و برابر  $\eta$  در لحظه‌ی تغییر جهت بارگذاری می‌گردد.

رابطه‌ی (۱۳-ب) تضمین می‌کند که در حین باربرداری علامت کرنش‌های حجمی پلاستیک همواره مثبت است. نسبت تنش در تغییر فاز،  $M_{PT}$  نیز بنابر پیشنهاد مرجع [۶] به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$\sin \varphi_{PT} = \sin \varphi_{cs} + k_{PT} \psi + a_{PT} t \quad (الف)$$

$$M_{PT} = \frac{6 \sin \varphi_{PT}}{3 - (1 - 2t) \sin \varphi_{PT}} \quad (ب)$$

در رابطه‌ی فوق  $k_{PT}$  و  $a_{PT}$  پارامترهای مصالح هستند.  $\varphi_{cs}$  نیز زاویه‌ی اصطکاک در حالت بحرانی است. با کمک روابط فوق، می‌توان نسبت اتساع،  $d$ ، را محاسبه کرد:

$$d = \frac{d\varepsilon_p^p}{d\varepsilon_q^p} = Ad_0 \quad (15)$$

$$A = 1 + \langle s.z \rangle \quad (16)$$

در رابطه ۱۶ برکت مک کاولی است به گونه‌ای که  $\langle x \rangle = x$  اگر  $x > 0$  و  $\langle x \rangle = 0$  اگر  $x \leq 0$ .  $s$  در بارگذاری برابر ۱+ و در باربرداری برابر ۱- می‌باشد.  $Z$  پارامتر بافت نامیده می‌شود و نمو آن،  $dz$ ، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$dz = - \langle -\text{sign}(d\varepsilon_p^p) \rangle (s z_{\max} + z) \quad (17)$$

در رابطه ۱۷،  $z_{\max}$  مقدار حداکثر پارامتر بافت، یک ثابت مصالح است. این رابطه با اصلاح مختصری از رابطه پیشنهادی مرجع [۲۸] به دست آمده است، که در آن  $d\varepsilon_p^p$  با  $\text{sign}(d\varepsilon_p^p)$  جایگزین شده است که تابع علامت است.

منظور از اثرات بافت، در مطالعه‌ی فعلی آن است که بارگذاری در یک جهت (مثل بارگذاری در سه محوری فشاری) اثراتی روی بافت مصالح می‌گذارد و باعث می‌شود رفتار آنها در جهت دیگر (مثلاً در باربرداری) تغییر کند. به طور خاص، می‌توان به تغییر سختی خاک، زمانی که باربرداری از نسبت تنشی بزرگتر از  $M_{PT}$  شروع می‌شود، اشاره کرد (شکل ۱). در تأیید این مطلب می‌توان به مطالعات آزمایشگاهی مرجع [۲۹] اشاره کرد که نشان می‌دهد تغییرات شدیدی در بافت مصالح ماسه‌ای پس از تغییر فاز رخ می‌دهد. بنابراین شاید بتوان از تغییرات بافت قبل از تغییر فاز صرف نظر کرد. نحوه عملکرد روابط ۱۶ و ۱۷ به طور کامل در مرجع [۲۸] توضیح داده شده است. این معادلات به گونه‌ای نوشته شده‌اند که همواره  $|\dot{z}| \leq z_{\max}$ . زیرا چنانچه  $\dot{z} = -z_{\max}$  در رابطه ۱۷،  $z = z_{\max} + z = 0$  و در نتیجه  $dz = 0$  پس مقدار  $Z$  در این مرحله ثابت می‌ماند و منفی تر نمی‌شود. در حین مرحله بارگذاری، چه رفتار اتساعی باشد و چه انقباضی،  $A = 1$ . اما چنانچه پس از تغییر فاز، باربرداری رخ دهد، علامت نمو کرنش‌های حجمی پلاستیک مثبت می‌شود و  $s = -1$ . پس طبق رابطه ۱۷،  $z = -z_{\max}$  و طبق رابطه ۱۶،  $A = 1 - z$  از آنجایی که علامت  $Z$  منفی است،  $A > 1$ . این بدان معنی است که بنابر رابطه ۱۵ در این مرحله، کرنش‌های پلاستیک حجمی بیشتری، یا در بارگذاری

### ۲-۶- روابط تنش- کرنش

در صفحه سه محوری می توان ماتریس ساختاری را به صورت زیر محاسبه کرد [۲۷]:

$$D^{ep} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K(1 - \frac{n_p K n_{gl/U,p}}{\bar{H}}) & -3KG \frac{n_q n_{gl/U,p}}{\bar{H}} \\ -3KG \frac{n_p n_{gl/U,q}}{\bar{H}} & 3G(1 - \frac{n_q 3G n_{gl/U,q}}{\bar{H}}) \end{bmatrix} \quad (الف) \quad (22)$$

$$\bar{H} = H + n_p K n_{gl/U,p} + n_q 3G n_{gl/U,q} \quad (ب)$$

در رابطه فوق  $D_{11}$  تا  $D_{22}$  مؤلفه های ماتریس ساختاری می باشند. رابطه تنش- کرنش هم به صورت زیر است [۲۷]:

$$\begin{bmatrix} dp \\ dq \end{bmatrix} = D^{ep} \begin{bmatrix} d\epsilon_p \\ d\epsilon_q \end{bmatrix} \quad (23)$$

در رابطه فوق  $dp$  و  $dq$  نشان دهنده نمو تنش مؤثر متوسط و نمو تنش انحرافی هستند.  $d\epsilon_p$  و  $d\epsilon_q$  نیز نمو کرنش های حجمی و کرنش های انحرافی را نشان می دهند. در آزمایش سه محوری زهکشی نشده، نمو کرنش های حجمی برابر صفر است و نمو کرنش های انحرافی برابر نمو کرنش های محوری می باشد. از طرف دیگر در آزمایشهای زهکشی شده ی متداول، می توان نسبت نمو تنش انحرافی به نمو تنش مؤثر متوسط را با  $\Gamma$  نمایش داد. در آزمایش سه محوری فشاری متداول  $\Gamma=3$  و در سه محوری کششی متداول  $\Gamma=-3$  می باشد. با اعمال این قید در معادله ی ۲۳، رابطه زیر حاصل می شود:

$$\bar{d} = \frac{d\epsilon_p}{d\epsilon_q} = \frac{rD_{12} - D_{22}}{D_{21} - rD_{11}} \quad (24)$$

در نتیجه با در اختیار داشتن رابطه ۲۴ و نمو کرنش های برشی، می توان نمو کرنش های حجمی را محاسبه کرد و در رابطه ۲۳ جاگذاری نمود. لازم به ذکر است که تشخیص بارگذاری از باربرداری به کمک رابطه ی زیر صورت می گیرد [۳]:

For strain hardening :

$$[dp \quad dq] \cdot \begin{bmatrix} n_p \\ n_q \end{bmatrix} > 0 \rightarrow \text{Loading} \rightarrow s = +1$$

$$< 0 \rightarrow \text{Unloading} \rightarrow s = -1 \quad (25)$$

For strain softening :

$$[dp \quad dq] \cdot \begin{bmatrix} n_p \\ n_q \end{bmatrix} / H > 0 \rightarrow \text{Loading} \rightarrow s = +1$$

$$< 0 \rightarrow \text{Unloading} \rightarrow s = -1$$

### ۳- واسنجی

جهت توصیف کامل رفتار مصالح در بارگذاری چرخه ای و تک سویه، مدل در مجموع به ۱۴ پارامتر احتیاج دارد. اغلب پارامترها دارای معنای فیزیکی مشخصی هستند و می توان آنها را مستقیماً از روی نتایج آزمایش های متداول آزمایشگاهی، مانند آزمایش سه محوری، تعیین کرد. در ادامه، نحوه ی تعیین پارامترها، یک به یک توضیح داده می شود و مقدار آنها برای ماسه تویورا تعیین می گردد. داده های آزمایشگاهی از مرجع [۴۰] گرفته شده اند و نمونه ها به روش کوبش مرطوب آماده شده اند.

همان طور که گفته شد، مدل جدید از تعمیم مدل امام و همکاران به دست آمده است. در نتیجه، برخی پارامترهای مصالح از مدل پایه اقتباس شده اند. در ادامه به این پارامترها اشاره خواهد و به نحوه تعیین آنها به صورت مختصر اشاره می گردد. علاوه بر این، در مدل جدید یک سری ثابت مصالح جدید نیز مورد استفاده قرار گرفته اند. نحوه ی تعیین این پارامترها در ادامه به طور کامل شرح داده خواهد شد.

#### ۳-۱- پارامترهای خط حالت بحرانی

اولین پارامتر، شیب خط حالت بحرانی در فضای  $q-p$  است. محاسبه این شیب برای ماسه تویورا در شکل ۴-a آورده شده است. می توان زاویه ی اصطکاک داخلی در حالت بحرانی را با کمک رابطه ی زیر تعیین کرد:

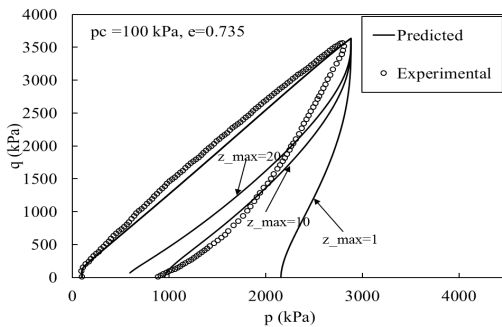
$$\sin \phi_{cs} = \frac{3M_{cs}}{6 + (1 - 2t)M_{cs}} \quad (26)$$

برای یافتن پارامترهای  $\Gamma$ ،  $\lambda$  و  $C_{cr}$  داده های مربوط به حالت بحرانی از آزمایش های مختلف در فضای  $\ln e - \ln(p/p_c + c_v)$  رسم می شود و مقدار  $C_{cr}$  به گونه ای تغییر داده می شود که بهترین همبستگی خطی در صفحه مذکور حاصل گردد. خط حالت بحرانی در صفحه  $e - \ln p$  در شکل ۴-b نمایش داده شده اند.



مرجع [۶] قابل مشاهده است.

پارامتر دیگر به کار رفته در قانون جریان، پارامتر بافت حداکثر،  $Z_{max}$ ، همان طور که در مرجع [۲۸] اشاره شده است، تعیین  $Z_{max}$  به صورت تجربی و با آزمون و خطا صورت می‌گیرد. نحوه‌ی تعیین این پارامتر در شکل ۵ نشان داده شده است. افزایش  $Z_{max}$  باعث می‌شود که فشار آب حفره‌ای بیشتری در مرحله‌ی باربرداری (که پس از تغییر فاز صورت گرفته) پیش‌بینی گردد.



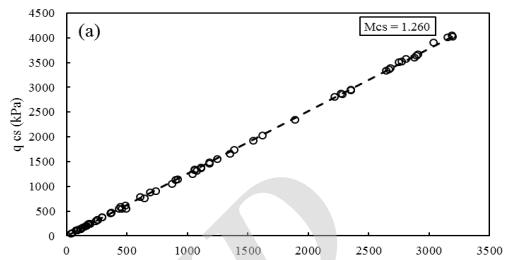
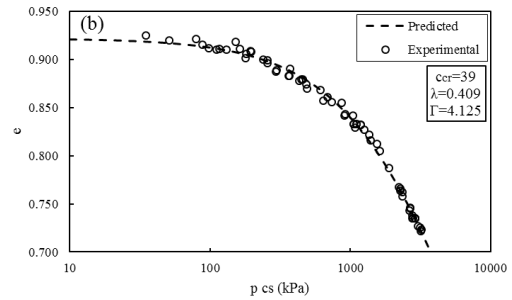
شکل ۵: واسنجی پارامتر  $Z_{max}$  با استفاده از داده‌های آزمایش سه محوری فشاری زهکشی نشده روی ماسه توپورا (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۰])

Fig. 5. Verification of parameter  $z_{max}$  using results of undrained triaxial test on Toyoura sand (lab data from [40])

### ۳-۵- پارامترهای مدول سخت‌شوندگی

در تعریف مدول سخت‌شوندگی، در روابط ۱۹ و ۲۰، دو پارامتر  $h_1$  و  $h_2$  مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این روابط جدید هستند. پارامترهای  $h_1$  و  $h_2$  نیز با آزمون و خطا تعیین می‌شوند. بدین ترتیب که حداقل نتایج دو آزمایش سه محوری زهکشی نشده با نسبت تخلخل‌های متفاوت مورد نیاز است. برای تعیین این پارامترها، در هر مورد ابتدا با آزمون و خطا مقدار  $h$  تعیین می‌گردد.  $h$ ‌های بزرگتر متناظر با کرنش‌های الاستیک بیشتر هستند، در نتیجه منحنی تنش-کرنش متناظر آنها به بالا انتقال می‌یابد. در ادامه یک همبستگی خطی بین مقادیر  $h$  محاسبه شده و نسبت تخلخل برقرار می‌گردد.

شکل ۶ نتایج آزمایش‌های سه محوری فشاری زهکشی نشده روی ماسه توپورا را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۶-ا تا ۶-ج پیش‌بینی‌های مدل به ازای مقادیر  $h$  مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که از این شکل‌ها دریافت می‌شود، برای نسبت تخلخل  $0.735$  بهترین پیش‌بینی‌ها به ازای  $h$  برابر  $125$  به دست می‌آید. برای نسبت تخلخل‌های  $0.833$  و  $0.907$  نیز به ترتیب بهترین پیش‌بینی‌ها به ازای مقادیر  $h$  برابر  $50$  و  $10$  به دست می‌آیند. در شکل ۶-د نیز همبستگی بین  $e$  و  $h$  و نحوه محاسبه پارامترهای  $h_1$  و  $h_2$  نمایش داده شده است. نتایج حاصل از واسنجی برای ماسه‌ی توپورا و ماسه‌ی نیگاتا در جدول ۱ آورده شده است.



شکل ۴: واسنجی پارامترهای خط حالت بحرانی (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۰])

Fig. 4. Verification of various parameters of the critical state line (lab data from [41])

### ۳-۲- پارامترهای رفتار الاستیک

پارامترهای  $G_0$  و  $K_0$ ، در روابط ۲ و ۳، رفتار الاستیک خاک را مشخص می‌کنند. این روابط با اصلاح مختصری از مدل پایه اقتباس شده‌اند. این پارامترها را می‌توان به کمک آزمایش‌های آزمایشگاهی (مثل سه محوری یا ستون تشدید) یا آزمایش‌های لرزه‌ای صحرائی تعیین کرد. جزئیات بیشتر در مورد تعیین این پارامترها در مرجع [۶] یافت می‌شود.

### ۳-۳- پارامترهای سطح حدی

سه پارامتر  $\phi_p$ ،  $k_p$  و  $a_p$  در تعریف سطح حدی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این پارامترها در رابطه ۸ به کار رفته‌اند. این رابطه از مدل پایه اقتباس شده است. برای تعیین این پارامترها حداقل دو آزمایش سه محوری فشاری و یک آزمایش سه محوری کششی مورد نیاز است. مسیر تنش در این آزمایش‌ها باید شامل نقطه‌ی اوج باشد. جزئیات بیشتر در مورد واسنجی این پارامترها در مرجع [۶] قابل مشاهده است.

### ۳-۴- پارامترهای جریان

دو پارامتر  $k_{pT}$  و  $a_{pT}$  در تعریف قانون جریان مورد استفاده قرار گرفته‌اند. این پارامترها در رابطه ۱۴ به کار رفته‌اند. این رابطه نیز از مدل پایه اقتباس شده است. برای تعیین این پارامترها حداقل دو آزمایش سه محوری فشاری و یک آزمایش سه محوری کششی مورد نیاز است که مسیر تنش در آنها باید شامل نقطه‌ی تغییر فاز باشد. جزئیات بیشتر در مورد واسنجی این پارامترها در

جدول ۱: پارامترهای مصالح برای ماسه توپورا و ماسه نیگاتا

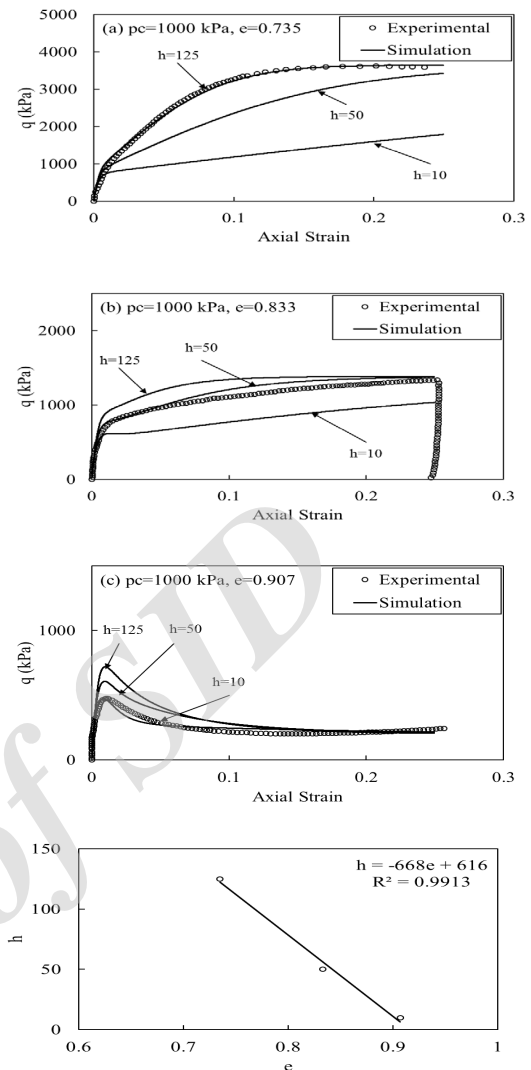
Table 1. Material properties for Toyoura and Niigata sands

		ماسه توپورا	ماسه نیگاتا	
پارامترهای خط حالت بحرانی	$\varphi_{cs}$	۳۱/۴	۲۶	
	$\Gamma$	۴/۱۲۵	۵/۱۳۷	
	$\lambda$	۰/۴۰۹	۰/۱۰۲	
	$c_{cr}$	۳۹	۵۲	
رفتار الاستیک	$G_0$	۷۵	۴۰	
	$K_0$	۱۵۰	۱۰۰	
پارامترهای گرفته شده از مدل پایه	$\varphi_{\mu}$	۲۰	۲۸	
	$k_p$	۱/۲	۱/۲	
	$a_p$	۰/۱۸	۰/۱۸	
	$k_{pT}$	۰/۷۵	۰/۵	
جریان	$a_{pT}$	۰/۱۵	۰/۰۵	
	$z_{max}$	۱۰	۳۰	
پارامترهای جدید	جریان			
	مدول سخت شوندگی	$h_1$	۶۱۶	۵۸۵
		$h_2$	۶۶۸	۷۸۶

نسبت تخلخل حداکثر و حداقل به ترتیب برابر ۰/۹۹ و ۰/۵۵ می باشد. دانه‌ها نسبتاً تیز گوشه هستند و از نتایج آزمایش سه محوری چرخه‌ای زهکشی نشده روی این خاک جهت ارزیابی کارایی مدل استفاده شده است. داده‌های آزمایشگاهی از مرجع [۲۵] گرفته شده‌اند.

#### ۴-۱- پیش‌بینی‌های مدل در بارگذاری تک‌سویه

شکل ۷ مقایسه‌ی بین پیش‌بینی‌های مدل و نتایج آزمایش‌های آزمایشگاهی روی ماسه‌ی توپورا را در آزمایش سه محوری فشاری زهکشی نشده نشان می‌دهد. نمونه‌ها به روش کوبش مرطوب آماده شده‌اند. شکل‌های سمت چپ منحنی تنش انحرافی- کرنش انحرافی و شکل‌های سمت راست مسیر تنش را نمایش می‌دهند. در این شکل رفتار سه دسته نمونه‌ی متراکم  $e=0/735$ ، متوسط  $e=0/833$  و شل  $e=0/907$  مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه‌ها تحت دامنه‌ی وسیعی از تنش‌های تحکیمی از ۱۰۰ تا ۲۰۰۰ یا ۳۰۰۰ کیلوپاسکال تحکیم یافته‌اند.



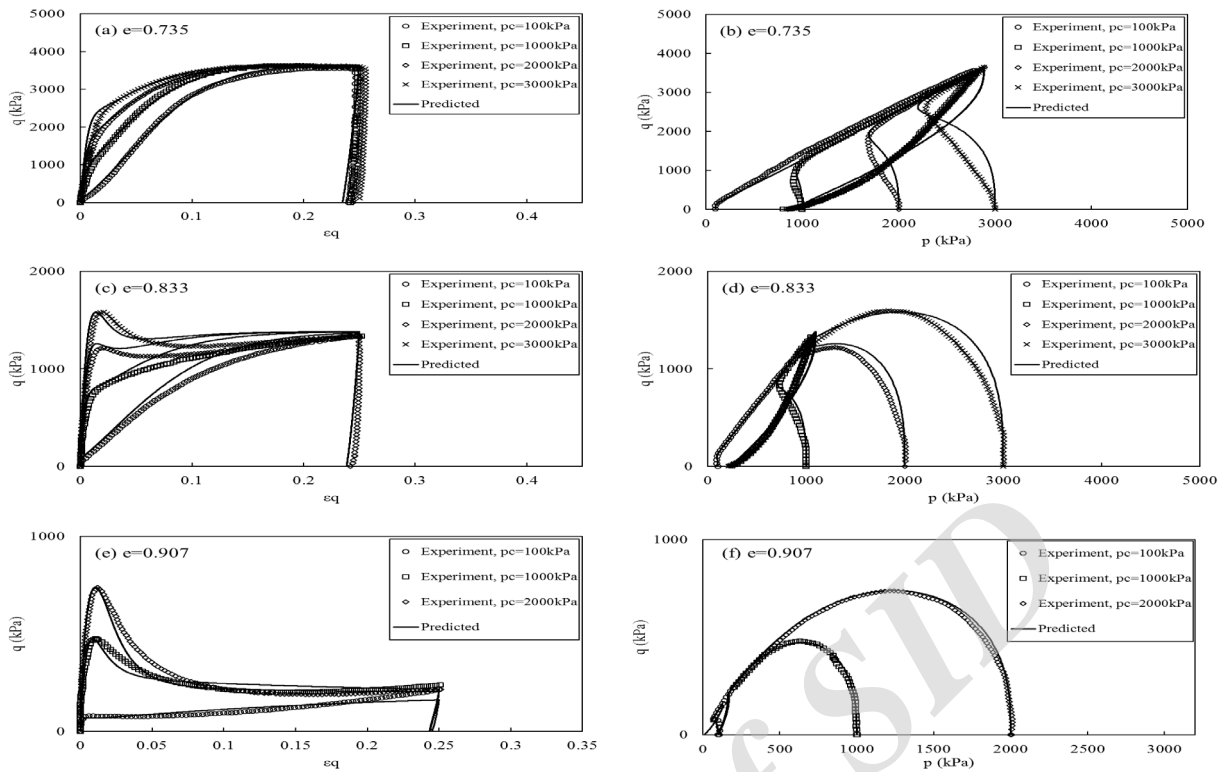
شکل ۶: واسنجی پارامترهای  $h_1$  و  $h_2$  با استفاده از داده‌های آزمایش سه محوری فشاری زهکشی نشده (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۰])

Fig. 6. Verification of parameters  $h_1$  and  $h_2$  using results of undrained triaxial test on Toyoura sand (lab data from [40])

#### ۴-۲- اعتبارسنجی مدل

نتایج به دست آمده از آزمایش‌های سه محوری روی ماسه‌ی توپورا و ماسه‌ی نیگاتا جهت اعتبارسنجی مدل مورد استفاده قرار گرفته است. ماسه‌ی توپورا یک ماسه کوارتزی ریز با دانه‌بندی یکنواخت است و از دانه‌های نسبتاً گرد تا نسبتاً تیز گوشه تشکیل شده است. برای آن ضریب یکنواختی  $C_u = 1/7$  و اندازه‌ی مؤثر دانه‌ها  $D_{50} = 0/17$  mm است. این ماسه به طور گسترده‌ای جهت ارزیابی عملکرد مدل‌های رفتاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. داده‌های آزمایشگاهی از مراجع [۴۱ و ۴۰] گرفته شده‌اند.

برای ماسه‌ی نیگاتا نیز اندازه‌ی مؤثر دانه‌ها  $D_{50} = 0/13$  mm و

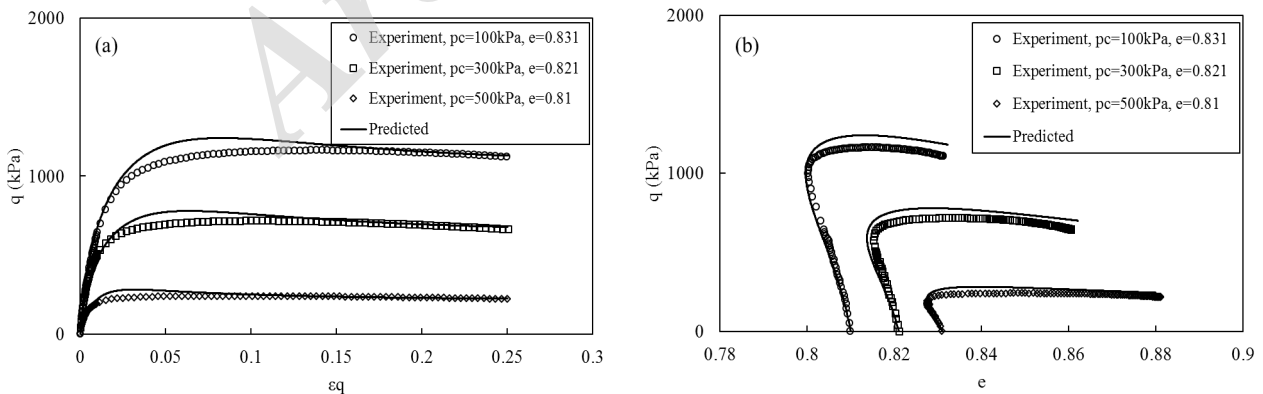


شکل ۷: مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش‌های سه محوری فشاری زهکشی نشده روی ماسه توپورا (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۰])

Fig. 7. Comparison of model predictions and undrained triaxial test results on Toyoura sand (lab data from [40])

در شکل ۸ پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش‌های سه محوری فشاری روی ماسه‌ی توپورا در شرایط زهکشی شده مقایسه شده‌اند. نمونه‌ها به روش کوبش مرطوب آماده شده‌اند. نسبت‌های تخلخل و تنش‌های اولیه در هر مورد روی شکل نشان داده شده‌اند. همه پیش‌بینی‌ها با استفاده از پارامترهای ارائه شده در جدول ۱ به دست آمده‌اند. هر سه نمونه ماسه متوسط هستند.

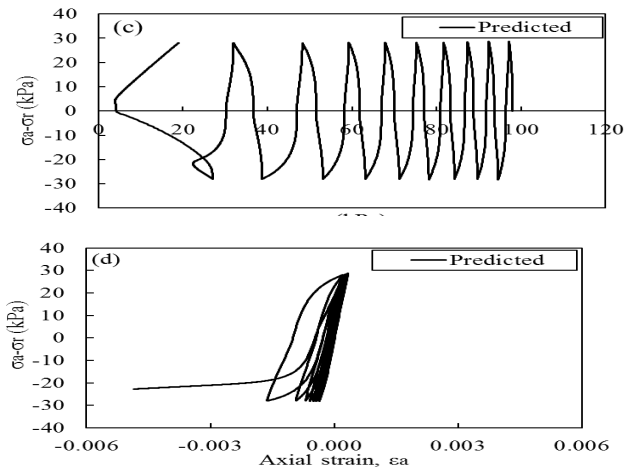
شکل ۷ نشان می‌دهد که مدل از لحاظ کیفی، به خوبی قادر است اثرات فشار تحکیمی و نسبت تخلخل را بر رفتار مصالح پیش‌بینی کند. از لحاظ کمی نیز در پیش‌بینی تنش انحرافی در یک کرنش انحرافی مشخص حداکثر خطا برابر ۱۲٪ (برای ماسه متوسط) و در پیش‌بینی تنش مؤثر متوسط، در یک تنش انحرافی مشخص، حداکثر خطا برابر ۷/۴ درصد (برای ماسه‌ی متراکم) می‌باشد.



شکل ۸: مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش‌های سه محوری فشاری زهکشی شده روی ماسه توپورا (داده‌های آزمایشگاهی از [۴۰])

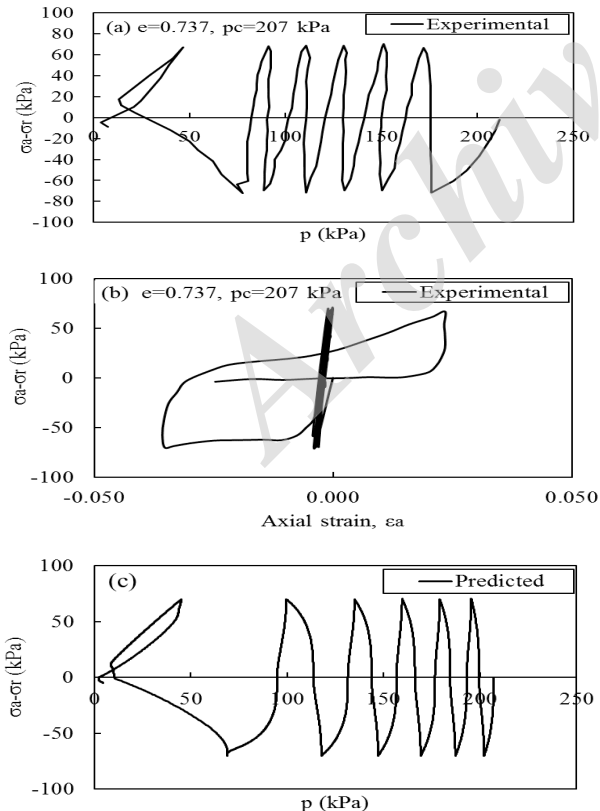
Fig. 8. Comparison of model predictions and drained triaxial test results on Toyoura sand (lab data from [40])





شکل ۹: مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش سه محوری فشاری زهکشی نشده چرخه‌ای روی ماسه توپورا (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۱])

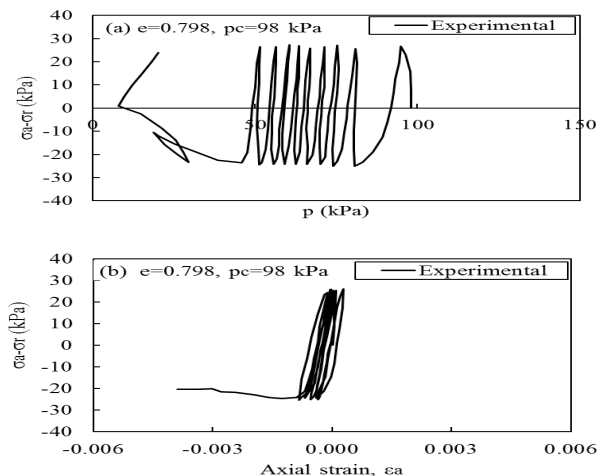
Fig. 9. Comparison of model predictions and undrained cyclic triaxial compression test results on Toyoura sand (lab data from [41])



شکل ۸ نشان می‌دهد که مدل به خوبی قادر است تغییرات حجمی نمونه در حین آزمایش زهکشی شده را پیش‌بینی کند. این امر، به خصوص بر دقت روابط تنش-تلاش دالات دارد. علاوه بر این، مدل می‌تواند رفتار نرم‌شونده مصالح را نیز پیش‌بینی کند. هر چند کرنش انحرافی که در آن نرم‌شوندگی آغاز می‌شود به خوبی پیش‌بینی نمی‌گردد (بیشترین اختلاف برای نمونه با نسبت تخلخل  $e=0/831$  مشاهده می‌شود، که شروع نرم‌شوندگی در مطالعه‌ی آزمایشگاهی و پیش‌بینی مدل به ترتیب در کرنش‌های حدود ۱۵٪ و ۵٪ مشاهده می‌شود)، اما در یک نسبت تخلخل ثابت، حداکثر خطا در پیش‌بینی تنش انحرافی در حدود ۹٪ می‌باشد.

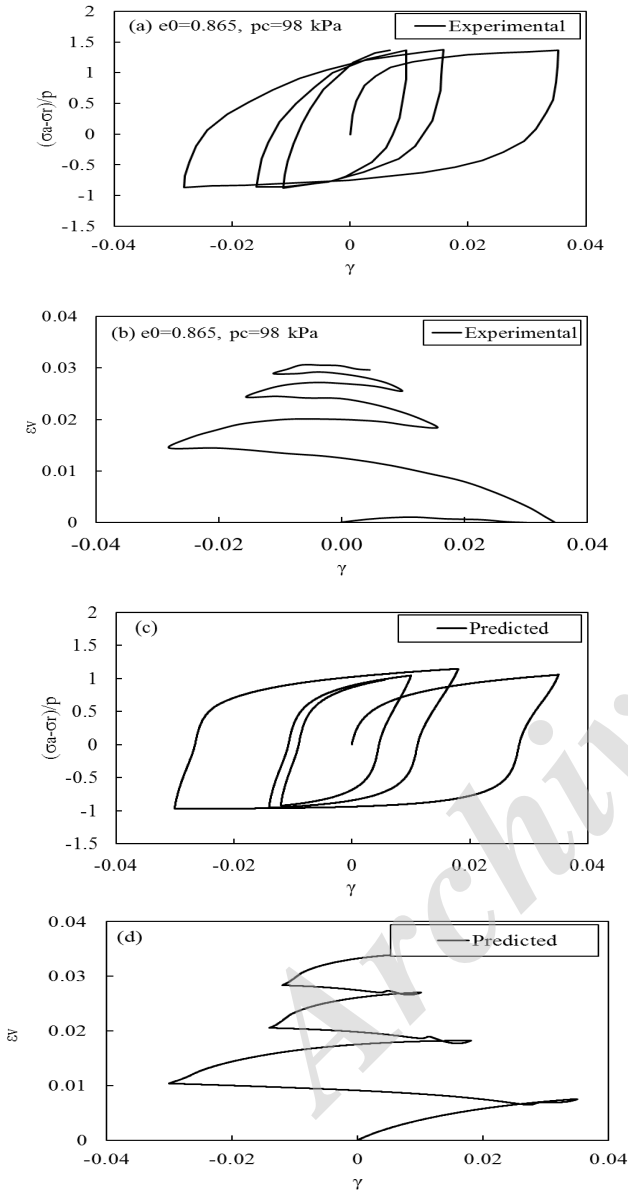
#### ۴-۲- پیش‌بینی‌های مدل در بارگذاری چرخه‌ای

به منظور ارزیابی کارایی مدل در بارگذاری چرخه‌ای زهکشی نشده، در شکل ۹ پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایشگاهی روی ماسه‌ی توپورا مقایسه شده‌اند. در این شکل  $\sigma_r$  و  $\sigma_\theta$  به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تنش‌های محوری و شعاعی هستند. نمونه‌ها در این آزمایش به روش بارش در هوا آماده شده‌اند. اما پارامترهای به کار رفته در جدول ۱ برای پیش‌بینی رفتار نمونه‌هایی که با کوبش مرطوب آماده شده‌اند، به دست آمده‌اند. از آنجایی که نحوه آماده‌سازی نمونه در رفتار تنش-کرنش ماسه‌ها تأثیرگذار است، انتظار می‌رود، به منظور پیش‌بینی مناسب رفتار خاک در این حالت، نیاز به تغییر پارامترهای مصالح در مدل رفتاری باشد. اما داده‌های کافی جهت واسنجی مدل در حالتی که نمونه‌ها با روش بارش آماده‌سازی شده‌اند وجود ندارد، به همین دلیل در این حالت داده‌های جدول ۱ برای پیش‌بینی رفتار مورد استفاده قرار می‌گیرد. تنها به منظور بهتر کردن پیش‌بینی‌ها  $G_0=30$  و  $Z_{max}$  قرار داده شد. علاوه بر این، پیش‌بینی‌های مدل در بارگذاری چرخه‌ای زهکشی نشده، در شکل ۱۰ با نتایج آزمایشگاهی روی ماسه‌ی نیگاتا مقایسه شده‌اند.



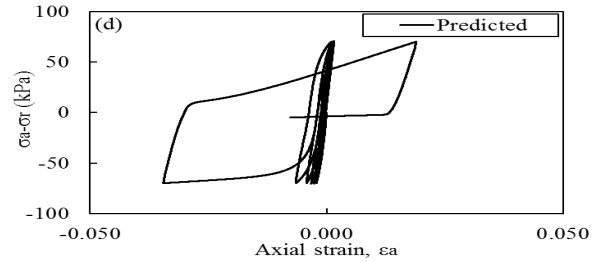
#### 1 Air-Pluviation

ماسه‌ی تویورا مقایسه شده‌اند. در این شکل کرنش برشی و برابر  $1.5\varepsilon_q$  می‌باشد. در این حالت نیز نمونه‌ها به روش بارش در هوا آماده شده‌اند. در اینجا نیز  $G_0=125$  و  $z_{max}=30$  قرار داده شد. در این آزمایش نسبت تنش در چرخه‌ها تقریباً ثابت نگاه داشته شده است و تقریباً بین  $1/3+$  و  $1-$  نوسان می‌کند.



**شکل ۱۱: مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش‌های سه محوری فشاری زهکشی شده چرخه‌ای روی ماسه تویورا (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۴۱])**

Fig. 11. Comparison of model predictions and drained cyclic triaxial compression test results on Toyoura sand (lab data from [41])



**شکل ۱۰: مقایسه پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایش سه محوری فشاری زهکشی نشده چرخه‌ای روی ماسه نیگاتا (داده‌های آزمایشگاهی برگرفته از [۲۵])**

Fig. 10. Comparison of model predictions and un-drained cyclic triaxial compression test results on Niigata sand (lab data from [25])

شکل ۹ نتایج بارگذاری چرخه‌ای زهکشی نشده با کنترل تنش روی نمونه‌ای نسبتاً متراکم را نشان می‌دهد. در این آزمایش تنش انحرافی چرخه‌ای به صورت سینوسی بین  $+28$  و  $-28$  کیلوپاسکال نوسان می‌کند. هدف از ارائه این شکل، نشان دادن توانایی مدل در پیش‌بینی توزیع تجمعی فشار آب حفره‌ای و حرکت تدریجی مسیر تنش به سمت چپ می‌باشد. هر چند هم در نتایج تجربی و هم در پیش‌بینی‌های مدل کاهش شدید مقاومت در چرخه‌ی نهم اتفاق افتاده و کرنش محوری در انتهای آزمایش نیز به خوبی پیش‌بینی شده است (در حدود  $-0.005$ )، اما مدل به خوبی روند تولید فشار آب حفره‌ای را پیش‌بینی نمی‌کند و نحوه‌ی حرکت مسیر تنش به سمت چپ در چرخه‌های متوالی تفاوت‌هایی با نتایج تجربی نشان می‌دهد. بنابراین هر چند مدل قادر است به صورت کیفی تولید تجمعی فشار آب حفره‌ای را پیش‌بینی کند (مدل‌های با سخت‌شوندگی همسان، از جمله مدل پایه فاقد این توانمندی هستند)، نمی‌تواند ارزیابی چندان دقیقی از لحاظ کمی از میزان فشار آب حفره‌ای تولید شده ارائه کند.

شکل ۱۰ نتایج بارگذاری چرخه‌ای زهکشی نشده با کنترل تنش روی نمونه‌ای متراکم را نشان می‌دهد. در این آزمایش تنش انحرافی چرخه‌ای به صورت سینوسی بین  $+65$  و  $-65$  کیلوپاسکال نوسان می‌کند. هدف از ارائه این شکل، نشان دادن توانایی مدل در پیش‌بینی تحرک سیکی است، که در آن مقاومت نمونه به صورت لحظه‌ای بسیار کاهش می‌یابد و به نزدیکی صفر می‌رسد، با ادامه‌ی بارگذاری نمونه دوباره مقاومت خود را بازمی‌یابد و این چرخه‌ی کاهش-افزایش مقاومت متناوباً تکرار می‌شود.

در این آزمایش نیز مدل از لحاظ کمی روند تولید فشار آب حفره‌ای را با دقت پیش‌بینی نمی‌کند، اما کرنش محوری ایجاد شده (با حداکثر خطای حدود  $16\%$ ) و وقوع پدیده‌ی تحرک سیکی (در سیکل ششم) به خوبی پیش‌بینی می‌شود.

به منظور ارزیابی عملکرد مدل در بارگذاری چرخه‌ای زهکشی شده، در شکل ۱۱ پیش‌بینی‌های مدل با نتایج آزمایشگاهی روی نمونه‌ی متوسطی از

مناسب توسط مدل پیش‌بینی می‌شوند (خطا در تنش انحرافی کمتر از ۵٪).

• در بارگذاری تک‌سویه، در اکثر فشارهای تحکیمی و نسبت‌های تخلخل اولیه، منحنی تنش- کرنش و مسیر تنش با دقت مناسب پیش‌بینی می‌شوند (خطا در تنش انحرافی کمتر از ۱۲٪).

• در بارگذاری چرخه‌ای، در موارد بررسی شده، مدل توانسته است، تغییر حجم نمونه، افزایش تدریجی فشار آب حفره‌ای در سیکل‌های اولیه، محل و سیکل وقوع تغییر فاز، حرکت سریع مسیر تنش به سمت تنش‌های مؤثر صفر پس از تغییر فاز و صفر شدن لحظه‌ای تنش مؤثر در حین وقوع روانگرایی را پیش‌بینی کند.

• وقوع تحرک سیکلی یکی از جنبه‌های مهم رفتاری ماسه‌های متوسط تا متراکم در بارگذاری چرخه‌ای است. یکی از ویژگی‌های مهم مدل توانایی پیش‌بینی این نوع رفتار خاک است. هم‌چنین دامنه‌ی کرنش‌های محوری ایجاد شده، در حین وقوع این پدیده، در بارگذاری کنترل تنش، به خوبی توسط مدل پیش‌بینی شده‌اند. با توجه به موارد فوق می‌توان گفت، مدل جدید قادر است بسیاری از جنبه‌های مهم رفتاری خاک در بارگذاری تک‌سویه و چرخه‌ای را به صورت کیفی پیش‌بینی نماید و در بسیاری از موارد (به خصوص در بارگذاری تک‌سویه) این پیش‌بینی‌ها از دقت کمی مناسب نیز برخوردار هستند.

### علائم اختصاری

### علائم انگلیسی

پارامتر کنترل‌کننده انحنای خط حالت بحرانی	$c_{cr}$
نسبت اتساع	$d$
نسبت تخلخل	$e$
سطح بارگذاری، سطح حدی	$F, f$
مدول برشی، پارامتر مدول برشی	$G_0, G$
مدول پلاستیک	$H$
پارامترهای تعیین نسبت تنش در تغییر فاز	$k_{PT}, a_{PT}$
مدول بالک، پارامتر مدول بالک	$K_0, K$
	$k_p, a_p$
پارامترهای تعیین نسبت تنش در نقطه اوج مسیر تنش زهکشی نشده	$M$
نسبت تنش	$M$
مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح پتانسیل پلاستیک	$n_{g2}, n_{g1}$
مولفه‌های بردار یکه عمود بر سطح بارگذاری	$n_q, n_p$
اندازه سطح حدی و سطح بارگذاری	$P_b$
تنش مؤثر متوسط، تنش انحرافی	$q, p$
	$r$

سبت نمو تنش انحرافی به نمو تنش مؤثر متوسط در آزمایش‌های

شکل ۱۱ نشان می‌دهد که مدل قادر است به وجود آمدن حلقه‌های پسماند را پیش‌بینی کند (هرچه حلقه‌های آزمایشگاهی بیشتر بادامی شکل، ولی حلقه‌های پیش‌بینی دوزنقه شکل هستند). کرنش حجمی نیز در انتهای چرخه‌ی سوم با کمتر از ۱۰٪ خطا پیش‌بینی شده است، هرچند، به خصوص در سیکل اول، مقدار این خطا بسیار بیشتر است. در این مورد نیز از لحاظ کیفی مدل می‌تواند روند تولید کرنش‌های حجمی را پیش‌بینی کند (که مدل‌های با سخت‌شوندگی همسان فاقد این توانمندی هستند) ولی از لحاظ کمی پیش‌بینی‌ها چندان دقیق نیستند.

### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله تعمیمی بر مدل رفتاری امام و همکاران با استفاده از فرمول‌بندی پلاستیسیته‌ی سطح حدی ارائه شد. مدل پایه در چارچوب مکانیک خاک حالت بحرانی و جهت پیش‌بینی رفتار ماسه‌ی اشباع در بارگذاری تک‌سویه ارائه شده بود. در مطالعه‌ی فعلی، مدل پایه به گونه‌ای تعمیم داده شد که ضمن حفظ خصوصیات اصلی آن، مدل جدید قادر به پیش‌بینی پاسخ چرخه‌ای ماسه‌ها نیز باشد. در این راستا می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- رفتار الاستیک با اصلاح مختصری از روی روابط پیشنهادی در مدل پایه پیشنهاد شده است.
- سطح تسلیم در مدل پایه به عنوان سطح حدی در مدل جدید در نظر گرفته شد و همانند مدل پایه از نسبت تنش در نقطه اوج مسیر تنش زهکشی نشده در تخمین نسبت تنش نقطه‌ی اوج سطح حدی استفاده گردید. اثرات جهت بارگذاری (سه محوری فشاری یا سه محوری کششی) نیز در تخمین این نسبت لحاظ شده است. از یک قاعده‌ی نگاشت انحرافی نیز برای ساخت سطح بارگذاری استفاده شد.
- قانون جریان در مدل جدید در حین بارگذاری همانند مدل پایه است، اما در باربرداری اصلاحاتی آن صورت گرفته است. بدین معنی که هم علامت مؤلفه‌های بردار یکه عمود بر سطح پتانسیل پلاستیک در باربرداری اصلاح شد و هم اثرات تغییر بافت مصالح با کمک پارامتر بافت لحاظ گردید.
- رابطه‌ی جدیدی جهت محاسبه‌ی مدول سخت‌شوندگی پیشنهاد گردید. این رابطه جهت پیش‌بینی رفتار مصالح هم در بارگذاری و هم در باربرداری قابل استفاده است.
- در نهایت پیش‌بینی‌های مدل با داده‌های آزمایشگاهی سه محوری تک‌سویه و چرخه‌ای در شرایط زهکشی شده و زهکشی نشده مورد مقایسه قرار گرفت. با بررسی این مقایسه‌ها نتایج زیر قابل دریافت هستند:
- در بارگذاری تک‌سویه، در اکثر موارد، خصوصیات مشخصه رفتار خاک، مانند نقطه‌ی اوج، نقطه تغییر فاز و حالت بحرانی با دقت

متداول آزمایشگاهی

- flow liquefaction of loose sand, *Soils and foundations*, 42(3) (2002) 33-44.
- [9] D.M. Wood, K. Belkheir, Strain softening and state parameter for sand modelling, *Geotechnique*, 44(2) (1994) 335-339.
- [10] M.T. Manzari, Y.F. Dafalias, A critical state two-surface plasticity model for sands, *Geotechnique*, 47(2) (1997) 255-272.
- [11] Z. Mroz, On the description of anisotropic workhardening, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 15(3) (1967) 163-175.
- [12] W.D. Iwan, On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems, *Journal of Applied Mechanics*, 34(3) (1967) 612-617.
- [13] O. Zienkiewicz, Generalized plasticity formulation and application to geomechanics, *Mech. Eng. Materials*, (1984) 655-679.
- [14] Y. Dafalias, On cyclic and anisotropic plasticity, A General model, (1975).
- [15] Y. Dafalias, E. Popov, A model of nonlinearly hardening materials for complex loading Ein Modell für Werkstoffe mit nichtlinearer Verfestigung unter zusammengesetzter Belastung, *Acta mechanica*, 21(3) (1975) 173-192.
- [16] Y. Dafalias, A model for soil behavior under monotonic and cyclic loading conditions, in: *Structural mechanics in reactor technology*. Transactions. Vol. K (a), 1979.
- [17] J.-P. Bardet, Bounding surface modeling of cyclic sand behavior, in: *Proceedings of the Workshop on Constitutive Laws for the Analysis of Fill Retention Structures*. Edited by E. Evgin, Ottawa, 1987, pp. 1-19.
- [18] Y. Dafalias, L. Herrman, A. Anandarajah, Cyclic loading response of cohesive soils using a bounding surface plasticity model, (1981).
- [19] H.I. Ling, S. Yang, Unified sand model based on the critical state and generalized plasticity, *Journal of Engineering Mechanics*, 132(12) (2006) 1380-1391.
- [20] M. Taiebat, Y.F. Dafalias, SANISAND: Simple anisotropic sand plasticity model, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 32(8) (2008) 915-948.
- [21] Y. Dafalias, M. Taiebat, SANISAND-Z: zero elastic range sand plasticity model, *Geotechnique*, 66(12) (2016) 999-1013.
- [22] M.E. Kan, H.A. Taiebat, A bounding surface plasticity model for highly crushable granular materials, *Soils and Foundations*, 54(6) (2014) 1188-1201.
- [23] K. Hashiguchi, Cyclic plasticity models: critical reviews and assessments, in: *Foundations of Elastoplasticity: Subloading Surface Model*, Springer, 2017, pp. 235-256.

s در بارگذاری +۱ و در باربرداری -۱  
t در سه محوری فشاری ۰ و در سه محوری کششی ۱  
 $Z_{max}, Z$  پارامتر بافت و مقدار حداکثر آن

### علائم یونانی

$\alpha$  میزان دوران سطح حدی (نسبت تنش در انتهای تحکیم)  
 $\Gamma$  پارامتر کنترل کننده موقعیت خط حالت بحرانی  
 $\eta, \eta^-$  نسبت تنش در نقطه تصویر و در وضعیت فعلی تنش  
 $\lambda$   
شیب خط حالت بحرانی در تنش های زیاد در فضای دو لگاریتمی  
 $\varphi$  زاویه اصطکاک  
 $\psi$  پارامتر حالت  
**زیرنویس**  
cs حالت بحرانی  
f نقطه اوج مسیر تنش زهکشی شده  
p نقطه اوج مسیر تنش زهکشی نشده  
PT تغییر فاز

### مراجع

- [1] K.H. Roscoe, A. Schofield, C. Wroth, On the yielding of soils, *Geotechnique*, 8(1) (1958) 22-53.
- [2] A. Schofield, P. Wroth, *Critical state soil mechanics*, McGraw-Hill London, 1968.
- [3] M. Pastor, O. Zienkiewicz, K. Leung, Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. II. Non-associative models for sands, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 9(5) (1985) 477-498.
- [4] C. di Prisco, R. Nova, A constitutive model for soil reinforced by continuous threads, *Geotextiles and Geomembranes*, 12(2) (1993) 161-178.
- [5] K. Been, M.G. Jefferies, A state parameter for sands, *Géotechnique*, 35(2) (1985) 99-112.
- [6] S.R. Imam, N.R. Morgenstern, P.K. Robertson, D.H. Chan, A critical-state constitutive model for liquefiable sand, *Canadian geotechnical journal*, 42(3) (2005) 830-855.
- [7] S.R. IMAM, N.R. Morgenstern, P.K. Robertson, D.H. CHAN, Yielding and flow liquefaction of loose sand, *Soils and Foundations*, 42(3) (2002) 19-31.
- [8] S.R. IMAM, D.H. Chan, P.K. Robertson, N.R. MORGENSTERN, Effect of anisotropic yielding on the

- [33] K. Ishihara, Liquefaction and flow failure during earthquakes, *Geotechnique*, 43(3) (1993) 351-451.
- [34] R. Verdugo, K. Ishihara, The steady state of sandy soils, *Soils and foundations*, 36(2) (1996) 81-91.
- [35] M. Yoshimine, K. Ishihara, Flow potential of sand during liquefaction, *Soils and Foundations*, 38(3) (1998) 189-198.
- [36] X.-S. Li, Y. Wang, Linear representation of steady-state line for sand, *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 124(12) (1998) 1215-1217.
- [37] D. Sheng, Y. Yao, J.P. Carter, A volume–stress model for sands under isotropic and critical stress states, *Canadian Geotechnical Journal*, 45(11) (2008) 1639-1645.
- [38] F.E. Richart, J.R. Hall, R.D. Woods, *Vibrations of soils and foundations*, (1970).
- [39] X. Li, Y.F. Dafalias, Dilatancy for cohesionless soils, *Geotechnique*, 50(4) (2000) 449-460.
- [40] R. Verdugo, Characterization of sandy soil behavior under large deformation, PhD Thesis. Tokyo, Japan, University of Tokyo, 1992.
- [41] T.B.S. Paradhan, The behavior of sand subjected to monotonic and cyclic loadings, PhD Thesis. Kyoto, Japan, Kyoto University, 1990.
- [24] D. Gallipoli, A. Bruno, A bounding surface compression model with a unified virgin line for saturated and unsaturated soils, *Géotechnique*, 67(8) (2017) 703-712.
- [25] K. Ishihara, F. Tatsuoka, S. Yasuda, Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses, *Soils and foundations*, 15(1) (1975) 29-44.
- [26] Y. Javanmardi, Application of a Critical State Bounding Surface Model for Cyclic Response of Saturated Sand (in Persian), Amirkabir University of Technology, 2011.
- [27] R.S. Crouch, J.P. Wolf, Y.F. Dafalias, Unified critical-state bounding-surface plasticity model for soil, *Journal of engineering mechanics*, 120(11) (1994) 2251-2270.
- [28] Y.F. Dafalias, M.T. Manzari, Simple plasticity sand model accounting for fabric change effects, *Journal of Engineering mechanics*, 130(6) (2004) 622-634.
- [29] S. Nemat-Nasser, Y. Tobita, Influence of fabric on liquefaction and densification potential of cohesionless sand, *Mechanics of Materials*, 1(1) (1982) 43-62.
- [30] J.A. Yamamuro, P.V. Lade, Steady-state concepts and static liquefaction of silty sands, *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, 124(9) (1998) 868-877.
- [31] Y. Vaid, E. Chung, R. Kuerbis, Stress path and steady state, *Canadian Geotechnical Journal*, 27(1) (1990) 1-7.
- [32] K. Been, M. Jefferies, J. Hachey, Critical state of sands, *Geotechnique*, 41(3) (1991) 365-381.

Please cite this article using:

Y. Javanmardi, S. M. R. Imam, Application of a Critical State Model for Cyclic Loading of Sands. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 49(4) (2018) 831-844.

DOI: 10.22060/ceej.2017.12893.5286

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:





Archive of SID