

## تحلیل ارتعاشات عرضی پل‌های قوسی خرابایی پیچیده با استفاده از اعضای پیوسته

افشین مصلحی تبار<sup>\*</sup>، حامد نجفی دهکردی

دانشکده عمران، دانشگاه تفرش، مرکزی، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۲۳ شهریور ۱۳۹۴  
بازنگری: ۱۲ آبان ۱۳۹۵  
پذیرش: ۱۷ آبان ۱۳۹۵  
ارائه آنلاین: ۳۱ اردیبهشت ۱۳۹۶

### کلمات کلیدی:

تحلیل لرزه‌ای  
تحلیل ساده شده  
پل‌های قوسی خرابایی  
مدل‌های پیوسته  
اجزای محدود ترکیبی

**چکیده:** مدل‌سازی و تحلیل پل‌های خرابایی قوسی به دلیل تعدد اعضا معمولاً بسیار زمان بر می‌باشد. در این مقاله به منظور کاهش زمان تحلیل و سهولت در مدل‌سازی، پل‌های خرابایی پیچیده با اعضای پیوسته تیری شبیه‌سازی شده‌اند. در واقع پیکره سه بعدی قوس خرابایی بر اساس معادلات حاکم بر رفتار خارج صفحه یک عضو تیر قوسی مدل‌سازی می‌شود. برای این منظور با استفاده از روش مانده‌های موزون، فرمول بندی اجزای محدود ترکیبی (سختی-نرمی) جدیدی ارائه شده است. جهت راستی آزمایشی روش ارائه شده، ارتعاشات عرضی سه پل قوسی خرابایی تحت تاثیر یک شتاب نگاشت خاص مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه این نتایج، با نتایج حاصل از تحلیل دقیق تر توسط نرم افزار SAP2000 حاکی از آن است که روش تقریبی ارائه شده از دقت مناسبی در برآورد پاسخ شتاب و جابجایی برخوردار است. به علاوه، در روش ارائه شده تعداد اعضای بسیار کمتری جهت مدل‌سازی پل قوسی خرابایی استفاده شده که می‌تواند باعث تسهیل در طراحی اولیه پل گردد.

### ۱- مقدمه

و اثر تغییر شکل‌های برشی نیز در نظر گرفته شده‌اند. یو و فهرنباخ<sup>۴</sup> در سال ۱۹۸۱، یک المان قوسی اجزا محدود برای ارتعاش آزاد یک تیر قوسی افقی ارائه کردند که در آن از اثر تغییر شکل‌های برشی صرفه‌نظر شده است [۸]. در سال ۲۰۰۶، یون<sup>۵</sup> و همکاران در طی مقاله‌ای با توسعه مطالعه صورت گرفته توسط کنگ و یو<sup>۹</sup>، به بررسی رفتار دینامیکی خارج از صفحه تیرهای قوسی با جدار نازک پرداختند [۱۰]. آن‌ها معادلات حاکم بر رفتار تیرهای قوسی جدار نازک را با ۷ درجه آزادی در هر گره بدست آوردند که اثر وارپینگ نیز لحاظ شده است. در سال ۲۰۰۹، بو و همکاران یک المان تیر قوسی بسیار نازک که در آن اثر نیروی برشی عرضی، نیروی اینرسی دورانی و نیروی اینرسی دورانی پیچشی در نظر گرفته شده است، ارائه کردند [۱۱]. ماتریس سختی با استفاده از انرژی کرنشی و تابع شکل‌های طبیعی با انتگرال‌گیری از معادلات دیفرانسیل حاصل از تعادل استاتیکی حاصل گردیده‌اند.

هدف این مقاله ارائه یک روش نوین جهت تحلیل دینامیکی پل‌های قوسی خرابایی با استفاده از اعضای پیوسته می‌باشد. در این مقاله یک مدل سیستم پیوسته جهت جایگزینی پل قوسی خرابایی، شبیه‌سازی شده است.

بررسی رفتار دینامیکی پل‌های پیچیده در طی چند دهه اخیر مورد توجه محققان زیادی قرار گرفته شده است [۶-۱]. شاما<sup>۱</sup> و همکاران در سال ۲۰۰۱، رفتار لرزه‌ای یک قسمت از پل نرت‌گرنندآیلند<sup>۲</sup> را مورد مطالعه قرار دادند [۲]. به منظور مدل‌سازی سه بعدی مدل پیشنهادی از نرم‌افزار SAP2000 استفاده شد و صحت این مدل‌سازی با استفاده از نتایج آزمایشگاهی ارتعاشات محیطی که به اندازه‌گیری فرکانس‌های طبیعی پل منجر شد، به اثبات رسید. ترکمانی و همکاران با استفاده از روش مود نرمال به بررسی رفتار دینامیکی خطی پل بیرمنگام، تحت تحریک نیروی زلزله پرداختند [۵]. با این وجود، یک تحقیق کلی در مورد مطالعات انجام شده بر روی پل‌های خرابایی نشان می‌دهد که تعداد تحقیقات صورت گرفته بر روی پل‌های قوسی خرابایی محدود می‌باشد.

در سال ۱۹۷۲، دیویس<sup>۳</sup> و همکاران ماتریس سختی یک المان محدود را با استفاده از روابط نیرو-تغییر مکان بدست آوردند [۷]. روابط بر اساس معادلات دیفرانسیل یک جز کوچک در حالت تعادل استاتیکی بدست آمده‌اند

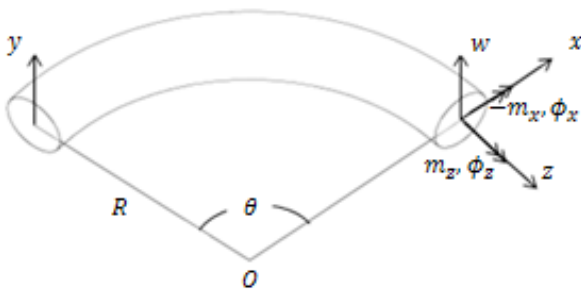
<sup>\*</sup>نویسنده عهده‌دار مکاتبات: amoslehi@tafreshu.ac.ir

$$\frac{\partial v_y}{\partial s} - f_y = 0 \quad (1-1)$$

$$\frac{dm_x}{ds} - \frac{m_z}{R} + v_y = 0 \quad (2-1)$$

$$\frac{m_x}{R} + \frac{dm_z}{ds} + t_z = 0 \quad (3-1)$$

در روابط فوق  $v_y$ ،  $m_x$  و  $m_z$  به ترتیب بیانگر نیروی برشی، لنگر خمشی حول محور X و لنگر پیچشی حول محور Z می‌باشند.



شکل ۲: عضو قوسی پیوسته

Fig. 2. Curved beam model

روابط سازگاری نیز با توجه به مرجع [۱۳]، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{m_x}{EI_x} + \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \frac{\phi_z}{R} = 0 \quad (1-2)$$

$$m_z - GJ \frac{d\phi_z}{ds} + \frac{GJ}{R} \frac{dw}{ds} = 0 \quad (2-2)$$

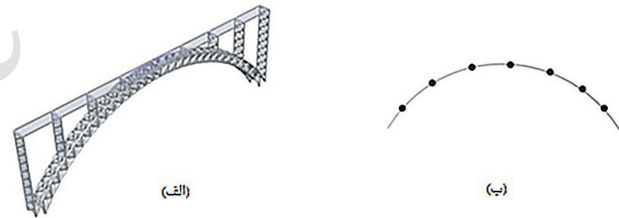
که در آن  $EI_x$  سختی خمشی معادل شده،  $GJ$  سختی پیچشی و  $\phi_z$  مقدار زاویه پیچش حول محور Z می‌باشد.

قابل توجه است معادلات حاکم بر رفتار خارج از صفحه تیر قوسی جامعیت داشته و برای تمام تیرهای قوسی با مقاطع مختلف صادق و قابل اجرا می‌باشد. به منظور حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار خارج از صفحه تیر قوسی، روش اجزای محدود ترکیبی مبتنی بر باقی مانده موزون مورد استفاده قرار گرفته است. روش اجزای محدود ترکیبی به منظور کاهش مرتبه معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار عضو قوسی انتخاب شده است. برای این منظور فرمول بندی براساس ترکیب معادلات تعادل (معادلات ۱-۱ تا ۳-۱) با معادله اول سازگاری (معادله ۱-۲) به صورت زیر انجام شده است:

برای این منظور یک المان اجزا محدود قوسی به روش اجزا محدود ترکیبی فرمول بندی شده است. در فرآیند فرمول بندی آثاری همچون اثر تغییر شکل های برشی در نظر گرفته شده است تا بدین ترتیب روش پیشنهادی قادر به تحلیل پل های قوسی با دهانه های متفاوت می باشد. به منظور راستی آزمایی روابط، نتایج عددی سه تیر قوسی با هندسه متفاوت با نتایج خروجی نرم افزار SAP2000-ver14.2.2 مورد مقایسه قرار گرفته که حاکی از دقت قابل قبول روش پیشنهادی می باشد.

## ۲- ایده آل سازی سیستم قوس خرابایی

مدل پل خرابایی قوسی و سیستم تیر قوسی پیوسته جایگزین آن در شکل ۱ نشان داده شده است. در این مطالعه ابتدا پارامترهای موثر جهت بررسی رفتار خارج از صفحه تیر قوسی شامل، سختی خمشی، سختی برشی و سختی پیچشی شناسایی شده و با توجه به هندسه پل خرابایی قوسی و نقش اعضای مختلف، معادل سازی شده اند. این پارامترها بر اساس هندسه پل و مشخصات مکانیکی مصالح در پیوست ارائه شده اند [۱۲]. قابل توجه است، به منظور در نظر گرفتن اثر تغییر شکل های برشی از ضریبی جهت کاهش مشخصه سختی خمشی استفاده شده است. پس از ساده سازی مشخصات رفتاری یک مدل پل خرابایی قوسی به تیر قوسی، روشی کارآمد جهت تحلیل دینامیکی مدل پیوسته ساده شده ارائه می گردد که مبتنی بر روش اجزای محدود ترکیبی با استفاده از باقیمانده موزون می باشد.



شکل ۱: الف) پل قوسی خرابایی شماره یک، ب) مدل سیستم جایگزین قوس خرابایی شماره یک

Fig. 1. (a) Truss arch bridge Model 1;  
(b) Simplified curved beam model

## ۲-۱- ماتریس سختی مدل سیستم جایگزین شده

عضو قوسی پیوسته و همچنین سیستم مختصات دکارتی مورد استفاده در شکل ۲ نشان داده شده است. محور Z در هر نقطه از طول تیر، مماس بر قوس می باشد و محورهای X و Y منطبق بر محور مرکزی تیر قوسی و عمود بر محور Z می باشند. شعاع اولیه قوس و زاویه موجود بین دو تکیه گاه مجاور نسبت به مرکز قوس، به ترتیب R و  $\theta$  نام گذاری شده اند و طول المان قوسی، نیروی گسترده وارد بر المان در جهت Y، و لنگر پیچشی گسترده به ترتیب با نماد  $t_z$ ،  $f_y$ ،  $s$ ،  $t_z$  نشان داده شده اند. معادلات تعادل یک دهانه تیر قوسی تیمشکو بدون احتساب اثر وارپینگ به صورت زیر بیان می گردد [۱۳]:

$$V_{yf} = \int_0^{s_0} N_w^T \cdot f_{ys} ds \quad ; \quad M_{zt} = \int_0^{s_0} N_\phi^T \cdot t_z ds \quad (7)$$

که اعضای ماتریس  $\chi$  (ماتریس ترکیبی سختی-نرمی) به صورت زیر نوشته می شود:

$$\begin{aligned} \chi_{11} &= \frac{GJ}{R^2} \int_0^{s_0} N_{ws}^T \cdot N_{ws} ds, \chi_{12} = -\frac{GJ}{R} \int_0^{s_0} N_{ws}^T \cdot N_{\phi s} ds \\ \chi_{13} &= \int_0^{s_0} N_{ws}^T \cdot N_{ms} ds \\ \chi_{21} &= -\frac{GJ}{R} \int_0^{s_0} N_{\phi s}^T \cdot N_{ws} ds, \chi_{22} = GJ \int_0^{s_0} N_{\phi s}^T \cdot N_{\phi s} ds \\ \chi_{23} &= -\frac{1}{R} \int_0^{s_0} N_{\phi}^T \cdot N_m ds \\ \chi_{31} &= \int_0^{s_0} N_{ms}^T \cdot N_{ws} ds, \chi_{32} = -\frac{1}{R} \int_0^{s_0} N_m^T \cdot N_{\phi} ds \\ \chi_{33} &= -\frac{1}{EI_x} \int_0^{s_0} N_m^T \cdot N_m ds \end{aligned} \quad (8)$$

به منظور تبدیل ماتریس ترکیبی سختی-نرمی  $\chi_{ij}$ ، به شکل استاندارد ماتریس سختی می توان از روابط زیر استفاده کرد:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W \\ \phi_z \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_y + V_{yf} \\ M_z + M_{zt} \\ M_x \end{Bmatrix} \quad (9)$$

که:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} \\ \chi_{21} & \chi_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \chi_{13} \\ \chi_{23} \end{bmatrix} [\chi_{33}]^{-1} \begin{bmatrix} \chi_{31} & \chi_{32} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k_{13} \\ k_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{13} \\ \chi_{23} \end{bmatrix} [\chi_{33}]^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} k_{31} & k_{32} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{31} & \chi_{32} \end{bmatrix} [\chi_{33}]^{-1}$$

$$k_{33} = [\chi_{33}]^{-1}$$

در این مقاله، توابع شکل بصورت خطی مطابق زیر در نظر گرفته شده

اند:

$$\int_0^{s_0} \delta w \left( \frac{d^2 m_x}{ds^2} - \frac{1}{R} \frac{dm_z}{ds} + f_y \right) ds = 0 \quad (1-3)$$

$$\int_0^{s_0} \delta \varphi_z \left( \frac{m_x}{R} - \frac{dm_z}{ds} + t_z \right) ds = 0 \quad (2-3)$$

$$\int_0^{s_0} \delta m_x \left( \frac{m_x}{EI_x} - \frac{\varphi_z}{R} + \frac{d^2 w}{ds^2} \right) ds = 0 \quad (3-3)$$

در معادلات فوق مقدار  $m_z$  وابسته به متغیرهای  $w, \varphi_z$  بوده که بر اساس معادله (۲-۲) تعریف می شود. توابع عمومی  $w, \varphi_z$  و  $m_x$  توسط توابع شکل به مقادیر گره ای متناظر  $\phi, M_x$  و مرتبط می شوند:

$$\begin{aligned} w(s) &= N_w(s)W; \varphi_z(s) = N_\phi(s)\phi_z; \\ m_x(s) &= N_m(s)M_x \end{aligned} \quad (4)$$

در روابط فوق  $N_w, N_\phi, N_m$  توابع شکل هستند که به ترتیب تغییر مکان در جهت عمود بر صفحه قوس، پیچش حول محور مماسی و لنگر خمشی موجود در گره ها را مطابق شکل (۱)، تعمیم می دهند. جایگذاری معادله ۴ در معادلات (۱-۳)، (۲-۳) و (۳-۳) نتیجه می دهد:

$$\frac{GJ}{R^2} \int_0^{s_0} N_{ws}^T N_{ws} ds W - \frac{GJ}{R} \int_0^{s_0} N_{ws}^T N_{\phi s} ds \phi_z + \int_0^{s_0} N_{ms}^T N_{ms} ds M_x = V_y + \int_0^{s_0} N_w^T f_y ds \quad (1-5)$$

$$-\frac{GJ}{R} \int_0^{s_0} N_{\phi s}^T N_{ws} ds W + GJ \int_0^{s_0} N_{\phi s}^T N_{\phi s} ds \phi_z - \frac{1}{R} \int_0^{s_0} N_{\phi}^T N_m ds M_x = m_z + \int_0^{s_0} N_{\phi}^T t_z ds \quad (2-5)$$

$$\int_0^{s_0} N_{ms}^T N_{ws} ds W - \frac{1}{R} \int_0^{s_0} N_m^T N_{\phi} ds \phi_z + \int_0^{s_0} N_m^T N_m ds M_x = \phi_x \quad (3-5)$$

معادلات (۱-۳) تا (۳-۳) را می توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W \\ \phi_z \\ M_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} V_y + V_{yf} \\ M_z + M_{zt} \\ \phi_x \end{Bmatrix} \quad (6)$$

### ۳- نتایج و بحث

به منظور بررسی دقت روش ارائه شده، سه پل قوسی خرابایی بالاگذر تحت بار زلزله طیس مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. دهانه پل‌ها بین ۴۸ تا ۱۹۲ متر در نظر گرفته شده که مشخصات آن‌ها در جدول ۱ ذکر شده است. این سه پل یک بار با استفاده از روش پیشنهادی مبتنی بر معادل‌سازی قوس خرابایی به تیرهای قوسی پیوسته مورد تحلیل قرار گرفته‌اند و بار دیگر به صورت یک مدل کامل از پل خرابایی قوسی سه بعدی توسط نرم‌افزار SAP2000 مدل‌سازی شده‌اند. شکل ۳ پل‌های قوسی مدل شده در نرم‌افزار SAP2000 را نشان می‌دهد. مشخصات رفتاری اعضای تیر قوسی جایگزین برای پل‌های مختلف با توجه به روابط ارائه شده در پیوست محاسبه شده و در جدول ۲ ارائه گردیده است

جدول ۱: مشخصات هندسی پل‌های قوسی خرابایی

Table 1. Geometrical specifications of truss arch bridges

مقطع اعضای اصلی		مشخصات هندسه (m)				قوس خرابایی
اعضای پیرامونی قوس	اعضای دو سر مفصل	عرض قوس	ارتفاع راس قوس	طول دهانه	قوس خرابایی ۱	
HEB180	2UNP140	۸	۵۰	۱۹۲	قوس خرابایی ۱	
2IPB260	2UNP140	۴	۱۵	۶۳	قوس خرابایی ۲	
2IPB700	2UNP400	۴	۸	۴۸	قوس خرابایی ۳	

جدول ۲: مشخصات سختی مدل سیستم‌های جایگزین

Table 2. Rigidity specifications of simplified models

مدل سیستم جایگزین	مشخصات سختی مدل سیستم جایگزین	
	$EI_{eq}(N.m^2)$	$GJ_{eq}(N.m^2)$
مدل ۱	۸۲۲۵۲۸۰۰۰۰۰۰	۵۶۷۱۵۸۰۰۴۵۰
مدل ۲	۷۹۲۹۶۰۰۰۰۰۰	۲۳۱۹۵۸۷۶۲۰
مدل ۳	۴۴۰۱۵۰۰۰۰۰۰	۲۳۰۰۳۸۵۱۰۰

$$N_w(s) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{s}{s_0} & \frac{s}{s_0} \\ \frac{s}{s_0} & 1 - \frac{s}{s_0} \end{bmatrix}$$

$$N_\varphi(s) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{s}{s_0} & \frac{s}{s_0} \\ \frac{s}{s_0} & 1 - \frac{s}{s_0} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$N_m(s) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{s}{s_0} & \frac{s}{s_0} \\ \frac{s}{s_0} & 1 - \frac{s}{s_0} \end{bmatrix}$$

۲-۲- ماتریس جرم مدل سیستم جایگزین شده:

برای مدل‌سازی جرم تیر قوسی، برای سادگی از ماتریس جرم متمرکز به صورت زیر استفاده شده‌است:

$$M = \begin{bmatrix} m_{p_1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & \ddots & & & & & & & \\ 0 & \dots & m_{p_n} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & m_{z_1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & & & & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & m_{z_n} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & m_{y_1} & \dots & 0 \\ & & & & & & \ddots & & \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & m_{y_n} \end{bmatrix} \quad (10)$$

که n تعداد گره‌های مدل سیستم جایگزین را نشان می‌دهد و ابعاد ماتریس برابر با درجه آزادی عضو پیوسته جایگزین می‌باشد. نیروهای اینرسی عرشه با استفاده از ستون‌های خرابایی به روی قوس منتقل می‌شوند. در نتیجه جرم‌های متمرکز در i امین گره از مدل سیستم جایگزین برابرند با:

$$m_{p_i} = mbL_i \quad (1-12)$$

$$m_{z_i} = m_{p_i} h_i \quad (2-12)$$

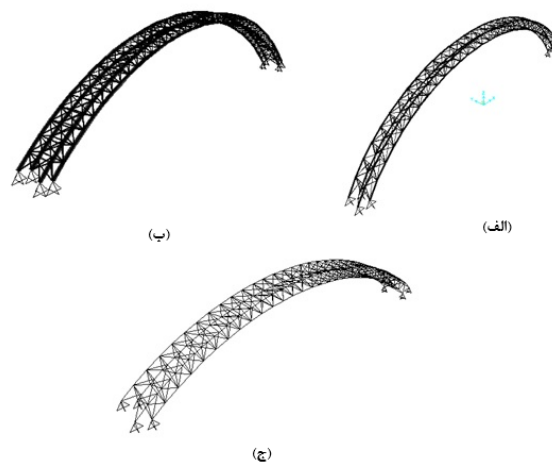
$$m_{y_i} = 0 \quad (3-12)$$

که در روابط فوق  $h_i$  ارتفاع ستون خرابایی متناظر با گره مد نظر، b عرض عرشه، m جرم واحد حجم عرشه بتنی و  $L_i$  بیانگر فواصل بین جرم‌های متمرکز مفروض می‌باشد.

جرم کل اعضای قوس خرابایی در مقایسه با جرم عرشه ناچیز فرض شده و در نتیجه از نیروهای اینرسی حاصل از قوس خرابایی در جهت عمود بر صفحه صرفه نظر شده است. عرشه بتنی پل در مدل‌سازی لحاظ نگردیده است ولی جرم عرشه به نقاط روی قوس مطابق با روابط (۱۲-۱) تا (۱۲-۳)، منتقل شده است.

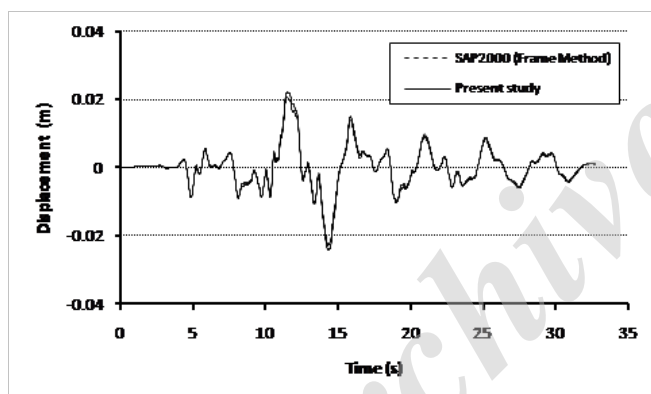
پس از مدل سازی، تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی تحت شتاب‌نگاشت زلزله طیس روی تمامی مدل‌ها انجام شده است. در تحلیل دینامیکی از روش نیومارک بتا [۱۴] با فرض مقدار  $0/25$  برای ضریب بتا، استفاده شده است. نیروی زلزله تنها در جهت عمود بر صفحه قوس‌ها اعمال گردیده است. همچنین، ماتریس میرایی به صورت نسبتی از ماتریس جرم و ماتریس سختی در نظر گرفته شده است [۱۵].

به منظور راستی‌آزمایی روش پیشنهادی، پاسخ دینامیکی هر یک از مدل‌های خرابایی قوسی با سیستم ساده‌سازی شده تیر پیوسته چه از لحاظ شتاب و چه از لحاظ جابجایی مقایسه شده است. نتایج در قالب پاسخ شتاب و جابجایی تاج قوس در شکل ۴ با یکدیگر مقایسه شده اند. همانطور که از نمودارها مشخص است، نتایج مدل ساده شده به اندازه‌ای با مقادیر متناظر در خرابایی قوسی مدل شده توسط نرم‌افزار SAP2000 نزدیک هستند که تشخیص آن‌ها دشوار است. بنابراین برای تخمین مناسب‌تر از دقت روش پیشنهادی، بیشترین پاسخ حاصل از تحلیل به هر دو روش، در جدول ۳ آورده شده و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همانطور که از جدول ۴ مشخص است، بیشترین تفاوت در جابجایی حدود شش درصد و در شتاب حدود هشت درصد می‌باشد.

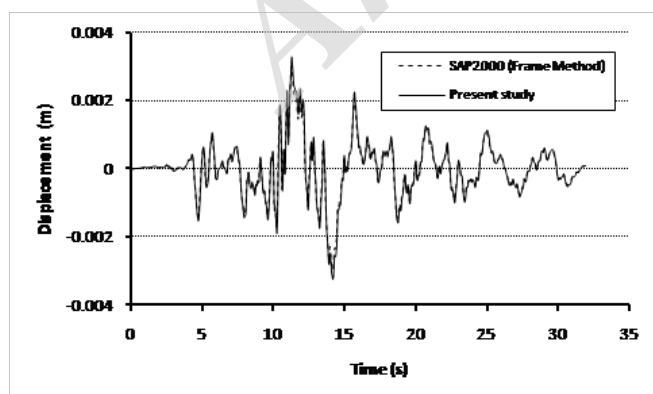
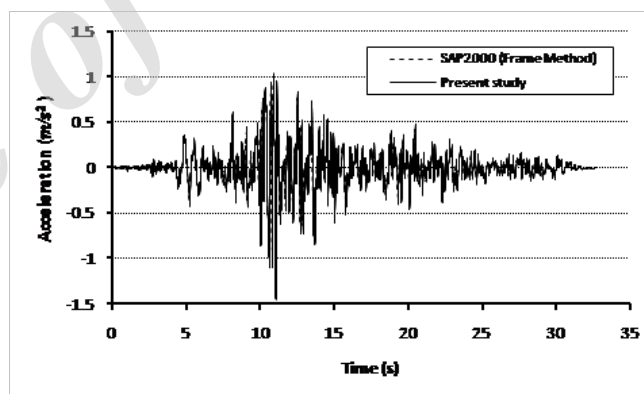


شکل ۳: پل‌های قوسی خرابایی مدل شده در نرم افزار SAP2000؛ (الف) قوس خرابایی ۱، (ب) قوس خرابایی ۲، (ج) قوس خرابایی ۳

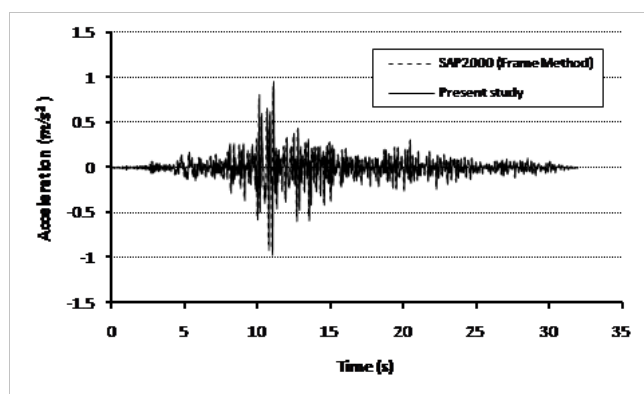
Fig. 3. Truss arch bridges modeled in SAP2000; (a) Model 1; (b) Model 2; (c) Model 3

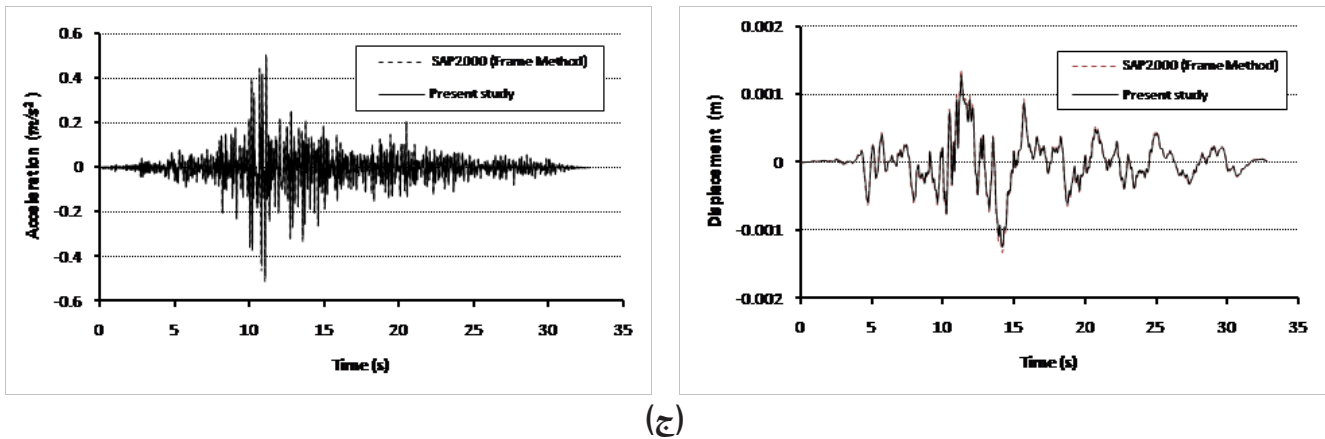


(الف)



(ب)





شکل ۴: تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی: الف) مدل شماره ۱، ب) مدل شماره ۲، ج) مدل شماره ۳

Fig. 4. Time-history dynamic analysis; (a) Model 1; (b) Model 2; (c) Model 3

جدول ۳: نتایج تحلیل دینامیکی تاریخچه زمانی

Table 3. Results of time-history analysis

مقدار خطا روش پیشنهادی نسبت به نتایج نرم افزار		نرم افزار (Frame method) SAP2000			روش پیشنهادی			مدل
خطای حداکثر در شتاب (%)	خطای حداکثر در جابجایی (%)	حداکثر شتاب (m/s <sup>2</sup> )	حداکثر جابجایی (m)	تعداد کل المان ها	حداکثر شتاب (m/s <sup>2</sup> )	حداکثر جابجایی (m)	تعداد کل المان ها	
۵/۵۵	۵/۷۶	۱/۵۳۴۱	۰/۰۲۴۳	۵۰۰	۱/۴۴۹۰	۰/۰۲۲۹	۸	مدل ۱
۷/۹۹	۶/۴۵	۰/۱۸۸۵۳	۰/۰۰۳۱	۶۴۰	۰/۹۵۶۰	۰/۰۰۳۳	۱۴	مدل ۲
۱/۹۹	۵/۱۰	۰/۵۱۱۸	۰/۰۰۱۳۷	۴۶۰	۰/۵۰۱۶	۰/۰۰۱۳	۱۰	مدل ۳

#### پیوست

مشخصات هندسه سختی معادل شده خرپای قوس به صورت زیر نوشته می شود [۱۲]:

$$EI_{eq} = EAa^2 \quad (۱-پ)$$

$$GJ_{eq} = 0.5(a+b)la / 2(\Delta_1 + \Delta_2) \quad (۲-پ)$$

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله روشی ساده شده برای آنالیز پاسخ دینامیکی پل های قوسی خرپایی تحت اثر نیروهای زلزله در جهت خارج از صفحه قوس ارائه شد. برای این منظور اعضای تیر قوسی پیوسته، جایگزین قوس خرپایی گردیدند. سپس فرمول بندی جهت تحلیل دینامیکی یک تیر قوسی مبتنی بر روش اجزای محدود ترکیبی ارائه گردید. به منظور راستی آزمایی روش ارائه شده، نتایج حاصل از روش پیشنهادی در تحلیل چند مدل پل خرپایی قوسی، با نتایج حاصل از نرم افزار SAP2000 مورد مقایسه قرار گرفتند. مقایسه نتایج حاکی از دقت مناسب روش پیشنهادی در تخمین پاسخ دینامیکی پل های خرپایی قوسی بود.



در روابط فوق  $A_1, I, \theta, a$  و  $A_2$  به ترتیب عرض قوس خرابایی، زاویه داخلی قوس، طول متوسط یک چشمه از خرپا مذکور، مساحت اعضای پیرامونی و مساحت اعضای دو سر مفصل می‌باشند. مقدار جابجایی چشمه مفروض از خرپا قوسی در جهت  $X$  و  $Y$  در اثر وجود نیروی پیچشی با پارامترهای  $\Delta_1$  و  $\Delta_2$  بیان گردیده و پارامتر  $\gamma_n$  معرف مقدار جابجایی درون صفحه تیر قوسی جایگزین شده برای خرپای قوسی می‌باشد.

### مراجع

- [1] I.E. Harik, D.L. Allen, Seismic Evaluation of Brent-Spence Bridge. *J. Struct. Eng.*, 123(9) (1997) 1269-1275.
- [2] A.A. Shama, J.B. Mander, S.S. Chen, A.J. Aref, Ambient Vibration and Seismic Evaluation of A Cantilever Truss Bridge. *Eng. Struct.*, 23(10) (2001) 1281-1292.
- [3] M.A.M. Torkamani, H.E. Lee, Dynamic Behavior of Steel Deck Tension-Tied Arch Bridges to Seismic Excitation. *J. Bridge Eng.*, 7(1) (2002) 57-67.
- [4] A.S. Nazmy, Seismic Response of Arch Bridges. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Bridge Eng.*, 156(2) (2003) 91-97.
- [5] T. Usami, Z. Lu, H. Ge, T. Kono, Seismic Performance Evaluation of Steel Arch Bridges Against Major Earthquakes, Part 1: Dynamic Analysis Approach. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 33(14) (2004) 1337-1354.
- [6] O.T. Cetinkaya, S. Nakamura, K. Takahashi, A Static Analysis-Based Method for Estimating the Maximum Out-of-Plane Inelastic Seismic Response of Steel Arch Bridges. *Eng. Struct.*, 28(5) (2006) 635-647.
- [7] R. Davis, R.D. Henshell, G.B. Warburton, Curved Beam Finite Elements for Coupled Bending and Torsional Vibration. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 1(2) (1972) 165-175.
- [8] C.H. Yoo, J.P. Fehrenbach, Natural Frequencies of Curved Girders. *J. Eng. Mech.*, 107(2) (1981) 339-354.
- [9] Y.J. Kang, C.H. Yoo, Thin-Walled Curved Beams, I: Formulation of Nonlinear Equations. *J. Eng. Mech.*, 120(10) (1994) 2072-2101.
- [10] K.Y. Yoon, N.H. Park, Y.J. Choi, Y.J. Kang, Natural Frequencies of Thin-Walled Curved Beams. *Finite Elem. Anal. Des.*, 42(13) (2006) 1176-1186.
- [11] B.Y. Kim, C.B. Kim, S.G. Song, H.G. Beom, C. Cho, A Finite Thin Circular Beam Element for Out-of-Plane Vibration Analysis of Curved Beams. *J. Mech. Sci Technol.*, 23(5) (2009) 1396-1405.
- [12] H. Najafi, Simplified Dynamic Analysis of Complicated

$$\lambda = \frac{\frac{R^3 \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin(2\theta)}{4} \right)}{EI}}{\frac{R^3 \left( \frac{\theta}{2} - \frac{\sin(2\theta)}{4} \right)}{EI} + \left( 0.5y_n - \frac{L^3}{3EI} \right)} \quad (3-پ)$$

که:

$$\Delta_1 = \left( 1 - \frac{1}{2(1+\alpha_1)} \right) \left[ \frac{\frac{1}{4(1+\alpha_2)} \left( a^3 + 8 \left( \left( \frac{a}{2} \right)^2 + l^2 \right)^{1.5} \right) - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2(1+\alpha_2)} \right) \left( b^3 + (a^2 + b^2)^{1.5} \right)}{2EA_2 ab} + \frac{\frac{bl^3}{4(1+\alpha_1)^2} \left( \frac{a}{b} + (1+\alpha_1) - \frac{(1+\alpha_1)}{(1+\alpha_2)} \right)}{EA_1 ab^2} \right]$$

$$\Delta_2 = \left( 1 - \frac{1}{(1+\alpha_1)} \right)^2 \left[ \frac{\frac{1}{4} \left( a^3 + b^3 + (a^2 + b^2)^{1.5} \right) + 2 \left( \left( \frac{a}{2} \right)^2 + l^2 \right)^{1.5}}{EA_2 b^2} + \frac{A_1 (a^2 + b^2)^{1.5} + A_2 l^3}{2EA_1 A_2 b^2 (1+\alpha_1)^2} \right]$$

$$\alpha_1 = \frac{A_2 \left( \frac{(b^2 + l^2)^{1.5}}{A_2} + \frac{l^3}{A_1} \right)}{\frac{1}{4} (a^3 + b^3) + \frac{1}{4} (a^2 + b^2)^{1.5} + 2 \left( \left( \frac{a}{2} \right)^2 + l^2 \right)^{1.5}}$$

$$\alpha_2 = \frac{8A_1 \left( \left( \left( \frac{a}{2} \right)^2 + l^2 \right)^{1.5} + a^3 \right)}{A_1 \left( (a^2 + b^2)^{1.5} + 4(b^2 + l^2)^{1.5} \right) + A_2 (b^3 + 4l^3)}$$

$$y_n = \frac{a^3}{EA_1 b^2} \left( \frac{2n^3}{3} - n^2 + \frac{n}{3} \right) + \frac{1}{EA_2} \left[ \frac{b}{4} + \frac{2 \left( \left( \frac{b}{2} \right)^2 + a^2 \right)}{b^2} \right] n$$

- Mech., 7(4) (1999) 361-375.
- [14] A.K. Chopra, Dynamics of structures. 2nd ed. Prentice Hall, (2001).
- [15] K.J. Bathe, Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Prentice Hall, (1982).

- Truss Bridges Using Continuum Elements. M.Sc. Thesis, Tafresh University, Tafresh (In Persian).
- [13] T.W. Rong, C.T. Ju, Out-of-Plan Vibration of A Multi-Span Timoshenko Curved Beam Due to A Moving Load Including the Warping Inertia of Beam. Struct. Eng.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

Please cite this article using:

A. Moslehi Tabar, H. Najafi Dehkordi, Transverse Vibration Analysis of Complicated Truss Arch Bridges Using Continuum Elements. *Amirkabir J. Civil Eng.*, 50(1) (2018) 53-60.  
DOI: 10.22060/ceej.2017.10876.4943



Archive of SID