ارائه‌ی الگوریتمی برای حل مسائل ترکیب تولید فازی با تکیه بر گلوگاه‌های سیستم

ناصر حمیدی*، پروانه سموئی**، مهدی اقبالی***

* استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین
** کارشناس ارشد مهندسی صنایع
*** کارشناس مهندسی صنایع

چکیده

در سال‌های اخیر تئوری محدودیت‌ها نظیر یک فلسفه‌ی مدیریتی مؤثر برای مسائل ترکیب تولید برای افزایش سود و با توجه به گلوگاه‌ها به کار گرفته شده‌است. همچنین تئوری مجموعه‌های فازی نیز مانند یک ابزار مناسب برای مدیریت تولید در زمانی که پویایی محیط تولید مانع تعیین دقیق تابع هدف، محدودیت‌ها و سایر پارامترهای مدل می‌شود، کاربرد دارد.

از جمله چیزهایی که در مسئله‌ی ترکیب تولید با آن برخورد می‌شود آن است که امکان تعیین دقیق ظرفیت، زمان پردازش و یا سود وجود ندارد. بنابراین در این تحقیق سعی می‌شود الگوریتمی بر مبنای تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی برای مسائل ترکیب تولیدی که دارای این پارامترهای فازی هستند، ارائه شود. این الگوریتم می‌تواند نتایج اثربخشی داشته باشد.

واژه‌های کلیدی: ترکیب تولید، تئوری محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی فازی، زمان پردازش فازی، ظرفیت فازی، سود فازی

مقدمه

همان‌طور که کاملاً مشخص است سیستم‌های مدیریت تولید در راستای افزایش بهره‌وری شکل گرفته‌اند. اما در اغلب سیستم‌های تولیدی با پارامترهایی برخورد می‌کنیم که ممکن است مقدار قطعی و مشخصی نداشته باشند. لذا بررسی شرایط عدم قطعیت برای سیستم‌های مدیریت تولید امری لازم و ضروری می‌باشد. در راستای چنین هدفی برخی از محققین به بعضی از سیستم‌های مدیریت تولید از منظر فازی نگریسته‌اند ولی برای TOC تا کنون اقدام چندانی صورت نگرفته است.

روش‌های مختلفی برای حل مسائل ترکیب تولید در مقالات مختلف به کار گرفته شده است. برای مثال می‌توان به تئوری محدودیت‌ها، برنامه‌ریزی خطی، جستجوی ممنوعه و الگوریتم ژنتیک اشاره نمود. اما در اغلب مقالاتی که از تئوری محدودیت‌ها برای حل مسائل ترکیب تولید استفاده شده است، داده‌های قطعی به کار گرفته شده‌اند. از سوی دیگر نتایج تحقیقات نشان می‌دهد که تئوری محدودیت‌ها بیشتر برای مسائل تک گلوگاهی

کاربرد دارند. لذا در این تحقیق سعی می‌شود الگوریتمی ارائه گردد که از دو روش تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی برای حل مسائل مسائل ترکیب تولید با زمان پردازش، ظرفیت و سود فازی استفاده کند. تا بتوان از مزایای هر دو روش در حل این گونه مسائل استفاده نمود.

اما دلایل انتخاب این پارامترهای فازی به شرح زیر می‌باشد:

ـ در واقعیت کمتر دیده می‌شود که زمان‌های پردازش قطعی و مشخص باشند و هیچ شناوری و انعطافی نداشته باشند. چنین چیزی در زمانی که انسان نیز در تولید دخیل است بیشتر به چشم می‌خورد.

ـ واضح است که با افزایش حجم تولید، مقدار شناوری در زمان پردازش مقدار قابل توجهی را به خود اختصاص می‌دهد. بنابراین به راحتی نمی‌توان از این مقدار چشم-پوشی نمود.

ـ در مواقعی که فرد یا گروهی درمرحله‌ی ابتدایی برای برنامه‌ریزی و احداث کارخانه می‌باشند. معمولاً اطلاعات کاملاً دقیقی از زمان پردازش، ظرفیت و یا سود حاصل از محصولات وجود ندارد. در چنین مواقعی استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی می‌تواند بسیار مفید باشد.

ـ در بسیاری از مبادلات نیز چانه‌زنی در قیمت‌ها به چشم می‌خورد. چنین چیزی باعث غیر قطعی شدن سود می‌گردد. در چنین مواقعی فازی سازی سود می‌تواند راهگشای خوبی در حل این گونه مسائل باشد.

در این تحقیق از تابع عضویت مثلثی برای پارامترهای فازی مسئله استفاده می‌شود. چرا که به دلیل پیوستگی زمان معمولاً تعیین یک زمان قطعی و بدون تلرانس و لقی برای این پارامتر وجود ندارد. ولی می‌توان امکان وقوع یک زمان را بیش از سایر زمان‌های ممکن دانست. این در حالی است که سایر زمان‌ها نیز با درجه‌ی عضویت کمتری امکان وقوع دارند. علاوه بر این‌ها توابع عضویت مثلثی علاوه بر کارایی لازم، قابلیت محاسباتی بالاتری را نسبت به سایر توابع عضویت دارا می‌باشند. لذا از تابع عضویت مثلثی برای زمان پردازش و ظرفیت استفاده می‌شود. در راستای اهداف این مقاله نیز چنین پیش فرض‌هایی نیز در نظر گرفته شده‌اند:

۱. زمان پردازش، ظرفیت و سود مقادیری فازی می‌باشند.

۲. ظرفیت کل خط وابسته به ظرفیت ایستگاه گلوگاه است و با تغییر ظرفیت این ایستگاه، ظرفیت کل خط دچار تغییر می‌شود.

۳. هزینه‌ی عملیاتی مقداری ثابت می‌باشد.

۴. میزان تقاضا مقداری مشخص و قطعی می‌باشد.

۵. تمام محصولات دارای یک due date می‌باشند.

۶. متغیر مربوط به ترکیب تولید محصولات، عدد صحیح می‌باشند.

خلاصه‌ای از بخش‌های این مقاله نیز به شرح زیر می‌باشد:

در بخش دوم مروری مختصری بر مفاهیم پایه‌ی تئوری محدودیت‌ها، اعداد فازی مثلثی و ترتیب و ترکیب آنها صورت گرفته است. در ادامه‌ی این فصل نیز به مرور تحقیقات پیشین پرداخته شده است. در بخش سوم نیز الگوریتم پیشنهادی ارائه شده است. در بخش چهارم نیز برای تشریح بهتر الگوریتم مثالی بیان گردیده‌است. در بخش پنجم نیز به ارائه‌ی نتایج به دست آمده و پیشنهادات آتی پرداخته شده است.

۲) بیان مفاهیم و تحقیقات پیشین

۲-۱) تئوری محدودیت‌ها

تئوری محدودیت‌ها یک فلسفه‌ی مدیریت است که توسط گلدرات برای کمک به مدیران در تمام سطوح سازمان ابداع شده است. این تئوری، محدودیت‌های سیستم را شناسایی و آنها را مدیریت می‌نماید.

از دیدگاه TOC یک و فقط یک هدف برای شرکت وجود دارد و آن کسب پول می‌باشد. این هدف توسط ۳ شاخص سود، موجودی و هزینه‌ی عملیاتی سنجیده می‌شود. این فاکتورها می‌توانند با شاخص‌های مالی سود خالص، نرخ بازگشت سرمایه و جریان مالی بیان شوند (چاركرا بورتیو همکاران[1]، ۲۰۰۶). برای مدیریت محدودیت‌ها گلدرات یک فرایند ۵ مرحله‌ای پیشنهاد می‌کند. این ۵ مرحله عبارت‌اند از:

۱. شناسایی محدودیت‌های سیستم

۲. تصمیم‌گیری در زمینه‌ی چگونگی محافظت و ارتقای محدودیت‌های سیستم

۳. هدایت همه‌ی عوامل در جهت قدم دوم

۴. از میان برداشتن محدودیت‌های سیستم

1. Chakraborty et al

۵. بازگشت به قدم اول، در صورت از بین رفتن محدودیتی در قدم قبل

۲-۲) اعداد فازی مثلثی:

یک عدد فازی مثلثی به صورت $\widetilde{M} = (a_1, a_2, a_3)$ نشان داده می‌شود و تابع عضویت آن به شکل زیر تعریف می‌گردد.

$$\mu_{\widetilde{M}}(x) = \begin{cases} 0 & ; x < a_1 \\ \dfrac{(x-a_1)}{(a_2-a_1)} & ; a_1 \le x \le a_2 \\ \dfrac{(a_3-x)}{(a_3-a_2)} & ; a_2 \le x \le a_3 \\ 0 & ; x > a_3 \end{cases} \qquad (1)$$

در این صورت برای هر α برش بین مقادیر صفر و یک، اعداد فازی مثلثی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_3^{(\alpha)}] = [(a_2 - a_1)\alpha + a_1 \;\; , \;\; a_3 - (a_3 - a_2)\alpha]$$

۲-۳) ترکیب اعداد فازی:

اپراتورهای زیادی برای ترکیب اعداد فازی در مقالات و کتاب‌های مختلف به کار گرفته شده‌اند. (برای مثال لاست و ایال[1]، ۲۰۰۵ و سوئر و همکاران[2] ۲۰۰۸ را ملاحظه فرمایید). برخی از این اپراتورها را نشان می‌دهند. ولی در این مقاله برای ترکیب اعداد فازی از روابطی که آذر عادل و فرجی حجت (۱۳۸۶) معرفی کرده‌اند، استفاده می‌شود. این قوانین به شکل زیر بیان شده‌اند:

$$\forall a_1, a_3, b_1, b_3 \in R$$

$$A=[a_1 , a_3],\; B=[b_1 , b_3] \qquad (۲)$$

$$[a_1 , a_3]+[b_1 , b_3]=[a_1+b_1,\; a_3+b_3] \qquad (۳)$$

$$[a_1 , a_3]-[b_1 , b_3]=[a_1-b_3,\; a_3-b_1] \qquad (۴)$$

$$[a_1 , a_3].[b_1 , b_3]=[a_1b_1 \wedge a_1b_3 \wedge a_3b_1 \wedge a_3b_3 \;,\; a_1b_1 \vee a_1b_3 \vee a_3b_1 \vee a_3b_3] \qquad (۵)$$

$$[a_1, a_3]:[b_1 , b_3]= [a_1/b_1 \wedge a_1/b_3 \wedge a_3/b_1 \wedge a_3/b_3, a_1/b_1 \vee a_1/b_3 \vee a_3/b_1 \vee a_3/b_3] \qquad (۶)$$

$$c[b_1 , b_3]=[cb_1 \wedge cb_3 \;,\; cb_1 \vee cb_3] \qquad (۷)$$

1. Last, M. & Eyal, S.
2. Suer, G. A. et al

۲-۴) ترتیب اعداد فازی:

برای رتبه‌بندی فازی روش‌های مختلفی وجود دارد که برخی از این روش‌ها توسط چانگ و لی[3]، ۱۹۹۴، فلیج و همکاران[4]، ۲۰۰۰، و یو آن[5]، ۱۹۹۱ معرفی شده است. روشی که در این مقاله برای مرتب کردن اعداد فازی به کار می‌رود دارای ۳ معیار می‌باشد. در صورتی که با به کاربردن معیار اول (سطح محصور)، تعدادی از اعداد مرتب نشده باشند به ترتیب از معیارهای دوم (مد یا نما) و معیار سوم (دامنه) استفاده می‌شود (آذر عادل و فرجی حجت، ۱۳۸۶)

۲-۵) مروری بر تحقیقات پیشین:

لی وپلنرت[6] در سال ۱۹۹۳ به بررسی کارایی روش TOC در زمانی که یک محصول جدید به خط تولید موجود اضافه می‌شود، پرداخته‌اند. آنها نشان داده‌اند که برنامه-ریزی خطی عدد صحیح ابزار مناسب‌تری در دستیابی به سود ماکزیمم می‌باشد. در راستای این مقاله نیز دو مثال بیان نموده‌اند.

پِلنِرت در سال ۱۹۹۳ مثالی مطرح نموده که دارای چند منبع محدود می‌باشد. آنها نشان داده‌اند که روش TOC حل بهینه‌ی شدنی را در مسائل چندگلوگاهی در اختیار قرار نمی‌دهد.

فِرِدِندال و لی[7] (۱۹۹۷) الگوریتم TOC تجدید نظر شده (RTOC)[8] را برای مسائل ترکیب تولیدی که نمی-توان با روش TOC حل نمود، مورد بررسی قرار داده‌اند. در اغلب موارد نتایج به دست آمده از RTOC با نتایج به دست آمده از برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برابر بودند.

فینچ و همکارش[9] در سال ۲۰۰۰ به مقایسه‌ی روش TOC اصلی و روشی که TOC با استفاده از LP و دنبال کردن یک پروسه‌ی بهبود ۵ مرحله‌ای به حل مسئله می-پردازد، اقدام نموده‌اند. همچنین آنها الگوریتمی ارائه داده-اندکه می‌تواند توسط ILP به بهبود مسائل ترکیب تولید دست یابد. الگوریتم آنها در ۲ نوع مسئله کارایی لازم را ندارد. نوع اول مسائلی هستند که یک محصول جدید، به

3. Chang, P. T. & Lee, E. S.
4. Fleig, A. et al
5. Yuan, Y.
6. Lee and Plenart
7. Fredenall and Lea
8. Revised Theory Of Constraints
9. Luebbe & Finch

خط تولید حاضر افزوده می‌شود و نوع دوم مسائلی هستند که تعداد گلوگاه‌ها بیشتر از یک عدد می‌باشند.

کی و اشمیت[۱] (۲۰۰۰) با ترکیب دو روش TOC و ABC روشی ارائه می‌دهند که کارایی بیشتری نسبت به تک تک این دو روش دارد.

کومان ورونن[۲] (۲۰۰۰) به فرموله نمودن مسائل با منابع خارجی، اقدام نموده‌اند. برای این کار از برنامه‌ریزی خطی به همراه روش تحلیلی مشخصی استفاده کرده‌اند. آنها نشان می‌دهند که روش TOC نسبت به برنامه‌ریزی خطی دارای قابلیت‌های پایین‌تری می‌باشد.

بالاکریشنان و چِنگ[۳] (۲۰۰۰) نشان داده‌اند که برنامه‌ریزی خطی ابزار مفیدی در تحلیل TOC می‌باشد.

اُنووبولو[۴] در سال ۲۰۰۱ روش جستجوی ممنوعه را برای حل مسائل چندگلوگاهی پیشنهاد داده‌است. روش او بهتر از روش TOC سنتی است ولی به خوبی روش‌های RTOC و ILP نمی‌باشد. او بیان می‌کند که روش جستجوی ممنوعه حل بهینه را با کیفیت بالا و در زمان محاسباتی معقولی ارائه می‌دهد.

اُنوُبولو و موتینگی[۵] در سال ۲۰۰۱ از الگوریتم ژنتیک بر مبنای تئوری محدودیت‌ها برای مسائل ترکیب تولید در اندازه‌های بزرگ استفاده نموده‌است.

اُنوُبولو و موتینگی (۲۰۰۱) پس از مروری بر فلسفه‌ی تئوری محدودیت‌ها از الگوریتم ژنتیک برای مسائل ترکیب تولیدی که با برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح و تکنیک‌های مشابه حل نمی‌شوند، استفاده نموده‌اند.

آریانژاد و رشیدی کمیجان (۲۰۰۴) یک الگوریتم بهبود دهنده ارائه داده‌اند که توانایی دستیابی به حل بهینه‌ی ترکیب تولید تحت TOC را داراست. کارایی این الگوریتم در به دست آوردن حل بهینه با روش ILP که توسط فردندال و لی ارائه شده، مقایسه گردیده‌است.

چان و همکارانش[۶] (۲۰۰۵) مسائل ترکیب تولید چندگلوگاهی را در نظر گرفته و برای حل آن روش Hybrid Tabu-SA را که از ترکیب دو روش جستجوی ممنوعه و SA به دست می‌آید را پیشنهاد می‌دهند. الگوریتم آنها با توجه به تئوری محدودیت‌ها مورد استفاده قرار گرفته و جواب‌های به دست آمده از آن با روش‌های TOC، RTOC، ILP، SA و TS مقایسه شده‌است.

چاکرابورتی و همکارانش[۷] در سال ۲۰۰۶ یک مورد واقعی در هند را در نظر گرفته که با افزایش تقاضای بازار دچار کمبود ظرفیت شده‌است. آنها سعی دارند این کمبود را از طریق برون‌سپاری جبران نمایند. آنها از ۳ روش TOC، برنامه‌ریزی خطی به همراه TOC و حسابداری سنتی مقدار سود خالص را به دست می‌آورند و نتایج را برای تصمیم نهایی به مدیران ارائه می‌دهند.

بابو و همکارانش[۸] در سال ۲۰۰۶ از تئوری محدودیت‌ها برای شناسایی ماشین‌های بحرانی استفاده می‌کنند. نتایج استفاده از روش آنها در صنایع وابسته به اتومبیل‌سازی نشان دهنده‌ی افزایش خروجی و کاهش سرمایه‌گذاری‌های لازم می‌باشد.

بهاتاچاریا و وَسَنت[۹] (۲۰۰۷) مسئله‌ی ترکیب تولید محصولات تحت تئوری محدودیت‌ها را با توجه به سطح رضایت تصمیم‌گیرندگان در نظر می‌گیرند.

چهارسوقی و جعفری در سال ۲۰۰۷ از الگوریتم SA برای حل مسائل ترکیب تولید استفاده نموده‌اند و الگوریتم خود را با روش‌های TOC، RTOC، ILP، TS و GA مقایسه کرده‌اند. برای شرایطی که تعداد ماشین آلات و محصولات زیاد هستند نتایج به دست آمده از روش SA بهتر از جواب‌های به دست آمده از روش‌های TS و الگوریتم ژنتیک می‌باشد.

مطالعات نشان داده‌است که روش‌های مختلفی نظیر TOC ساده، TOC اصلاح شده، برنامه‌ریزی خطی ساده، برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، جستجوی ممنوعه، SA و Hybrid Tabu SA برای حل مسائل ترکیب تولید ارائه شده‌است. هر کدام از این روش‌ها دارای مزایا و معایبی می‌باشند. به طور مثال برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به طور نسبتاً زیادی سود را ماکزیمم می‌کند. اما برای فرموله

1. Kee and Schmidt
2. Coman and Ronen
3. Balakrishnan and Cheng
4. Onwubolu
5. Onwubolu and Mutingi
6. Chan et al
7. Chakraborty et al
8. Babu et al
9. Bhattacharya and Vasant

نمودن مسئله، نیاز به سطح بالایی از کارشناسی و زمان وجود دارد.

در هیچ یک از این مقالات محققین از تئوری محدودیت‌ها با پارامترهای زمان پردازش، ظرفیت و سود فازی برای مسائل ترکیب تولید استفاده نکرده بودند. لذا در این تحقیق سعی می‌شود به بررسی این موضوع پرداخته شود و الگوریتمی جهت این کار پیشنهاد شود. اما از سوی دیگر نیز تحقیقات نشان می‌دهند که تئوری محدودیت‌ها برای مسائل چندگلوگاهی به خوبی عمل نمی‌کند ولی برای مسائل تک گلوگاهی دارای مزایای بسیار زیادی است که نمی‌توان از این روش به راحتی چشم‌پوشی نمود. بنابراین در الگوریتم پیشنهادی از هر دو روش استفاده می‌شود، چرا که با توجه به مرجع ۳ برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح به همراه تئوری محدودیت‌ها باعث افزایش خروجی و کاهش سرمایه‌گذاری‌های لازم می‌شود.

۳) ارائه‌ی الگوریتم پیشنهادی:

قبل از ارائه‌ی الگوریتم لازم است که پارامترهای به کار گرفته شده معرفی شوند:

$\widetilde{b}_j$: ظرفیت منبع j ام که یک عدد فازی مثلثی می‌باشد و به شکل (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) نشان داده می‌شود.

D_i: تقاضای محصول نوع i

n: تعداد منابع

m: تعداد نوع محصولات

Q_i: متغیر تصمیم که نشان دهنده‌ی تعداد محصول نوع i می‌باشد.

C_i: سود حاصل از تولید محصول i می‌باشد و به شکل (C_{i1}, C_{i2}, C_{i3}) نشان داده می‌شود.

$\widetilde{O}$: هزینه‌ی عملیاتی کل سیستم که برای محاسبات آسان‌تر با (O, O, O) نشان داده می‌شود.

$\widetilde{NP}$: سود خالص که با (NP_1, NP_2, NP_3) نشان داده می‌شود.

$\widetilde{T}_{ij}$: زمان مورد نیاز برای پردازش محصول نوع i روی منبع j می‌باشد و به شکل $(T_{i1j}, T_{i2j}, T_{i3j})$ نشان داده می‌شود.

اما در این مرحله به ارائه‌ی الگوریتم خود می‌پردازیم.

گام ۱: برای هر ایستگاه زمان پردازش را در میزان ماکزیمم فروش ضرب کنید. در این صورت با عبارت زیر برخورد خواهیم نمود:

$$D_i\widetilde{T}_{ij} = D_i(T_{i1j}, T_{i2j}, T_{i3j}) = (D_iT_{i1j}, D_iT_{i2j}, D_iT_{i3j}) \quad i = 1,2,\ldots,m \ , \quad j = 1,2,\ldots,n \qquad (۸)$$

گام ۲: مجموع زمان پردازشی را که در هر ایستگاه صرف می‌شود به دست آورید. این مقدار همان ظرفیت مورد نیاز برای تامین کل تقاضا است و یک عدد فازی مثلثی می‌باشد.

$$\sum_{i=1}^{m} D_i\widetilde{T}_{ij} = \sum_{i=1}^{m}(D_iT_{i1j}, D_iT_{i2j}, D_iT_{i3j}) = (\sum_{i=1}^{m} D_iT_{i1j}, \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i2j}, \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i3j}) \qquad j = 1,2,\ldots,n \qquad (۹)$$

گام ۳: تفاوت ظرفیت در دسترس و ظرفیت مورد نیاز را به دست آورید و آن را $\widetilde{s}_j$ نشان دهید. اگر تمام مقادیر (s_{j1}, s_{j2}, s_{j3}) برای تمام ایستگاه‌ها مثبت شدند به این معنا است که سیستم می‌تواند کل تقاضا را برآورده نماید و سیستم مشکلی در تامین تقاضای مشتریان خود نخواهد داشت ولی چنانچه حداقل یکی از این مقادیر منفی باشند سیستم دارای گلوگاه بوده و بایستی مجموعه‌های گلوگاه غیرگلوگاه را تشکیل داد.

$$\begin{aligned}&(b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) - (\sum_{i=1}^{m} D_iT_{i1j}, \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i2j}, \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i3j}) \\ &= (b_{j1} - \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i3j},\ b_{j2} - \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i2j},\ b_{j3} - \sum_{i=1}^{m} D_iT_{i1j}) \\ &= (s_{j1}, s_{j2}, s_{j3}) = \widetilde{s}_j \qquad j = 1,2,\ldots,n\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

گام ۴: تعداد گلوگاه‌ها را شمارش نمایید. چنانچه با یک گلوگاه مواجهید به گام بعد بروید. در غیر این صورت از برنامه‌ریزی خطی فازی برای حل آن استفاده نمایید.

گام ۵: برای ایستگاه گلوگاه میزان سود هر واحد از محصول را بر زمان پردازش صرف شده در آن ایستگاه تقسیم کنید. برای این کار از روابطی که در عبارت ۶ آمده است استفاده نمایید و برای به دست آوردن آن از دو سطح α برابر با صفر و یک استفاده نمایید.

گام ۶: مقادیر به دست آمده از گام ۵ را به کمک قوانین رتبه‌بندی فازی که در بخش ۲-۴ بیان گردید اولویت‌بندی نمایید.

گام ۷: با توجه به اولویت‌های به دست آمده و ظرفیت

ایستگاه گلوگاه، میزان تولید هر محصول را به گونه‌ای تعیین نمایید که رابطه‌ی زیر برقرار باشد. قابل توجه است که در این رابطه مقادیر تولید باید عدد صحیح بوده و همچنین از میزان تقاضا هم کمتر باشد.

$$\sum_{i=1}^{m} Q_i\widetilde{T}_{ij} = \sum_{i=1}^{m}(Q_iT_{i1j}, Q_iT_{i2j}, Q_iT_{i3j}) = (\sum_{i=1}^{m} Q_iT_{i1j}, \sum_{i=1}^{m} Q_iT_{i2j}, \sum_{i=1}^{m} Q_iT_{i3j}) \le (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3}) \quad (11)$$

$$j = 1,2,\dots,n$$

گام ۸: مقادیر به دست آمده از هر محصول را در میزان سود مربوط به آن ضرب نمایید و سود ناخالص کل را اعلام نمایید.

$$\sum_{i=1}^{m} Q_iC_i = \sum_{i=1}^{m}(Q_iC_{i1}, Q_iC_{i2}, Q_iC_{i3}) = (\sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i1}, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i3}, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i3}) \quad (12)$$

گام ۹: هزینه‌های عملیاتی را از سود ناخالص کل کسر نمایید و مقدار به دست آمده را به عنوان سود خالص بیان نمایید. برای این کار از عبارت ۱۲ استفاده نمایید.

$$NP = (\sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i1}, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i2}, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i3}) - (O, O, O) = (\sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i1} - O, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i2} - O, \sum_{i=1}^{m} Q_iC_{i3} - O) \quad (13)$$

۴) مثال عددی:

مطلوبست ترکیب بهینه‌ی تولید را در مسئله‌ای با داده‌های زیر به‌دست آورید. در این مثال هزینه عملیاتی برابر با ۶۰۰۰ واحد پولی می‌باشد.

جدول(۱): داده‌های مثال

	A	B	C	D	سود	تقاضا
P	(12, 15, 16)	(4, 5, 6)	(14, 15, 18)	(9, 10, 12)	(40, 45, 50)	100
Q	(9, 10, 11)	(28, 30, 32)	(3, 5, 6)	(4, 5, 6)	(50, 60, 70)	50
ظرفیت	(2350,2400,2450)	(1900,2000,2100)	(2350,2400,2450)	(2350,2400,2450)	____	___

حل) ظرفیت مورد نیاز برای تامین کل تقاضا نیز در جدول ۲ آورده شده‌است.

جدول (۲): ظرفیت مورد نیاز

ایستگاه	A	B	C	D
ظرفیت مورد نیاز	(1650, 2000, 2150)	(1800, 2000, 2200)	(1550, 1750, 2100)	(1100, 1250, 1500)

در این حالت ایستگاه B تنها ایستگاه گلوگاه سیستم می‌باشد. برای به‌دست آوردن اولویت‌های تولید بایستی سود را بر زمان پردازش تقسیم نمود.

(40, 45, 50)÷(3, 5, 6)=(6.667, 9, 16.667)
(50, 60, 70)÷(28, 30, 32) = (1.5625, 2, 2.5)

با مقایسه‌ی دو مقدار به دست آمده درمی‌یابیم که اولویت اول با تولید محصول P و سپس با Q می‌باشد.

جدول (۳): اولویت و ترکیب تولید با توجه به ایستگاه B

اولویت	محصول	تعداد تولید	زمان تولید برای هر واحد	زمان مورد نیاز	زمان تجمعی
1	P	100	(4, 5, 6)	(400, 500, 600)	(400, 500, 600)
2	Q	46	(28, 30, 32)	(1288, 1380, 1472)	(1688, 1880, 2072)

چون مسئله تنها دارای یک گلوگاه است، سایر ایستگاه‌ها نیز با این تعداد تولید مشکلی نخواهند داشت. پس مقادیر بهینه‌ی به دست آمده از روش تئوری محدودیت‌ها برابر خواهد بود با:

P=۱۰۰ Q=46   Z= (6300, 7260, 8220)

اما برای داشتن سود خالص بایستی هزینه‌های عملیاتی را از مقدار به دست آمده کم کرد.

(6300, 7260, 8220)-(6000, 6000, 6000)
=(300, 1260, 2220)

۴-۱) تحلیل حساسیت:

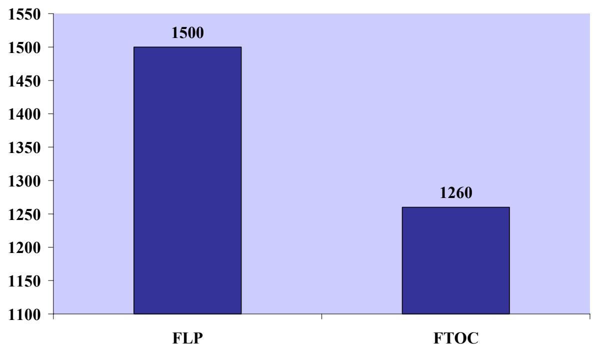
تغییر زمان پردازش محصول Q در ایستگاه B از (28, 30, 32) **به**(38, 40, 42):

با کمی دقت در می‌یابیم که زمان پردازش افزایش یافته است. این بدین معنا است که ایستگاه B همچنان گلوگاه باقی می‌ماند. با بررسی مجدد اولویت‌ها در می‌یابیم که در اولویت‌های تولید هیچ تغییری مشاهده نشده‌است. با توجه به این شرایط تنها مقدار تولید تغییر خواهد کرد. مقادیر جدید تولید و سود نهایی به شکل زیر می‌باشد:

P=100 Q=35 Z= (5750, 6600, 7450)

مقایسه‌ی الگوریتم پیشنهادی با برنامه‌ریزی خطی فازی

برای کیفیت پاسخ به دست آمده برای حل مسائل تک گلوگاهی توسط FTOC، این سؤال با برنامه‌ریزی خطی فازی و به کمک مدل ارائه شده توسط فنگ و همکارانش (۱۹۹۹) نیز حل گردید. برای حل این مدل از روش فنگ و همکاران برای سادگی کار مقدار مُد به دست آمده در اعداد فازی با هم مقایسه شده و در نمودار زیر آورده شدند. در نمودار زیر FTOC نشان‌دهنده‌ی پاسخ به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی و FLP بیانگر جواب حاصل از به کارگیری روش برنامه‌ریزی خطی فازی در حل این مسئله‌ی تک گلوگاهی می‌باشد.



شکل (۱): مقایسه‌ی روش‌های مختلف برای حل مثال ۱

۵) بیان نتایج به دست آمده و ارائه‌ی پیشنهاد برای تحقیقات آتی:

در این مقاله مشاهده شد که برای حل مسائل تک گلوگاهی الگوریتم FTOC و برای مسائل چندگلوگاهی از روش FLP کمک گرفته شده‌است. همچنین در ادامه‌ی مقاله مثالی مطرح گردید که دارای یک گلوگاه بود و جهت بررسی کیفیت کارایی الگوریتم FTOC مسئله به کمک روش FLP نیز حل گردید.

با مقایسه‌ی دو روش تئوری محدودیت‌ها و برنامه‌ریزی خطی فازی درمی‌یابیم که گاهی اوقات جواب‌های به دست آمده از برنامه‌ریزی خطی فازی بهتر از پاسخ‌های حاصل از تئوری محدودیت‌های فازی می‌باشند. به عبارت دیگر پاسخ‌های به دست آمده از تئوری محدودیت‌های فازی، پاسخ‌هایی زیر بهین می‌باشند. چنین چیزی بدین خاطر است که برنامه‌ریزی خطی فازی، تمام محدودیت‌ها را در نظر می‌گیرد در حالی است که تئوری محدودیت‌های فازی تنها محدودیت بحرانی را برای حل انتخاب می‌کند و از محدودیت‌های دیگر صرف نظر می‌کند. علاوه بر این تئوری محدودیت‌های فازی اولویت‌های تولید را با توجه به ایستگاه گلوگاه در نظر می‌گیرد و از اولویت‌های تولیدی بهتری که ممکن است ایستگاه‌های غیرگلوگاه ایجاد کنند، صرف نظر می‌کند. با این اوصاف این الگوریتم دارای مزایایی است که نمی‌توان از آن چشم‌پوشی نمود. به طور مثال به علت در نظر نگرفتن محدودیت‌های اضافی سرعت دستیابی به پاسخ افزایش می‌یابد. همچنین سادگی روش حل ممکن است بسیار راحت‌تر از به کار گیری

الگوریتم‌های پیچیده‌ای که برای حل مسائل FLP برای مسائل تک گلوگاهی نیز به کار می‌رود و بعضاً جواب‌های متفاوتی نیز به دست می‌آورند، باشد. همچنین در حالات فازی تصمیم‌گیرندگان به دنبال پاسخی نسبتاً بهینه می‌باشند که این الگوریتم می‌تواند چنین پاسخی را ارائه دهد.

پیشنهادات زیر برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود:

۱. در نظرگرفتن زمان نصب و راه‌اندازی فازی و زمان مجاز استراحت فازی در مسائل ترکیب تولید تک گلوگاهی تحت تئوری محدودیت‌ها

۲. در نظرگرفتن تقاضای فازی برای کالاها

۳. در نظر گرفتن زمان پردازش فازی و تئوری محدودیت‌ها در یک سیستم تولیدی انعطاف‌پذیر

۴. استفاده از روش‌های دیگر رتبه‌بندی برای تعیین اولویت در ایستگاه گلوگاه

۵. استفاده از عملگرهای دیگر فازی برای محاسبات تعیین گلوگاه و تعیین میزان تولید

منابع و مآخذ:

۱. آذر، عادل. و فرجی، حجت.،(۱۳۸۶)، " علم مدیریت فازی"، انتشارات مهربان نشر،چاپ اول، ۸۶-۸۹

2. Aryanezhad, M. B., & Rashidi Komijan, A. R., (2004), "An Improved Algorithm for Optimizing Product-Mix Under the Theory of Constraints", International Journal of Production Research 42, 4221-4233.

3. Babu, R., & Rao, K. S. P., & Uma Maheshwaran, C., (2006), "Application of TOC Embedded ILP for Increasing Throughput of Production Lines", The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 33, 812-818.

4. Bhattacharya, A., & Vasant, P., (2007), "Soft-Sensing of Level of Satisfaction in TOC Product-Mix Decision Heuristic Using Robust Fuzzy-LP", European Journal of Operational Research 177, 55-70.

5. Balakrishnan, J., & Cheng, C. H., (2000), "Theory of Constraints and Linear Programming: A Re-Examination", International Journal of Production Research 38, 1459-1463.

6. Chaharsooghi, S. K., & Jafari, N., (2007), "A Simulated Annealing Approach for Product Mix Decisions", Scientia Iranica 3, 230-235.

7. Chakraborty, P. S., Majumder, G., Sarkar, B., (2006), "Constraint Resource Management and Production Related Decision–a Case Study", IE (I) Journal−PR 86, 48-53.

8. Chan, F. T. S., & Mishara, N., & Prakash, & Tiwari, M. K. & Shankar, R., (2005), " Hybrid Tabu-Simulated Annealing Based Approach to Solve Multi-Constraint Product-Mix Decision Problem", Expert System with Application 29, 446-454.

9. Chang, P. T., & Lee, E.S., (1994), "Ranking of Fuzzy Sets Based On the Concept of Existence", Computers and Mathematics With Applications 27, 1-21.

10. Coman, A., & Ronen, B., (2000), "Production Outsourcing: A Linear Programming Model for the Theory of Constraints", International Journal of Production Research 38, 1631–1639.

11. Fang, S. C., Hu, C. F., Wang, H. F., Wu, S. Y., (1999), Linear Programming with Fuzzy Coefficients in Constraints, Computes & Mathematics with Application 37, 63-76.

12. Finch, J., & Luebbe, R. L., (2000), "Response to Theory of constraints and Linear Programming: A Re-Examination", International Journal of Production Research 38, 1465-1466.

13. Flaig, A., & Barner, K.E., & Arce, G.R., (2000), "Fuzzy Ranking: Theory and Applications", Signal Processing 80, 1017-1036.

14. Fredenall, L. D., & Lea, B. R., (1997), "Improving the Product-Mix Heuristic in the Theory of Constraints", International Journal of Production Research 35, 1535-1544.

15. Kee, R., & Schmidt, C., (2000), "A Comparative Analysis of Utilizing Activity-Based Costing and the Theory of Constraints for Making Product-Mix Decisions",

International Journal of Production Economics 63, 1-17.

16. Last, M., & Eyal, S., (2005), "A fuzzy-Based Life time Extension of Genetic Algorithms", Fuzzy Sets and Systems 149, 131-147.

17. Lee, T. N., & Plenert, G., (1993), "Optimizing Theory of Constraints When New Product Alternatives Exist", Production and Inventory Management Journal 34, 51-57.

18. Onwubolu, G. C., (2001). "Tabu Search-Based Algorithm for the TOC Product-Mix Decision", International Journal of Production Research 39, 2065–2067.

19. Onwubolu, G. C., & Mutingi, M., (1), (2001). "Optimizing the multiple constrained resources product mix problem using genetic algorithms", International Journal of Production Research 39, 1897-1910.

20. Onwubolu, G. C., & Mutingi, M., (2), (2001). "A genetic algorithm approach to the theory of constraints product mix problems", Production Planning and Control 12, 21-27.

21. Plenert, G. (1993). "Optimized Theory of Constraints When Multiple Constrained Resources Exist", European Journal of Operational Research 70, 126–133.

22. Suer, G.A., & Arikan, F., & Babayigit, G., (2008), "Effect of Different Fuzzy Operators on Fuzzy Bi-Objective Cell Loading Problem in Labor Intensive Manufacturing Cells", Computers & Industrial engineering

23. Yuan, Y., (1991), "Criteria for Evaluating Fuzzy Ranking Methods", Fuzzy sets and Systems 44, 139-157.