

یک الگوریتم شبیه سازی تبرید برای حل همزمان مسئله زمان بندی تک ماشین و تعیین اندازه دسته تولید چند دوره ای با هزینه های زودکرد و دیرکرد

محمد زیاری¹ - رضا کیا²

1- کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران، (نویسنده مسئول)

پست الکترونیکی: ziarimohammad@yahoo.com

2- استادیار گروه صنایع، واحد فیروزکوه، دانشگاه آزاد اسلامی، فیروزکوه، ایران

پست الکترونیکی: rezakia.ie@gmail.com

چکیده:

تعیین اندازه‌ی انباشته و زمان‌بندی متعلق به دو سطح تصمیم‌گیری مختلف در برنامه‌ریزی تولید می‌باشند، به طوری که تعیین اندازه انباشته در سطح میان مدت و زمان‌بندی در سطح کوتاه مدت می‌باشد. این دو مسئله دارای ارتباط نزدیکی می‌باشند زیرا نتایج مسئله تعیین اندازه‌ی انباشته که مقادیر تولید در هر دوره را تعیین می‌کند به عنوان ورودی مسئله زمان‌بندی می‌باشد. زمان‌بندی در سطح عملیاتی کارگاه با مشخص شدن میزان مورد نیاز هر محصول قابل اجرا خواهد بود. هدف در مسئله تعیین اندازه‌ی انباشته و زمان‌بندی همزمان، تعیین مقادیر تولید و سطوح موجودی برای هر محصول در هر دوره می‌باشد. بنابراین برای دستیابی به جواب‌های بهینه کلی می‌بایست وابستگی درونی بین این دو مسئله در نظر گرفته شود و تصمیمات مرتبط، می‌بایست به طور همزمان صورت پذیرد. هدف این تحقیق ارائه مدل ریاضی با در نظر گرفتن درآمد فروش و هزینه‌های ناشی از تولید، راه‌اندازی، نگهداری، دیرکرد و زودکرد جهت تعیین همزمان اندازه دسته تولید و زمان‌بندی است. برای اعتبار سنجی مدل ریاضی یک مثال عددی حل می‌شود. با توجه به اینکه مسئله مورد نظر جزء مسائل NP-hard می‌باشد، یک الگوریتم شبیه سازی تبرید برای تولید جواب در اندازه‌های بزرگ برای مسئله زمان‌بندی و تعیین اندازه‌ی دسته تولید به طور همزمان طراحی می‌شود. نتایج محاسباتی حاکی از آن است که الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی کارآیی و سرعت حل مناسبی دارد.

واژه‌های کلیدی: زمان‌بندی، تعیین اندازه‌ی دسته تولید، الگوریتم شبیه سازی تبرید، مدل سازی ریاضی

1- مقدمه:

تحویل برای هر محصول در هر دوره متفاوت می باشد و همچنین کران بالای مقدار تولید برای هر محصول در هر دوره متفاوت می باشد. مدل پیشنهادی برای مسأله زمان بندی تک ماشین با هدف محاسبه درآمد فروش، هزینه تولید، هزینه راه اندازی، هزینه نگهداری و هزینه دیرکرد وزودکرد می باشد. از اختلاف درآمد فروش و هزینه تولید مقدار سود حاصل می شود. زمان شروع محصول در هر دوره، زمان تکمیل هر محصول در هر دوره، زمان دیرکرد و زودکرد در مدل به صورت قطعی می باشند. مقدار تولید، پذیرش تقاضا و سطح موجودی به صورت عدد صحیح می باشند. نگهداری موجودی بین دوره ها وجود دارد و می توان از موجودی یک دوره برای تقاضای دوره بعد استفاده کرد. در این مدل فرض بر این است که ظرفیت زمانی یک ماشین در هر دوره مشخص می باشد. تعیین اندازه انباشته دسته تولید و زمان بندی آن دسته در هر دوره به طور همزمان تعیین می شود و برنامه ریزی در یک سیستم چند دوره ای صورت می گیرد. چون پذیرش تقاضا متغیر تصمیم می باشد و بر اساس پیش بینی بازار این مدل است که تعیین می کند که تقاضا چه مقداری بگیرد تا بیشترین سود عاید شود.

2- ادبیات تحقیق:

به طور سنتی، مسائل زمان بندی به صورت مسائل بهینه سازی محدودیت دار به ویژه مسائل مربوط به تخصیص منابع و توالی عملیات مورد بررسی قرار گرفته است. در پاره‌ای از موارد مسائل زمان بندی تنها مربوط به تخصیص منابع است و در این حالات مدل های برنامه ریزی ریاضی معمولاً می تواند برای تعیین تصمیمات در زمینه تخصیص منابع بهینه مورد استفاده قرار گیرد.

میر^۲ (2000) مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید را در توزیع کردن توالی وابسته به زمان های راه اندازی به طور همزمان توسعه داد.

اندازه دسته تولید و زمان بندی جزء مهمترین مسائل در حوزه برنامه ریزی تولید هستند. بیشتر زمان ها تصمیم گیری در مورد دو مسأله تشکیل شده به صورت سلسله مراتبی می باشد. در بیشتر مدل ها برای برنامه ریزی تولید به خصوص مسائل زمان بندی و اندازه دسته تولید، تابع هدف حداقل کردن هزینه ها می باشد.

در این مدل ها فرض بر آن است تقاضای همه مشتری ها باید برآورده شود. این مقاله بر اساس تحقیق (سرشتی و بیجاری^۱، 2013) تحت عنوان ماکزیمم کردن سود برای مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولید به طور همزمان انجام می شود. در این مقاله ماکزیمم کردن سود برای مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولید با انتخاب تقاضای تغییر پذیر به طور همزمان مورد مطالعه قرار گرفته است. پذیرش تقاضا در دو دوره می تواند بین حدهای بالا و پایین متفاوت باشد. بر اساس مفروضات در مقاله تابع هدف ماکزیمم کردن سود، محاسبه نگهداری موجودی و هزینه راه اندازی می باشد. در نتایج این مدل مقدار پذیرش تقاضا برای تولید در هر دوره و اندازه دسته تولید مشخص می شوند. همچنین زمان راه اندازی و هزینه ها به طور همزمان برای مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید در نظر گرفته می شوند. در مقاله حاضر تعیین اندازه دسته تولید چند دوره ای و همچنین هزینه های دیرکرد و زودکرد در تابع هدف در نظر گرفته شده است. محدودیت های توالی محصولات هم در مدل پیشنهادی در نظر گرفته شده است. با توجه به اینکه مسأله مورد نظر جزء مسائل NP-hard می باشد، یک الگوریتم شبیه سازی تبرید برای تولید جواب در اندازه های بزرگ برای مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولید به طور همزمان طراحی می شود.

تابع هدف مدل پیشنهادی شامل 6 قسمت می باشد: درآمد فروش و هزینه های ناشی از تولید، راه اندازی، نگهداری، دیرکرد و زودکرد. در مدل پیشنهادی زمان

تابع هدف مدل حداقل کردن جریمه زودکرد و دیرکرد می باشد. در انتها مسأله با رویکرد فازی حل شده است.

هاجن و همکاران⁶ (2007) مدل ریاضی با هدف ماکزیمم سود برای مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید ارائه کردند. در این مدل تقاضا تابعی از قیمت می باشد.

آلمادالوبو و همکاران⁷ (2007) مدلی کارآمدتر در مقایسه با مدل میر برای مسأله زمان بندی تک ماشین ارائه کردند.

کولاماس و کیپاریسیس⁸ (2008) مسأله زمان بندی تک ماشین با توالی وابسته و زمان های راه اندازی را ارائه دادند. تابع هدف مسأله ماکزیمم زمان تکمیل را محاسبه می کند که به صورت خطی فرمول بندی شده است.

کولاماس و کیپاریسیس⁹ (2008) مسأله زمان بندی تک ماشین با زمان انتظار وابسته به زمان تحویل را ارائه کردند.

در این تحقیق زمان تحویل برای هر کار به صورت تابعی خطی در نظر گرفته شده و مقدار بهینه زمان تحویل طی مثال عددی بدست آمده است.

والنت و گونکالوز¹⁰ (2009) روش الگوریتم ژنتیک برای مسأله زمان بندی تک ماشین با جریمه زودکرد خطی و دیرکرد درجه دوم را ارائه دادند. در این تحقیق زمان بیکاری برای ماشین وجود ندارد. نتایج نشان می دهند که عملکرد الگوریتم ژنتیک باعث بهبودی در حل مسأله شده است.

چنگ و همکاران¹¹ (2009) ترکیب الگوریتم ژنتیک با خاصیت چیرگی برای زمان بندی تک ماشین با جریمه وابسته را تحلیل کردند که تابع هدف مینیمم کردن هزینه های دیرکرد و زودکرد بود. در نتایج این تحقیق نشان داده

پاتلوچ و همکاران¹ (2001) یک الگوریتم ابتکاری برای مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید در صنعت توتون ارائه کردند.

توکلی مقدم و میرشکاری² (2005) مسأله زمان بندی تک ماشین با معیار چندگانه برای افزایش رضایت مشتری با الگوریتم ابتکاری را ارائه کردند. تابع هدف ارائه شده حداقل سازی کارهای دارای تأخیر می باشد. مسأله توسط یک الگوریتم ابتکاری جدید به نام (three blocks) 3B حل شده که جواب بهینه در زمان منطقی ایجاد کرده است.

گوپتا و مگنوسون³ (2005) در مقاله ای مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید با توالی وابسته به هزینه های راه اندازی و زمان های راه اندازی را ارائه کردند که مدل ریاضی برای حل همزمان مسأله زمان بندی و اندازه دسته تولید استفاده شده بود.

جولای و همکاران⁴ (2007) از الگوریتم ژنتیک برای مسأله زمان بندی تک ماشین برای حداقل کردن بیشینه زودکرد و تعداد کارهای با تأخیر استفاده کردند. در این تحقیق از سیستم JIT برای مسأله زمان بندی استفاده شد. زمان بیکاری در مسأله مورد نظر مجاز نبوده و مسأله NP-Hard شناخته شده که برای توسعه آن از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. جمعیت اولیه به صورت یک الگوریتم ابتکاری محاسبه شده است که نتایج مدل نشان از عملکرد خوب الگوریتم ژنتیک می باشد.

کمال آبادی و همکاران⁵ (2007) امکان روش برنامه ریزی خطی برای حل فازی مسأله زمان بندی تک ماشین را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق یک مدل ریاضی ارائه شده که در آن زمان پردازش، زمان تحویل و جریمه زودکرد و دیرکرد برای هر کار در نظر گرفته شده است.

6.Haugen et al

7.Almada-lobo et al

8.Koulamas and kyparisis

9.Koulamas and kyparisis

10.Valente & Goncalves

11.Chang & et al

1.Pattloch et al

2.Tavakolimoghadam & Mirshekari

3.Gupta & Magnusson

4.Jolai et al

5.Kamalabadi et al

سرشتی و بیجاری⁵ (2013) مدل ریاضی برای ماکزیمم کردن سود برای حل همزمان مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته

تولید ارائه کردند. در تابع هدف مدل مقدار سود، هزینه راه اندازی و هزینه نگهداری محاسبه شده است. در این

مدل تولید موقعی صورت می گیرد که ماشین برای محصول راه اندازی شود.

3- مدل ریاضی:

در این بخش یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح مخلوط برای مسأله زمان بندی تک ماشین ارائه شده است.

زمانی که تولید صورت گیرد در تابع هدف هزینه تولید در نظر گرفته می شود. به طور حتم اگر ماشین برای محصول راه اندازی شود در تابع هدف هزینه راه اندازی لحاظ می شود. زمانی که موجودی وجود داشته باشد هزینه نگهداری در نظر گرفته می شود. اگر محصول دارای زمان دیرکرد باشد، هزینه دیرکرد و اگر محصول دارای زمان زودکرد باشد، هزینه زودکرد در مدل لحاظ می شود.

3-1 مفروضات مدل:

- 1- کمبود مجاز نیست.
- 2- نگهداری موجودی بین دوره ها وجود دارد و می توان از موجودی یک دوره برای تقاضای دوره بعد استفاده کرد.
- 3- ظرفیت زمانی یک ماشین در هر دوره مشخص است.
- 4- هنگامی که ماشین برای محصول راه اندازی شود، تولید صورت می گیرد و هزینه راه اندازی به وجود می آورد.

شد که ترکیب الگوریتم ژنتیک با خاصیت چیرگی عملکرد خوبی را برای مسأله ایجاد کرده است.

لای و لی¹ (2010) مسأله زمان بندی تک ماشین به تابع غیرخطی را ارائه دادند. در این مسأله خرابی برای کارها مجاز می باشد. در این تحقیق یک مدل جدید برای زمان بندی تک ماشین به تابع غیرخطی ارائه شده که در این مدل زمان پردازش کارها محاسبه گردیده است.

باهالکی و همکاران² (2010) در تحقیقی الگوریتم های ژنتیک و جست جوی ممنوع را برای مسأله زمان بندی تک ماشین به زمان راه اندازی به صورت توالی وابسته و خرابی کارها را مورد بررسی قرار دادند. در این تحقیق تأثیر خرابی کار در توالی زمان راه اندازی در مسأله زمان بندی تک ماشین در نظر گرفته شده است. برای پیدا کردن جواب بهینه موضعی از الگوریتم ژنتیک و جست و جوی ممنوع برای توسعه مسأله استفاده شده است. نتایج مقاله نشان می دهد که کران پایین انتخاب شده در خرابی کارها تأثیر گذار می باشد.

یوو ونگ³ (2012) یک الگوریتم بهینه پیوسته برای مسأله زمان بندی تک ماشین به هدف مینیمم کردن زمان تکمیل را

ارائه کردند. که این الگوریتم برای حداقل کردن زمان تکمیل مسأله زمان بندی با تعداد کارها باعث کاهش زمان در حل شد.

وان و یان⁴ (2013) مسأله زمان بندی تک ماشین به برای مینیمم کردن هزینه زودکرد و دیرکرد کل را مورد بررسی قرار دادند.

1. Li & Lee
2. Bahalke et al
3. Yu and wong
4. Wan & Yuan

5. Sereshti and Bijari

- 5-توالی محصولات در مدل در نظر گرفته شده است.
- 6-در این مسأله تعیین اندازه انباشته دسته تولید و زمان بندی آن دسته در هر دوره به طور همزمان تعیین می شود.
- 7-برنامه ریزی در یک سیستم چند دوره ای صورت می گیرد.
- 8-پذیرش تقاضا بین حد بالا و پایین می باشد.
- 9-هزینه دیرکرد و زودکرد مجاز می باشد.
- α_{jt} : زمان تحویل محصول j در دوره t
- tC_j : هزینه دیرکرد محصول j
- eC_j : هزینه زودکرد محصول j
- tp_j : زمان تولید محصول j
- M : عدد بسیار بزرگ
- M_{jt} : کران بالای مقدار تولید محصول j در دوره t

4.3. متغیرهای تصمیم:

- Q_{jt} : مقدار تولید از محصول j در دوره t
- D_{jt} : پذیرش تقاضا از محصول j در دوره t
- f_{jt} : سطح موجودی محصول j در دوره t
- y_{jkt} : اگر محصول j قبل از k در دوره t تولید شود 1 و در غیراین صورت 0.
- A_{jt} : هنگامی که ماشین برای محصول j در شروع دوره t راه اندازی شود 1 و در غیر این صورت 0.
- t : اندیس دوره

2-3 اندیس ها و مجموعه ها:

P : مجموعه تمام محصولات

T : مجموعه تمام دوره ها

j, k : اندیس محصول

t : اندیس دوره

3.3. پارامترهای ورودی:

- C_j : ظرفیت موجود در هر دوره
- l_{jt} : حد پایین تقاضا برای محصول j در دوره t
- u_{jt} : حد بالا تقاضا برای محصول j در دوره t
- h_j : هزینه نگهداری برای یک واحد محصول j
- r_j : درآمد فروش برای یک واحد محصول j در دوره t
- cp_j : هزینه تولید برای یک واحد محصول j
- S_j : هزینه راه اندازی برای یک واحد محصول j
- st_{jt} : زمان شروع محصول j در دوره t
- ct_{jt} : زمان تکمیل محصول j در دوره t
- ear_{jt} : زمان زودکرد محصول j در دوره t
- tar_{jt} : زمان دیرکرد محصول j در دوره t

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T r_{jt} D_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T CP_j Q_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T S_j A_{jt} - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T h_j f_{jt} \\ & - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T tar_{jt} .tc_j - \sum_{j=1}^P \sum_{t=1}^T ear_{jt} ec_j \end{aligned} \quad (1)$$

Subject to:

$$f_{jt} = f_{j(t-1)} + Q_{jt} - D_{jt} \quad j=1, \dots, P, t \neq 1 \quad (2)$$

$$f_{j1} = Q_{j1} - D_{j1} \quad j=1, \dots, P \quad (3)$$

$$ld_{jt} \leq D_{jt} \leq ud_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^P tp_j Q_{jt} \leq c_t \quad t=1, \dots, T \quad (5)$$

$$Q_{jt} \leq M_{jt} A_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (6)$$

$$st_{jt} + Q_{jt} tp_j \leq st_{kt} + My_{jkt} \quad j=1, \dots, P, k=1, \dots, P, \\ t=1, \dots, T, j \neq k \quad (7)$$

$$st_{kt} + Q_{kt} tp_k \leq st_{jt} + M(1 - y_{jkt}) \quad j=1, \dots, P, k=1, \dots, P, \\ t=1, \dots, T, j \neq k \quad (8)$$

$$st_{jt} + Q_{jt} tp_j = ct_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (9)$$

$$tar_{jt} \geq ct_{jt} - dd_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (10)$$

$$ear_{jt} \geq dd_{jt} - ct_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (11)$$

$$y_{jkt}, A_{jt} \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (12)$$

$$Q_{jt}, D_{jt}, f_{jt} \geq 0, \text{integer} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (13)$$

$$st_{jt}, ct_{jt}, tar_{jt}, ear_{jt} \geq 0 \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (14)$$

$$f_{jt} = f_{j(t-1)} + Q_{jt} - D_{jt} \quad j=1, \dots, P, t \neq 1 \quad (2)$$

$$f_{j1} = Q_{j1} - D_{j1} \quad j=1, \dots, P \quad (3)$$

$$ld_{jt} \leq D_{jt} \leq ud_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^P tp_j Q_{jt} \leq c_t \quad t=1, \dots, T \quad (5)$$

$$Q_{jt} \leq M_{jt} A_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (6)$$

$$st_{jt} + Q_{jt} tp_j \leq st_{kt} + M y_{jkt} \quad j=1, \dots, P, k=1, \dots, P, \quad t=1, \dots, T, j \neq k \quad (7)$$

$$st_{kt} + Q_{kt} tp_k \leq st_{jt} + M(1 - y_{jkt}) \quad j=1, \dots, P, k=1, \dots, P, \quad t=1, \dots, T, j \neq k \quad (8)$$

$$st_{jt} + Q_{jt} tp_j = ct_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (9)$$

$$tar_{jt} \geq ct_{jt} - dd_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (10)$$

$$ear_{jt} \geq dd_{jt} - ct_{jt} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (11)$$

$$y_{jkt}, A_{jt} \in \{0, 1\} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (12)$$

$$Q_{jt}, D_{jt}, f_{jt} \geq 0, \text{integer} \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (13)$$

$$st_{jt}, ct_{jt}, tar_{jt}, ear_{jt} \geq 0 \quad j=1, \dots, P, t=1, \dots, T \quad (14)$$

نگهداری و قسمت پنجم و ششم به ترتیب هزینه دیرکرد و زودکرد را محاسبه می کند.

تابع هدف از 6 قسمت تشکیل شده است.

قسمت اول درآمد فروش، قسمت دوم هزینه تولید، قسمت سوم هزینه راه اندازی، قسمت چهارم هزینه

پیشنهادی برای مدل ارائه شده از پنج بخش تشکیل شده است که به ترتیب به صورت زیر می‌باشد:

$$\{(Demand)_{jxt} \quad (Quantity)_{jxt} \quad (Inventory)_{jxt} \mid (St_time)_{jxt} \quad (Co_time)_{jxt}\}$$

در این نمایش J مجموعه اندیس انواع محصولات و t اندیس مربوط به هر دوره می‌باشد. که در ادامه هر یک از این ماتریس‌ها توضیح داده شده است:

1- بخش اول یا ماتریس تقاضا میزان تقاضای هر محصول در هر دوره را نشان می‌دهد. باید توجه کرد که تقاضای مورد نیاز برای هر محصول به صورتی انتخاب شود که حد بالا و پایین تقاضای هر محصول در هر دوره رعایت شده (محدودیت 4) و همچنین قابلیت برآورده‌سازی آن وجود داشته باشد. نمای کلی این ماتریس به صورت زیر است:

$$Demand = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1t} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{j1} & X_{j2} & \dots & X_{jt} \end{pmatrix}$$

2- بخش دوم میزان تولید هر محصول در هر دوره را معین نموده و بر مبنای تقاضای درخواستی در بخش اول و میزان موجودی انبار در دوره‌های پیشین تعیین می‌گردد و محدودیت‌های (5) و (6) را برآورده می‌نماید. میزان تولید باید به صورتی در نظر گرفته شود که اولاً از حداکثر میزان تولید در دوره فعلی بیشتر نبوده و ثانیاً مجموع زمان تولید محصولات در هر دوره از کل ظرفیت زمانی در دسترس بیشتر نباشد. این بخش به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$Quantity = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1t} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{j1} & X_{j2} & \dots & X_{jt} \end{pmatrix}$$

3- بخش سوم میزان موجودی انبار را نشان می‌دهد که بر مبنای میزان تولید محصول در هر دوره و تقاضای مورد نیاز آن دوره مشخص می‌شود. به بیان دیگر موجودی

معادله شماره (2) تعادل موجودی را نشان می‌دهد. در این معادله نگهداری موجودی بین دوره‌ها وجود دارد و می‌توان از موجودی یک دوره برای تقاضای دوره‌ی بعد استفاده کرد.

معادله شماره (3) تعادل موجودی در دوره‌ی اول را تضمین می‌کند.

نامعادله شماره (4) حد بالا و پایین تقاضا را مشخص می‌کند. چون D_{jt} متغیر تصمیم می‌باشد و بر اساس پیش‌بینی بازار این مدل است که تعیین می‌کند که تقاضا چه مقداری را اختیار کند تا بیشترین سود عاید شود.

نامعادله شماره (5) مربوط به ظرفیت می‌باشد.

نامعادله شماره (6) مربوط به راه‌اندازی ماشین می‌باشد.

نامعادله‌های شماره (7) و (8) توالی محصولات را نشان می‌دهند.

معادله شماره (9) زمان تکمیل محصولات را نشان می‌دهد.

نامعادله‌های شماره (10) و (11) به ترتیب زمان دیرکرد و زودکرد را محاسبه می‌کنند.

محدودیت‌های شماره (12)، (13) و (14) نوع متغیرها در مدل را مشخص می‌کند.

4- روش حل الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

4-1 نمایش ساختار جواب

ساختار جواب بیانگر یک نقطه از فضای شدنی مساله است، بطوری‌که نحوه نمایش آن در هر رویکرد فراابتکاری حایز اهمیت می‌باشد. ساختار جواب در الگوریتم

1- در مرحله اول حداقل تقاضا برای هر محصول در هر دوره در نظر گرفته می‌شود.

2- در مرحله دوم از دوره آخر شروع نموده و تلاش می‌کنیم که تقاضای این دوره را تا حد ممکن با تولید آن تامین نماییم. اگر این کار امکانپذیر نباشد لازم است که میزان انبار دوره قبل را برابر با تفاضل تقاضا و تولید قرار دهیم. میزان تولید دوره ماقبل آخر نیز باید بتواند جوابگوی میزان تقاضا و انبار باشد وگرنه لازم است که آن را دوباره از دوره قبلی تامین نماییم. با ادامه این فرآیند تا دوره اول حداقل میزان تولید و تقاضای هر محصول برای هر دوره به دست می‌آید. شایان ذکر است که مجموع مقادیر به دست آمده برای هر محصول در هر دوره نباید از ظرفیت زمانی آن دوره تجاوز نماید. با انجام این کار برای همه محصولات، ماتریس تولید و انبارداری همزمان با هم تشکیل می‌شوند.

3- در مرحله سوم با توجه به میزان تولید و زمان لازم برای تولید هر محصول لازم است که زمان شروع تولید هر محصول را تعیین نماییم و ماتریس مربوط به زمان پایان به صورت خودکار تشکیل خواهد شد. تعیین زمان شروع تولید هر محصول با توجه به زمان در دسترس و به صورت تصادفی انجام خواهد شد.

4-3 مکانیزم ایجاد جواب همسایه

برای جستجو در فضای شدنی، نیاز به تولید پاسخ شدنی دیگری با تغییر پاسخ فعلی وجود دارد، که به آن جواب همسایه اطلاق می‌شود. بعد از آن باید شدنی بودن پاسخ مورد بررسی قرار گیرد. اگر پاسخ بدست آمده شدنی نباشد، می‌توان آن را اصلاح یا حذف نمود. نحوه تولید یک جواب شدنی جدید با استفاده از جواب فعلی به صورت زیر است:

1- افزایش تولید و تقاضا: این تغییر که در بخش-های اول و دوم ساختار جواب صورت می‌گیرد به صورت زیر انجام می‌گیرد: پس از تعیین میزان افزایش

انبار در دوره فعلی برابر با مجموع انبار دوره قبل و تولید دوره فعلی منهای میزان تقاضای دوره فعلی می‌باشد. این بخش معادل با محدودیت‌های (2) و (3) بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{Inventory} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1t} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{j1} & x_{j2} & \dots & x_{jt} \end{pmatrix}$$

4- بخش‌های چهارم و پنجم که زمان شروع و زمان پایان فرایند تولید برای هر محصول در هر دوره را نشان می‌دهند. درایه‌های این ماتریس‌ها ترتیب پردازش برای محصولات در هر دوره را معین نموده و باید به صورتی تعیین شوند که فرآیند تولید محصولات با یکدیگر همپوشانی نداشته باشند. محدودیت‌های (7)، (8)، (9)، (10) و (11) هم‌ارز با این بخش از ساختار جواب هستند. نمای کلی این دو ماتریس همانند بخش‌های پیشین می‌باشد.

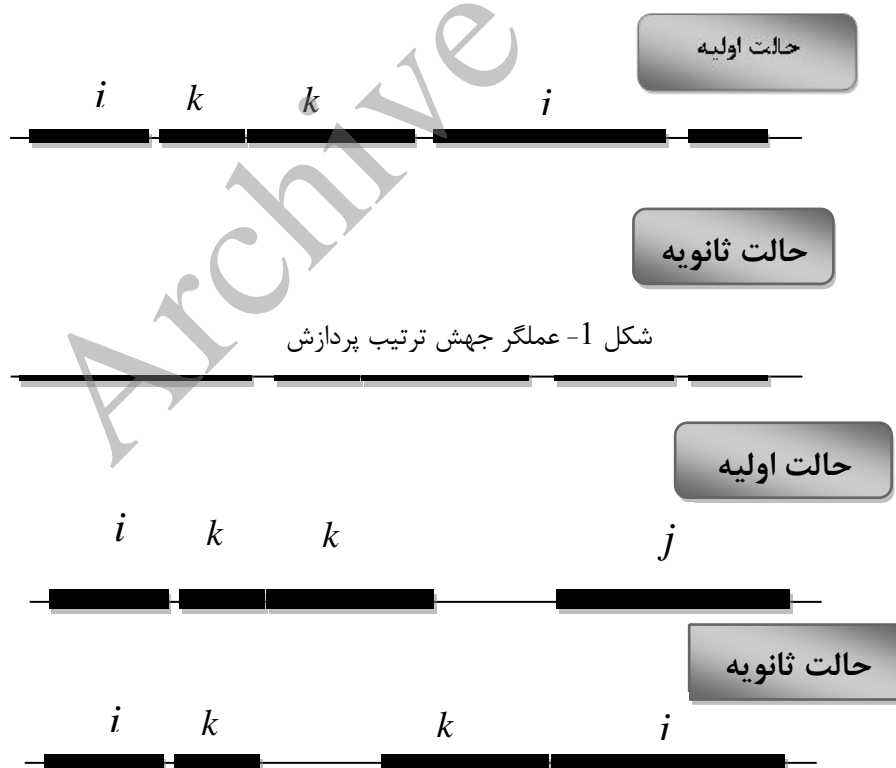
4-2. انتخاب جواب اولیه

در این مسئله با چند محدودیت عمده روبرو هستیم. نخستین مشکل این است که چون میزان تولید در هر دوره محدود است در صورتی که تقاضا بالاتر از حد بالای تولید باشد مجبوریم تقاضای مورد نظر را از دوره‌های پیشین تامین نماییم. حتی اگر محدودیت تولید هر محصول مشکل ایجاد نکند با توجه به محدودیت زمانی هر دوره باز هم ممکن است نیاز به تولید محصول در یک یا چند دوره و مصرف در دوره‌های بعد داشته باشیم. از آنجا که برآورده شدن همه این شرایط به صورت تصادفی خصوصا در مسائل بزرگ بسیار مشکل و حتی غیرممکن است و زمان دستیابی به جواب اولیه را بسیار طولانی می‌کند برای پیدا کردن یک جواب شدنی اولیه از کمترین تقاضا برای هر محصول در هر دوره استفاده می‌کنیم. این کار باعث می‌شود تا از یک سو نیاز به انبارداری تا حد ممکن کاهش یافته و از سوی دیگر سرعت دستیابی به جواب شدنی بسیار بالا باشد. مراحل تشکیل پاسخ اولیه به صورت زیر می‌باشند:

2- کاهش تولید و تقاضا: این جهش مشابه قسمت قبل است با این تفاوت که تابع دو عامل حداقل تقاضای هر دوره و میزان تولید آن دوره می‌باشد و جواب حاصل از آن نیز همواره شدنی خواهد بود.

3- تغییر ترتیب پردازش: برای این کار پس از انتخاب یک دوره، دو محصول را انتخاب نموده و تلاش می‌کنیم توالی تولید آنها را با هم عوض کنیم. ممکن است در طی این کار مجبور به تغییر زمان شروع و پایان محصولاتی شویم که بین این دو محصول قرار گرفته‌اند. جواب حاصل از این جهش همواره شدنی خواهد بود.

مورد نظر جهت برقراری تعادل، میزان تولید را به همان اندازه افزایش داده و ماتریس‌های زمان شروع و زمان پایان را نیز اصلاح می‌کنیم. این جهش تنها بر دوره فعلی اثرگذار است. روش به کار رفته در این جهش روش اصلاحی است یعنی در صورتی که جواب به دست آمده شدنی نباشد تلاش می‌کنیم تا آن را به یک جواب شدنی تبدیل نماییم.



شکل 1- عملگر جهش ترتیب پردازش

شکل 2- عملگر جهش زمان شروع و پایان

جدول 1: جواب متغیرها از حل مدل

محصول	دوره	Q	D	f	A	St	Ct	Ear	Tar
1	1	15	15	0	1	172	202	0	102
1	2	13	13	0	1	200	226	0	26
1	3	16	16	0	1	198	230	0	115
2	1	19	19	0	1	115	172	0	62
2	2	20	20	0	1	20	80	50	0
2	3	26	26	0	1	120	198	0	84
3	1	23	23	0	1	0	115	1	0
3	2	24	18	6	1	80	200	0	0
3	3	24	30	0	1	0	120	0	0

به عنوان مثال محصول 3 در دوره 2 را در نظر بگیرید. مقدار تولید 24، مقدار تقاضا 18، سطح موجودی 6 که این یعنی نگهداری موجودی بین دوره ها وجود دارد و می توان از موجودی یک دوره برای تقاضای دوره بعد استفاده کرد. مقدار متغیر A_j یک شده که نشان می دهد ماشین برای محصول راه اندازی شده است. زمان شروع 80، زمان تکمیل 200 و زمان دیرکرد و زودکرد در این دوره وجود ندارد. مقدار تولید بصورت عدد صحیح در مدل در نظر گرفته شده است. به عنوان مثال مقدار تولید محصول 1 در دوره ی اول 15 می باشد و این نشان دهنده ی این است که ماشین برای محصول 1 در دوره ی اول راه اندازی شده است و اگر تولید صورت نگیرد، ماشین راه اندازی نمی شود. پذیرش تقاضا بصورت عدد صحیح در

4- تغییر زمان شروع و پایان: اگر محصولی قابلیت تحرک داشته باشد یعنی قبل یا بعد از آن زمان بیکاروجود داشته باشد این جهش می تواند انجام گیرد. میزان تغییر با توجه به زمان بیکاری قبل یا بعد از آن و به صورت تصادفی تعیین شده و جواب به دست آمده شدنی خواهد بود.

کاهش موجودی انبار: این تغییر تابع چهار عامل موجودی انبار، میزان تولید دوره فعلی، توان تولید دوره بعدی و زمان در دسترس برای دوره بعدی می باشد. برای ایجاد تعادل پس از تعیین میزان کاهش موجودی (در صورت مثبت بودن)، تولید و موجودی دوره فعلی را کاهش داده و به همان میزان به تولید دوره بعدی اضافه می کنیم. برای حفظ درستی جواب، زمان های شروع و پایان در دوره های مورد نظر اصلاح می شوند. با در نظر گرفتن تمام عوامل ذکر شده در بالا پاسخ به دست آمده از این جهش حتما شدنی خواهد بود.

5- افزایش موجودی انبار: این جهش تابع سه عامل توان تولید دوره فعلی، زمان در دسترس دوره فعلی و تقاضای دوره های بعدی خواهد بود و همانند بخش قبل نیاز به تنظیم زمان شروع و پایان در دوره های مورد نظر دارد.

سایر اجزای الگوریتم همان شبیه سازی تبرید کلاسیک می باشد.

5- نتایج محاسباتی:

5-1 یک مثال عددی روشن گر

در این مقاله 12 مثال در نظر گرفته شده است و مقدار تابع هدف و زمان از حل دقیق و الگوریتم شبیه سازی تبرید با هم مقایسه شده است و دمای اولیه و دمای نهایی و طول زنجیره مارکوف که پارامترهای ورودی الگوریتم شبیه سازی تبرید می باشند مشخص شده است و خطای مورد نظر به 6 درصد رسیده است که در جدول 3 آمده است. در ابتدا یک مثال در سایز کوچک در نظر گرفته می شود که جواب متغیرها به جز V_{jkt} در جدول 1 آمده و مقدار متغیر V_{jkt} در جدول 2 مشخص شده است.

دوره \n محصول	1	2	3
2-1	1	1	1
3-1	1	1	1
1-2	0	0	0
3-2	1	0	1
1-3	0	0	0
2-3	0	1	0

به عنوان مثال در دوره 1، محصول 2 قبل از محصول 1 شروع می شود بنابراین مقدار متغیر، یک می شود و در این دوره دیگر محصول 1 قبل از محصول 2 تولید نمی شود. در دوره ی اول ابتدا محصول 2 و سپس محصول 1 شروع می شوند و محصول 3 اصلاً شروع نمی شود. در دوره ی دوم ابتدا محصول 2 سپس محصول 3 و بعد محصول 1 شروع می شوند، که این یعنی زمان بندی محصولات در مدل در نظر گرفته شده است.

5-2 تحلیل کارایی محاسباتی

الگوریتم شبیه سازی تبرید یک الگوریتم جست و جوی محلی است که از یک طرف قابلیت خوبی برای فرار از نقاط بهینه موضعی دارد و از طرف دیگر، اجرای این الگوریتم نسبت به سایر الگوریتم ها راحت تر است و به همین دلیل در سال های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان بوده است. الگوریتم شبیه سازی تبرید در مسائل بهینه سازی گسسته با ابعاد کوچک و مسائل بهینه سازی پیوسته، قابلیت خوبی برای حل مسئله دارد.

مدل در نظر گرفته شده است. به عنوان مثال تقاضا برای محصول 3 در دوره ی اول 23 می باشد که طبق پارامترهای ورودی مسأله از کران بالا به دست آمده است. چون تقاضا متغیر تصمیم می باشد، بر اساس پیش بینی بازار این مدل است که تعیین می کند تقاضا چه مقداری اختیار کند تا بیشترین سود عاید شود. زمان تکمیل محصول 1 در دوره دوم، 226 می باشد که طبق معادله شماره (9) در مدل به دست آمده است. در دوره دوم ابتدا محصول 2، سپس محصول 3 و بعد محصول 1 تکمیل می شوند. زمان تکمیل محصول 3 در دوره اول 115 می باشد که زمان شروع آن صفر بوده که در دوره ی اول ابتدا محصول 3، سپس محصول 2 و بعد محصول 1 تکمیل می شوند که این یعنی زمان بندی محصولات در مدل در نظر گرفته شده است. سطح موجودی بصورت عدد صحیح در مدل در نظر گرفته شده است. به عنوان مثال سطح موجودی محصول 3 در دوره دوم 6 می باشد. چون برای محصول 3 در دوره ی دوم مقدار تولید و تقاضا دو مقدار مختلف بدست آمده است و طبق معادله شماره (2) سطح موجودی محاسبه شده است. این یعنی نگهداری موجودی بین دوره ها وجود دارد و می توان از موجودی یک دوره برای تقاضای دوره بعد استفاده کرد. زمان دیرکرد محصول 1 در دوره سوم 115 می باشد، چون زمان تکمیل آن 230 و زمان تحویل آن طبق پارامترهای ورودی مسأله 115 می باشد طبق رابطه ی شماره (10)، زمان دیرکرد بدست می آید. چون زمان دیرکرد در دوره سوم برای محصول 1 وجود داشت دیگر زمان زودکرد در این دوره در نظر گرفته نمی شود. زمان زودکرد محصول 2 در دوره دوم 50 می باشد، چون زمان تحویل آن طبق پارامترهای ورودی مسأله 130 و زمان تکمیل آن 80 می باشد طبق رابطه ی شماره (11)، زمان زودکرد بدست می آید. چون زمان زودکرد در دوره ی دوم برای محصول 2 وجود داشت دیگر زمان دیرکرد در این دوره وجود ندارد.

جدول 2: جواب متغیر y_{jkt}

گاهی از یک روز تا روز دیگر در حال تغییر می باشند، به طور کلی بسیار متعدد، پیچیده و غالباً با یکدیگر ناسازگار هستند.

الگوریتم های فرا ابتکاری که الهام گرفته از رفتار واقعی موجودات در طبیعت هستند، در سال های اخیر گسترش چشمگیری یافته اند و امروزه نیز کاربردهای بسیار زیادی در شاخه های مختلف علوم دارند. در این روش ها، برخلاف روش های دقیق بهینه سازی، حل های نزدیک به بهینه با یک هزینه ی محاسباتی قابل قبول جست و جو و نظر تصمیم گیرنده نیز تا سطح قابل قبولی برآورده می شود. در این مقاله یک مدل ریاضی برای مسئله زمانبندی و تعیین اندازه دسته تولید ارائه شده که در تابع هدف هزینه های دیرکرد وزودکرد لحاظ شده است. با توجه به اینکه مسأله مورد نظر جزء مسائل NP-hard می باشد، یک الگوریتم شبیه سازی تبرید برای تولید جواب در اندازه های بزرگ برای مسأله زمان بندی و تعیین اندازه ی دسته تولید به طور همزمان طراحی می شود. نتایج محاسباتی حاکی از آن است که الگوریتم فرا ابتکاری پیشنهادی کارایی و سرعت حل مناسبی دارد

نرم افزار بهینه سازی بر روی یک کامپیوتر شخصی با مشخصات 2 گیگا بایت حافظه رم و 1/40 گیگا هرتز سی پی یوی Celeron اجرا شده است و نرم افزار الگوریتم برنامه نویسی شده بر روی یک کامپیوتر شخصی با مشخصات 1 گیگا بایت حافظه رم و 2/20 گیگا هرتز سی پی یوی سه هسته ای اجرا شده است. وقتی سایز مسئله بزرگ می شود زمان حل توسط نرم افزار GAMS افزایش می یابد تا جایی که در مثال 12 نرم افزار پیغام Out of memory را نشان می دهد ولی الگوریتم شبیه سازی تبرید اجرا شده و مقدار تابع هدف را محاسبه می کند، که این خود کارایی الگوریتم شبیه سازی تبرید و سرعت حل آن را نشان می دهد.

6- نتیجه گیری و تحقیقات آینده:

مسأله زمانبندی، در واقع تنظیم یک جدول زمانی برای انجام فرآیند روی اقلام تکی یا دسته ای توسط ماشین ها و یا ایستگاه های کاری است؛ به نحوی که معیار معینی از عملکرد به مقدار بهینه خود برسد. عملکرد یا به عبارتی همان اهداف از یک تولید کننده به تولید کننده ی دیگر و

جدول 3: مقایسه بین نتایج حاصل از حل دقیق و الگوریتم شبیه سازی تبرید

Problem number	Problem size		GAMS		SA					GAP (%)
	P	T	OFV	Time	OFV	Time	Tzero	Tfinal	Mcl	
1	3	3	17511	0:00:00/7	17177	0:07:22	1000	1	1200	9 1/1
2	5	5	48141	0:01:17	44807	0:05:58	1000	1	1200	9 6/2
3	7	7	85608	0:16:30	79962	0:02:59	10000	1	500	5 6/9
4	10	7	122169	0:10:40	114143	0:03:۹7	1200	1	1400	5 6/6
5	12	7	160104	0:16:40	156772	0:03:38	1000	1	1200	0 2/8
6	15	10	350166	0:11:40	327608	0:07:02	1000	1	2500	4 6/4
7	18	12	510997	0:16:41	478635	0:03:85	1000	1	1200	3 6/3
8	20	15	630839	1:00:00	588650	0:10:37	1000	1	3000	6 6/8

9	23	20	938285	4:59:04	875206	0:11:87	1000	1	2500	$\frac{7}{6/2}$
10	26	20	1048363	2:45:24	984708	0:06:40	1000	1	1200	$\frac{0}{6/7}$
11	30	26	1393159	4:54:42	1296043	0:03:38	500000	1	500	$\frac{9}{6/7}$
12	35	26	—	5:10:04	1675954	0:08:84	1000	1	1200	$\frac{-}{-}$

Archive of SID

Archive of SID

- dependent setup times. *Eur.j.oper.res* ,187,1045-1049.
10. Koulamas, C, Kyparisis, G, 2008, Single-machine scheduling with waiting-time-dependent due dates. *Eur.j.oper.res*, 191, 577-581.
11. Valente, Jorge M. S, Goncalves, Jose Fernando, "A genetic algorithm approach for the single machine scheduling problem with linear earliness and quadratic tardiness penalties", *Computers & operations research*, 2009, 36, 2707-2715.
12. Chang, Peichann, Chen, Shihhsin, Mani, V, "A hybrid genetic algorithm with dominance properties for single machine scheduling with dependent penalties", *Applied Mathematical Modeling*, 2009, 33, 579-596.
13. Lai, Peng-jen, Lee, Wen-Chiung, "Single machine scheduling with a nonlinear deterioration function", *Information processing letters*, 2010, 110, 455-459.
14. Bahalke, U, Yolmeh, M. A, Hajizade, A. N, Bahalke, A, "Genetic and tabu search algorithms for the single machine scheduling problem with sequence dependent setup times and deteriorating jobs", *International journal of engineering*, 2010, 23, 227-233.
15. Yu, S., Wong, P., 2012, A note on an optimal online algorithm for single machine scheduling to minimize total general completion time. *Information processing letters*, 112, 55-58.
16. Wan, Long, Yuan, J, In Jiang, "Single-machine scheduling to minimize the total earliness and tardiness is strongly NP-hard", *Operations research letters*, 2013, 41, 363-365.
17. Sereshti, N, Bijari, M, , 2013, Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling problem. *Applied mathematical modeling*, 37, 9516-9523.
18. An Annealing Simulation Algorithm for Simultaneously Solving the Problem of Scheduling Single-machine and Scheduling Multi-period Production by Earliness and Tardiness Costs
19. Audhesh K. Paswan, Charles Blankson, Francisco Guzman, (2011), "Relationalism in marketing

در تحقیقات آینده می توان به بررسی حل همزمان مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولید در شرایطی که ماشین ها موازی باشند و همچنین بررسی مسأله زمان بندی و تعیین اندازه دسته تولید در شرایطی که پارامترهای ورودی قطعی نباشد پرداخت. همچنین می توان مسأله مورد نظر را با الگوریتم های فراابتکاری دیگر برای یافتن نتایج بهتر استفاده کرد.

منابع:

1. Meyr, H, "Simultaneous lot sizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization", *Eur.j.oper.res*, 2000, 120, 311-326.
2. attloch, M, Schmidt, G, Kovalyov, M. Y, "Heuristic algorithms for lot size scheduling with application in the tobacco industry", *Comput. i nd.eng*, 2001, 39, 235-253.
3. Tavakoli moghadam, R, Mirshekari, A, "A multi-criteria single machine scheduling problem increasing customer satisfaction by a heuristic algorithm", *International journal of industrial engineering & production management*, 2005, 16, 33-40.
4. Gupta, D, Magnusson, T, "The capacitated lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup costs and setup times", *comput. oper. res*, 2005, 32, 727-747.
5. Jolai, F, Rabbani, M, Amalnick, S, Dabaghi, A, Dehghan, M, Yazadnparast, M, "Genetic algorithm for bi-criteria single machine scheduling problem of minimizing maximum earliness and number of tardy jobs", *Applied Mathematics and computation*, 2007, 194, 552-560.
6. Kamalabadi, I. N, Mirzaei, A. H, Javadi, B, 2007, A possibility linear programming approach to solve a fuzzy single machine scheduling problem. *Journal of industrial & systems engineering*, 1, 116-129.
7. Haugen, K. K, Olstad, A, Pettersen, B. I, 2007, The profit maximizing capacitated lot-size problem. *Eur.j.oper.res*, 176, 165-176.
8. Almada-lobo, B, Klabjan, D, Carravilla, M. A, Oliveira, J. F, "Single machine multi-product capacitated lot sizing with sequence-dependent setups", *Int.j.prod.res*, 2007, 45, 4873-4893.
9. Koulamas, C, Kyparisis, G, 2008, Single-machine scheduling problems with past-sequence-