

## الگوریتمی کارا برای دسته بندی واحد های تصمیم گیرنده در تحلیل پوششی داده ها

بهروز دانشیان

گروه ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی واحد لاهیجان

سید محمدحسین محرابیان

گروه ریاضی دانشگاه تربیت معلم

### چکیده:

تشخیص و افراز واحد های تصمیم گیره به مجموعه واحد های کارا و نا کارا (و انواع آنها) با استفاده از مدل های تحلیل پوششی داده ها (DEA) از مباحث مهم و مورد توجه بوده است. ترال<sup>۱</sup> (۱۹۹۶) با استفاده از روش دو مرحله ای و با استفاده از مدل اندرسون پیترسون<sup>۲</sup> الگوریتمی به این منظور ارائه نموده است. در این مقاله با ارائه الگوریتمی جدید به این مهم می پردازیم. همگرایی الگوریتم جدید و کارا بودن آن مزیت این الگوریتم را در قیاس با الگوریتم ترال نشان می دهد. نتایج اجرا هر ۲ الگوریتم روی دسته های متفاوتی از حوزه داده ها نشان داده شده است. بخش تجزیه و تحلیل نتایج به آ نالیز یافته ها می پردازد. کلید واژه ها: تحلیل پوششی داده ها، دسته بندی ، واحد های تصمیم گیرنده.

### ۱. مقدمه

در سال ۱۹۷۸ تحلیل پوششی داده ها با ارائه اولین مقاله توسط کوپر<sup>۳</sup>، چارنز و رودز<sup>۴</sup> معرفی گردید. این مقاله که مدل زیر بنایی این روش را توصیف می کرد به CCR معرف گردید. ماهیت

1-Data Envelopment Analysis

2-Thrall

3-Andersen-Petersen

4-Cooper

5-Charnes

6-Rhodes

پردازش ریاضی این روش برای ارزیابی واحد های تصمیم گیرنده<sup>۷</sup> افق جدیدی فراروی ریاضی دانان قرار داد به گونه ای که دومین مدل بنیادی  $BCC$ ، ۶ سال بعد توسط بنکر<sup>۸</sup>، کوپر و چارنز به عرصه مجموعه مدل های بهینه سازی در زمینه ارزیابی پیوست. هم اکنون بالغ بر ۵۰۰ مدل اساسی این روش، که مسائل ارزیابی واحد های تصمیم را از زوایای مختلف مورد توجه قرار داده اند گزارش شده است. (کتابنامه امروز نژاد و تاناسولیس<sup>۹</sup> (۱۹۹۵) را ببینید). صرف نظر از قابلیت های کار بست پذیری این روش که به صورت گسترده و فراگیری در جهان مورد توجه موسسات خدماتی، صنعتی و دولتی قرار گرفته است زمینه ها و ابعاد گسترده نظری آن همچنان چالشگاه ریاضی دانان برای توسعه مرزهای تئوری و کاربردی آن است.

واحد های تصمیم گیر، اساسی ترین ابزار تحلیل پوششی داده ها محسوب می گردند. تحلیل پوششی داده ها با استفاده از مدل های بر نامه ریزی خطی، با ایجاد پوششی داده ای به ساخت مرز کارایی که واحد های تصمیم گیرنده دست مایه اصلی آن به شمار می آید می پردازد. با به وجود آمدن این پوشش واحد های تصمیم گیری به دسته های مختلفی افزای می گردند. لذا هر عضو حوزه داده ها دقیقاً در یکی از این مجموعه ها خواهد بود.

چارنز، کوپر و ترال (۱۹۸۶) از پیشگامانی هستند که در این زمینه به مطالعه پرداختند [۹]. آنها مطالعه خود را در سال ۱۹۹۱ تعمیق بخشیدند [۱۰]. ترال (۱۹۹۶) با ارائه الگوریتم بر اساس روش دو مرحله ای به این مهم دست یافت [۲۰]. در این مقاله با بهره گیری از اپسیلن غیر ارشمیدسی<sup>۱۱</sup> الگوریتمی جدید و یک مرحله ای معرفی میگردد که از نظر محاسباتی در قیاس با الگوریتم ترال از کارایی بالاتری برخوردار است. سازماندهی مقاله به این ترتیب است که بخش بعدی به معرفی مدل  $CCR$  و مفاهیم اساسی در رابطه با الگوریتم می پردازد. بخش ۲ به ارائه الگوریتم جدید توجه دارد. بخش تجزیه و تحلیل به مقایسه این الگوریتم و الگوریتم ترال در حوزه داده های متفاوت پرداخته، نتایج حاصله را مورد بررسی قرار می دهد. بخش ۴ به نتیجه گیری از مباحث ارائه شده اختصاص یافته است.

7-Decision Making Unit

8-Banker

9-Thanassoulis

10-Decision Making Units

11-Non- Archimedean

## ۲. مدل CCR و مفاهیم اساسی

تحلیل پوششی داده ها یک روش بهینه سازی ریاضی با هدف یافتن کارایی هر واحد تصمیم گیری در یک مجموعه از واحد های تصمیم گیری است. فرض کنید، واحد های تصمیم گیری که در یک مجموعه ارزیابی واقع می شود از  $m$  نهاد مشابه برای تولید  $s$  ستاده مشابه بهره می گیرند. در واقع کارایی به نحوه تصمیم گیری در به کار بری و فرآیند ترکیبی روی نهادها توسط واحد تصمیم گیرنده برای دستیابی به ستاده ها مربوط می گردد.

بردار نهاد  $j$  زمین واحد از این مجموعه را با  $x_j = (x_{1j}, \dots, x_{mj})^T$  و بردار ستاده آن را با  $y_j = (y_{1j}, \dots, y_{sj})^T$  نشان می دهیم.

لذا فرض می کنیم  $X = (x_1, \dots, x_n)_{m \times n}$  و  $Y = (y_1, \dots, y_n)_{s \times n}$  به ترتیب ماتریس نهادها و ستاده ها باشد. گر دایه فن آوریها را با  $P = \begin{bmatrix} y \\ -x \end{bmatrix} = [p_1 \dots p_n]$  و مجموعه مرتب واحد های تصمیم گیری را با  $J = \{DMU_1, \dots, DMU_n\}$  نشان می دهیم.  $D = (J.P)$  را حوزه داده ها<sup>۱۲</sup> نامیده و گویند بر دار  $P_k$  بر  $P_l$  مسلط است هر گاه  $x_k \leq x_l, y_k \geq y_l$ . مفروضات دیگر عبارتند از:

$$(۱) \quad \text{تمام مقادیر } x_{ij} \text{ و } y_{rj} \text{ نامنفی هستند.}$$

$$(۲) \quad \text{برای تمام مقادیر } j \text{ داریم } x_j \neq 0, y_j \neq 0$$

$$(۳) \quad \text{برای هر } k \neq l \text{ و هر } \alpha > 0 \quad p_k \neq \alpha p_l$$

**تعریف ۱:** اگر  $u$  و  $v$  بر دارهای نامنفی و غیر صفر به ترتیب با  $s$  و  $m$  مولف باشند در این

صورت  $w = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix}$  را یک مضرب مجازی<sup>۱۳</sup> می نامند. بردار  $D -$  سره<sup>۱۴</sup> گویند هرگاه. الف) برای

حداقل یک  $j$  داشته باشیم:  $u^T y_j > 0$  ب) برای هر  $j$  هرگاه  $u^T y_j = 0$  داشته

باشیم  $v^T x_j = 0$ . مجموعه تمام چنین مضارب را فضای مضارب<sup>۱۵</sup> نامیده به  $W$  نشان می دهند.

اکنون برای  $w \in W$  و  $j = 1, \dots, n$  اختیار می کنیم:

12-Data Domain  
13-Virtual Multiplier  
14-D-Proper  
15-Multiplier Space

$$h_j(w) = \begin{cases} \frac{u^T y_j}{v^T x_j}, & v^T x_j > 0 \\ \text{تعریف نشده} & v^T x_j = u^T y_j = 0 \end{cases}$$

تابع  $h_j(w)$  را تابع ستاده به نهاده برای  $DMU_r$  گوئیم.

**تعریف ۲:** مجموعه مضارب  $W_k$  برای  $DMU_k$  عبارت است از:

$$W_k = \{w \in W | h_k(w) \geq h_j(w), v^T x_j > 0 \text{ که برای } j \text{ هایی که}$$

$w \in W_k$  را مضرب بهینه ساز<sup>۱۶</sup> برای  $DMU_k$  خوانیم.

**تعریف ۳:** اگر  $W_k = \emptyset$ ، آنگاه  $DMU_k$  را ناکارا قیاسی گویند، واحد تصمیم گیری که ناکارا

نباشد کارای قیاسی<sup>۱۷</sup> می نامند. نماد های  $N$  و  $RE$  را به ترتیب نمایش دهنده مجموعه واحد های ناکارای قیاسی تعریف می کنیم.

مدل ریاضی غیر ارشمیدسی  $CCR$  با ماهیت نهاده ای<sup>۱۸</sup>  $TE(P_k)$  و دوگان آن  $TM(P_k)$  برای

ارزیابی  $DMU_k$  که بر اساس الگوریتم در این مقاله می باشد به صورت زیر می باشد:

$$\begin{array}{ll} TE(P_k): & TM(P_k): \\ st \quad \min \theta_k - \varepsilon 1^T S & \max z_k = u^T y_k \\ P\lambda - P_k(\theta_k) - S = 0 & st \quad v^T x_k = 1 \\ \lambda \geq 0 & w^T P + T = 0 \\ S \geq 0 & T^T \geq 0 \\ & w = (u^T, v^T)^T \geq \varepsilon \end{array} \quad (1)$$

که در آن  $\varepsilon$  یک بی نهایت کوچک غیر ارشمیدسی است و  $S, P_k(\theta_k) = \begin{bmatrix} y_k \\ -\theta_k x_k \end{bmatrix}$  و  $T$  به ترتیب بردارهای کمبود در مساله های  $TE(P_k)$  و  $TM(P_k)$  هستند.

16-Optimizing Multiplier

17-Scale Efficient

18-Input Oriented

واحد های تصمیم گیری بر اساس پوشش داده ای که بوسیله مدل بر نامه ریزی خطی CCR ایجاد میگردد به ۶ دسته زیر افراز می گردند:

$$E = \{DMU_j \in RE \mid \dim W_j = s + m\}$$

$$E' = \{DMU_j \in RE \mid \dim w_j < s + m, \exists w \in w_j; w > 0\}$$

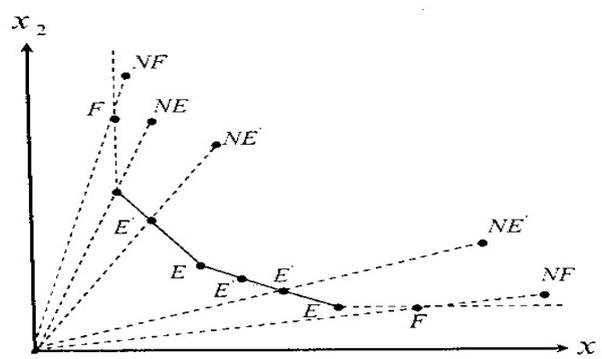
$$F = \{DMU_j \in RE \mid \text{هر } w \in W_j \text{ حداقل دارای یک مولفه صفر است}\}$$

$$NE = \{DMU \in N \mid DMU_j \in E\}$$

$$NE' = \{DMU_j \in N \mid DMU_j \in E'\}$$

$$NF = \{DMU_j \in N \mid DMU_j \in F\}$$

که در آن  $DMU_j$  واحد تصمیم گیری نظیر بر دار  $P_j(\theta_j^*) = \begin{bmatrix} y_k \\ -\theta_k x_k \end{bmatrix}$  می باشد و  $\theta_j^*$  مقدار بهینه حاصل از حل مساله  $TE(P_k)$  می باشد. لذا  $(E, E', F)$  و  $(NE, NE', NF)$  به ترتیب افراز هایی از  $RE$  و  $N$  می باشند. انواع این واحد های تصمیم گیری در حالت دو نهاده و یک ستاده واحد، در شکل ۱ آمده است.



شکل ۱ - انواع افرازهای واحد های تصمیم گیری

**تعریف ۴:** به واحد های تصمیم گیری عضو  $E$  کارای راسی<sup>۱۹</sup> و عناصر مجموع های  $F, E'$  به ترتیب کارای غیر راسی<sup>۲۰</sup> و کارای ضعیف<sup>۲۱</sup> گوئیم  $DMU_j$  را کارا<sup>۲۲</sup> خوانیم هر گاه .

$$DMU_j \in E \cup E'$$

19- Extreme Efficiency  
20 -Non Extreme Efficiency  
21- Weak Efficiency  
22-Efficient

**تعریف ۵:** گیریم  $(\lambda^*, S^*)$  و  $(T^*, W^*)$  به ترتیب جوابهای بهینه مسائل  $TE(P_k)$  و  $TM(P_k)$

باشند. گوئیم این جوابها در شرایط مکمل زاید قوی صدق می کنند هر گاه:

$$S^{*T} N^* = 0, \lambda^{*T} T^* = 0. ۱$$

$$\lambda^* + T^* \succ 0, S^* + W^* \succ 0. ۲$$

در این صورت  $(\lambda^*, W^*)$  را یک جواب SCSC برای  $DMU_k$  خوانیم.

**تعریف ۶:**  $U_B$  زیر مجموعه ای از  $N$  تعریف می شود که جوابهای بهینه اساسی و جوابهای

دوگان آنها در (۱) منحصر بفرد هستند.

در بخش بعدی با استفاده از مفاهیم ارائه شده در این بخش به معرفی الگوریتم جدیدی که قادر

به شناسایی مجموعه ای است که یک واحد تصمیم گیری دلخواه به آن تعلق دارد می پر دازیم.

## ۲. یک الگوریتم کارا برای دسته بندی واحدهای تصمیم گیری

در واقع این الگوریتم برای فائق آمدن بر مشکلات محاسباتی که الگوریتم ترال با آن مواجه بوده ارائه گردیده است.

این الگوریتم با استفاده از حل مدل (۱) به این دسته بندی از واحدهای تصمیم گیری با تعداد کمتری محاسبه دست می یابد. مقایسه تعداد محاسبات برای هر دو الگوریتم در بخش بعدی مورد بحث قرار خواهد گرفت.

فرض کنیم  $\bar{\varepsilon}$  یک مقدار مطمئن و معین برای  $\varepsilon$  غیر ارشمیدسی باشد. با حل مسائل (۱) جواب بهینه  $(\theta^k, \lambda^k, S^k)$  و جواب بهینه دوگان آن  $(T^k, W^k)$  معلوم است. گیریم  $\theta^k = 1$  اگر و  $1^T S^k = 0$  و  $\lambda_k^k > 0$  آنگاه  $DMU_k \in E$  و  $DMU_k \in E'$  اگر  $\lambda_k^k = 0$ . در غیر اینصورت این واحد تصمیم گیری به مجموعه  $F$  تعلق خواهد داشت.

اکنون فرض کنیم  $\theta^k < 1$  چنانچه جوابهای بهینه  $TE(P_k)$  و  $TM(P_k)$  منحصر بفرد باشند آنگاه  $(\lambda^k, W^k)$  یک زوج SCSC خواهد بود. بنابر این در این حالت  $DMU_k \in U_B$  و  $F \cup E' = \phi$ . اگر  $1^T S^k \neq 0$  آنگاه  $DMU_k \in NF$  در غیر اینصورت  $DMU_k$  به  $NE$  یا  $N'E$  تعلق خواهد داشت بسته به اینکه شرط  $\lambda_k^k > 0$  و برای هر  $\lambda_j^k = 0, j \neq k$  تعلق یافته باشد یا نه. اگر  $(\lambda^k, W^k)$  یک زوج SCSC باشد، یعنی  $DMU_k \in U_B$  و  $\exists l \neq k, \lambda_l^k \neq 0$  آنگاه  $DMU_l \in E$ . این بدان معنی است که دسته  $DMU_l$  معین شده است. الگوریتم محاسباتی به صورت شبه کد در زیر آمده است.

Step 0 :

Input problem data,  $k = 1$

$flag(j)$  is 1 if  $DMU_j$  classified, else 0.

$flag(j) = 0, j = 1, \dots, n.$

Compute an assurance vale  $\bar{\varepsilon}, \varepsilon \leftarrow \bar{\varepsilon}.$

Step 1:

Solver problem  $TE(p_k).$

Case  $(\theta^k < 1)$

If  $((\lambda^k, w^k)$  is an SCSC pair) then  $DMU_k \in U_B.$

If  $(1^T S^k = 0)$  then

If  $(\lambda_k^k > 0, \lambda_j^k = 0 \text{ for } j \neq k)$  then  $DMU_k \in NE,$  go to Step 2.

else,

$DMU_k \in NE,$

If  $((\theta^k, \lambda^k, S^k)$  is unique and  $(\lambda_k^k = 0, \lambda_l^k \neq 0 \text{ for some } l \neq k$

then  $DMU_l \in E, flag(l) = 1,$  goto Step 2

endif

else,

$DMU_k \in Nf,$

If  $((\theta^k, \lambda^k, S^k)$  is unique and  $(\lambda_k^k = 0, \lambda_l^k \neq 0 \text{ for some } l \neq k$

then  $DMU_l \in E, flag(l) = 1,$  goto Step 2

endif

Case  $(\theta^k = 1)$

If  $(1^T S^k = 0)$  then

If  $(\lambda_k^k > 0)$  then  $DMU_k \in E,$  go to Step 2.

else,  $DMU_k \in E,$  go to Step 2.

else,  $DMU_k \in F,$  goto Step 2.

endif

endif

Step 2 :

$k \leftarrow k + 1$

If  $(k > n)$  then stop.

else, if  $(flag(k) = 1)$  then go to Step 2.

else, go to Step 1.

### ۳. تجزیه و تحلیل نتایج

در این بخش به مقایسه ارائه شده و الگوریتم ترال از نقطه نظر محاسباتی می‌پرسیم. هر ۲ الگوریتم در ۲۵ حوزه داده واقعی به کار گرفته شده‌اند. انجام محاسبات کامپیوتری با نرم افزار GAMS/365 صورت گرفته است. نتایج حاصل از اجرای کدهای کامپیوتری الگوریتمها در جدول ۱ و ۲ خلاصه شده‌اند. جدول ۳ مراجعی که داده‌های واقعی از آنها اخذ شده‌اند را نشان می‌دهد. این نتایج شامل موارد زیر است.

- ❖ کاردینالیتی مجموعه‌های  $E, E', F, NE, NE', NF, N$  حاصل شده از اجرای هر ۲ الگوریتم.
- ❖ تعداد مسایل بر نامه ریزی خطی شده به ترتیب توسط الگوریتم ترال و الگوریتم جدید.
- ❖ کاردینالیتی مجموعه‌های  $n_B$  و  $n_A$  برای هر حوزه داده به ترتیب با اجرا الگوریتم ترال و الگوریتم جدید.

حوزه داده ها	مرجع	حوزه داده ها	مرجع
R1,R2,R3	[21]	R13	[18]
R4	[22]	R14	[16]
R5,R20	[17]	R15	[19]
R6	[24]	R16,R22	[14]
R7	[13]	R17	[23]
R8	[11]	R18,R19	[7]
R9,R10	[12]	R21	[6]
R11	[15]	R23	[1]
R12	[4]	R24,R25	[2],[3]

جدول ۳: مراجع داده‌های واقعی

اینک به مهمترین نتایج حاصله از جدول می‌پرسیم.

- ۱- کاردینالیتی هر ۶ مجموعه افراز در هر دو الگوریتم برابر است. تذکر این نکته مهم است که در حوزه داده‌های واقعی  $R3$  مربوط به داده‌های بانکهای مکزیکی، بانک شماره ۱۳ توسط هر دو الگوریتم عضوی از  $NF$  تشخیص داده شده است در حالیکه توسط [6] واحدی از  $NE'$  شناسایی شده است.

- ۲- مجموعه  $E'$  در تمام حوزه داده ها تهی است. مجموعه  $F$  در تمامی حوزه ها خالی تشخیص داده شده است، بجز حوزه داده های  $R17$  ( داده های ۴۴ نیروگاه تولید برق کشور ایران) -  $R23$  ( ۱۰۸ مرکز خدمات آبرسانی در ژاپن ) و  $R25$  ( ۱۲۸۲ شعبه بانک در کانادا ).
- ۳- در این حوزه ها داده ها کار دینالیتی  $F$  برابر واحد است.
- ۴- مجموعه  $NE$  در همه حوزه داده ها خالی است.
- ۵- در همه حوزه ها تعداد واحد های  $NE'$  بسیار کوچکتر از تعداد واحد های  $NF$  است. آنها مجموعاً ۵/۵ درصد از تعداد واحد های  $N$  را تشکیل می دهند.
- ۶- مهمترین نتیجه حاصله این است که تعداد مسایل بر نامه ریزی خطی که با الگوریتم ترال حل شده است ( $n_A$ ) بیشترین از الگوریتم جدید ( $n_B$ ) است. کارایی الگوریتم ترال در مقایسه با الگوریتم جدید نود درصد می باشد.
- ۷- کار دینالیتی  $U_A$  و  $U_B$  در همه حوزه ها داده ها برابر است.
- ۸- در الگوریتم جدید حداقل تعداد مسایل مورد نیاز برای حل  $|E| - n$  است. این بدان معنی است که واحد های کارا به کار محاسباتی کمتری نیاز داشته اند. در این ارتباط حوزه داده ها  $R3, R6, R14$  و  $R24$  را ببینید.
- ۹- ترتیب واحد های تصمیم گیری بر تعداد مسائل حل شده بر نامه ریزی خطی موثر است به عنوان مثال وقتی در حوزه داده ها  $R4$  واحد ها بر اساس نخستین نهاده شان مرتب می شوند  $n_B = 11$  است در حالیکه در حالت نا مرتب این تعداد به ۱۴ می رسد.
- ۱۰- بر خلاف تصویری که انتظار می رفت تعداد مسایل بر نامه ریزی خطی مورد نیاز در الگوریتم ترال، در همه حوزه داده ها بیشتر از  $n$  باشد، در همه حوزه ها بجز  $R24$  مسایل  $n$  حاصل شد. در حوزه  $R24$  این تعداد برابر ۱۲۸۹ است که ۷ مساله اضافی حل شده است.

#### ۴. نتیجه گیری

در این مقاله الگوریتم جدیدی ارائه شد که با کارایی بالاتری الگوریتم ترال به دسته بندی واحد ها می پردازد. در طراحی این الگوریتم از فرم اپسپلین دار ( $\varepsilon$ ) مدل  $CCR$  استفاده شد که نشان می دهد با کارایی بالاتر چگونه بدون استفاده از روشهای دو مرحله ای می توان دسته بندی را انجام داد. این الگوریتم با تشخیص به موقع از حل مسایل غیر ضروری اجتناب ورزیده تعداد مسایلی که بایستی حل گردد را کاهش میدهد.

## مراجع

- [1] Aida, K., W. W. Cooper, J. T. Pastor, and T. Sueyyoshi (1998), "Evaluating Water Supply Service in Japan with RAM: A Range-Adjusted Measure of Inefficiency, " *Omega*, Vol 26, No. 2, pp. 207-232.
- [2] Alirezaee, M. R., M. Howland, C. Van de Panne (1995), "A Large Scale Study of Bank Branch Efficiency, " Paper Presented at the 37<sup>th</sup> National Conference of the Canadian Operational Research Society, May 23-25, 1995 in Calgary.
- [3] Alirezaee, M. R., M. Howland, C. Van de Panne(1998), " Sampling Size and Efficiency Bias in Data Envelopment Analysis , " *Journal of Applied Mathematics & Decision Science* . Vol. 2, No 1,pp.51-64.
- [4] Allen,R., A. Athanassopoulos,R.G.Dyson and E.Thanassoulis(1997)," Weights Restrictions and Value Judgments in Data Envelopment Analysis: Evolution Development and Future Directions, " *Annals of Operations Research*, Vol. 73,pp. 13-34.
- [5] Banker. R. D., A. Charnes and W. W. Cooper (1984) , " Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, " *Management Sciences*, Vol 30, No 9,pp.1078-1092.
- [6] Banker, R.D. and R. C. Mory (1986), " The Use of Categorical Variable in Data Envelopment Analysis," *Management Science* , Vol. 32, No. 12,,pp. 1613-1627.
- [7] Beasley, J. E.(1990), " Comparing University Departments, " *Omega*, Vol. 18, No. 2, pp.171-183.
- [8] Charnes, A., W. W. Cooper and E. L. Rhodes (1978) , " Measuring the Efficiency of Decision Making Units , " *European Journal of Operational Research*, Vol. 2, No. 6, pp.429-444.
- [9] Charnes, A., W. W. Cooper and R. M. Thrall (1986)," Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, " *Operations Research Letters*, Vol. 5, No 3, pp 105-110.
- [10] Charnes, A., W. W. Cooper and R. M. Thrall (1991);" A Structure for Classifying and Characterizing Efficiencies and Inefficiencies in Data Envelopment Analysis, " *The Journal of Productivity Analysis*, Vol. 2, pp. 197-237
- [11] Charnes, A., W. W. Cooper and E. L Rhodes (1981), " Evaluating Program and Managerial Efficiency: An Application of Data Envelopment Analysis to Program Follow Through , " *Management Science* , Vol. 27, No 6,pp.668-697.
- [12] Charnes, A., W. W. Cooper, and S. Li (1998), " Using DEA to Evaluate the Efficiency of Economic Performance by Chinese Cities, " *Socio-Economic Planning Sciences*, Vol. 23, No. 6, pp. 325-344.

- [13] Jahanshahloo, G. R., and M. R. Alirezaee (1994), " Measuring the Efficiency of Academic Units at the Teacher Training University," Journal of Economic and Management. Quarterly Journal of Islamic Azad University. Vol 20, pp. 1-13.
- [14] Jahanshahloo, G. R., M. R. Alirezaee and C. Van de Panne (1997);" Determining the Comparative Efficiency of High Schools: An Application of DEA, " Proceeding: the 28<sup>th</sup> Annual Iranian Mathematics Conference in Tabriz, March 28-31, pp. 219-230.
- [15] Mareic, M., G. Savic (1998)," An Application of DEA for Comparative Analysis and Ranking of Region in Serbin With regards to Social – Economic Development, ". Working Paper. Faculty of Organizational Sciences, Belgrade, Yugosla
- [16] Oral, M. O. Kettani, and PA. Lang (1991), " A Methodology for Collective Evaluation and Selection of Industrial R&D Projects, " Management Science. Vol. 37, pp. 871-885.
- [17] Seiford, L. M. and J.Zhu (1997), Stability Rrgions for Maintaining Efficiency in Data Envelopment Analysis , " European Journal of Operational Research. Vol. 108, No. 1, pp. 127-139.
- [18] Sueyoshi, T., K. ohnishi, and Kines (1999); " Benchmark Approach for Baseball Evaluation, " European Journal of Operational Research, Vol. 115, No. 3,pp. 429-448.
- [19] Sueyoshi, T.(1998)," Privatization of Nippon Telegraph and Telephone: Was it is a Good Policy Decision ? " European Journal of Operational Reearch , Vol. 107, NO. 1,pp. 45-61.
- [20] Thrall, R. M. (1996)." Duality, Classification, and Slack in DEA," Annals Operations Research, Vol. 66,pp.109-138.
- [21] Taylor, W. M., R. G. Thompson, R. M. Thrall, and P. S. Dharmapalo (1997), " DEA/AR Efficiency and Profitability of Mexican Banks: A total Income Model, " European Journal of Operational Research, Vol. 98, No. 2, pp. 346-363.
- [22] Ton, K. (A Simple Characterization of Returns to Scale in DEA," Research Report, Journal of Operational Society of Japan , Vol 39, No. 4.
- [23] Zhu, J. (1996), " Robustness of the Efficient DMU<sub>s</sub> in Data Envelopment Analysis , " European Journal of Operational Research. Vol. 90., No. 3, pp. 451-460.
- [24] Zhu, J. (1998), " Data Envelopment Analysis Vs. Principal Component Analysis : An Illustrative Study OF Economic Performance of Chinese Cities , " European Journal of Operational Research., Vol. 111, No 1, pp. 50-61.