Archive of SID

تعیین گزینه برتر در یک تصمیم‌گیری گروهی

مجید ظرافت انگیز لنگرودی [۱] علیرضا رشیدی کمیجانی[۱] علی امروزنژاد[۲]
[۱]گروه ریاضی - دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه
[۲]گروه ریاضی - دانشگاه استون انگلستان

چکیده
در این مقاله به دنبال ارایه مدلی هستیم که در آن نظر هر رأی‌دهنده در مورد ارزش جایگاه‌ها بصورت مقایسه زوجی گرفته شده و سپس مدلی شبیه به تحلیل پوششی داده‌ها ارایه خواهد شد. در حقیقت ابتدا مدلی مشابه مدل CCr خواهیم داشت که واحدهای تصمیم‌گیری در آن دارای چند خروجی و یک ورودی مساوی یک هستند[۱۷،۱۸،۱۹]. برای تأمین شرایط، و بکارگیری آن برای نظام رأی‌گیری ترجیحی، قیودی به مساله اضافه می‌گردد. با اضافه نمودن توابع هدف جدید سعی خواهد شد تا قاعده اکثریت در مساله لحاظ گردد. در نتیجه با یک مساله چند هدفه روبرو خواهیم بود، که در ابتدا به مساله برنامه‌ریزی خطی چند هدفه تبدیل شده و پس از آن با استفاده از یکی از روش‌های حل چنین مسائلی جواب بهینه بدست خواهد آمد. شایان ذکر است که در فرایند حل این مساله به یک دسته‌بندی از گزینه‌ها دست می‌یابیم که می‌تواند اطلاعات جالب توجهی را در اختیار تحلیل‌گر قرار دهد.

کلمات کلیدی: تصمیم‌گیری گروهی، نظام رأی‌گیری ترجیحی

۱ مقدمه
به‌طور کلی توابع اجتماعی را به دو دسته توابع انتخاب اجتماعی و توابع رفاه اجتماعی تقسیم کرده‌اند [۵،۱۲،۱۳،۱۵]. یک روش شمارش آراء یک تابع اجتماعی نامیده می‌شود. اما اگر قضیه امکان‌پذیری آرو [۸] بر روی تابع انتخاب اجتماعی بکار برده شود، به آن تابع رفاه اجتماعی گویند [۱۵].

برخی از ویژگی‌های لازم برای توابع اجتماعی شامل قطعیت، خنثی‌گری، بی‌طرفی، یکنواختی، وحدت، همگنی، بهینگی ضعیف پارتو و بهینگی قوی پارتو می‌باشند [۱]. اما هیچ تابع انتخاب اجتماعی وجود ندارد که در مقیاس رتبه‌ای کلیه شرایط مذکور را به‌طور همزمان تأمین نماید [۱۵]. از جمله توابع انتخاب اجتماعی می‌توان به توابع کاندورست ،بردا ، نانسون، دادسون [۱۵]، تابع کیمنی [۱]، تابع کوک و سیفورد [۱۱]، تابع بردار ویژه [۱۴]، تابع فیشبرن [۱] و معیار کمینه انحرافات [۱۴] اشاره نمود.

www.SID.ir

Archive of SID

توابع رفاه اجتماعی نیز با مشکلات مشابهی جهت تشخیص و تعیین تابعی که معیارهای انصاف را بطور کامل تأمین کند، روبه رو است. به‌عبارت دیگر تاکنون هیچ تابع رفاه اجتماعی در مقیاس رتبه‌ای تعریف نشده که بتواند دو قضیه و پنج شرط آرو را بطور همزمان تأمین کند [۱و۱۵]. البته محققانی مانند روسنبرگ [۱۷] و فیشبرن [۱۳] ثابت کرده‌اند که به طور منطقی بین شرایط قضیه امکان‌پذیر آرو تناقض وجود دارد. لذا به آن قضیه امکان‌ناپذیری آرو می‌گویند. در نتیجه بسیار ضروری به نظر می‌رسد که معیارهای منصفانه بودن توابع اجتماعی، مورد بازنگری قرارگیرد. اساس این بازنگری می‌تواند مبتنی بر درک منطقی از فرایند فکری تصمیم‌گیران جهت رتبه‌بندی گزینه‌ها و انتظارات منطقی ایشان از تجمیع آراء باشد.

از جمله توابع رفاه اجتماعی در مقیاس رتبه‌ای می‌توان به رویکرد بومن و کلانتونی [۶] ، تابع تک کوهانی بلک [۵] و رویکرد گودمن و مارکویتز اشاره نمود.

در سال‌های اخیر اندیشمندان ساختار ترجیحی از مدل تحلیل پوششی داده‌ها [۸] جهت رتبه‌بندی گزینه‌ها استفاده می‌نمایند [۲, ۹, ۱۰]. آدلر و همکاران [۲] اقدام به جمع‌بندی روش‌های گوناگون رتبه‌بندی گزینه‌ها با تحلیل پوششی داده‌ها نموده و آن‌ها را به شش حوزه تقسیم نمودند که با یکدیگر هم پوشانی دارند. البته موضوع نظام رأی‌گیری‌ترجیحی به لحاظ ساختاری با انتظارات مدل تحلیل‌پوششی‌داده‌ها متفاوت می‌باشد. در نظام رأی‌گیری ترجیحی قضاوت‌های معلوم و مشخص رأی‌دهندگان وارد مدل گردیده و خروجی آن یک رتبه‌بندی تلفیقی گروهی است، که مجهول می‌باشد. در مدل‌های مرسوم تحلیل پوششی داده‌ها، معمولاً هدف تعیین کارآیی تکنیکی است. البته کوک و کرس [۱۰] بطور ویژه تحلیل و تعبیری از مدل تحلیل پوششی داده‌ها به‌منظور تجمیع آراء ترجیحی ارایه نمودند

در نتیجه به نظر می‌رسد که مشکل تعیین تابع اجتماعی که بتواند بطور منصفانه معمای رأی‌گیری را حل نماید، کمافی‌السابق باقی است. بنایراین می‌بایست بطور ریشه‌ای و عمیق کل فرایند رأی‌گیری و اصول حاکم بر قضاوت رأی‌دهندگان را مورد بررسی قرار داد. سپس با شناخت دقیق‌تر مسأله، اقدام به طبقه‌بندی توابع اجتماعی براساس انتظارات منطقی رأی‌دهندگان نمود.

در این مقاله مدلی پیشنهاد می‌گردد که درآن نظر رأی‌دهندگان در مورد ارزش جایگاه‌های رتبه‌بندی اخذ شده و با توجه به پارامتر اخیر سعی خواهد شد که ارزیابی واقع‌بینانه‌تری از رتبه‌بندی گزینه‌ها در نظام رأی‌گیری ترجیحی ارایه گردد.

در بخش۲ مدل پیشنهادی عرضه می‌گردد. نتایج حاصل از اجرای مدل به‌کمک مثال‌های توضیحی در بخش۳ ارایه می‌گردد. و در نهایت بخش پایانی به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

www.SID.ir

Archive of SID

۲ مدل پیشنهادی

مهمترین ویژگی اساسی یک تابع اجتماعی درک پیچیدگی اثرات تعاملی گزینه‌ها و ایجاد ارتباط منطقی با جایگاه استقرار آن‌ها می‌باشد. علاوه بر این تأمین انتظارات رأی‌دهندگان، دستیابی به رتبه‌بندی بهینه قاطع و منصفانه نیز از ویژگی‌های اساسی یک تابع اجتماعی است. در رویکرد نوین تمام ویژگی‌های فوق‌الذکر مورد توجه قرار می‌گیرد.

تعداد اعضای گروه تصمیم‌گیرنده m نفر می‌باشد که می‌خواهند یک مجموعه n گزینه‌ای را از طریق نظام رأی‌گیری ترجیحی بگونه‌ای رتبه‌بندی نمایند که حداکثر توافق گروهی حاصل گردد. در این رتبه‌بندی مطلوب‌ترین و مهمترین گزینه در رتبه یکم مستقر شده و کم‌ارزش‌ترین گزینه در آخرین رتبه یعنی رتبه n ام مستقر می‌شود.

پس از گردآوری آراء، می‌بایست اقدام به شمارش آن نمود. هر یک از تصمیم‌گیرندگان، گزینه‌ها را رتبه‌بندی نموده و نظر خود را در مورد ارزش هر رتبه(جایگاه) بصورت ترجیحات زوجی بیان می‌کنند.

ذکر این نکته ضروری است که تصمیم‌گیران می‌بایست نسبت به کلیه گزینه‌ها و ارزش هر جایگاه، اطلاعات کافی جهت قضاوت داشته و ترجیحات را بطور صریح و قطعی اعلام نمایند. زیرا اساس نظام رأی‌گیری ترجیحی مبتنی بر ویژگی‌های تابع ارزشی است.

v_{ij} بیانگر تعداد آرائی است که گزینه i ام در رتبه j ام قرار می‌گیرد. آنچه در نظام رأی‌گیری ترجیحی می‌تواند حائز اهمیت باشد، علاوه بر داشتن یک رتبه‌بندی از گزینه‌ها از دیدگاه هر رأی‌دهنده، دانستن میزان شدت ترجیحات از نظر همان رأی‌دهنده می‌باشد. بنابراین در یک مقایسه زوجی شدت ترجیحات جایگاه‌ها از یکدیگر را از هر یک از رأی‌دهندگان اخذ می‌نمائیم. با استفاده از تکنیک بردار ویژه برای هر رتبه، وزنی به دست می‌آید. فرض کنیم w_{jk} $(k=1,2,\ldots,m, j=1,2,\ldots n)$ وزن به دست آمده توسط این روش باشد که بوسیله رأی‌دهنده j م به جایگاه رتبه k ام داده شده است. برای هر جایگاه، متغیری کراندار تعریف می‌کنیم. کران بالا و پایین این متغیر، بیشترین و کمترین مقادیر وزنی هستند که رأی‌دهندگان برای هر جایگاه رتبه‌ای در نظر گرفته‌اند.

مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهادی برای کاندیدای p ام به صورت زیر است:

$$
\begin{aligned}
&\min \sum_{h} \alpha_h \left| w_j - w_{jh} \right| (j = 1,2,\ldots,n) \\
&\max \sum_{j=1}^{n} w_j v_{pj} \\
&s.t. \\
&\sum_{j=1}^{n} w_j v_{pj} \ge \sum_{j=1}^{n} w_j v_{ij} \, (i = 1,2,\ldots,n) \\
&l_j \le w_j \le u_j \, (j = 1,2,..,n) \\
&\sum_{j=1}^{n} w_j = 1
\end{aligned}
\qquad (۲-۱)
$$

www.SID.ir

Archive of SID

که در آن w_{jh} مجموعه وزن‌هایی است که بیشترین آراء رأی‌دهندگان(حداقل پنجاه درصد) در مورد ارزش جایگاه j ام را بخود اختصاص داده‌اند. مثلاً اگر از میان صد نفر رأی‌دهنده، سی نفر معتقد باشند که ارزش جایگاه اول عدد ۰/۶ ، ۱۵ نفر رأی به عدد ۰/۵ و ۱۰ نفر وزن ۰/۶۵ را انتخاب کنند و مابقی یعنی ۴۵ نفر باقیمانده وزن‌های پراکنده را انتخاب نمایند، و انتخاب یک وزن برای جایگاه یکم کمتر از ۱۰ نفر باشد، در اینصورت $w_{11}=0.6, w_{12}=0.5, w_{13}=0.65$ خواهد بود. یعنی $l=1,2,3$.

البته لازم به‌ذکر است که اعداد فوق پس از اخذ نظر رأی‌دهندگان در یک مقایسه زوجی و با استفاده از تکنیک بردار ویژه به دست می‌آیند. l_j و u_j به ترتیب کران‌های پایین و بالای نظرات رأی‌دهندگان در مورد ارزش هر جایگاه می‌باشد. قید آخر به این دلیل در مدل لحاظ شده است که در تکنیک های مقایسات زوجی، مجموع مولفه‌های بردارهای وزنی $w=(w_1,w_2,...,w_n)$ ، ۱ میباشد. برای اینکه نظر اکثر رأی دهندگان در مدل با دقت بیشتری مورد توجه قرار گیرد، ضریب α_h اضافه شده است مثلاً در مثال فوق، از میان ۵۵ نفر ، سی نفر عدد ۰/۶ را انتخاب نموده‌اند، در نتیجه عدد ۰/۶ ارزش بیشتری از عدد ۰/۵ که ۱۵ نفر آن را انتخاب نموده‌اند، دارد. عدد α_h از نسبت تعداد آراء اختصاص یافته به یک وزن خاص، بر تعداد کل آراء اکثریت، به دست می‌آید. مثلاً برای ارزش ۰/۶ ، $\alpha_h=\frac{30}{55}=0.55$ و برای ارزش وزنی ۰/۵، عدد $\alpha_h=\frac{15}{55}=0.27$ به دست می‌آید. بطور خلاصه می‌توان گفت که هدف از اضافه نمودن توابع هدف جدید، یافتن وزن‌هایی برای ارزش هر جایگاه است، بگونه‌ای که این وزن‌ها نزدیکترین فاصله را به بیشترین آراء مربوط به حداقل پنجاه درصد از رأی‌دهندگان داشته باشند. در مدل فوق با در نظر گرفتن آخرین تابع هدف و n قید اول، با فرض $\sum_{j=1}^{n} w_j v_{pj}=1$، مدل CCR با n خروجی و ورودی مساوی یک را خواهیم داشت. در فرایند طراحی مدل CCR این تبدیل قابل اثبات است. برای تبدیل مدل ۲-۱ به مدلی خطی، بصورت زیر عمل می‌کنیم:

فرض کنیم $w'_{jh}=w_j-w_{jh}\, j=1,2,...,n,h$ در این‌صورت $|w'_{jh}|=w^+_{jh}+w^-_{jh}$ خواهد بود. با اعمال تغییرات در مدل ۳-۱، مدل خطی زیر بدست می‌آید:

$$
\begin{aligned}
&Min && \sum_{h} \alpha_h (w^+_{jh}+w^-_{jh}) && j=1,2,\ldots,n\\
&Max && \sum_{j=1}^{n} w_j v_{pj} && \qquad\qquad (۲-۲)\\
& && \sum_{j=1}^{n} w_j v_{pj} \ge \sum_{j=1}^{n} w_j v_{ij} && i=1,2,\ldots,n\\
& && l_j \le w_j \le u_j\\
& && w_j - w_{jh} - (w^+_{jh}-w^-_{jh}) = 0\\
& && \sum_{j=1}^{n} w_j = 1
\end{aligned}
$$

www.SID.ir

Archive of SID

مساله چند هدفه ۳-۲ به روش‌های مختلفی قابل حل است.

۳ مثال توضیحی

در این مثال نظر ۲۰ رأی دهنده در مورد چهار کاندیدا را به صورت مقایسه زوجی اخذ می‌کنیم. بدیهی است که از آنجایی که ارزش رتبه‌های بالاتر از رتبه پایین‌تر بیشتر است، نظمی در ماتریس‌های حاصل دیده می‌شود. بدین صورت که درایه واقع در هر سطر بطور صعودی و عناصر واقع در هر ستون به طور نزولی مرتب خواهد شد. نظر ۴ نفر از رأی دهندگان در ماتریس D_1 دیده میشود.

$D_1 =$

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	۱	۳	۵	۷
x_2	۱/۳	۱	۴	۵
x_3	۱/۵	۱/۴	۱	۳
x_4	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱

با به کارگیری تکنیک بردار ویژه، $w = (0.57,0.27,0.1,0.06)$ حاصل می گردد، که اعداد ۵۷/. ،۲۷/. ،۱/. و ۶/./ *به‌ترتیب ارزش جایگاه‌های* x_1، x_2، x_3 و x_4 را از دید این چهار رأی دهنده، نشان می دهد.
ماتریس D_2 نشاندهنده نظر ۳ نفر از رأی دهندگان می باشد.

$D_2 =$

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	۱	۲	۴	۷
x_2	۱/۲	۱	۳	۵
x_3	۱/۴	۱/۳	۱	۲
x_4	۱/۷	۱/۵	۱/۲	۱

وزن های جایگاه‌ها از دید این رأی دهندگان $w = (0.50,0.31,0.12,0.07)$ خواهد بود.
نظر ۵ نفر از رأی دهندگان نیز در مورد ارزش جایگاه ها در یک مقایسه زوجی به صورت زیر است:

$D_3 =$

	x_1	x_2	x_3	x_4
x_1	۱	۲	۵	۶
x_2	۱/۲	۱	۳	۴
x_3	۱/۵	۱/۳	۱	۲
x_4	۱/۶	۱/۴	۱/۲	۱

www.SID.ir

Archive of SID

بردار وزنی حاصل از محاسبات با تکنیک بردار ویژه ، $w = (0.52, 0.29, 0.11, 0.07)$ خواهد بود.

موارد فوق نقطه نظرات ۱۲ نفر از رأی دهندگان می باشد که آراء آنها در مورد شدت فاصله جایگاههای رتبه بندی از یکدیگر سه بردار وزنی را مشخص نموده است. از آراء ۸ نفر رأی دهنده باقیمانده، پس از استفاده از تکنیک بردار ویژه، بردارهای وزنی زیر حاصل می گردد:

دو نفر از رأی دهندگان $w = (0.51, 0.34, 0.09, 0.06)$

دو نفر از رأی دهندگان $w = (0.49, 0.31, 0.14, 0.05)$

یک نفر از رأی دهندگان $w = (0.55, 0.29, 0.11, 0.05)$

دو نفر از رأی دهندگان $w = (0.54, 0.25, 0.13, 0.08)$

یک نفر از رأی دهندگان $w = (0.52, 0.28, 0.12, 0.08)$

از مجموعه آراء به دست آمده در مورد شدت فاصله جایگاه‌ها از یکدیگر، یک بازه ارزشی برای هر جایگاه حاصل می‌گردد. فرض کنیم w_1، w_2، w_3 و w_4 بترتیب بازه‌های ارزشی مربوط به رتبه‌های یک تا چهار باشند. در این مثال خواهیم داشت:

$w_1 = [0.49, 0.57]$

$w_2 = [0.25, 0.34]$

$w_3 = [0.09, 0.14]$

$w_4 = [0.05, 0.08]$

اگر وزن‌های پیشنهادی توسط تمام رأی دهندگان مشابه باشد، تابعی شبیه به تابع بردا خواهیم داشت، با این تفاوت که امتیاز هر جایگاه بجای اعداد پیشنهادی توسط بردار، ارزش‌های به دست آمده به روش مقایسات زوجی خواهد بود. رتبه بندی پیشنهادی توسط هریک از رأی دهندگان به کاندیداهای ۱، ۲، ۳ و۴ در جدول ضمیمه آمده است. از جمع‌بندی اطلاعات جدول ۱ تعداد دفعاتی که هر یک از کاندیداها در جایگاه‌های مختلف قرار می‌گیرند، استخراج می‌گردد. نتایج حاصل در جدول ۲ آمده است.

	رتبه			
کاندیداها	۴	۳	۲	۱
۱	۷	۶	۲	۵
۲	۴	۴	۷	۵
۳	۳	۶	۷	۴
۴	۶	۴	۴	۶

جدول ۲

www.SID.ir

Archive of SID

برای مشخص نمودن برترین کاندیداها، برای هر یک از آنها مدل برنامه‌ریزی ریاضی ۲-۲ را می‌نویسیم. به عنوان مثال مدل برنامه‌ریزی ریاضی مربوط به کاندید ۱ به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned}
&MinZ_1 = 0.33|w_1 - 0.57| + 0.25|w_1 - 0.5| + 0.42|w_1 - 0.52| \\
&MinZ_2 = 0.33|w_2 - 0.27| + 0.25|w_2 - 0.31| + 0.42|w_2 - 0.29| \\
&MinZ_3 = 0.33|w_3 - 0.1| + 0.25|w_3 - 0.12| + 0.42|w_3 - 0.11| \\
&MinZ_4 = 0.33|w_4 - 0.06| + 0.25|w_4 - 0.07| + 0.42|w_4 - 0.07| \\
&MaxZ_5 = 5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \\
&s.t \\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \geq 5w_1 + 7w_2 + 4w_3 + 4w_4 \\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \geq 4w_1 + 7w_2 + 6w_3 + 3w_4 \\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \geq 6w_1 + 4w_2 + 4w_3 + 6w_4 0.25 \leq w_2 \leq 0.34 \\
&w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1 \\
&0.49 \leq w_1 \leq 0.57 \\
&0.25 \leq w_2 \leq 0.34 \\
&0.09 \leq w_3 \leq 0.14 \\
&0.05 \leq w_4 \leq 0.08
\end{aligned} \qquad ۱-۳$$

این مدل برای تک تک کاندیداها نوشته می‌شود. فرض کنیم:

$$\begin{aligned}
&w_{11}^{+} + w_{11}^{-} = |w_1 - 0.57| \\
&w_{12}^{+} + w_{12}^{-} = |w_1 - 0.50| \\
&w_{13}^{+} + w_{13}^{-} = |w_1 - 0.52| \\
&w_{21}^{+} + w_{21}^{-} = |w_2 - 0.27| \\
&w_{22}^{+} + w_{22}^{-} = |w_2 - 0.31| \\
&w_{23}^{+} + w_{23}^{-} = |w_2 - 0.29| \\
&w_{31}^{+} + w_{31}^{-} = |w_3 - 0.10| \\
&w_{32}^{+} + w_{32}^{-} = |w_3 - 0.12| \\
&w_{33}^{+} + w_{33}^{-} = |w_3 - 0.11| \\
&w_{41}^{+} + w_{41}^{-} = |w_4 - 0.06| \\
&w_{42}^{+} + w_{42}^{-} = |w_4 - 0.07|
\end{aligned}$$

www.SID.ir

Archive of SID

با تغییر متغیرهای فوق مدل برنامه ریزی ریاضی ۳-۱ به مدل برنامه ریزی خطی چندهدفه ۳-۲ تبدیل می شود.

$$
\begin{aligned}
&MinZ_1 = 0.33(w_{11}^+ + w_{11}^-) + 0.25(w_{12}^+ + w_{12}^-) + 0.42(w_{13}^+ + w_{13}^-)\\
&MinZ_2 = 0.33(w_{21}^+ + w_{21}^-) + 0.25(w_{22}^+ + w_{22}^-) + 0.42(w_{23}^+ + w_{23}^-)\\
&MinZ_3 = 0.33(w_{31}^+ + w_{31}^-) + 0.25(w_{32}^+ + w_{32}^-) + 0.42(w_{33}^+ + w_{33}^-)\\
&MinZ_4 = 0.33(w_{41}^+ + w_{41}^-) + 0.67(w_{42}^+ + w_{42}^-)\\
&MaxZ_5 = 5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4\\
&s.t\\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \ge 5w_1 + 7w_2 + 4w_3 + 4w_4\\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \ge 4w_1 + 7w_2 + 6w_3 + 3w_4\\
&5w_1 + 2w_2 + 6w_3 + 7w_4 \ge 6w_1 + 4w_2 + 4w_3 + 6w_4\\
&w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = 1\\
&0.49 \le w_1 \le 0.57\\
&0.25 \le w_2 \le 0.34\\
&0.09 \le w_3 \le 0.14\\
&0.05 \le w_4 \le 0.08\\
&w_{11}^+ - w_{11}^- = w_1 - 0.57\\
&w_{12}^+ - w_{12}^- = w_1 - 0.27\\
&w_{13}^+ - w_{13}^- = w_1 - 0.52\\
&w_{21}^+ - w_{21}^- = w_2 - 0.27\\
&w_{22}^+ - w_{22}^- = w_2 - 0.31\\
&w_{23}^+ - w_{23}^- = w_2 - 0.29\\
&w_{31}^+ - w_{31}^- = w_3 - 0.1\\
&w_{32}^+ - w_{32}^- = w_3 - 0.12\\
&w_{33}^+ - w_{33}^- = w_3 - 0.11\\
&w_{41}^+ - w_{41}^- = w_4 - 0.06\\
&w_{42}^+ - w_{42}^- = w_4 - 0.07
\end{aligned}
\tag{۳-۲}
$$

برای کاندیداهای ۲، ۳ و ۴ مدلی مشابه طراحی می شود.

www.SID.ir

Archive of SID

برای رتبه بندی، ابتدا مساله ۲-۲ مربوط به تک تک کاندیداها را حل می کنیم. هر مساله برنامه ریزی خطی که شدنی باشد، کاندیداهای مربوطه، در دسته ۱ قرار می گیرند.

پس از حذف کاندیداهای انتخابی در دسته ۱، مجدداً کاندیداهای دیگر برای تصاحب رتبه‌های باقیمانده به رقابت می‌پردازند. بعبارتی، مساله ۲-۲ برای کاندیداهایی که نتوانستند رتبه‌ای را در دسته ۱ به‌خود اختصاص دهند، طراحی می‌شود. این‌کار آنقدر ادامه می‌یابد که مسائل برنامه‌ریزی ریاضی تمام کاندیداهای باقیمانده، شدنی باشد که در این صورت کاندیداهای دسته آخر معین می‌شوند.

از میان مسایل برنامه‌ریزی ریاضی مورد اشاره، حداقل یکی شدنی است. لذا دسته اول از کاندیداها که حداقل یک کاندید را شامل می‌شود، مشخص می‌گردند. لازم به‌ذکر است که کاندیداهای دسته‌های پایین‌تر تحت هیچ شرایطی نمی‌توانند در جایگاه‌هایی که کاندیداهای دسته یک اشغال می‌کنند، قرار گیرند. و این مساله در مورد هر دسته نسبت به دسته‌های پایین‌تر نیز صادق است. به‌عنوان نمونه کاندیدایی را در نظر بگیرید که در دسته ۲ قرار گرفته است. اگر این کاندیدا آزاد باشد که نظر یکی از رأی‌دهندگان را در مورد شدت فاصله جایگاه‌ها به‌دلخواه انتخاب نموده و خود را در مقایسه با دیگر کاندیداها ارزیابی نماید، هرگز نمی‌تواند در جایگاه رتبه ۱ و یا هر جایگاهی که در دسته ۱ می‌باشد، قرار گیرد.

نتایج حاصل از رتبه‌بندی در یک نظام رأی‌گیری ترجیحی برای ۴ کاندیدا، در مرحله۱ در جدول ۳ دیده می‌شود.

کاندید	مقدار بهینه مدل ۳-۲
۱	نشدنی
۲	۰/۷۹۲
۳	نشدنی
۴	نشدنی

جدول ۳

تنها مساله شدنی، مربوط به کاندید ۲ می‌باشد. در نتیجه دسته اول فقط شامل کاندیدای شماره ۲ می‌باشد. پس از حذف این گزینه از مساله ، نتیجه رقابت سه کاندید دیگر در جدول ۴ آمده است.

کاندید	مقدار بهینه مدل ۳-۲
۱	نشدنی
۳	۰/۸۳۶۱
۴	۰/۱۱۸۸

جدول ٤

www.SID.ir

Archive of SID

کاندیداهای ۳ و ۴ در دسته ۲ قرار می‌گیرند و رتبه ۲ به گزینه ۴ تعلق می‌گیرد، زیرا مقادیر فوق از حل یک مساله با تابع هدف کمینه بدست آمده است.

کاندیدای ۱ نیز در دسته سوم و در نتیجه رتبه ۴ را بخود اختصاص خواهد داد.

٤ نتیجه‌گیری

نظام رأی‌گیری ترجیحی نوعی روش تصمیم‌گیری چند معیاره است. که در آن هر یک از تصمیم‌گیران دیدگاه‌های خود را با رتبه‌بندی گزینه‌ها مشخص می‌نمایند. سپس آرای ایشان گردآوری و شمارش می‌گردد. برای حل چنین مساله‌ای روش‌های متنوعی ارایه شده است. از این میان برخی از توابع اجتماعی برمبنای وزن‌دهی(امتیاردهی) به جایگاه‌ها، به رتبه‌بندی گزینه‌ها می‌پردازند. از جمله این توابع می‌توان به تابع بردا و تابع بردار ویژه اشاره نمود. برخی دیگر از روش‌ها، به شکل‌های دیگری نقش ارزش جایگاه‌ها را در نظر می‌گیرند، که می‌توان رویکرد کوک و کرس را نام برد. اما آنچه در مورد ویژگی یک تابع اجتماعی مورد نظر است، منصفانه بودن آن از دیدگاه‌های مختلف می‌باشد. یکی از مفروضاتی که می‌تواند رتبه‌بندی کاندیداها را به واقعیت نزدیک‌تر نماید، و معمولاً در رویکردهای معمول نادیده انگاشته می‌شود، نظر رأی‌دهندگان در مورد شدت فاصله جایگاه‌های رتبه‌ای از یکدیگر می‌باشد.

در این مقاله تلاش شده است تا ضمن حفظ مفروضات مدل‌های دیگر تصمیم‌گیری‌گروهی، با وارد نمودن نقطه نظرات رأی‌دهندگان در مورد شدت فاصله جایگاه‌ها از یکدیگر نتایج قابل قبول‌تر و دقیق‌تری از مساله حاصل گردد. اگر چه برای مسایل بزرگ، نیاز به حل مسائل برنامه‌ریزی ریاضی با حجم زیاد می‌باشد، اما وجود کامپیوترهای قدرتمند، طراحی چنین مدل‌هایی را توجیه‌پذیر می‌نماید. لازم به‌ذکر است که در مدل ارایه شده تعداد رأی‌دهندگان نقشی در حجیم نمودن مساله ندارد، و آنچه باعث بیشتر شدن تعداد قیود و متغیرها می‌گردد، تعداد کاندیداها هستند.

منابع

[۱] اصغرپور، محمد جواد، ۱۳۸۲، تصمیم گیری گروهی و نظریه بازیها با نگرش تحقیق در عملیات، انتشارات دانشگاه تهران، تهران.

[2] Adler, N., Friedman, L., Sinvany- Stern, Z., 2002, Review of ranking methods in the data envelopment analysis context, European Journal of Operational Research 140, 249-265.

[3] Arrow, K.J., 1951, Social choice and individual values, Wiley, New York; 2nd edition, Yale University Press, New Haven, 1963.

[4] Ausiello, G., Lucertin, M., 1991, Analysis and design of algorithms in combinatorial optimization, Courses and Lectures no.266, Springer Verlag, Wien.

[5] Black, D., 1985, the theory of committees and elections, Cambridge University Press, Cambridge.

www.SID.ir

Archive of SID

[6] Bowman, V.J., Clantoni, C.S., 1973, "Majority rule under transitivity constraints", Management Science 19(9), 1029-1041.

[7] Charnes, A., Cooper, W.W., Rhodes, E., 1978, "Measuring efficiency of decision making units", European Journal of Operational Research 2, 429-444.

[8] Cook, W.D., Doyle, J., Green, R., Kress, M., 1988, "Heuristics for ranking players in a round-robin tournament", Computers and Operations Research 15(2), 135-144.

[9] Cook, W.D., Kress, M., 1990, "A data envelopment model for aggregating preference rankings", Management Science 36(11), 1302-1310.

[10] Cook, W.D., Seiford, L.M., 1978, "Priority ranking and consensus formation", Management Science 24(16), 1721-1732.

[11] Davis, O.A., De Groot, M.H., Hinich, M.J., 1972, "Social preference orderings and majority rule", Elonometrica 40(1), 147-157.
[12] Fishburn, P.C., 1973, the theory of social choice, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.

[13] Goddard, S.T., 1983, "Ranking in tournaments and group decision making", Management Science 29(12), 1384-1392.

[14] Hwang, C. L., Lin, M. J., 1987, Group decision making under multiple criteria, Lecture Notes in Economics and Mathematics System, No.281, Springer Verag, Berlin.

[15] Mazur, M.J., 1995, evaluating the relative efficiency of Baseball Players in data envelopment analysis: Theory, Methodology and Application, Charnes, A., Cooper, W.W., Lewin, A.Y., and Seiford, L.M., Klewer Academic, Boston.

[16] Rothenberg, J., 1961, the measure of social welfare, Prentice- Hall, Inc., New Jersey.

[17] Thompson, R.G., Singleton, F.D., Trall, R.M., Smith, B.A., 1986, "Comprative for locating a High Energy Physics Lab in Texas", Interface, 16, 35-49.

[18] Zarafat Angiz, M., Saati, S., Mokhtaran, M., 2003, "An alternative approach to assignment problem with non-homogeneous costs using common set of weights in DEA", Far East Journal Applied Mathematics, 10(1), 29-39.

www.SID.ir

Archive of SID

ضمیمه ۱

رتبه

رأی دهنده	٤	۳	۲	۱
۱	۲	٤	۱	۳
۲	٤	۱	۲	۳
۳	٤	۳	۱	۲
٤	۱	۳	۲	٤
٥	۳	۱	۲	٤
٦	٤	۱	۳	۲
۷	۳	۲	٤	۱
۸	۲	٤	۳	۱
۹	۱	٤	۲	۳
۱۰	۱	۲	۳	٤
۱۱	٤	۳	۲	۱
۱۲	٤	۲	۳	۱
۱۳	۲	۳	٤	۱
۱٤	۱	۳	۲	٤
۱٥	۲	۱	۳	٤
۱٦	۳	۱	۲	٤
۱۷	۱	۲	٤	۳
۱۸	۱	۳	٤	۲
۱۹	٤	۱	۳	۲
۲۰	۱	٤	۳	۲

جدول۱

www.SID.ir