تأثیر افزایش تعداد واحدهای تصمیم گیرنده بر کارایی در تحلیل پوششی داده ها

فرهاد حسین زاده لطفی*، **مهناز برزوئی، اعظم گنجی**
گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات ، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله نوع خاصی از تحلیل حساسیت در تحلیل پوششی داده ها مورد بررسی قرار می گیرد. این تحلیل حساسیت با افزودن یک مشاهده جدید به مجموعه مشاهدات و بدون حل مجدد مساله ناحیه پایداری تعیین می گردد، که در آن ناحیه مقدار کارایی سایر DMU ها تغییر نکند. یافتن این ناحیه با استفاده از روش تحلیل حساسیت برنامه ریزی خطی صورت می گیرد به عبارت دیگر بدون حل مساله برنامه ریزی خطی ناحیه و فقط با فرآیند محاسباطی ساده این ناحیه پایداری پیدا می شود.

کلمات کلیدی: تحلیل پوششی داده ها، کارایی، واحد تصمیم گیرنده، تحلیل حساسیت.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده ها تکنیکی بر اساس برنامه ریزی خطی کارایی نسبی مجموعه ای از واحدهای تصمیم گیرنده متجانس را اندازه گیری می کند. در این تکنیک برای محاسبه کارایی نسبی هر واحد تصمیم گیرنده لازم است یک مساله برنامه ریزی خطی حل گردد. در حالتی که برخی از پارامترهای تاثیر گذار روی کارایی تغییر جزئی داشته باشند و نیاز باشد که تاثیر آن را در محاسبه کارایی نسبی مشاهده نماییم لازم است که یک مساله بهینه سازی در این رابطه حل گردد. در این مقاله هدف تغییر در تعداد واحدهای تصمیم گیرنده می باشد تا از این طریق بتوان تاثیر آن را روی کارایی سایر واحدها شناسایی نمود.

در اینجا این سوال مطرح می گردد که آیا حل مجدد مدل قبلی برای محاسبه کارایی همه واحدها ضروری است؟ در صورتی که با توجه به حجم بالای محاسبات این کار مقرون به صرفه نمی باشد بنابراین باید روشی ارایه شود که بتوان به کمک فرآیند محاسباتی کمتر، تغییرات کارایی را مشخص نمود که این تحقیقات تحت عنوان تحلیل حساسیت صورت می‌پذیرد.

*عهده دار مکاتبات
آدرس الکترونیکی: *farhad@hosseinzadeh.ir*

مبحث تحلیل حساسیت همواره مورد توجه محققان بوده است. در این زمینه چارنز و کوپر ۱۹۶۸ به موضوع تغییرات داده پرداختند و سپس در سال ۱۹۸۵ با توجه به تغییرات داده در هر دو طرف قیود مسایل برنامه‌ریزی خطی در DEA لزوم الگوریتم‌های جدید را بیان نمودند[3]. آن ها در سال ۱۹۹۲ تکنیک تحلیل حساسیت در حالت تغییرات همزمان تمامی‌ورودی‌ها و خروجی‌های یک DMU خاص را مورد توسعه قرار دادند[6]. علاوه بر این در سال ۱۹۹۶ تحلیل حساسیت و پایداری در طبقه‌بندی کارایی را بررسی نمودند که قبل از آن ۱۹۹۲ به این موضوع به طور خاص در مدل‌های جمعی پرداخته بودند[5].

به واسطه تغییر در ورودی‌ها و خروجی‌ها ناحیه پایداری تعریف شد که ژووسیفورد تغییرات منحصر هر ورودی یا هر خروجی و همچنین تغییرات متناسب همزمان در تمام DMUها را برای محاسبه ناحیه پایداری مورد مطالعه قرار دادند[9] و این تغییرات را به صورت تغییرات بدتر شونده برای DMU تحت ارزیابی و تغییرات بهتر شونده برای سایر DMU ها در نظر گرفتند بطوری که کارایی DMU تحت ارزیابی حفظ گردد[10].

چارنز و همکاران ۱۹۹۲ نیز به کمک L_1 و L_∞ مدل‌هایی را برای محاسبه شعاع پایداری ارایه نمودند[5] تحلیل حساسیت و پایداری در طبقه‌بندی کارایی در مدل‌های DEA معکوس توسط جهانشاهلو و همکاران ۲۰۰۵ بررسی گردید[8].

موضوع دیگری که در تحلیل حساسیت می توان مورد بررسی قرار داد در صورت افزودن یا کاستن تعداد DMU ها می باشد که در مقاله حاضر یک روش برای این موضوع پیشنهاد می گردد.

در بخش ۲ این مقاله به بیان برخی از تعاریف و مدل‌های مورد نیاز می‌پردازیم و در بخش ۳ ناحیه پایداری می یابیم که با افزودن یک واحد در آن مقدار کارایی سایر واحدها تغییر نکند. در بخش ۴ برای روشن شدن مطلب مثال هایی ارایه شده است. و در نهایت در بخش آخر نتیجه گیری ارایه می گردد.

۲ مفاهیم

فرض کنید n واحد تصمیم گیرنده متجانس به صورت $\left\{DMU_j=\begin{pmatrix}X_j\\Y_j\end{pmatrix}: j=1,\dots,n\right\}$ موجود است.

که هر یک از واحدهای تصمیم گیرنده از بردار ورودی نامنفی و غیر صفر $X_j=(x_{1j},\dots,x_{mj})$ جهت تولید بردار خروجی نامنفی و غیر صفر $Y_j=(y_{1j},\dots,y_{sj})$ استفاده می کند.

مجموعه امکان تولید با لحاظ نمودن اصول شمول مشاهدات، بازده به مقیاس ثابت، تحدب، امکان پذیری و کمینه برونیابی به صورت زیر می باشد:

$$T_C=\left\{\begin{pmatrix}X\\Y\end{pmatrix}: X\ge\sum_{j=1}^{n}\lambda_j X_j \;\&\; Y\le\sum_{j=1}^{n}\lambda_j Y_j \;\&\; \lambda\ge 0\right\}$$

مدل CCR به فرم پوششی در ماهیت ورودی برای ارزیابی کارایی نسبی DMU_p به صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} &Min \quad \theta \\ &s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j X_j \le \theta X_p, \\ &\qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j Y_j \le Y_p, \\ &\qquad \lambda \ge 0, \end{aligned} \tag{۱}$$

دوآل مدل (۱) به صورت زیر می باشد که آن را مدل CCR به فرم مضربی در ماهیت ورودی می نامنند.

$$\begin{aligned} &Max \quad UY_p \\ &s.t. \quad UY_j - VX_j \le 0, \quad j=1,\dots,n \\ &\qquad VX_p = 1, \\ &\qquad U \ge 0, V \ge 0. \end{aligned} \tag{۲}$$

که در آن U و V به ترتیب بردارهای وزن متناظر خروجی و ورودی می باشد.

تحلیل حساسیت در یک مساله برنامه ریزی خطی می تواند در یکی از حوزه های تغییر در بردار هزینـه، تغییـر در بردار منابع، تغییر در ماتریس تکنولوژی، افزودن یک فعالیت جدید و افزودن یک محدودیت جدید انجام پذیرد.

۳ تأثیر تغییر تعداد واحدهای تصمیم گیرنده بر کارایی

با افزوده شدن بر تعداد مشاهدات احتمال کاهش کارایی وجود دارد به این ترتیب که با افزایش تعداد DMU ها در فرم پوششی مدل (۱) تعداد متغیرها افزایش یافته پس مقدار بهینه تابع هدف بدتر نمی‌شود بنا بر این کارایی بهتر نمی‌شود.

حال تأثیر افزودن یک مشاهده را بر مقدار کارایی DMU ها بررسی می کنیم.

افزودن یک DMU به مجموعه مشاهدات در فرم پوششی مدل (۱)، با افزودن یک متغیر و در فرم مضربی آن ها، با افزودن یک قید معادل است.

با افزودن یک DMU به مجموعه مشاهدات مدل CCR فرم مضربی، مدل به صورت زیر تغییر می کند:

$$\begin{aligned} &Max \quad \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rp} \\ &s.t. \\ &\qquad \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \bar{S}_j = 0, \qquad j=1,2,\dots,n, \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} \qquad = 1, \\ &\qquad \sum_{r=1}^{S} u_r y_{r,n+1} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{i,n+1} + \bar{S}_{n+1} = 0, \\ &\qquad U \ge 0 \quad, V \ge 0 \quad, \bar{S} \ge 0. \end{aligned} \tag{۳}$$

(به طور مشابه می‌توان بررسی‌ها را در مدل BCC فرم مضربی نیز انجام داد.)

اگر B پایه بهینه مساله (۳) باشد پایه، بردار منابع جدید (بعد از افزودن قید) به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$(B_{new}) = \begin{bmatrix} B & 0 \\ M & 1 \end{bmatrix},\ b_{new} = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M = [\ y_{j_1,n+1}\ \dots\ y_{j_k,n+1}\ \ -x_{j_1}\ \dots\ -x_{j_L,n+1}\ \ 0\ \dots\ 0\ ]$$

K و L به ترتیب تعداد متغیرهای متناظر با u و v موجود در پایه و صفرهای ماتریس M متناظر با متغیرهای کمکی مساله در پایه اولیه هستند.

B و B_{new} به ترتیب از مرتبه $n+1$ و $n+2$ بوده و M ماتریسی از مرتبه $1.(n+1)$ است.

وارون B_{new} از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$(B_{new})^{-1} = \begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ -MB^{-1} & 1 \end{bmatrix}$$

از طرفی

$$(Z_{v_i} - C_{v_i})_{new} = (Z_{v_i})_{new} - C_{v_i} = [c_B\ \ 0]\begin{bmatrix} B^{-1} & 0 \\ -MB^{-1} & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a_i \\ -x_{i,n+1} \end{bmatrix} - C_{v_i} = Z_{v_i} - C_{v_i} \quad (۴)$$

به همین ترتیب رابطه (۴) را می‌توان برای سایر متغیرهای مساله نیز نوشت پس با توجه به این روابط همان طور که گفته شد افزودن محدودیت جدید بر بهینگی مساله تأثیری نخواهد داشت پس برای ثابت ماندن مقدار کارایی واحدها در حالت افزودن یک DMU کافی است شرط شدنی بودن را در جدول بهینه اعمال کنیم.

قضیه ۱ مقدار کارایی DMU_p تغییر نمی کند اگر مختصات DMU_{n+1} در رابطه زیر صدق کند:

$$\sum_{r=1}^{S} u_r^* y_{r,n+1} - \sum_{i=1}^{m} v_i^* x_{i,n+1} \le 0$$

برهان از آنجایی که افزودن قید جدید بر بهینگی تأثیر ندارد پس کافی است شرط شدنی بودن را اعمال کنیم:

$$(B^{-1}b)_{new} = \begin{bmatrix} \bar{b} \\ -M\bar{b} \end{bmatrix}$$

جواب بهینه مساله اولیه شدنی است پس $\bar{b} \ge 0$ بنابراین برای آنکه $(B^{-1}b)_{new} \ge 0$ باشد باید داشته باشیم:

$$-M\bar{b} \ge 0 \rightarrow M\bar{b} \le 0$$

بدون از دست دادن کلیت مساله u_1،...، u_k و v_1،...، v_l را از اعضای پایه اولیه در نظر گرفته و ماتریس M را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$M = [\ y_{1,n+1}\ \dots\ y_{k,n+1}\ \ -x_{1,n+1}\ \dots -x_{L,n+1}\ \ 0 \dots 0\ ]$$

و

$$\bar{b}=\begin{bmatrix} u_r^* \\ v_i^* \\ S_t^{-*} \end{bmatrix},\ r=1,2,\ldots,k \quad \text{و} \quad i=1,2,\ldots,L \quad \text{و} \quad t=1,2,\ldots,n-(k+L)$$

بنابراین

$$M\,\bar{b}=\sum_{r=1}^{k}u_r^*\,y_{r,n+1}-\sum_{i=1}^{L}v_i^*\,x_{i,n+1}\le 0$$

با توجه به غیر پایه‌ای بودن $u_r\ (r=k+1,\ldots,s)$ و $v_i\ (i=L+1,\ldots,m)$ داریم:

$$\sum_{r=1}^{S}u_r^*\,y_{r,n+1}-\sum_{i=1}^{m}v_i^*\,x_{i,n+1}\le 0$$

برای حفظ کارایی تمام DMU های کارا و ثابت ماندن مقدار کارایی DMUهای ناکارای PPS کافی است شرایط قضیه ۱ را برای هر یک از DMU ها اعمال نموده و از آن ها اشتراک بگیریم تا محدوده مناسب برای افزودن DMU جدید به دست آید.

با فرض برقرار نبودن قضیه۱،برای ثابت ماندن مقدار کارایی DMU مفروض در صورت افزودن یک DMU جدید، قضیه **۲** بیان می‌شود:

قضیه۲ اگر شرط قضیه ۱، برقرار نباشد، آن گاه اگر پس از افزودن یک DMU مقدار کارایی DMU_p حفظ شود آن گاه روابط زیر برقرار است:

1. $M\,\bar{b}>0$
2. $a_{L,n+1}-M\,\Gamma_L<0$
3. $\bar{b}+\dfrac{M\,\bar{b}}{a_{L,n+1}-M\,\Gamma_L}\Gamma_L\ge 0$

که $\Gamma_L=B^{-1}a_L$ و L اندیس متغیر وارد شونده به پایه است.

برهان از آن جایی که شرط قضیه(۱)برقرار نیست پس

$$\sum_{r=1}^{s}u_r^*y_{r,n+1}-\sum_{i=1}^{m}v_i^*x_{i,n+1}>0$$

بنابراین:

$$M\,\bar{b}>0 \tag{۳-۳}$$

برای آن که مقدار بهینه تابع هدف تغییر نکند باید

$$\exists j\in N.B \quad Z_j-C_j=0$$

فرض کنیم $Z_L-C_L=0$ متغیر غیر پایه ای L وارد شونده به پایه باشد بنابراین پایه B' به صورت زیر تعریف می گردد:

$$B'=\begin{bmatrix} B & \mathrm{a}_1 \\ M & \mathrm{a}_{\mathrm{L,n+1}} \end{bmatrix}$$

وارون این ماتریس از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$(B^{'})^{-1}=\begin{bmatrix} B^{-1}+\Gamma_L(a_{L,n+1}-M\Gamma_L)^{-1}MB^{-1} & -\Gamma_L(a_{L,n+1}-M\Gamma_L)^{-1} \\ -(a_{L,n+1}-M\Gamma_L)^{-1}MB^{-1} & (a_{L,n+1}-M\Gamma_L)^{-1} \end{bmatrix}$$

به دلیل عدم تأثیر افزودن قید بر بهینگی مساله، شرط شدنی بودن را اعمال می نماییم:

داریم:

$$(B^{'})^{-1}b_{new}=\begin{bmatrix} \bar{b}+\dfrac{M\bar{b}}{a_{L,n+1}-M\Gamma_L}\Gamma_L \\ \dfrac{-M\bar{b}}{a_{L,n+1}-M\Gamma_L} \end{bmatrix}$$

بنابراین:

(۴-۳)

$$\bar{b}+\frac{M\bar{b}}{a_{L,n+1}-M\Gamma_L}\Gamma_L\geq 0$$

و

$$\frac{-M\bar{b}}{a_{L,n+1}-M\Gamma_L}>0$$

به دلیل آنکه $M\bar{b}>0$ است پس در رابطه بالا داریم:

$$a_{L,n+1}-M\Gamma_L<0 \quad (۵-۳)$$

با برقرار کردن شرایط این قضیه برای هر یک از DMU های PPS می‌توان ناحیه پایداری یافت که با افزودن DMU جدید در آن مقدار کارایی تمام DMU ها حفظ می گردد.
با اعمال شرایط این قضیه برای تمام جدول های دگرین و اجتماع آن ها با رابطه به دست آمده از قضیه ۱ ناحیه پایداری برای حفظ کاراییDMU های PPS در صورت افزودن یک DMU به مجموعه مشاهدات حاصل می گردد.

٤ مثال های عددی

در این قسمت دو مثال بیان می شود:

مثال٤-١ چهار DMU با یک ورودی و یک خروجی را مطابق جدول ۱ در نظر بگیرید:

DMU	۱	۲	۳	۴
x_{1j}	۱	۲	۴	۳
y_{1j}	۱	۳	۵	۲

جدول ۱: داده ها

با حل مدل BCC فرم مضربی، DMU_1، DMU_2، DMU_3 کارا و DMU_4 ناکارا هستند که نتایج حاصل از حل این مدل به صورت زیر است:

$$DMU_1 :\ u_0^* = 1 \ , v^* = 1 \ , S_2^{-^*} = 1 \ , S_3^{-^*} = 3 \ , S_4^{-^*} = 2$$

$$DMU_2 : u_0^* = 0.25 \ , u^* = 0.25 \ , v^* = 0.5 \ , S_3^{-^*} = 0.25 \ , S_4^{-^*} = 0.75$$

$$DMU_3 : u_0^* = -0.25 \ , u^* = 0.25 \ , v^* = 0.25 \ , S_1^{-^*} = 0.25 \ , S_4^{-^*} = 0.5$$

$$DMU_4 : u_0^* = 0.17 \ , u^* = 0.17 \ , v^* = 0.33 \ , S_3^{-^*} = 0.17 \ , S_4^{-^*} = 0.5$$

با اعمال قضیه ۱ برای هر یک از DMU ها داریم:

$$M\,\bar{b}_1 = 1 - x \le 0 \qquad , \quad M\,\bar{b}_2 = 1 + y - 2x \le 0$$
$$M\,\bar{b}_3 = y - x - 1 \le 0 \quad , \quad M\,\bar{b}_4 = 1 + y - 1.94x \le 0$$

قرار می‌دهیم:

$$S = \{(x, y) | 1 - x \le 0 \ , 1 + y - 2x \le 0 \ , \ y - x - 1 \le 0 \ , 1 + y - 1.94x \le 0\}$$

که S ناحیه پایداری برای حفظ مقدار کارایی DMUها در صورت افزودن یک DMU جدید است.

مثال ٤-۲ مختصات ، DMU_1، DMU_2، DMU_3 را با دو ورودی و یک خروجی مطابق جدول ۲ داریم:

DMU	۱	۲	۳
x_{1j}	۲	۳	۶
x_{rj}	۵	۲	۱
y_{1j}	۱	۱	۱

جدول ۲: داده ها

با ارزیابی این DMU ها توسط مدل CCR فرم مضربی هر سه کارا بوده و داریم:

$DMU_1: u^* = 1, v_1^* = 0.5, S_2^{-^*} = 0.5, S_3^{-^*} = 2$

$DMU_2: u^* = 1, v_1^* = 0.27, v_2^* = 0.09, S_3^{-^*} = 0.73$

$DMU_3: u^* = 1, v_2^* = 1, S_1^{-^*} = 4, S_2^{-^*} = 1$

شرایط قضیه۲ را برای هر یک از DMU ها برقرار می کنیم.

با تحت ارزیابی قرار دادن DMU_1 مقدار متناظر با متغیر v_2 در سطر هدف جدول بهینه برابر صفر بوده و مساله جواب بهینه دگرین دارد بنابراین روابط به صورت زیر نوشته می‌شود:

1. $1 - 0.5x_{1,4} > 0$

2. $-x_{2,4} + 2.5x_{1,4} < 0$

3. $\begin{cases} -2x_{2,4} + 10 \le 0 \\ -x_{2,4} - 3x_{1,4} + 11 \le 0 \\ -4x_{2,4} - 4x_{1,4} + 28 \le 0 \end{cases}$

پس ناحیه پایداری برای حفظ کارایی DMU_1 به صورت زیر است:

$$S_1 = \{1 - 0.5x_{1,4} > 0, -x_{2,4} + 2.5x_{1,4} < 0, -2x_{2,4} + 10 \le 0, -x_{2,4} - 3x_{1,4} + 11 \le 0, -4x_{2,4} - 4x_{1,4} + 28 \le 0\}$$

مشابه بالا ناحیه پایداری برای حفظ کارایی DMU_2 به دست می‌آید:

(فرض کنیم S_1^- وارد شونده به پایه باشد)

$$S_2 = \{1 - 0.27x_{1,4} - 0.09x_{2,4} > 0, 0.18x_{1,4} - 0.27x_{2,4} < 0, -0.08x_{2,4} + 0.18 \ge 0, 0.0891x_{1,4} - 0.27 \ge 0, -0.09x_{1,4} - 0.32x_{2,4} + 1 \ge 0\}$$

و با ورود متغیر غیرپایه‌ای v_2 به پایه بهینه مربوط به DMU_3 و اعمال شرایط قضیه (۲) ناحیه پایداری این DMU به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$S_3 = \{1 - x_{2,4} > 0, -x_{1,4} + 6x_{2,4} < 0, -x_{1,4} + 6 \ge 0, -4x_{1,4} - 4x_{2,4} + 28 \ge 0, -x_{1,4} - 3x_{2,4} + 9 \ge 0\}$$

قرار می‌دهیم: $S = S_1 \cap S_2 \cap S_3$

که S ناحیه پایداری برای حفظ کارایی DMU ها با افزودن یک DMU ها به مجموعه مشاهدات است.

۵ نتیجه گیری

تحلیل حساسیت از موضوعاتی است که به دلیل اهمیت آن در مسایل برنامه‌ریزی خطی مورد توجه قرار گرفته و درشاخه‌های مختلف بررسی شده است. در این مقاله یک روش برای **تحلیل حساسیت** کارایی واحدها ارایه شد و ناحیه پایداری چنان یافتیم که با اضافه کردن یک DMU جدید کارایی واحدها تغییر نکند، برای ایجاد این ناحیه از روش **تحلیل حساسیت** L.P استفاده کردیم. یافتن ناحیه پایداری در حالت افزودن بیش از یک واحد می تواند موضوع تحقیقات بعدی قرار گیرد. در این روش ارایه شده بدون حل هیچ مساله برنامه ریزی خطی ناحیه پایداری پیدا می شود.

منابع

[1] R.D. Banker, A. Charnes, W.W. Cooper, Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis, Management Science 30, 1984, 1078-1092.
[2] M. Bazarra, J.Jarvis, H. D.Sherali, "Linear Programming and Network Flow", John Wiley and Sons, Inc 1990.
[3] A. Charnes, W.W. Cooper, A.Y. Lewin, R.C. Morey, J.J. Rousseau, Sensitivity and stability analysis in DEA, Annals of Operations Research 2, 1985, 139-156.
[4] A. Charnes, W.W. Cooper, E. Rhodes, Measuring the efficiency of decision making units, European Journal of Operational Research 2, 1978, 429-444.
[5] A. Charnes, S. Haag, P. Jaska, J. Semple, Sensitivity of efficiency calculations in the additive model of data envelopment analysis, International Journal of System Sciences 23, 1992a, 789-798.
[6] A. Charnes, L. Neralic, Sensitivity analysis of the proportionate change of inputs (or outputs) in data envelopment analysis, Glasnik Matematicki 27, 1992b, 393-405.
[7] W.W. Cooper, J.L. Ruiz, I. Sirvent, Choosing weights from alternative optimal solutions of dual multiplier models in DEA, European Journal of Operational Research 180, 2007, 443-458.
[8] G.R. Jahanshahloo, F. Hosseinzadeh Lotfi, N. Shoja, G. Tohidi, S. Razavyan, Sensitivity of efficiency classifications in the inverse DEA models, Applied Mathematics and computation 169, 2005, 905-916.
[9] L.M. Seiford, J. Zhu, Sensitivity analysis of DEA models for simultaneous changes in all the data, Journal of the Operational Research Society 49, 1998a, 1060-1071.
[10] L.M. Seiford, J. Zhu, stability regions for maintaining efficiency in data envelopment analysis, European Journal of Operational Research 108, 1998b, 127-139.
[11] J. Zhu, Robustness of the efficient DMUs in data envelopment analysis, European Journal of Operational Research 90, 1996, 451-460.