

الگوریتمی جدید برای سیستم پیشنهاد دهنده بر اساس تجزیه تانسور

مهندی نصیری*^۱، منصور رزقی^۲، بهروز مینایی^۲

۱- دانشگاه علم و صنعت ایران، داشکده مهندسی کامپیوتر

۲- دانشگاه تربیت مدرس، گروه علوم کامپیوتر

رسید مقاله: ۴ شهریور ۱۳۹۲

پذیرش مقاله: ۸ بهمن ۱۳۹۲

چکیده

در سال‌های اخیر استفاده از سیستم‌های پیشنهاد دهنده بسیار متداول شده است. چالش‌های موجود در دادگان این سیستم‌ها تحقیق را برای ارایه الگوریتم‌های با دقت پیشنهادی بالا جذاب کرده است. استفاده از تجزیه ماتریس و سپس تجزیه تانسورها در سیستم‌های پیشنهاد دهنده در سال‌های اخیر مقبول‌تر بودن این روش‌ها را نسبت به روش‌های دیگر نشان می‌دهد. در این مقاله روشی مبتنی بر تجزیه تانسور که دارای سه بعد است؛ پیشنهاد شده است و در مقایسه با روش مشابه در تجزیه ماتریس که دارای دو بعد می‌باشد، خطای بسیار کم‌تری به دست می‌آید. در این مقاله بعد سوم تانسور که برای تجزیه استفاده شده بعد زمان است که به عنوان عامل مستقل به کار رفته است. نتایج نشان می‌دهد که استفاده از زمان در کاهش خطای تخمین موثر است.

کلمات کلیدی: سیستم پیشنهاد دهنده، تجزیه تانسور، دادگان خلوت، پیشنهاد پویا.

۱ مقدمه

با گسترش اطلاعات، استفاده از آن مساله مهمی در جهان امروز شده است. استفاده از دانش به دست آمده از اطلاعات در کاربردهای مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرد. با توجه به تعداد زیاد مشتریان و کالاها، سیستم‌های پیشنهاد دهنده به دنبال استفاده از روش‌هایی هستند که پیشنهاد بهتری به کاربران ارایه دهنند. با گسترش شبکه‌های اجتماعی استفاده از سیستم‌های پیشنهاد دهنده در شبکه‌های اجتماعی مورد توجه فراوانی قرار گرفته است. تقریباً در تمام این شبکه‌ها حجم کاربران و کالاها بسیار زیاد است؛ چون یک کاربر در شبکه‌های کاربر-کالا به نسبت تعداد کالاها تعداد کمی کالا را خریداری یا امتیازدهی می‌کند؛ در شبکه‌های کاربر-کاربر تعداد کاربران مرتبط با یک کاربر به نسبت تعداد کل کاربران بسیار کم است. باعث خلوت بودن شبکه می‌شود؛ این مساله به عنوان یک چالش برای تمام شبکه‌های از این نوع می‌شود [۱]. مساله دیگری که در برخی از شبکه‌ها وجود دارد و در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است؛ بعد زمان است. از آن جا که کاربران در زمان‌های مختلف ممکن است

* عهده دار مکاتبات

آدرس الکترونیکی: nasiri_m@iust.ac.ir

سلیقه‌های متفاوتی داشته باشند؛ پیشنهاد کالا به آن‌ها باید بر اساس سلیقه آن‌ها در آن زمان باشد و پیشنهاد در یک زمان مستقل از زمان‌های قبل نباشد [۲]. عدم توجه به بعد زمان در شبکه‌ها و توجه به شبکه به عنوان شبکه ایستا باعث از بین رفتن اطلاعاتی می‌شود که این اطلاعات با توجه به اهمیت زمان در شبکه ممکن است کم یا زیاد باشد. علاوه بر آن برای کاربران جدید اگر شبکه را به صورت ایستا در نظر بگیریم چون برای آن‌ها اطلاعات زیادی وجود ندارد؛ این کار ممکن است باعث خطا زیاد در مدل به دست آمده شود [۳-۵]. در شبکه‌های اجتماعی زمان‌های امتیازدهی کاربران به کالاهای رفتار زمانی آن‌ها را نمایش و استفاده از بعد زمان تخمین پیشنهاد را بهبود می‌دهد.

۲ کارهای مرتبط

الگوریتم‌های زیادی برای سیستم‌های پیشنهاد دهنده ارایه شده است که هر کدام از آن‌ها ویژگی‌هایی دارند. اما بیشتر الگوریتم‌ها که جواب بهتری روی دادگان‌های متفاوت داشته‌اند؛ الگوریتم‌هایی بوده‌اند که از روش‌های پالایش مشارکتی مدل‌گرا استفاده کرده‌اند. در پالایش مدل‌گرا روش‌های زیادی وجود دارد که با توجه به مشکلات حجم دادگان شیوه‌هایی که برای آن‌ها ارایه شده است؛ دارای ویژگی‌های مختلفی می‌باشند. در برخی از روش‌ها از خوشبندی دو وجهی استفاده شده است [۶-۸]. در این روش‌ها مشخص می‌شود که کدام کاربران با کدام کالاهای در یک گروه قرار می‌گیرند. این کار با خوشبندی ساده تفاوت دارد. هر خوشبندی می‌تواند به صورت یک گروه معرفی و یا به عنوان پیش‌پردازشی برای سیستم پیشنهاد دهنده استفاده گردید و با استفاده از روش‌های دیگر روی هر خوشبندی به صورت جداگانه پیشنهاد انجام شود. از جمله روش‌های دیگر که زیاد مورد توجه قرار گرفته؛ استفاده از روش‌های تجزیه ماتریس است [۹-۱۲]. در این روش‌ها کاربران و کالاهای به فضای ویژگی‌های پنهان در ابعادی دیگر تبدیل می‌شوند. یک نگرش در روش‌های تجزیه ماتریسی، از دو منظر تکیک را مورد بررسی قرار می‌دهد: بازخورد ضمنی، پویایی زمانی. سیستم‌های پیشنهاد دهنده به روش‌های مختلف از ورودی استناد می‌کنند. بهترین روش این است که با بازخورد صریح از کاربران، پیشنهاد انجام شود. در این روش کاربران به صورت مستقیم علاقه‌شان را به کالایی مشخص می‌کنند اما چون همواره بازخورد صریح وجود ندارد؛ برخی پیشنهاد دهنده‌ها اولویت‌های کاربر را از بازخورد ضمنی که به طور غیر مستقیم از طریق مشاهده‌ی رفتار کاربر منعکس می‌گردد؛ مدلسازی می‌کنند. انواع بازخورد ضمنی شامل سابقه خرید، سابقه جستجو، حرکت ماوس، جستجوی الگوها می‌باشد. منظور از پویایی زمانی این است که اولویت‌های کاربر برای محصولات مبتنی بر زمان باشد. پیش‌بینی محصول و اولویت آن دائمًا در حال تغییر است. یعنی مشتری باید همواره به تعریف مجدد سلیقه‌های خود بپردازد. این مساله موجب گردید که برای بررسی بهتر رفتار کاربر، مساله گذر زمان و تاثیر آن بر سلیقه کاربر مورد رسیدگی قرار گیرد. در این رابطه، الگوریتم‌هایی ارایه شده‌اند [۱۰]. برای تجزیه ماتریس روش‌های مختلفی انجام گرفته است که برخی از آن‌ها بعد زمان را نیز به کار برده‌اند از جمله SVD که روش تجزیه ماتریسی مبتنی بر کاهش بعد است و پیشنهادهایی با کیفیت بالا ایجاد می‌کند اما محاسبات ماتریسی بسیار پر هزینه‌ای را متحمل می‌شود [۹]. SVD++ روش SVD را با بازخورد ضمنی تلفیق کند. TimeSVD روش

پویایی زمانی را با روش SVD ترکیب می‌نماید [۱۰]. تجزیه ماتریسی مثبت (غیر منفی) (ماتریس حاصل از تجزیه دارای دقیقاً مقادیر غیر منفی هستند) و تجزیه ماتریسی نیمه مثبت (مقادیر یکی از ماتریس‌های حاصل از تجزیه غیر منفی و منفی هستند) در تجزیه ماتریس‌هایی که نیاز به مقادیر غیر منفی در ماتریس‌های تبدیل نیاز است؛ کارایی بیشتری دارند و البته محاسبات پیچیده‌تر [۱۳، ۱۴]. تجزیه ماتریسی مبتنی بر احتمال همانند توزیع شرطی روی رتبه‌ها بهره می‌گیرد. انواع روش‌های مطرح در این مدل شامل تجزیه احتمال بیز، تجزیه ماتریسی احتمالی عمومی می‌باشد [۱۵-۱۷]. بررسی تعداد ویژگی‌های پنهان مناسب برای تجزیه ماتریس و همچنین استفاده از روش‌های پیش‌پردازش برای مقداردهی اولیه برای پیش‌بینی بهتر امتیاز به عنوان مسائل مهم بررسی شده است [۱۸].

در روش‌های تجزیه ماتریس در فضای جدید ارتباط بین کاربران و کالاها مفهوم جدیدی پیدا می‌کند. به عنوان مثال هر کاربر u با یک بردار p_u و هر کالای i با یک بردار q_i مشخص می‌شود. مقادیر بردارهای جدید q_i توسعه کالاهای تجزیه شده را شامل می‌شود و p_u توسعه کاربرانی که به کالاهای علاقه‌مند هستند. همچنین $q_i P_u$ ارتباط بین کاربر u و کالای i را میزان علاقه‌مندی کاربر به کالاست را بیان می‌کند. امتیاز تقریبی کاربر u به کالای i را که مقدار واقعی r_{ui} است؛ از فرمول زیر به دست می‌آورند [۱۹].

$$(1) \quad r_{ui} = q_i P_u$$

چالش اصلی در این روش‌ها محاسبه تبدیل هر کالا و کاربر به بردار جدید q_i و p_u است. ماتریس R با استفاده از الگوریتم‌های شیوه SVD به سه ماتریس Q, S, P تبدیل می‌شود و ماتریس S به تعداد k بعد کاهش پیدا می‌کند. محاسبه نهایی از نتیجه دو ضرب ماتریس $(Q_k S_k P_k)^T$ و $Q_k S_k (P_k)^T$ است و با توجه به آن‌ها برای هر کاربر و کالا می‌توان امتیاز را محاسبه کرد. در کل می‌توان گفت که دو رویکرد اصلی پالایش مشارکتی، رویکرد مبتنی بر مجاورت (همسایگی) و مدل‌های عامل نهان است. مدل عامل نهان مانند تجزیه ماتریسی هم کاربر و هم کالا را به فضای نهان F نگاشت می‌نماید؛ به طوری که تعامل کاربر-کالا به صورت ضرب داخلی در این فضا مدل می‌شود. در نهایت، خطای مجموع منظم بین ماتریس تقریبی و ماتریس رتبه‌ی واقعی R می‌تواند با فرمول زیر مشخص شود.

$$(2) \quad RSE = \sum_{(u,i) \in T} \left[(r_{ui} - P_u q_i^T)^2 + \lambda (||P_u||^2 + ||q_i||^2) \right]$$

۳ روش پیشنهادی

استفاده از زمان در سیستم‌های پیشنهاد دهنده انجام شده اما به عنوان یک بعد هیچ گاه مورد توجه نبوده است. در این مقاله در یک سیستم پیشنهاد دهنده پویا علاوه بر کالا و کاربر، با عنصر زمان نیز مواجه هستیم. در واقع با یک داده سه بعدی مواجه‌ایم که بعد سوم آن زمان است؛ بنابراین داده‌ها در یک آرایه سه بعدی ذخیره می‌گردند که اصطلاحاً به آن تansور گفته می‌شود [۲۰]. سوالی که مطرح می‌شود نحوه کار کردن با این شی سه بعدی در جهت ایجاد یک سیستم پیشنهاد دهنده می‌باشد. این مدل‌سازی به ما امکان می‌دهد تا بتوانیم در زمان‌های مختلف

برای افراد مختلف پیشنهادهای مختلف داشته باشیم. اما ابزار کار با تائسورها در واقع تعیین‌هایی از تجزیه‌های ماتریسی برای حالت سه بعدی می‌باشد.

نوآوری‌های مقاله استفاده از مقاهم تائسوری داده‌های همسایگی و محاسبات الگوریتم‌های سیستم پیشنهاد دهنده روی دادگان با ابعاد جدید است. همان‌طور که مشخص شد بیشتر الگوریتم‌های ارایه شده در تجزیه ماتریس برای سیستم پیشنهاد دهنده، حل مساله دو بعدی است. مساله‌ای که در این رساله مورد توجه است و باید حل شود یک مساله تائسور ۳ بعدی کاربر-کالا-زمان است. شبیه حالت دو بعدی می‌توان از تجزیه زیر استفاده نمود که بر اساس الگوریتم HoSVD [۲۱] محاسبه می‌شود.

در این مقاله یک تائسور R را که دارای ۳ بعد کاربر-کالا-زمان است؛ می‌خواهیم به سه ماتریس ویژگی پنهان کاربر(U)، کالا(I) و زمان(T) تجزیه کنیم. همان‌طور که اشاره شد؛ این کار، بر اساس الگوریتم HoSVD محاسبه می‌شود. در واقع مساله ما به صورت فرمول زیر است:

$$R = (U, I, T).S \quad (3)$$

از آنجایی که نتایج محاسبات ماتریس‌های ویژگی کاربر، کالا و زمان به علت عواملی چون مقدار زیاد دادگان گم شده نمی‌تواند با تائسور اصلی R مساوی باشد؛ نتیجه به دست آمده تقریبی است و باید روشی ارایه شود که تا حد ممکن تفاضل مقدار تقریبی و واقعی کمینه گردد.

$$R \approx (U, I, T).S \quad (4)$$

فرمول بالا مساله اصلی است که در آن U ماتریس بردارهای کاربر، I ماتریس بردارهای کالا و T ماتریس بردارهای زمان هستند. در واقع S یک تائسور خواهد بود که به آن هسته می‌گویند. ماتریس‌های کاربر، کالا و زمان متعامد هستند. تعداد سطرهای ماتریس‌های تجزیه شده کاربر، کالا و زمان به ترتیب با تعداد کاربر، کالا و زمان تائسور اصلی یکسان است و تعداد ستون‌های آن می‌تواند متغیر باشد. بهترین مقدار تعداد ستون ماتریس‌ها که در نتایج با متغیر k مشخص شده؛ با محاسبه مقادیر مختلف به دست آمده است. در واقع مقدار k به عنوان انتخاب نهایی است که کمترین خطای را در برآورد مقدار تقریبی R داشته باشد. در اینجا کاربر و کالا مستقل از یکدیگر فرض می‌شوند و فرض زمان به عنوان یک عامل مستقل ویژگی این رویکرد است.

پیشنهاد برای فرد α در کالای 1 و زمان t با استفاده از تجزیه HOSVD به صورت زیر مشخص می‌شود.

$$r_{uit} = \sum_m \sum_n \sum_l (u_{um} i_{in} t_{tl}) S_{uit} \quad (5)$$

در فرمول بالا اگر U_m^T ، I_n^T و T_l^T می‌امین سطر ماتریس U، I_n^T می‌امین سطر ماتریس I و T_l^T می‌امین سطر ماتریس T باشد؛ آنگاه می‌توان مقدار تخمینی تائسور را به صورت زیر مشابه‌سازی کرد:

$$r_{uit} = (U^T_u, I^T_i, T^T_t).S \quad (6)$$

اما در جواب حاصل از تجزیه HoSVD ممکن است پیشنهاد برای جاهایی که اطلاعاتی نداریم؛ زیاد شود؛ چون شیوه حالت ۲ بعدی، نمی‌خواهیم عناصر بازسازی شده توسط این الگوریتم خیلی بزرگ باشند. بنابراین باید اندازه ستون‌های ماتریس‌های تجزیه را طوری کنترل کنیم که این عناصر خیلی بزرگ نشوند؛ بنابراین در حالت تانسوری می‌توان مساله تجزیه HoSVD را با مساله کمینه‌سازی منظم شده جایگزین کرده؛ جواب مناسب را از این مساله به دست آورد.

$$\sum_{(u,i,t) \in k} [(r_{uit} - \bar{r}_{uit}) + \lambda(||U_u||^2 + ||I_i||^2 + ||T_t||^2)]^2 \quad (7)$$

بخش دوم فرمول بالا برای جلوگیری از جهش یکباره است و مقدار λ بین ۰ و ۱ تعیین می‌شود. باید توجه داشت که تعداد درایه‌های دارای امتیاز برابر K می‌باشد که تقریباً ۱٪ و بلکه بسیار کمتر از کل درایه‌های تانسور است.

۴ نتایج

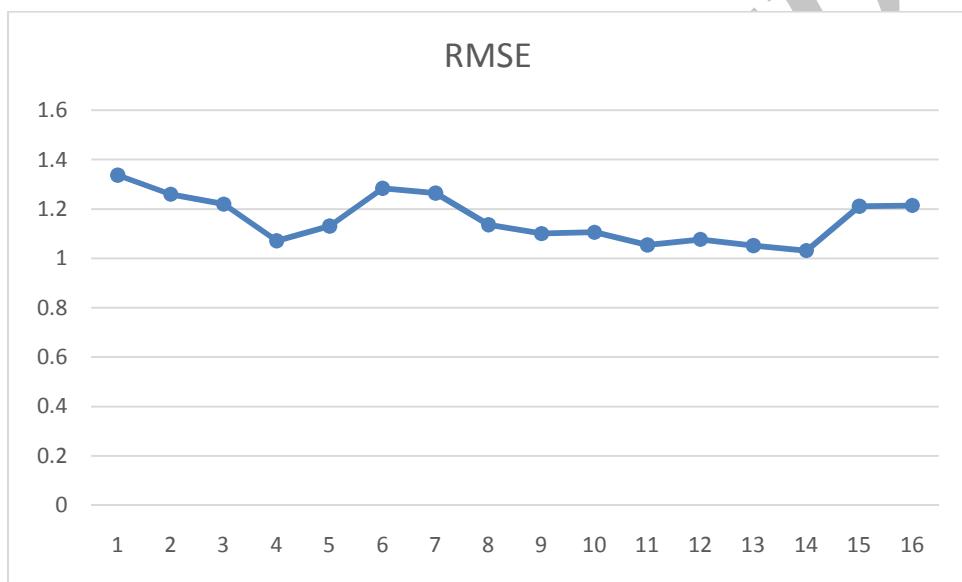
الگوریتم ارایه شده که با استفاده از الگوریتم HoSVD به دست آمده؛ برای مقادیر مختلف k روی دادگان MovieLens با ابعاد مختلف انجام شده است. در این دادگان کاربران در زمان‌های مختلف به فیلم‌های مختلف امتیاز ۱ تا ۵ داده‌اند. فیلم‌هایی که توسط کاربران امتیاز داده نشده با مقدار ۰ مشخص شده است. نوع مقدار دادگان nominal است. دادگان اول یک تانسور با حجم $100 * 100 * 7$ که دارای ۱۰۰ کاربر، ۱۰۰ فیلم و ۷ بازه زمانی است؛ برای ارزیابی استفاده گردیده. تعداد امتیازهای داده شده در این تانسور برابر 503 است که چگالی تانسور برابر $71 / 70$ درصد می‌باشد. دادگان دوم تانسوری با حجم $200 * 200 * 7$ است که ۲۰۰ کاربر برای ۲۰۰ فیلم در ۷ بازه زمانی امتیاز داده‌اند. هر بازه زمانی مربوط به یک ماه است. این دادگان دارای 1945 امتیاز داده شده که چگالی دادگان $69 / 60$ درصد است. در صورتی که زمان را به عنوان بعد در نظر نگیریم چگالی دادگان ۷ برابر می‌شود و مساله را ساده‌تر می‌توان حل کرد. اما زمان به عنوان یک بعد مستقل دقت پیش‌بینی را بیشتر می‌کند. در حالت تجزیه ماتریس از روش SVD و برای ارزیابی و مقایسه دو روش از روش RMSE و طبق فرمول زیر استفاده شده است.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{(u,i,t)} (r_{u,i,t} - \hat{r}_{u,i,t})^2}{n}} \quad (8)$$

جدول ۱ برای دو داده مقایسه‌ای بین روش تجزیه ماتریس با ابعاد کاربر-کالا و تانسوری با ابعاد کاربر-کالا-زمان و با ویژگی‌های پنهان ۱-۶ به دست آمده؛ انجام شده است.

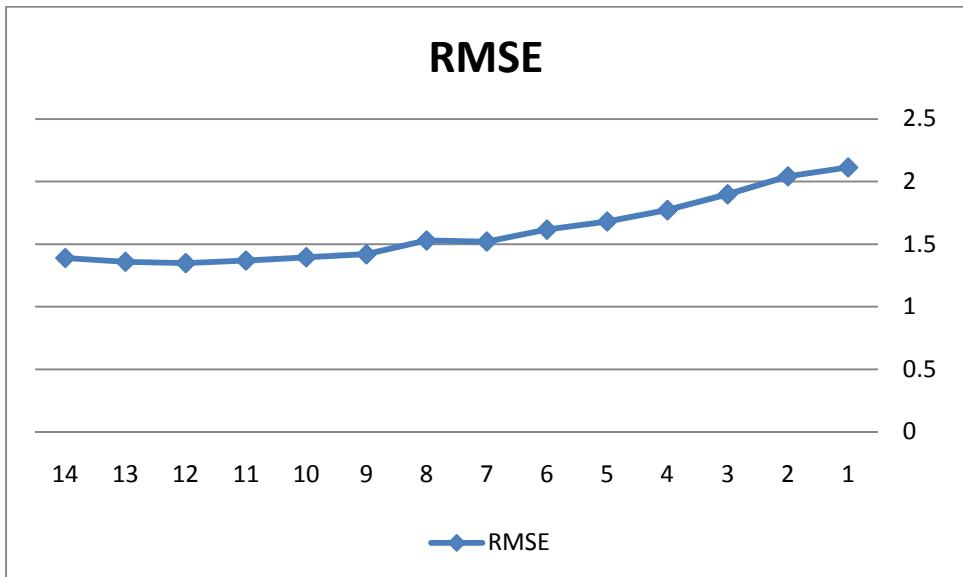
جدول ۱. مقدار RMSE در دو دادگان با مقدار $k=6$ (سمت چپ دادگان $100*100$ و سمت راست دادگان $200*200$)

$(100*100)MF$	$(7*100*100)TF$	$(200*200)MF$	$(7*200*200)TF$	K
۴۱/۲	۳۴/۱	۵۶/۲	۱۱/۲	۱
۲۴/۲	۲۶/۱	۵۶/۲	۰۴/۲	۲
۱۰/۲	۲۲/۱	۲۹/۲	۹۰/۱	۳
۰۰/۲	۰۷/۱	۱۹/۲	۷۷/۱	۴
۹۱/۱	۱۳/۱	۱۲/۲	۶۹/۱	۵
۸۳/۱	۲۸/۱	۰۷/۲	۱۱/۲	۶



شکل ۱. مقدار RMSE در تجزیه تانسور با مقادیر مختلف تعداد ویژگی‌های پنهان در ابعاد $7*100*100$

همان‌طور که در شکل ۱ است؛ مقدار RMSE برای تعداد ویژگی‌های پنهان پایین کاهش می‌یابد و بعد از $k=5$ این مقدار صعودی است و در ۶ دوباره تا $k=14$ کاهش می‌یابد. بعد از $k=14$ دوباره روند صعودی به خود می‌گیرد. بر اساس این نمودار می‌توان $k=14$ را برای تجزیه بهترین مقدار دانست و کاهش اولیه تا $k=4$ ممکن است به خاطر مساله overfitting باشد که می‌تواند درستی این گفتار مورد بررسی قرار گیرد.

شکل ۲. مقدار RMSE در تجزیه تانسور با ابعاد $200 \times 200 \times 7$

۵ نتیجه‌گیری و کارهای آینده

تجزیه ماتریس و تانسور یکی از روش‌های مورد توجه در الگوریتم‌های بر اساس مدل پالایش مشارکتی قرار گرفته است. این الگوریتم‌ها با توجه به خلوت بودن دادگان به نسبت سایر الگوریتم‌ها معمولاً جواب بسیار بهتری را با خطای کمتر نمایش می‌دهد. از سویی دیگر استفاده از زمان در سیستم‌های پیشنهاد دهنده کمتر مورد توجه قرار گرفته و در شبکه‌های کاربر-کاربر یا کاربر-کالا زمان به عنوان یک عامل مستقل تاکنون استفاده نشده است. ما در این مقاله زمان را به عنوان یک عامل مستقل بررسی کردیم و شبکه به صورت کاربر-کالا-زمان مورد بررسی قرار گرفت. در این روش با استفاده از تغییر ساختار الگوریتم HoSVD برای سیستم پیشنهاد دهنده و تجزیه تانسور با استفاده از روش بهینه‌سازی با تجزیه الگوریتم SVD در شرایط یکسان مورد مقایسه قرار گرفته است. همان‌طور که در نتایج مشخص شده استفاده از زمان به عنوان مستقل هرچند کاری پیچیده‌تر است اما دارای خطای به مراتب کمتری به نسبت عدم استفاده از آن می‌باشد. برای کارهای آینده نیز پیشنهاد می‌شود که از دادگانی با خاصیت کاربر-کاربر و دادگانی با حجم بزرگ‌تر برای بررسی اثر زمان در کاهش خطا استفاده شود. همچنین معیاری برای تقسیم زمان به بازه‌هایی که تاحد ممکن خطا را بیشتر کاهش دهد؛ نیز از جمله کارهای پیشنهادی دیگر برای پژوهش‌های می‌تواند باشد.

۶ منابع

- [1] Francesco, R., (2011). Recommender System Handbook, Springer New York Dordrecht Heidelberg London.
- [2] Esmaeili, L., Nasiri, M., Minaei-Bidgoli, B., (2011). Personalizing Group Recommendation to Social Network Users, Publisher Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, LNCS 6987, 124–133.
- [3] John, Z., Kush, R., Subbian, K., (2012). Dynamic Matrix Factorization: A State Space Approach over, speech and signal processing (ICASSP).

- [4] Lathia, N., Hailes, S., Capra, L., (2009). Temporal collaborative filtering with adaptive neighbourhoods, in Proc. ACM SIGIR Conf. Res. Dev. Inf. Retrieval, Boston, MA, Jul, 796–797.
- [5] Takacs, G., Pilaszy, I., Nemeth, B., (2008). Investigation of Various Matrix Factorization Method for Large Recommender Systems, 2nd Netflix-KDD Workshop, 553-562.
- [6] Spiegel, S., (2010). A Hybrid Approach to Recommender Systems based on Matrix Factorization. Diploma Thesis. Berlin.
- [7] Xu, W., Liu, X., Gong, Y., (2003). Document clustering based on non-negative matrix factorization, Proceedings of the 26th annual international ACM SIGIR conference on Research and development in informaion retrieval, New York, NY, USA, 267-273.
- [8] Wild, S., (2002). Seeding non-negative matrix factorization with the spherical k-means clustering, Mas er's esis, University.
- [9] Almazro, D., Shahatah, G., Albdplkarim, L., Khrees, M., Martinez, R., Nzopkop, W., (2010). A Survey Paper on Recommender Systems, DBLP.
- [10] Osmanli, O., (2010). A Singular Value Decomposition Approach for Recommendation Systems, PhD thesis(MSC), Middle East Technical University.
- [11] Koren, Y., Bell, R., (2010). Advanced in Collaborative filltering, Springer, USA, 145-186.
- [12] Vozalis, M., Markos, A., Margaritis, K., (2010). Collaborative Filtering through SVD-Based and Hierarchical NonLinear PCA, ICANN, VOL.6352, 395-400.
- [13] Adomavicius, G., Tpzhilin, A., (2005). Toward the next Generation of Recommender System: A Survey of the State-of-the-Art and Possible Extensions, IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 17(6), 734-749.
- [14] Chen, J., Geyer, W., Dugan, C., Muller, M., (2009). Make new friends, but keep the old recommending people on social networking sites, Proceedings of International Conference on Human Factors in Computing Systems, 201–210.
- [15] Salakhptdinov, R., Mnith, A., (2008). Bayesian Probabilistic Matrix Factorization Using Marcov Chain Monte Carlo, 25th International Conference on Machine Learning, 880-887.
- [16] Salakhptdinov, R., Mnith, A., (2009). Probabilistic Matrix Factorization, Advances in Neural Information Processing Systems 20.
- [17] Shan, H., Banerjee, A., (2010). Gene ralized Probabilistic Matrix Factorization for Collaborative Filtering, ICDM, 1025-1030.
- [18] Sharifi,Z., Rezghi, M., Nasiri,M.,(2013). New Algorithm for Recommender Systems based on Singular Value Decomposition Method. Computer and Knowledge Engineering (ICCKE), 86-91.
- [19] Koren, Y., Bel, R., Volinsky, C., (2009). Matrix Decomposition Techniques For Recommendation System, IEEE Computer Society, Pp:42-49.
- [20] Kolda, T., Bader, B., (2009). Tensor Decompositions and Applications, SIAM Rev. 51: 455–500.
- [21] Kruskal, J., (1989). Rank, decomposition, and uniqueness for 3-way and N-way arrays. In R. Coppi & S. Bolasco (Eds.), Multiway data analysis, 7–18.
- [22] Minaei-Bidgoli, B., Esmaeili, L., Nasiri, M., (2011). Comparison of group recommendation techniques in social networks, 1st ICCKE, 236-241.
- [23] Esmaeili, L., Nasiri, M., Minaei-Bidgoli, B., (2012). Hybrid recommender system for joining virtual communities, Journal of Applied Sciences Engineering and Technology, 5, 500-509.
- [24] Esmaeili, L., Nasiri, M., Minaei-Bidgoli, B., (2011). Personalizing group recommendation to social network users, in proceeding of Web Information systems and mining, 124-133.
- [25] Esmaeili, L., Nasiri, M., Minaei-Bidgoli, B., (2011). Analyzing Persian Social Networks: An Empirical Study, International Journal of Virtual Communities and Social Networking, 73-92.