مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، سال چهاردهم، شماره دوم (پیاپی ۵۳)، تابستان ۹۶، ص ص ۱۳۱-۱۲۳
شاپا ۷۲۸۶-۲۲۵۱

تخصیص منصفانه هزینه ثابت داده‌های مقیاس بازه‌ای و مقیاس کسری بین واحدهای تصمیم‌گیرنده در تحلیل پوششی داده‌ها

مسعود صانعی [۱]، مائده غلام آزاد* [۲]

۱- دانشیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران مرکزی، گروه ریاضی کاربردی، تهران، ایران
۲- کارشناس ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اسلامشهر، گروه ریاضی، اسلامشهر، ایران

رسید مقاله: ۶ آبان ۱۳۹۵
پذیرش مقاله: ۱۶ خرداد ۱۳۹۶

چکیده

تخصیص منصفانه منابع یا هزینه‌های ثابت در تحلیل پوششی داده‌ها در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است که در آن هدف اصلی عدم تغییر کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده قبل و بعد از تخصیص هزینه است. از طرفی تا کنون تمام بررسی‌ها با توجه به داده‌های مقیاس کسری بوده و توجه خاصی به داده‌های مقیاس بازه‌ای نشده است زیرا نسبت‌های اندازه‌گیری روی چنین مقیاسی بی معنی است؛ لذا ساختار این مقاله بررسی استفاده از داده‌های مقیاس بازه‌ای و کسری در تخصیص منصفانه هزینه‌ها بین واحدها می باشد به طوری که اصل عدم تغییر کارایی با حضور چنین داده‌هایی هم چنان برقرار باشد.

کلمات کلیدی: تخصیص منصفانه، داده‌های مقیاس بازه‌ای، داده‌های مقیاس کسری، تحلیل پوششی داده‌ها.

۱ مقدمه

تحلیل پوششی داده‌ها اولین بار توسط چارنز[۱] با ارایه مدل CCR معرفی شده و توسط بنکر[۲] با ارایه مدل BCC گسترش یافت. مدل BCC مدل بسیار مفیدی در ارزیابی واحدهای مختلف صنعتی با مشاهده و تحلیل اطلاعات ورودی‌ها و خروجی‌ها می‌باشد. ایده تخصیص منصفانه هزینه‌ها برای اولین بار توسط کوک و کرس [۳] طی دو اصل اساسی زیر بیان گردید:

۱- **اصل پایداری:** یک تخصیص هزینه را پایدار گوییم هرگاه کارایی نسبی هر DMU قبل و بعد از تخصیص بدون تغییر بماند.

*عهده دار مکاتبات
آدرس پست الکترونیکی: Maedeh.gholamazad@gmail.com

۲- **اصل حداقل پاراتو ورودی:** دراین اصل فرض بر این است که DMUها هیچ کنترلی روی هزینه‌ها ندارند؛ یعنی نمی‌توانند مقدار آن را کم یا زیاد کنند و یا به DMUهای دیگر انتقال دهند.

آن‌ها ایده خویش را با روش‌های پیچیده ریاضی مطرح نمودند. پس از آن‌ها مقالات متعددی در این زمینه منتشر شد که یکی از آن‌ها بیان مدل ساده‌تری بود که توسط جهانشاهلو و همکاران [۴] مطرح شد.

از طرفی تا کنون تمام بررسی‌های صورت گرفته در تحلیل پوششی داده‌ها روی داده‌هایی بوده که مقیاس کسری داشته و داده‌های مقیاس بازه‌ای نادیده گرفته شده است؛ زیرا متغیرهای ورودی و خروجی مقیاس بازه‌ای نمی‌تواند به طور گسترده‌ای در مدل‌های DEA به کار برده شود. علت این امر ناشی از بی معنی بودن نسبت‌های اندازه‌گیری روی چنین مقیاس‌هایی می‌باشد. لذا مدل‌هایی از DEA را می‌توان برای پرداختن به متغیرهای ورودی/خروجی مقیاس بازه‌ای استفاده کرد که در آن، نسبت ورودی‌ها /خروجی‌های مجازی بر ورودی‌ها /خروجی‌های مشاهده شده هیچ نقشی در محاسبات نداشته باشد[۵و۶]. در این مقاله به بررسی تخصیص منصفانه هزینه ثابت بین واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از چنین داده‌هایی در حضور اصل عدم تغییر کارایی پرداخته‌ایم و نشان می‌دهیم که این اصل با وجود داده‌های مقیاس بازه‌ای هم‌چنان برقرار است. بخش‌های مختلف مقاله به شرح ذیل می باشد:

در بخش دوم مروری داریم بر تحلیل پوششی داده‌ها و تخصیص منصفانه هزینه ثابت. در بخش سوم گذر کوتاهی خواهیم داشت بر داده‌های مقیاس بازه‌ای و مقیاس کسری و در بخش چهارم کاربرد مورد مطالعه خویش را بیان نموده‌ایم و درنهایت در بخش پنجم مثال عددی و نتیجه‌گیری بیان شده است.

۲ تحلیل پوششی داده‌ها و تخصیص منصفانه هزینه ثابت

مجموعه‌ای متجانس از DMUها را در نظر بگیرید که در آن $DMU_j\ (j=1,\dots,n)$، شامل m ورودی $x_{ij}\ (i=1,\dots,m)$ و s خروجی $y_{rj}\ (r=1,\dots,s)$ باشد. مدل مضربی CCR در ماهیت خروجی به صورت زیر می باشد:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} \\
&s.t. \\
&\qquad -\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} \ge 0, \qquad j=1,\dots,n, \\
&\qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} = 1, \\
&\qquad u_r \ge 0, \qquad\qquad r=1,\dots,s, \\
&\qquad v_i \ge 0, \qquad\qquad i=1,\dots,m.
\end{aligned} \tag{1}
$$

دوآل مدل (۱) عبارت خواهد بود از:

$$
\begin{aligned}
&Max \quad \varphi_p \\
&s.t. \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{ip}, \qquad\qquad i = 1,\dots,m, \\
&\qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge \varphi_p y_{rp}, \qquad\qquad r = 1,\dots,s, \\
&\qquad \lambda_j \ge 0, \qquad\qquad\qquad j = 1,\dots,n.
\end{aligned}
\tag{۲}
$$

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده (DMU) تحت مدل CCR مورد ارزیابی باشد و کارایی‌های هر DMU به صورت $E_1,\dots,E_n$ به دست آمده باشد. از طرفی فرض کنید، مقدار هزینه F، هزینه‌ای است که باید به DMUها تخصیص داده شود، به طوری که اگر سهم هر DMU_j $(j = 1,\dots,n)$، ازاین هزینه برابر f_j باشد، آنگاه $\sum_{j=1}^{n} f_j = F$، و از طرفی اصول اولیه نیز صادق باشند.

برای یک تخصیص منصفانه جهانشاهلو و همکاران [۴] طی مراحل زیر مدل خویش را به دست آوردند:

۱- f_j را به عنوان ورودی جدید به مدل (۱) اضافه نمودند:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip} + \mu f_p \\
&s.t. \\
&\qquad -\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij} + \mu f_j \ge 0, \qquad j = 1,\dots,n, \\
&\qquad \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp} = 1, \\
&\qquad u_r \ge 0, \qquad\qquad r = 1,\dots,s, \\
&\qquad v_i \ge 0, \qquad\qquad i = 1,\dots,m, \\
&\qquad \mu \ge 0.
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

شرط لازم برای یک تخصیص منصفانه این است که هیچ DMU ای نمی‌تواند از ورودی جدید جهت بهبود کارایی استفاده کند. یعنی باید مقدار کارایی قبل و بعد از تخصیص بدون تغییر بماند. لذا متغیر μ در مدل (۳) باید خارج از پایه باشد. یعنی برای هر DMU_p، μ خارج از پایه است اگر وتنها اگر سود نسبی نامنفی باشد.

$$
\begin{aligned}
&C_\mu - Z_\mu \ge 0 \Rightarrow C_\mu - C_B B^{-1} a_\mu \ge 0 \\
&\Rightarrow f_p - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* f_j \ge 0 \Rightarrow \sum_{j=1}^{n} \lambda_j^* f_j \le f_p
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

۲- دوآل مدل (۳) به صورت زیر به دست آمد:

$$\begin{aligned} & Max \quad \varphi'_p \\ & s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j x_{ij} \le x_{ip}, && i = 1,\dots,m, \\ & \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j f_j \le f_p && (**) \\ & \qquad \sum_{j=1}^{n} \lambda_j y_{rj} \ge \varphi'_p y_{rp}, && r = 1,\dots,s, \\ & \qquad \lambda_j \ge 0, && j = 1,\dots,n. \end{aligned} \tag{۵}$$

۳- مقدار کارایی مدل (۵) با مقدار کارایی مدل (۲) برابر است اگر و تنها اگر قید (**) زاید باشد [۴]. لذا f_j از فرمول زیر به دست آمد:

$$f_j = F \times \frac{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}{\sum_{q=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_{iq}} \tag{۶}$$

قضیه ۱-۲. اگر φ_p و φ'_p مقادیر کارایی DMU_p در مدل‌های (۲) و(۵) باشند، آنگاه با انتخاب f_j از (۶) $\varphi_p = \varphi'_p$.

برهان: به [۴] مراجعه شود.

۳ مدل‌های DEA با داده‌های مقیاس کسری و مقیاس بازه‌ای

داده‌های مقیاس بازه‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها به ندرت مورد استفاده قرار گرفته است. مشکل با داده‌های مقیاس بازه‌ای از آنجا ناشی می‌شود که نسبت‌های اندازه‌گیری روی چنین مقیاسی فاقد معنی هستند. در نتیجه مدلی از DEA را می‌توان برای پرداختن به ورودی‌ها/ خروجی‌های مقیاس بازه‌ای به کار برد که در آن نسبت ورودی‌ها/خروجی‌های مجازی بر ورودی‌ها/خروجی‌های مشاهده شده هیچ نقشی در محاسبات نداشته باشد.

تعریف ۳-۱: متغیرهای مقیاس بازه‌ای:(Interval)

دلیل نامگذاری متغیرهای مقیاس بازه‌ای آن است که فواصل بین مشخصه‌های اندازه‌گیری شده روی این مقیاس دارای معنی است. به عبارتی دیگر، تفاضل متغیر مقیاس بازه‌ای نشان دهنده تفاوت‌های واقعی در مشخصه‌هاست؛ بنابراین یک مقیاس بازه‌ای، علاوه بر مقایسه مشخصه‌ها، فواصل آن‌ها را نیز با یکدیگر مقایسه می‌کند.

تعریف ۳-۲: متغیرهای مقیاس کسری :(Ratio)

دلیل نامگذاری متغیرهای مقیاس کسری آن است که نسبت بین مشخصه‌های اندازه‌گیری شده روی این مقیاس، دارای معنی است. متغیرهای مقیاس کسری همه ویژگی‌های متغیرهای مقیاس بازه‌ای را دارا می‌باشند به جز در دو مورد :اول این که نسبت روی متغیرهای مقیاس بازه‌ای دارای معنی نیست در صورتی که نسبت دو متغیر مقیاس کسری دارای معنی است. دوم این که، مقیاس کسری شامل نقطه صفر مطلق است، ولی نقطه صفر در مقیاس بازه‌ای مطلق نیست.

مدل CCR در ماهیت متغیرهای ورودی مقیاس کسری به صورت زیر می‌باشد که در آن داده‌های ورودی و خروجی در دو دسته مقیاس‌های کسری R_{inp} و R_{out} و مقیاس‌های بازه‌ای I_{inp} و I_{out} قرار گرفته‌اند.

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \frac{1}{|R_{inp}|}\sum_{i\in R_{inp}}\theta_i-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m}s_i^-+\sum_{r=1}^{s}s_r^+\right)\\
s.t.\\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=\theta_i x_{io}, \qquad i\in R_{inp},\\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=x_{io}, \qquad i\in I_{inp},\\
& \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_r^+=y_{ro}, \qquad r\in R_{out}\cup I_{out},\\
& \theta_i\geq 0,(i=1,\dots,|R_{inp}|),\lambda_j\geq 0,(j=1,\dots,n),\\
& s_i^-\geq 0,(i=1,\dots,m),s_r^+\geq 0,(r=1,\dots,s).
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

۴ تخصیص منصفانه هزینه‌های ثابت با استفاده از داده‌های مقیاس بازه‌ای و مقیاس کسری

حال می‌خواهیم در این مقاله نشان دهیم که علاوه بر داده‌های مقیاس کسری با داده‌های مقیاس بازه‌ای نیز می‌توان تخصیص هزینه را انجام داد بقسمی که کارایی هم چنان بدون تغییر باقی بماند.

فرض کنید F هزینه ثابتی باشد که می‌خواهیم بین واحدهای تصمیم‌گیرنده به صورتی عادلانه تخصیص دهیم. لذا f_k ورودی جدید تلقی می‌شود که تحت داده‌های مقیاس بازه‌ای بوده و به مدل (۷) اضافه می‌شود. با حضور این داده‌ها مدل زیر جهت تخصیص پیشنهاد می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \frac{1}{|R_{inp}|}\sum_{i\in R_{inp}}\theta_i-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m}s_i^-+\sum_{r=1}^{s}s_r^+\right)\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=\theta_i x_{io}, \qquad i\in R_{inp},\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=x_{io}, \qquad i\in I_{inp},\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j f_{kj}\le f_{ko}, \qquad k\in I_{inp},(**)\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_r^+=y_{ro}, \qquad r\in R_{out}\cup I_{out},\\
&\quad \theta_i\ge 0,(i=1,\dots,|R_{inp}|),\lambda_j\ge 0,(j=1,\dots,n),\\
&\quad s_i^-\ge 0,(i=1,\dots,m),s_r^+\ge 0,(r=1,\dots,s).
\end{aligned}
\tag{8}
$$

توجه کنید که قید (**) یک قید زاید است [۴].

حال مدل (۷) را برای ورودی جدید تحت داده‌های مقیاس کسری به صورت زیر بیان می‌کنیم:

$$
\begin{aligned}
&Min \quad \frac{1}{|R_{inp}|+1}\left(\sum_{i\in R_{inp}}\theta_i+\theta_k\right)-\varepsilon\left(\sum_{i=1}^{m}s_i^-+\sum_{r=1}^{s}s_r^+\right)\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=\theta_i x_{io}, \qquad i\in R_{inp},\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j x_{ij}+s_i^-=x_{io}, \qquad i\in I_{inp},\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j f_{kj}\le \theta_k f_{ko}, \qquad (**)\\
&\quad \sum_{j=1}^{n}\lambda_j y_{rj}-s_r^+=y_{ro}, \qquad r\in R_{out}\cup I_{out},\\
&\quad \theta_i\ge 0,(i=1,\dots,|R_{inp}|),\theta_k\ge 0,(k=1,\dots,|R_{inp}|)\\
&\quad \lambda_j\ge 0,(j=1,\dots,n),s_i^-\ge 0,(i=1,\dots,m),s_r^+\ge 0,(r=1,\dots,s).
\end{aligned}
\tag{9}
$$

لازم به ذکر است k در این مدل تحت داده‌های مقیاس کسری بیان شده است و قید (**) هم چنان یک قید زاید است [۴].

قضیه ۴-۱: اگر $\theta_۳, \theta_۲, \theta_۱$ به ترتیب کارایی DMU_j در مدل‌های (۷) و(۸) و (۹) باشند،آنگاه با انتخاب f_k از فرمول زیر $\theta_۱ = \theta_۲ = \theta_۳$.

$$f_k = \frac{\sum_{i=۱}^{m} x_{ij}}{\sum_{q=۱}^{n}\sum_{i=۱}^{m} x_{iq}} \times F$$

برهان: به [۴] مراجعه شود.

۵ مثال عددی

نمونه‌ای متشکل از۲۰ واحد تصمیم‌گیرنده را در نظر بگیرید که هر کدام از آن‌ها، ۳ متغیر ورودی را برای تولید ۳ متغیر خروجی مصرف می‌کند. فرض کنید اولین و دومین متغیر ورودی روی مقیاس کسری انـدازه‌گیـری شـده و سومین متغیر ورودی روی مقیاس بازه‌ای اندازه‌گیری شود .اندازه کارایی را با مدل(۷) به دست آورده و در سـتون دوم از جدول ۲ نشان داده‌ایم. از طرفی فرض کنید $F = ۱۰۰$ هزینه ثابتی باشد که می‌خواهیم به صـورت منصـفانه بینDMUها تخصیص دهیم. ستون سوم از جدول۲ مقادیر تخصیص و نیـز سـتون‌هـای چهـارم و پـنجم بـه ترتیـب مقادیر کارایی را بعد از تخصیص با مدل‌های (۸) و (۹) نشان می‌دهند:

جدول ۱. میزان ورودی ها و خروجی ها

DMU	$i_۱$	$i_۲$	$i_۳$	$o_۱$	$o_۲$	$o_۳$	DMU	$i_۱$	$i_۲$	$i_۳$	$o_۱$	$o_۲$	$o_۳$
۱	۷	۱	۴	۱	۲/۵	۳	۱۱	۲	۲	۳	۵/۵	۵	۷
۲	۳	۷	۴	۲/۵	۱	۳	۱۲	۲/۵	۱/۵	۳	۷	۳	۶
۳	۶	۶	۳	۲/۵	۲	۳	۱۳	۴/۵	۱/۵	۶	۴	۲	۴
۴	۳	۱	۳	۴	۵/۵	۷	۱۴	۲	۴	۷	۱/۵	۲	۴
۵	۶	۰/۵	۳	۵	۳/۵	۶	۱۵	۴	۳	۶	۶/۵	۳/۵	۳/۵
۶	۴	۰/۵	۳	۲	۶	۶	۱۶	۲	۵	۴	۵	۳/۵	۴
۷	۱/۵	۲/۵	۳	۶	۴	۷	۱۷	۱/۵	۶	۴	۴/۵	۴/۵	۵
۸	۰/۵	۴	۴	۱/۵	۵	۶	۱۸	۰/۵	۴	۳	۳/۵	۵/۵	۶
۹	۲/۷۵	۱/۷۵	۴	۸	۳	۶	۱۹	۳/۵	۰/۷۵	۳	۷/۵	۲/۵	۶
۱۰	۱	۳	۳	۸	۳	۷	۲۰	۶	۳/۵	۴	۳/۵	۳/۵	۶

جدول ۲ را در نظر بگیرید. $E(۷)$ کارایی مدل (۷) قبل از تخصیص هزینه می‌باشد. f_j مقادیر تخصـیص هزینـه را بین ۲۰ واحد تصمیم‌گیرنده نشان می‌دهد و در نهایت $E(۸)$و $E(۹)$ کارایی بعد از تخصیص را در مـدل‌هـای (۸) و (۹) نشان می‌دهند. همان طور که ملاحظه می‌کنید، کارایی قبل و بعد از تخصیص در هر سـه مـورد بـا هـم برابـر می‌باشد.

جدول ۲. مقادیر کارایی قبل و بعد از تخصیص منصفانه هزینه

DMU	$E(۷)$	f	$E(۸)$	$E(۹)$	DMU	$E(۷)$	f	$E(۸)$	$E(۹)$
۱	۰/۳۴	۶/۰۳	۰/۳۴	۰/۳۴	۱۱	۱	۳/۵۲	۱	۱
۲	۰/۳۲	۷/۰۴	۰/۳۲	۰/۳۲	۱۲	۱	۳/۵۲	۱	۱
۳	۰/۴۲	۷/۵۴	۰/۴۲	۰/۴۲	۱۳	۰/۴۳	۶/۰۳	۰/۴۳	۰/۴۳
۴	۱	۳/۵۲	۱	۱	۱۴	۰/۳۸	۶/۵۴	۰/۳۸	۰/۳۸
۵	۱	۴/۲۷	۱	۱	۱۵	۰/۵۶	۶/۵۴	۰/۵۶	۰/۵۶
۶	۱	۳/۷۵	۱	۱	۱۶	۰/۶۰	۵/۵۳	۰/۶۰	۰/۶۰
۷	۰/۹۹	۳/۵۲	۰/۹۹	۰/۹۹	۱۷	۰/۶۸	۵/۷۸	۰/۶۸	۰/۶۸
۸	۰/۹۹	۴/۲۷	۰/۹۹	۰/۹۹	۱۸	۱	۳/۷۵	۱	۱
۹	۰/۹۷	۴/۲۷	۰/۹۷	۰/۹۷	۱۹	۱	۳/۶۴	۱	۱
۱۰	۱	۳/۵۲	۱	۱	۲۰	۰/۶۴	۶/۷۹	۰/۶۴	۰/۶۴

۶ نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی

در این مقاله یک بررسی سیستماتیک از مشکل داده‌های مقیاس بازه‌ای در تحلیل پوششی داده‌ها ارایه کردیم و نشان دادیم که با وجود بی معنی بودن نسبت‌های اندازه‌گیری روی چنین مقیاس‌هایی، می‌توان مدل‌هایی را در تحلیل پوششی داده‌ها تعریف کرد که در آن نسبت ورودی‌های مجازی/ خروجی‌های مجازی بر ورودی‌ها / خروجی‌های مشاهده شده هیچ نقشی در محاسبات نداشته باشد و مفهوم تخصیص منصفانه هزینه‌های ثابت را تحت داده‌های مقیاس بازه‌ای و مقیاس کسری بیان نمودیم و ثابت کردیم که اصل عدم تغییر کارایی در حضور چنین داده‌هایی هم چنان برقرار می‌باشد و مدل‌های پیشنهادی خویش را طی مثال عددی بیان کردیم. مهم‌ترین مزیت داده‌های مقیاس بازه‌ای این است که تا به حال داده‌هایی که برای مقوله تخصیص منصفانه بررسی شده است، همگی تحت مقیاس‌های کسری بوده و توجهی به مقیاس‌های بازه‌ای نشده است، در حالی که در حضور چنین داده‌هایی نیز هم چنان اصول اولیه برقرار هستند.

لذا با توجه به موارد گفته شده می‌توان کارایی را با چنین مدل‌هایی نیز بررسی کرده و نتایج قابل قبولی را با توجه به معیارهای اولیه تخصیص منصفانه هزینه به دست آورد، بقسمی که تمامی داده‌ها، اعم از داده‌های مقیاس کسری و داده‌های مقیاس بازه‌ای کاربرد خود را داشته باشند. از طرفی می‌توان این‌گونه داده‌ها را در زمینه‌های مختلف دیگر نیز به کار برد و با مقایسه مدل‌ها، چه بسا که بتوان این مدل‌ها را بر مدل‌های قبلی DEA در برخی از زمینه‌ها ارجح دانست.

منابع

[۷] ابراهیم‌نژاد، ع.، صادق پورحاجی، م.، قلی پور کنعانی، ی.، قویدل، ف.، (۱۳۹۵). مدل جدیدی برای مکان‌یابی شعب سرپرستی بانک ملت با استفاده از مفهوم تحلیل پوششی داده‌ها. مجله تحقیق در عملیات در کاربردهای آن، ۱۳(۳)، ۸-۱.

[1] Charnes, A., Cooper, W. W., Rhodes, E., (1978). Measuring the efficient of decision making unit. European Journal of Operation Research, 2, 429- 444.

[2] Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W., (1984). Some methods for estimating technical and scale inefficient in data envelopment analysis. Management Science, 30(9), 1078- 1092.
[3] Cook, W., Kress, M., (1999). Characterizing an equitable allocation of shared costs :a DEA approach. European Journal of Operation Research, 119, 652- 661.
[4] Jahanshahloo, G. R., HosseinzadeLotfi, F., Shoja, N., Sanei, M., (2004). An alternative approach of shared costs by using DEA. Applied Mathematics and Computation, 153, 267- 274.
[5] Halme, M., Joro, T., Koivu, M., (2002). Dealing with Interval scale Data in Data Envelopment Analysis. European Journal of Operation Research, 137(1), 22- 27.
[6] Dehnokhalaji, A., Korhonen, P. J., Koksalan, M., Nasrabadi, N., Wallenius, J., (2010). Efficiency analysis to incorporate interval-scale data. European Journal of Operational Research, 207, 1116-1121.